

**SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA CHEMICKEJ A POTRAVINÁRSKEJ
TECHNOLÓGIE
ÚSTAV INFORMATIZÁCIE, AUTOMATIZÁCIE
A MATEMATIKY**

Návrh PID regulátorov na základe IMC štruktúry

BAKALÁRSKA PRÁCA

FCHPT-5415-50930

2011

Lukáš Lacho

**SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA CHEMICKEJ A POTRAVINÁRSKEJ
TECHNOLÓGIE
ÚSTAV INFORMATIZÁCIE, AUTOMATIZÁCIE
A MATEMATIKY**

Návrh PID regulátorov na základe IMC štruktúry

BAKALÁRSKA PRÁCA

FCHPT-5415-50930

Študijný program: automatizácia, informatizácia a manažment v chémii a potravinárstve

Číslo a názov študijného odboru: 5.2.14 automatizácia, 5.2.52 priemyselné inžinierstvo

Školiace pracovisko: Fakulta chemickej a potravinárskej technológie

Vedúci záverečnej práce/školiťel': Ing. Anna Vasičkaninová



ZADANIE BAKALÁRSKEJ PRÁCE

Študent: **Lukáš Lacho**
ID študenta: 50930
Študijný program: automatizácia, informatizácia a manažment v chémii a potravinárstve
Kombinácia študijných odborov: 5.2.14 automatizácia, 5.2.52 priemyselné inžinierstvo
Vedúca práce: Ing. Anna Vasičkaninová

Názov práce: **Návrh PID regulátorov na základe IMC štruktúry**

Špecifikácia zadania:

Simulácia stabilných a nestabilných procesov, opísaných prenosovými funkciami.
Princípy návrhu regulátorov na báze IMC štruktúry.
Návrh PID regulátorov a ich simulačné overenie.

Rozsah práce: 50

Riešenie zadania práce od: 14. 02. 2011

Dátum odovzdania práce: 21. 05. 2011



Lukáš Lacho
Študent

prof. Ing. Miroslav Fikar, DrSc.
Vedúci pracoviska

prof. Ing. Miroslav Fikar, DrSc.
Garant študijného programu

Čestné prehlásenie :

Čestne prehlasujem, že som bakalársku prácu písal sám, s použitím danej literatúry, ktorú uvádzam v mojej práci

.....
Lukáš Lacho

Pod'akovanie

Dovoľujem si poďakovať vedúcej mojej bakalárskej práce Ing. Anne Vasičkaninovej za vedenie, rady, ochotu a odbornú pomoc pri vypracovaní bakalárskej práce.

Abstrakt

Cieľom tejto práce je oboznámiť sa s princípmi metódy IMC pre nastavovanie parametrov PID regulátora a simulačné overenie navrhnutých regulátorov pre rôzne typy riadených sústav. Práca je rozdelená na teoretickú a praktickú časť. V teoretickej časti je opísaná stratégia riadenia IMC (riadenie s vnútorným modelom) a prevod IMC regulátora na klasický PID regulátor. V druhej časti sú navrhnuté IMC regulátory pre sústavy, opísané rôznymi vybranými prenosmi, regulátory sú prevedené na regulátory typu PID alebo jednoduchšie (P, PI, PD) a sú simulačne overené.

Kľúčové slová : IMC štruktúra, PID regulátor, časová konštanta, zosilnenie, dopravné oneskorenie

Abstract

The aim of this thesis is to analyze the IMC method for setting of arguments of PID controllers and simulative verification of designed controller for various controlled systems. This work is divided into theoretical part and practical part. In theoretical part, there is described strategy of IMC controlling (Internal Model Control) and conversion IMC controller on classic PID controller. In the second part, there are designed controllers for systems, described by different transfer functions, controllers are transferred on PID, or elementary controllers (P, PD, PI) and they are verified by simulations.

Keywords: IMC structure, PID controller, time constant, gain coefficient, transport delay

Obsah

1. ÚVOD.....	10
2. METÓDA IMC.....	10
2.1 PRINCÍP METÓDY IMC.....	10
2.2 OBVOD S IMC REGULÁTOROM.....	11
2.3 MATEMATICKÉ VYJADRENIE PRENOSOV.....	12
2.4 VNÚTORNÁ STABILITA [1].....	14
2.5 IMPLEMENTÁCIA KLASICKEJ ŠTRUKTÚRY A IMC [1].....	15
3. NÁVRH PID REGULÁTORA METÓDOU IMC.....	16
3.1 VÝPOČET PARAMTEROV REGULÁTORA.....	16
3.2 TABUĽKA PARAMETROV [2].....	18
4. PRAKTICKÁ ČASŤ.....	19
4.1 4.3 SIMULÁCIA PRI IMC ZAPOJENÍ.....	19
4.1.1 Sústava prvého rádu.....	19
4.2 POSTUP.....	20
4.3 SIMULÁCIA S PID REGULÁTOROM.....	21
4.3.1 Sústava prvého rádu.....	21
4.3.2 Sústava druhého rádu.....	22
4.3.3 Sústava prvého rádu s dopravným oneskorením (Padého aproximácia).....	23
4.3.4 Sústava prvého rádu s dopravným oneskorením (Maclaurinova aproximácia).....	24
4.3.5 Astatická sústava prvého rádu.....	25
4.3.6 Astatická sústava druhého rádu.....	26
4.3.7 Sústava druhého rádu s tlmením.....	26
4.3.8 Nestabilná sústava prvého rádu.....	27
4.3.9 Nestabilná sústava druhého rádu.....	28
4.4 PRÍKLADY ODVODENIA PARAMETROV EKVIVALENTNÉHO PID REGULÁTORA.....	29
4.4.1 Sústava druhého rádu.....	29
4.4.2 Sústava prvého rádu s dopravným oneskorením (Padého aproximácia).....	29
4.4.3 Astatická sústava prvého rádu.....	30

4.4.4 Astatická sústava druhého rádu.....	31
5. ZÁVER.....	32
6. LITERATÚRA.....	33

1. ÚVOD

Každý človek vo svojom živote rieši nejaký problém a proces riešenia problému je vlastne metóda. Existuje mnoho metód na vyriešenie toho ktorého problému a prioritou je výber tej optimálnej. „Optimálnosť“ metódy môže spočívať v rýchlosti vyriešenia problému, v čo najväčšom priblížení k žiadanému výsledku, v jednoduchosti riešenia, alebo v čo najekonomickejšej ceste riešenia. Problematika riadenia technologických procesov je vlastne tiež formou riešenia problému a pre praktické účely je veľmi dôležité nájsť čo najlepšiu metódu na vyriešenie. Poznáme veľa rôznych, či už analytických, alebo experimentálnych metód, a každá má svoje výhody a nevýhody. Veľmi zaujímavá metóda pre riadenie je metóda Internal Model Control (IMC). Jej výhoda tkvie v tom, že je dostatočne robustná, takže je dostatočne použiteľná aj v prípade, ak poznáme len hrubý odhad modelu a keďže je tu len jediný ladiaci prvok, tak proces následného doladovania je značne zjednodušený.

2. METÓDA IMC

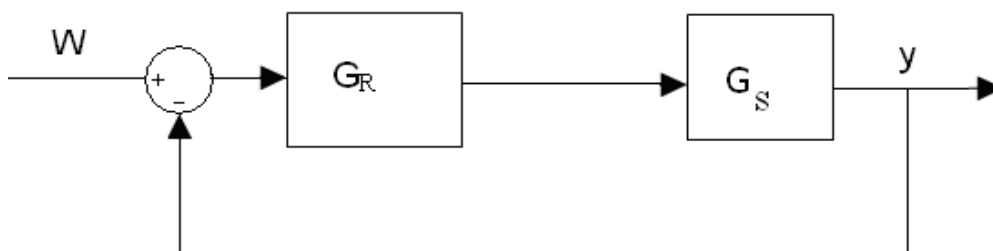
Internal Model Control (IMC), hovoríme aj metóda s vnútorným modelom, je metóda spájajúca výhody priamoväzbového a spätnoväzbového riadenia. IMC regulátor možno previesť na klasický PID regulátor, ktorého parametre sú podľa typu sústavy. Voľbou jedného parametra (τ_f) dôjde k nastaveniu požadovaného priebehu zvoleného regulačného obvodu. IMC metódu navrhol Morari spolu s Riverom v 80 – tých rokoch. Podobnou metódou, navrhnutou skôr, bol napr. Smithov prediktor pre sústavy s veľkým dopravným oneskorením.

2.1 PRINCÍP METÓDY IMC

V klasickej teórii riadenia poznáme regulátor buď priamoväzbový, alebo spätnoväzbový (obr. 1 a 2). Spätnoväzbový regulátor je schopný reagovať na nemerateľné poruchy (aj keď s určitým oneskorením, až sa ich vplyv prejaví na výstupe) a jeho návrh nie je podmienený dokonalou znalosťou modelu sústavy (postačujúci je aj hrubý opis systému). V tomto prípade však existuje riziko nestability po uzatvorení spätnoväzbovej slučky. Pri priamoväzbovom riadení nemôže byť obvod nestabilný, keď sú sústava aj regulátor stabilné. Takýto regulátor však neodstraňuje nemerateľné poruchy a kvalita jeho regulácie je závislá na presnosti modelu sústavy.



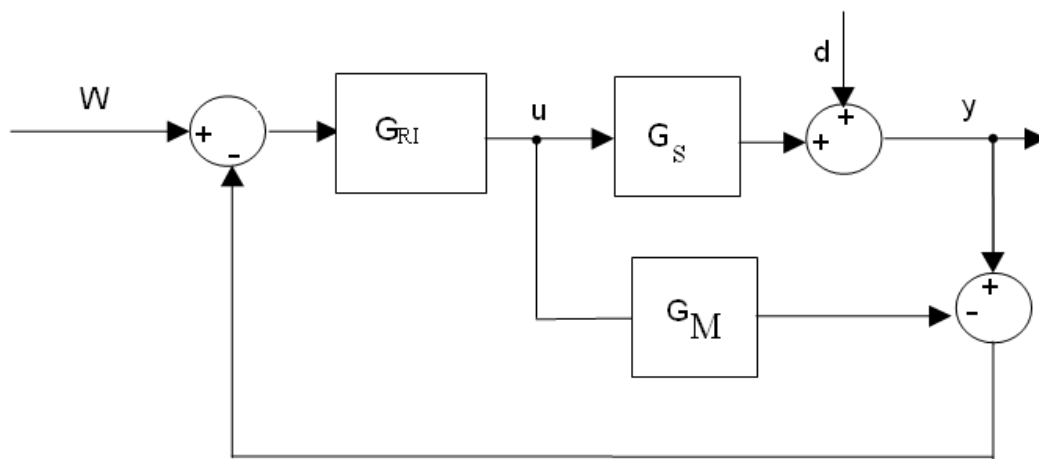
Obr.1 Bloková schéma priamoväzbového riadenia



Obr.2 Bloková schéma spätnoväzbového riadenia

2.2 OBVOD S IMC REGULÁTOROM

Na obr.3 je znázornená schéma s IMC regulátorom. Úlohou výstupu z paralelného modelu je odčítať účinok vplyvu akčného zásahu od výstupu procesu. Blok G_M reprezentuje regulovanú sústavu G_S , blok G_R reprezentuje regulátor. Za predpokladu veľmi presného modelu sústavy ($G_M = G_S$) je spätnoväzbový signál rovný len poruche a ak na sústavu nepôsobí ani žiadna porucha ($d = 0$), je spätnoväzbový signál nulový, spätnú väzbu považujeme za rozpojenú $\Rightarrow$ obvod sa chová ako priamoväzbový a celý systém je stabilný vtedy, ak sú proces a regulátor stabilné. V prípade výskytu poruchy a nesúhlasu modelu, začína pôsobiť spätná väzba. Ak teda model nevystihuje presne dynamické správanie sústavy, potom spätnoväzbový signál vyjadruje vplyv poruchového signálu a vplyv nepresnosti modelu. Nepresnosť modelu má za následok, že v IMC štruktúre sa objavuje nutnosť brať do úvahy spätnoväzbovú stabilitu. Preto je nutné pôvodne ideálny IMC regulátor „rozladiť“, za účelom dosiahnutia robustnosti.



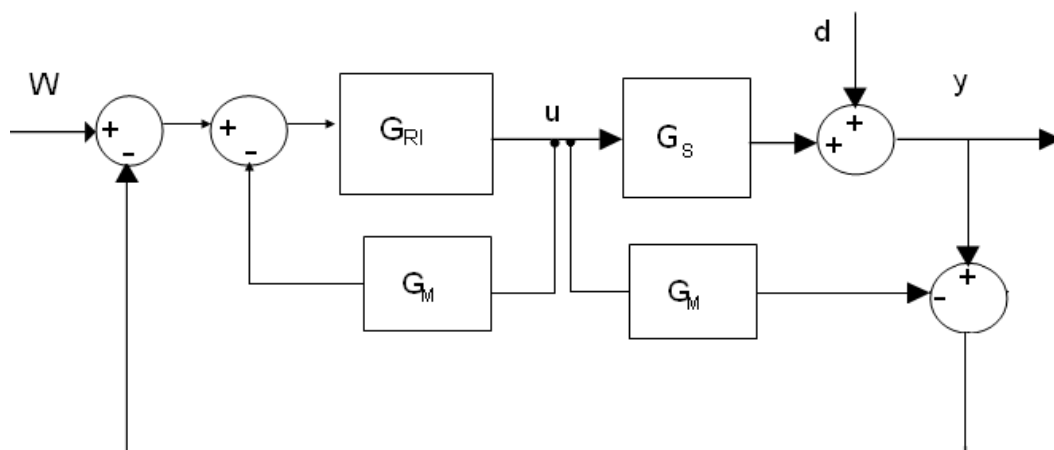
Obr.3 Regulačný obvod s IMC regulátorom

2.3 MATEMATICKÉ VYJADRENIE PRENOSOV

Schému regulátora na obr.3 možno interpretovať aj ako klasický spätnoväzbový regulátor, pre ktorý platí:

$$G_R(s) = \frac{G_{RI}(s)}{1 - G_{RI}(s)G_M(s)} \quad (1)$$

Odvodenie vzťahu (1) možno názorne vysvetliť pripočítaním a odpočítaním rovnakej prenosovej funkcie $G_M(s)$ k spätnoväzbovému obvodu, čo je možné vidieť na obr.4



Obr.4 Prechod od spätnoväzbového regulátora k IMC regulátoru

Vnútorňý spätnoväzbový obvod možno nahradiť prenosom $G_{RI}(s)$, z ktorého vyplýva rovnica (1).

$$G_{RI}(s) = \frac{G_R(s)}{1 + G_R(s)G_M(s)} \quad (2)$$

Pre obvod na obr.3 tiež platí :

$$Y(s) = \frac{G_{RI}(s)G_S(s)}{1 + G_{RI}(s)[G_S(s) - G_M(s)]}W(s) + \frac{1 - G_{RI}(s)G_M(s)}{1 + G_{RI}(s)[G_S(s) - G_M(s)]}D(s) \quad (3)$$

V prípade presnosti modelu ($G_M(s) = G_S(s)$) sa rovnica (3) zjednoduší na tvar:

$$Y(s) = G_{RI}(s)G_S(s)W(s) + [1 - G_{RI}(s)G_M(s)]D(s) \quad (4)$$

Kde:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{G_{RI}(s)G_S(s)}{1 + G_{RI}(s)[G_S(s) - G_M(s)]} \quad (5)$$

Porovnaním klasického uzavretého obvodu (obr.2) a IMC modelu dostávame:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{G_R(s)G_S(s)}{1 + G_R(s)G_S(s)} \quad (6)$$

$$G_R(s) = \frac{G_{RI}(s)}{1 - G_{RI}(s)G_S(s)} \quad (7)$$

$$G(s) = \frac{G_{RI}(s)G_S(s)}{1 + G_{RI}(s)[G_S(s) - G_M(s)]} = \frac{G_{RI}(s)G_S(s)}{1 + G_{RI}(s)G_S(s) - G_{RI}(s)G_M(s)} \quad (8)$$

Princíp návrhu regulátora metódou IMC je podobný ako pri priamoväzbovom regulátore, t.j. prenos regulátora je rovný prevrátenej hodnote prenosu sústavy. Túto metódu používame pre stabilné sústavy, t.j. sústavy so stabilnými pólmi. Na zaistenie stability a fyzikálnej realizovateľnosti regulátora je treba z modelu sústavy $G_M(s)$ najprv oddeliť nestabilné nuly (nuly, ktoré ležia v pravej polrovine roviny s) a dopravné oneskorenie. Po inverzii sa dopravné oneskorenie mení na fyzikálne nerealizovateľné záporné dopravné oneskorenie, tzv. „predbiehanie“, a nestabilné nuly sa menia na nestabilné póly. Proces delenia prenosu na stabilnú a nestabilnú časť sa nazýva faktorizácia a je daný vzťahom:

$$G_M(s) = G^+(s)G^-(s) \quad (9)$$

kde $G^+(s)$ je nestabilná časť prenosu s pólmi v kladnej rovine polroviny s . Keďže prenos regulátora má byť rýdzo lomenou funkciou (rád čitateľa je nižší ako rád menovateľa), prípadne aby regulátor vykazoval derivačné správanie, dopĺňujeme prenos regulátora dolnofrekvenčným filtrom s prenosom G_f , čo nám vlastne zaručuje zvýšenie robustnosti.

$$G_{RI}(s) = \frac{G_f(s)}{G^-(s)} \quad (10)$$

Prenosovú funkciu filtra obvykle volíme v tvare:

$$G_f(s) = \frac{1}{(\tau_f s + 1)^n} \quad (11)$$

kde rád menovateľa n zaisťuje žiadaný rád prenosu regulátora.

Dosadením za G_{RI} z rovnice (10) a následným vykrátením stabilných častí je výsledný tvar rovnice (4):

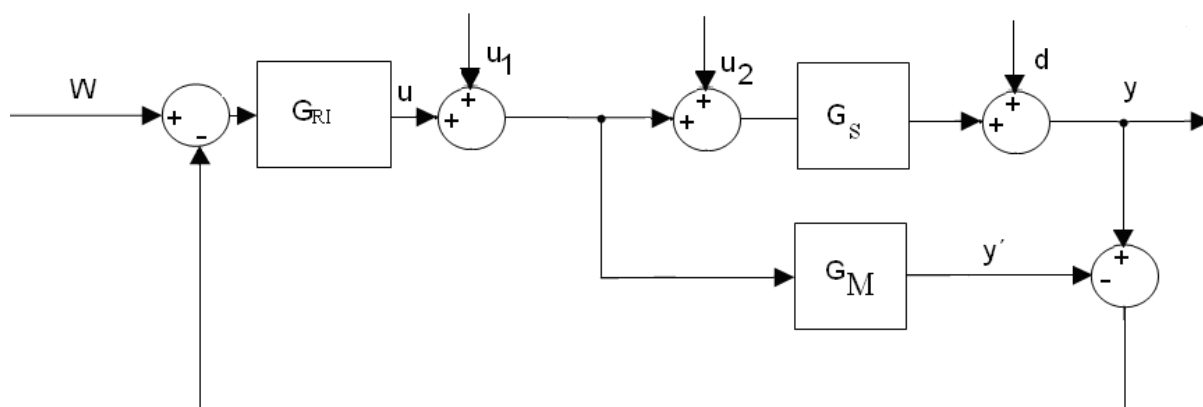
$$Y(s) = G^+(s)G_f(s)W(s) + [1 - G^+(s)G_f(s)]D(s) \quad (12)$$

Z rovnice (11) vyplýva, že rýchlosť odozvy uzavretého regulačného obvodu možno nastavovať voľbou časovej konštanty filtra τ_f .

2.4 VNÚTORNÁ STABILITA [1]

Pojem vnútorná stabilita môže byť ozrejmenejší zavedením nasledujúcich dvoch definícií :

- Definícia 1: Systém je vnútorne stabilný, ak na ohraničené signály vstupujúce do ľubovoľnej časti systému, reaguje systém ohraničenou odozvou v inej ľubovoľnej časti systému.
- Definícia 2: Lineárny, časovo invariantný systém je vnútorne stabilný, ak prenosové funkcie medzi ľubovoľnými dvomi bodmi systému sú stabilné, t.j. majú všetky póly v otvorenej ľavej polrovine.



Obr.5 Bloková schéma pre odvodenie podmienok vnútornej stability

Na obr.5 môžeme vidieť, že v IMC štruktúre možno nájsť tri nezávislé vstupy (w, u_1, u_2) a tri nezávislé výstupy (y, u, y'). Ak je model veľmi presný ($G_M(s) = G_S(s)$), tak sú vzťahy medzi vstupmi a výstupmi určené nasledovnou maticou prenosových funkcií [1]:

$$\begin{pmatrix} y \\ u \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_S G_{RI} & (1 - G_S G_{RI}) G_S & G_S \\ G_{RI} & -G_S G_{RI} & 0 \\ G_S G_{RI} & -G_S^2 G_{RI} & G_S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w \\ u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \quad (13)$$

Platí [1]:

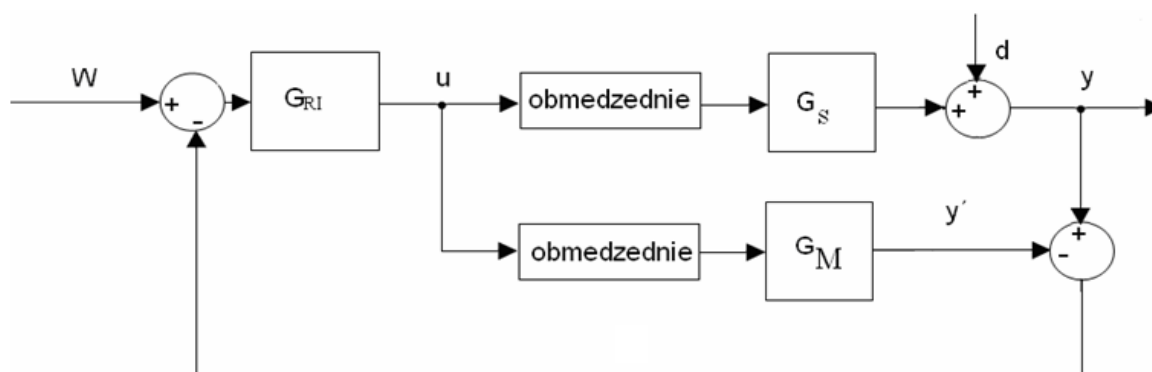
- Predpokladajme že model je presnou aproximáciou procesu ($G_M(s) = G_S(s)$). Potom IMC štruktúra na obr.5 je vnútorne stabilná práve vtedy, keď proces G_S a regulátor G_{RI} sú stabilné.
- Predpokladajme, že model je presnou aproximáciou procesu ($G_M(s) = G_S(s)$) a $G_S(s)$ je stabilné. Potom klasický spätnoväzbový systém s regulátorom

$$G_R(s) = \frac{G_{RI}(s)}{1 - G_{RI}(s)G_M(s)} \text{ je stabilný práve vtedy, keď je prenos } G_{RI}(s) \text{ stabilný.}$$

Teoréma 2 nám poskytuje parametrizáciu všetkých regulátorov $G_R(s)$ stabilizujúcich proces $G_S(s)$. V uvedenej parametrizácii je parametrom $G_{RI}(s)$.

2.5 IMPLEMENTÁCIA KLASICKEJ ŠTRUKTÚRY A IMC [1]

V praxi sa stretávame s tým, že akčný zásah je ohraňovaný (hornou, resp. dolnou hranicou). IMC štruktúra nám umožňuje nie len dobrú parametrizáciu regulátora vhodnú pre návrh, ale jej výhoda spočíva aj v implementácii riadiaceho algoritmu. V reálnej situácii sa často stretávame s nasledujúcim problémom: ak regulátor G_R obsahuje integračnú zložku, po prekročení hraníc akčnej veličiny nastáva tzv. „reset windup“, čo je vlastne presýtenie integračnej zložky. Takýto problém sa použitím IMC implementácie dá potlačiť. Ak do modelu zavedieme rovnaké ohraňenie u aké je v skutočnom procese, tak nám IMC implementácia zabezpečí globálnu stabilitu (pre $G_M(s) = G_S(s)$). Táto situácia je na obr.6. IMC implementáciu je však možné použiť len vtedy, ak je zabezpečená vnútorná stabilita, teda iba pri riadení stabilného procesu [1].



Obr.6 Implementácia IMC štruktúry v prípade ohraňovania akčnej veličiny

3. NÁVRH PID REGULÁTORA METÓDOU IMC

Ako vidieť na obr.3, štruktúra IMC regulátora je zdanlivo odlišná od štruktúry PID regulátora, no po prevedení do ekvivalentného spätnoväzbového zapojenia je možné navrhovať IMC regulátor typu PID (resp. P, PD, PI). Vzťahy pre výpočet jednotlivých parametrov PID regulátora sú uvedené v tab.1.

3.1 VÝPOČET PARAMETROV PID REGULÁTORA

Riadená sústava je sústava prvého rádu s dopravným oneskorením s prenosovou funkciou:

$$G_s(s) = \frac{Z}{Ts + 1} e^{-Ds} \quad (14)$$

Aproximácia dopravného oneskorenia Padého rozvojom prvého rádu

$$e^{-Ds} = \frac{1 - 0.5Ds}{1 + 0.5Ds} \quad (15)$$

faktorizácia podľa (9):

$$G^+(s) = 1 - 0.5Ds \quad (16)$$

$$G^-(s) = \frac{Z}{(1 + 0.5Ds)(Ts + 1)} \quad (17)$$

Ak uvažujeme filter (11) prvého rádu, regulátor IMC je v tvare:

$$G_{RI}(s) = \frac{(1 + 0.5s)(Ts + 1)}{Z(\tau_f s + 1)} \quad (18)$$

Po úpravách prenos ekvivalentného spätnoväzbového regulátora v tvare:

$$G_R(s) = \frac{(1 + 0.5Ds)(Ts + 1)}{Z(\tau_f + 0.5D)s} \quad (19)$$

Klasický PID regulátor má prenos:

$$G_{RI}(s) = Z_R \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \quad (20)$$

alebo analogicky

$$G_{RI}(s) = P + \frac{I}{s} + Ds \quad (21)$$

Porovnaním koeficientov rovníc (19) a (20) vypočítame parametre regulátora

$$\bullet \quad Z_R = \frac{2T + D}{Z(2\tau_f + D)} \quad (22)$$

- $T_I = T + 0.5D$ (23)

- $T_D = \frac{TD}{2T + D}$ (24)

Z rovníc (21), (22) a (23) vyplýva, že jediným voliteľným parametrom je časová konštanta filtra τ_f , ktorá ovplyvňuje iba zosilnenie regulátora.

3.2 TABUĽKA PARAMETROV

Uvedeným spôsobom sa počítajú parametre regulátorov pre rôzne typy riadených sústav, vyjadrených prenosovou funkciou. V tabuľke 1 sú uvedené vzťahy pre výpočet parametrov PID regulátorov podľa [2]

Sústava	Prenosová funkcia	Z_R	T_I	T_D
Prvý rád	$\frac{Z}{Ts+1}$	$\frac{T}{Z\tau_f}$	T	-
Druhý rád	$\frac{Z}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$	$\frac{T_1+T_2}{Z\tau_f}$	T_1+T_2	$\frac{T_1T_2}{T_1+T_2}$
Prvý rád s dopravným oneskorením (Padé)	$\frac{Z}{Ts+1}e^{-Ds}$	$\frac{2T+D}{Z(2\tau_f+D)}$	$T+\frac{D}{2}$	$\frac{TD}{2T+D}$
Prvý rád s dopravným oneskorením (Maclaurin)	$\frac{Z}{Ts+1}e^{-Ds}$	$\frac{T_I}{Z(\tau_f+D)}$	$T+0.5\frac{D^2}{\tau_f+D}$	$\frac{0.5D^2}{(\tau_f+D)}\left(1-\frac{D}{3T_I}\right)$
Astatická sústava prvého rádu	$\frac{Z}{s}$	$\frac{1}{Z\tau_f}$	-	-
Astatická sústava druhého rádu	$\frac{Z}{s(Ts+1)}$	$\frac{1}{Z\tau_f}$	-	T
Druhý rád s tlmením	$\frac{Z}{T^2s^2+2\xi Ts+1}$	$\frac{2\xi T}{Z\tau_f}$	$2\xi T$	$\frac{T}{2\xi}$
Nestabilná sústava prvého rádu	$\frac{Z}{-Ts+1}$	$\frac{-(\tau_f+2T)}{Z\tau_f}$	γ	
Nestabilná sústava druhého rádu	$\frac{Z}{(-T_1s+1)(T_2s+1)}$	$\frac{-T_1(\gamma+T_2)}{Z\tau_f^2}$	$\gamma+T_2$	$\frac{\gamma T_2}{\gamma+T_2}$

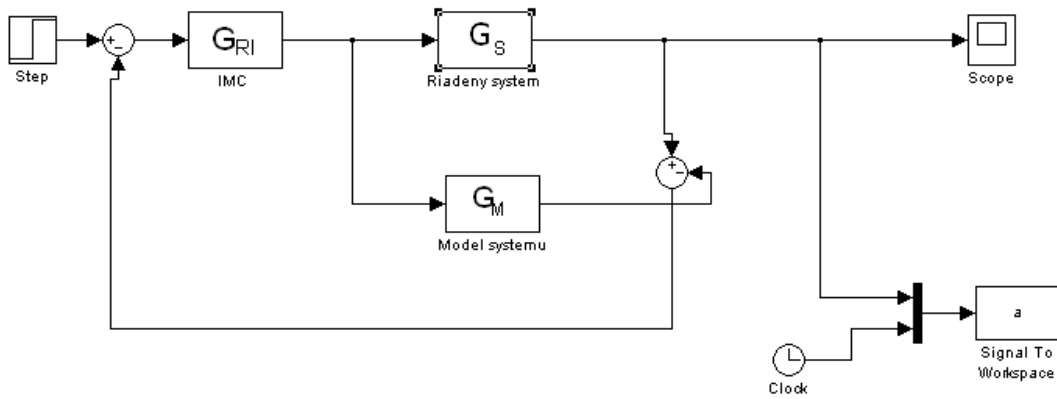
Tab.1 Vzťahy pre výpočet parametrov PID regulátora pre rôzne typy sústav

4. PRAKTICKÁ ČASŤ

4.1 SIMULÁCIA PRI IMC ZAPOJENÍ

Pre sústavu 1. rádu urobíme porovnanie so zapojením IMC regulátorom a PID regulátorom.

Simulácia s IMC regulátorom bola simulovaná v schéme na obr.7.



Obr.7 Schéma s IMC regulátorom

4.1.1 Sústava prvého rádu

Štandardná prenosová funkcia:

$$G_M(s) = \frac{Z}{Ts + 1} \quad (25)$$

1.postup určenia prenosovej funkcie IMC regulátora:

$$G_{RI}(s) = \frac{1}{G^-(s)} G_f(s) = \frac{Ts + 1}{Z} \frac{1}{\tau_f s + 1} \quad (26)$$

$$G_{RI}(s) = \frac{1}{Z} \frac{Ts + 1}{\tau_f s + 1} \quad (27)$$

2.postup určenia prenosu ekvivalentného spätnoväzbového regulátora:

$$G_R(s) = \frac{G_{RI}(s)}{1 - G_{RI}(s)G_M(s)} = \frac{\frac{Ts + 1}{Z(\tau_f s + 1)}}{1 - \frac{Z}{Ts + 1} \frac{Ts + 1}{Z(\tau_f s + 1)}} = \frac{Ts + 1}{Z\tau_f s} \quad (28)$$

3.klasický tvar PID regulátora (resp. PI):

$$G_R(s) = Z_R \frac{T_I s + 1}{T_I s} \quad (29)$$

rovniciu (27) som upravil vynásobením $\frac{T}{T}$ na tvar

$$G_R(s) = \left(\frac{T}{Z\tau_f} \right) \frac{Ts+1}{Ts} \quad (30)$$

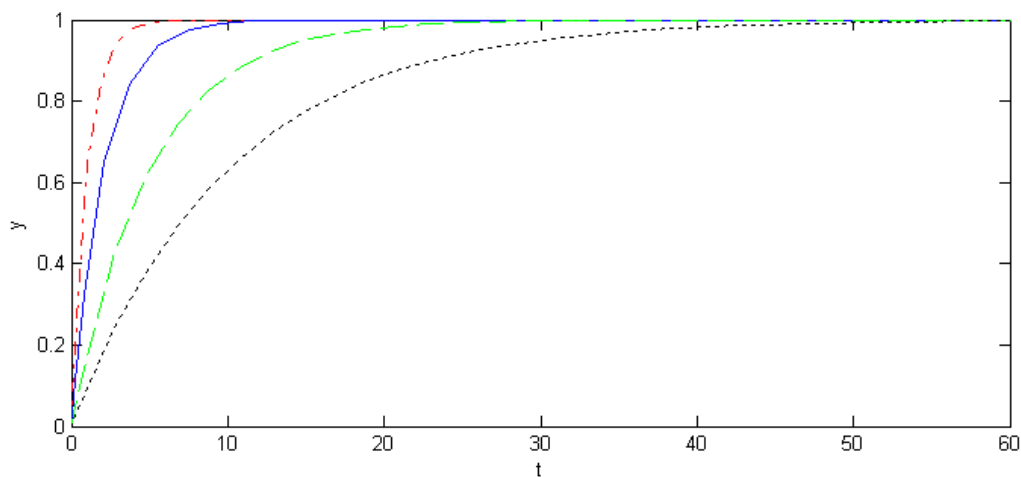
porovnal s rovnicou (28) a zistil parametre PI regulátora (Tab.1):

$$Z_R = \frac{T}{Z\tau_f}. \quad (31)$$

$$T_I = T \quad (32)$$

Simulácia :

- uvažovaný prenos: $G_s(s) = \frac{1}{2s+1}$
- $\tau_f = 1, 2, 5, 10$



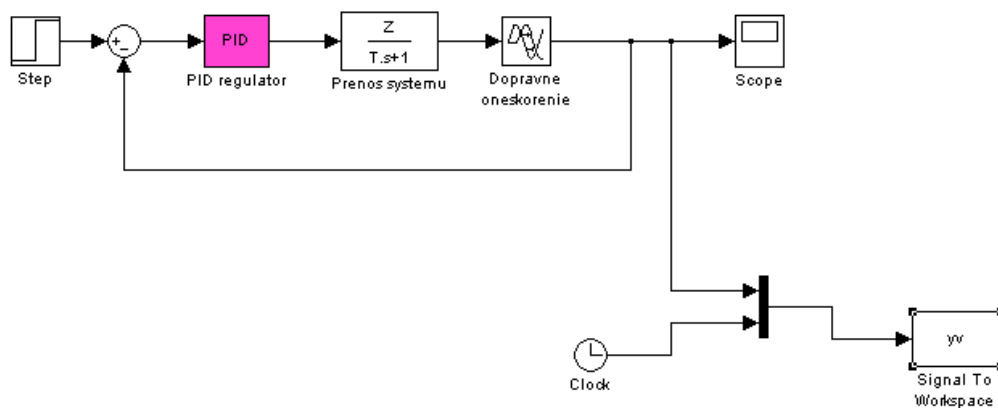
Obr.8 Riadenie systému prvého rádu pri meniacej sa hodnote τ_f pri použití IMC regulátora

4.2 POSTUP

- vytvoril som prenosovú funkciu IMC regulátora, ktorá zahŕňa aj filter
- našiel som prenosovú funkciu pri ekvivalentnom spätnoväzbovom zapojení v tvare (1)
- volil som rôzne prenosy a menil som hodnotu časovej konštanty filtra $\tau_f = 1, 2, 5, 10$
- určil som jednotlivé parametre PID regulátora z tab.1
- výsledky som spracoval v grafoch

4.3 SIMULÁCIA S PID REGULÁTOROM

Riadenie systému pri zapojenom PID regulátore, ktorého parametre boli určené z tab.1, bolo vykonávané na nasledujúcej schéme (obr.9):

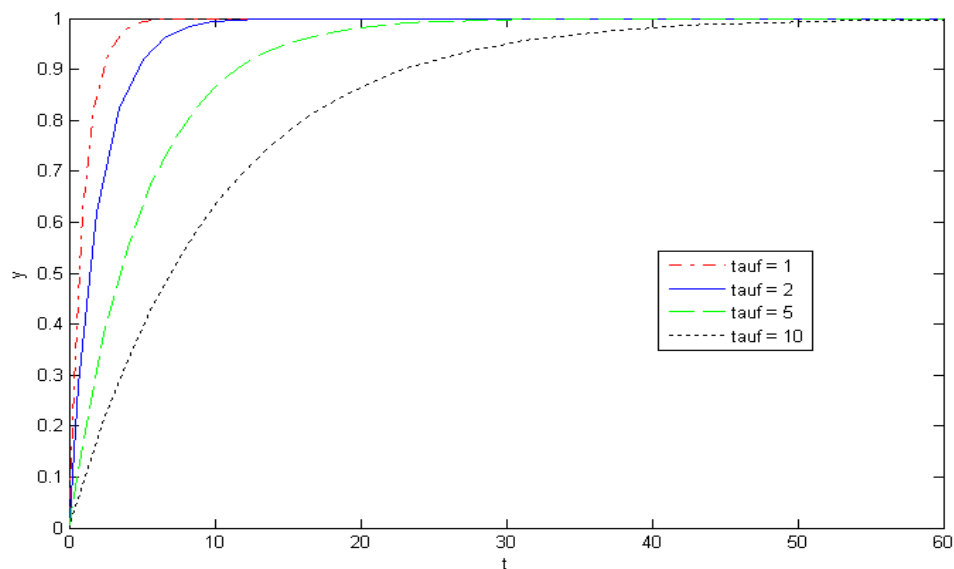


Obr.9 Schéma s PID regulátorom

Prenos PID regulátora je v tvare $G_{RI}(s) = Z_R(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s)$.

4.3.1 Sústava prvého rádu

- uvažovaný prenos: $G_s(s) = \frac{1}{2s + 1}$ (33)
- $\tau_f = 1, 2, 5, 10$



Obr.10 Riadenie systému prvého rádu pri meniacej sa hodnote τ_f

Parametre PID regulátorov pri meniacej sa hodnote τ_f sú zhrnuté v tab.2

τ_f	Z_R	T_I	T_D
1	2	2	0
2	1	2	0
5	0.4	2	0
10	0.2	2	0

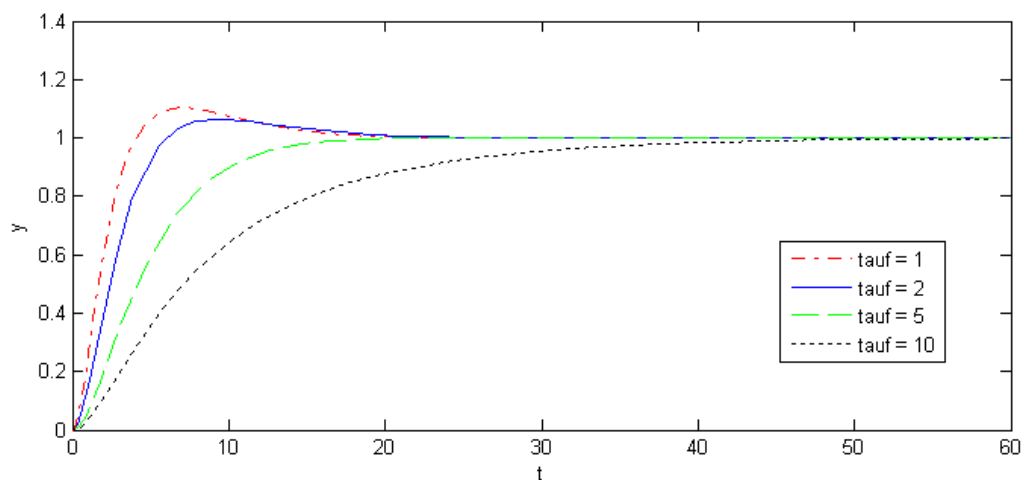
Tab.2 Parametre PID regulátora sústavy 1. rádu pri meniackej sa hodnote τ_f

Porovnaním obr.10 s obr.8 vidíme že zapojenia s PID regulátorom a IMC regulátorom sú ekvivalentné.

V praktickej časti som si určil niekoľko prenosov pre jednotlivé typy sústav. Následne som pre každý prípad simuloval riadenie systému navrhnutými regulátormi, pri zmene žiadanej veličiny v čase 0 z hodnoty 0 na 1, pre rôzne hodnoty časovej konštanty filtra τ_f . Ďalším krokom bola simulácia a porovnanie pre regulačné obvody s PID regulátorom a ekvivalentným spätnoväzbovým obvodom, tiež pre jednotlivé typy sústav a príklady prenosových funkcií.

4.3.2 Sústava druhého rádu

- uvažovaný prenos: $G_s(s) = \frac{1}{6s^2 + 5s + 1} = \frac{1}{(3s + 1)(2s + 1)}$ (34)
- $\tau_f = 1, 2, 5, 10$



Obr.11 Riadenie systému druhého rádu pri meniackej sa hodnote τ_f

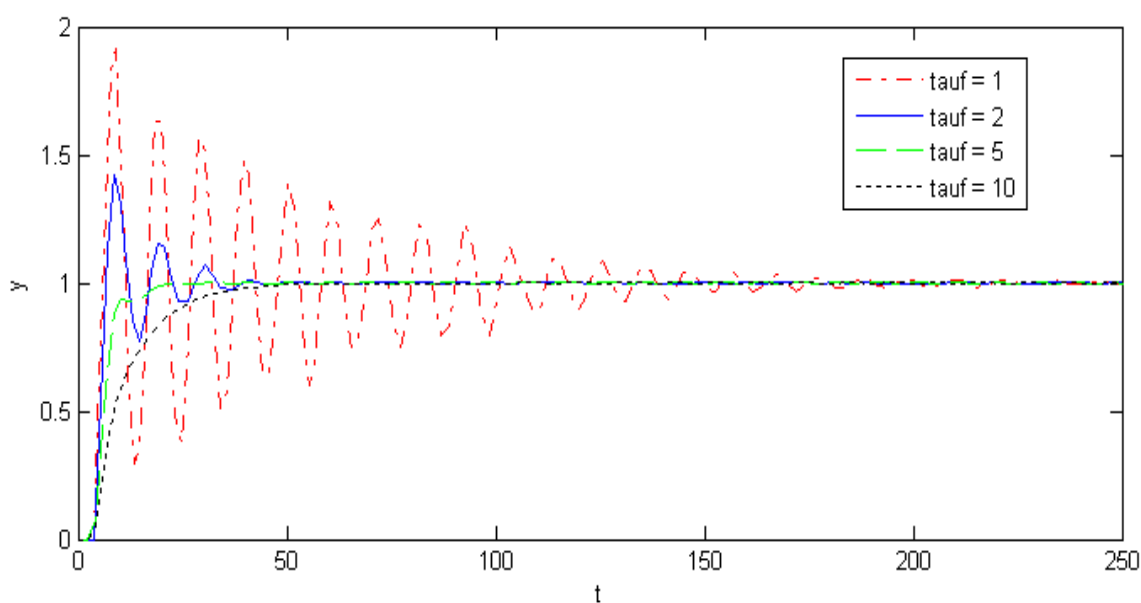
Parametre PID regulátorov pri meniackej sa hodnote τ_f sú zhrnuté v tab.3

τ_f	Z_R	T_I	T_D
1	5	5	1.2
2	2.5	5	1.2
5	1	5	1.2
10	0.5	5	1.2

Tab.3 Parametre PID regulátora sústavy 2. rádu pri meniackej sa hodnote τ_f

4.3.3 Sústava prvého rádu s dopravným oneskorením (Padého aproximácia)

- uvažovaný prenos: $G_s(s) = \frac{5e^{-4s}}{2s+1}$ (35)
- $\tau_f = 1, 2, 5, 10$



Obr.12 Riadenie systému prvého rádu s dopravným oneskorením (podľa Padého rozvoja) pri meniackej sa hodnote τ_f

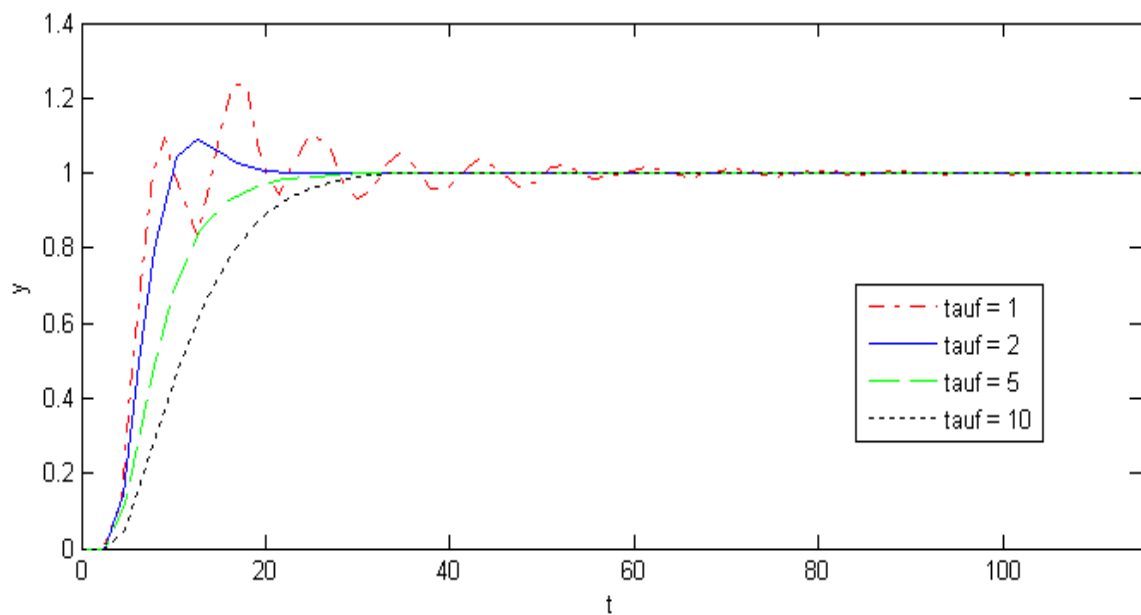
Parametre PID regulátorov pri meniackej sa hodnote τ_f sú zhrnuté v tab.4

τ_f	Z_R	T_I	T_D
1	0.266667	4	1
2	0.2	4	1
5	0.114386	4	1
10	0.066667	4	1

Tab.4 Parametre PID regulátora sústavy 1. rádu s dopravným oneskorením (Padého aproximácia) pri meniacej sa hodnote τ_f

4.3.4 Sústava prvého rádu s dopravným oneskorením (Maclaurinova aproximácia)

- uvažovaný prenos: $G_s(s) = \frac{5e^{-4s}}{2s+1}$
- $\tau_f = 1, 2, 5, 10$



Obr.13 Riadenie systému prvého rádu s dopravným oneskorením (Maclaurinova aproximácia) pri meniacej sa hodnote τ_f

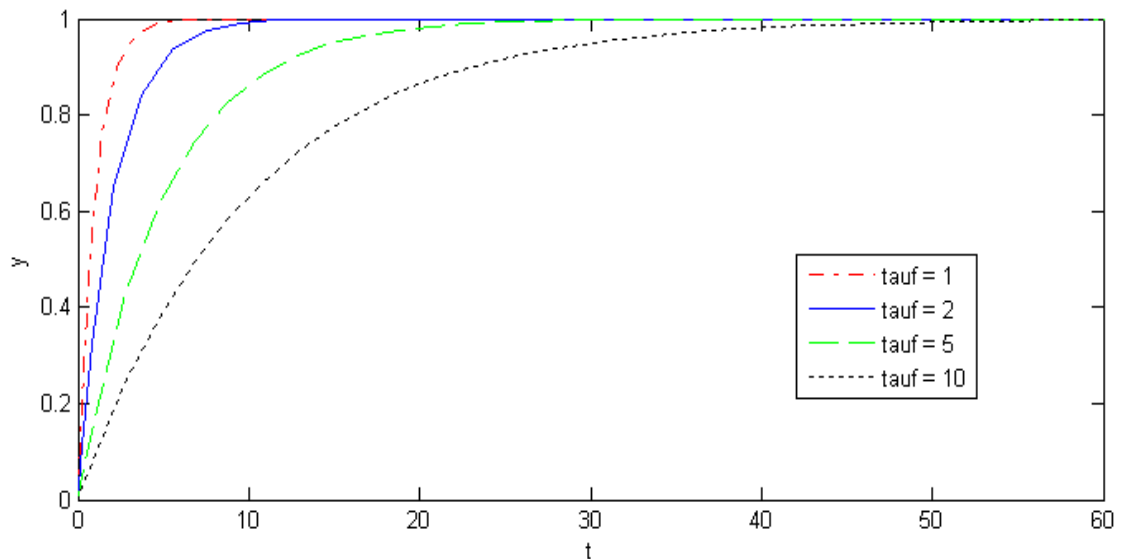
Parametre PID regulátorov pri meniacej sa hodnote τ_f sú zhrnuté v tab.5

τ_f	Z_R	T_I	T_D
1	3.6	0.144	-13.2148
2	3.333333	0.111111	-14.6667
5	2.888889	0.064197	-17.5726
10	2.571429	0.036735	-20.1693

Tab.5 Parametre PID regulátora sústavy 1. rádu s dopravným oneskorením (Maclaurinova aproximácia) pri meniacej sa hodnote τ_f

4.3.5 Astatická sústava prvého rádu

- uvažovaný prenos: $G_S(s) = \frac{8}{s}$ (36)
- $\tau_f = 1, 2, 5, 10$



Obr.14 Riadenie astatického systému prvého rádu pri meniacej sa hodnote τ_f

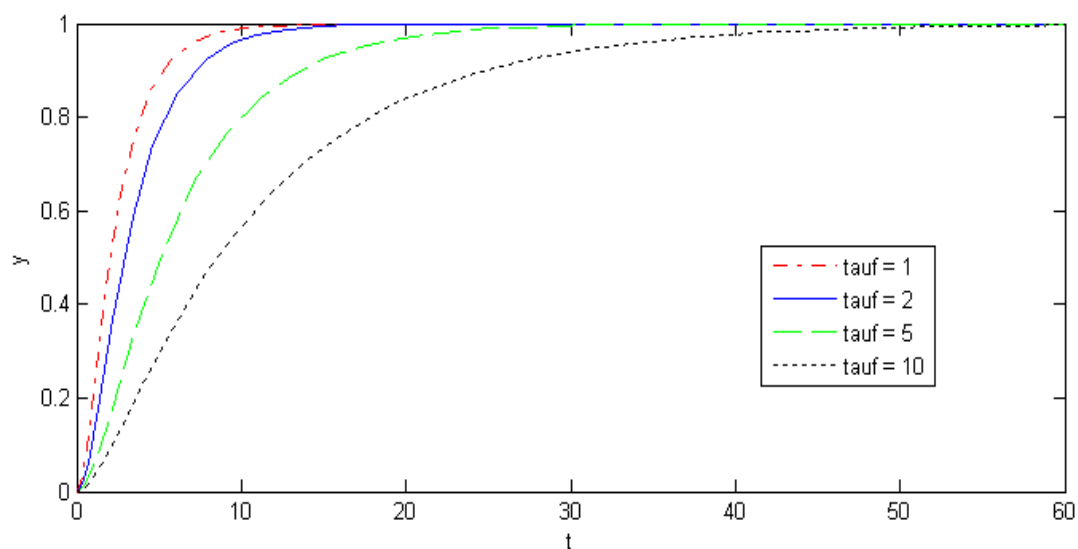
Parametre PID regulátorov pri meniacej sa hodnote τ_f sú zhrnuté v tab.6

τ_f	Z_R	T_I	T_D
1	0.125	0	0
2	0.0625	0	0
5	0.025	0	0
10	0.0125	0	0

Tab.6 Parametre PID regulátora astatickej sústavy 1. rádu

4.3.6 Astatická sústava druhého rádu

- uvažovaný prenos: $G_s(s) = \frac{11}{s(1.5s + 1)}$ (37)
- $\tau_f = 1, 2, 5, 10$



Obr.15 Riadenie astatického systému druhého rádu pri meniacej sa hodnote τ_f

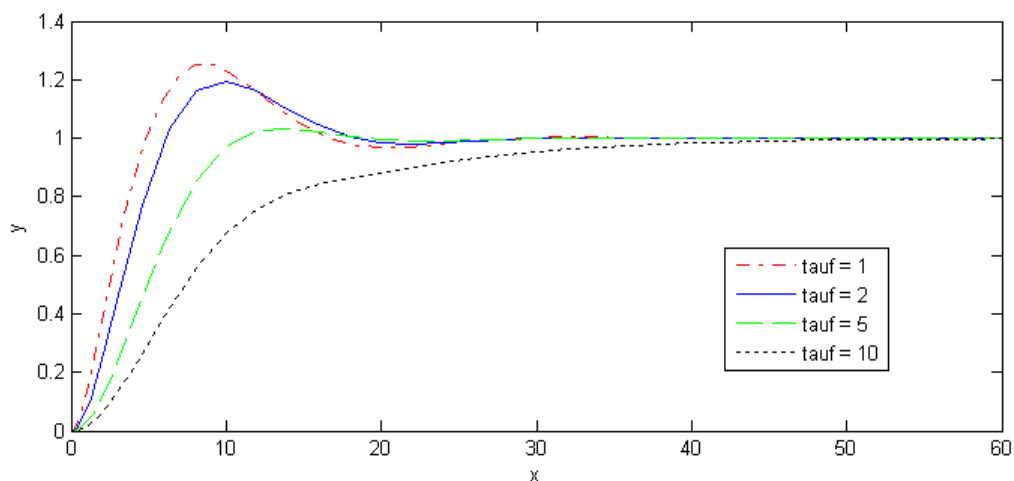
Parametre PID regulátorov pri meniacej sa hodnote τ_f sú zhrnuté v tab.7

τ_f	Z_R	T_I	T_D
1	0.090909	0	1.5
2	0.045454	0	1.5
5	0.018181	0	1.5
10	0.009091	0	1.5

Tab.7 Parametre PID regulátora astatickej sústavy 2. rádu

4.3.7 Sústava druhého rádu s tlmením

- uvažovaný prenos: $G_s(s) = \frac{2}{9s^2 + 3s + 1}$ (38)
- $\tau_f = 1, 2, 5, 10$ $\xi = 0.5$



Obr.16 Riadenie systému druhého rádu s tlmením pri meniacej sa hodnote τ_f

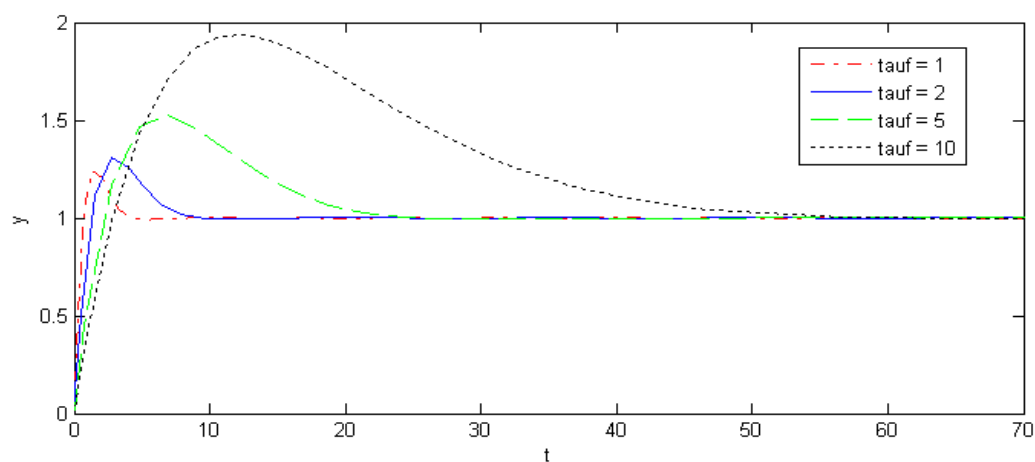
Parametre PID regulátorov pri meniacej sa hodnote τ_f sú zhrnuté v tab.8

τ_f	Z_R	T_I	T_D
1	1.5	3	3
2	0.75	3	3
5	0.3	3	3
10	0.15	3	3

Tab.8 Parametre PID regulátora sústavy 2. rádu s tlmením

4.3.8 Nestabilná sústava prvého rádu

- uvažovaný prenos: $G_S(s) = \frac{3}{-4s+1}$ (39)
- $\tau_f = 1, 2, 5, 10$



Obr.17 Riadenie nestabilného systému prvého rádu pri meniacej sa hodnote τ_f

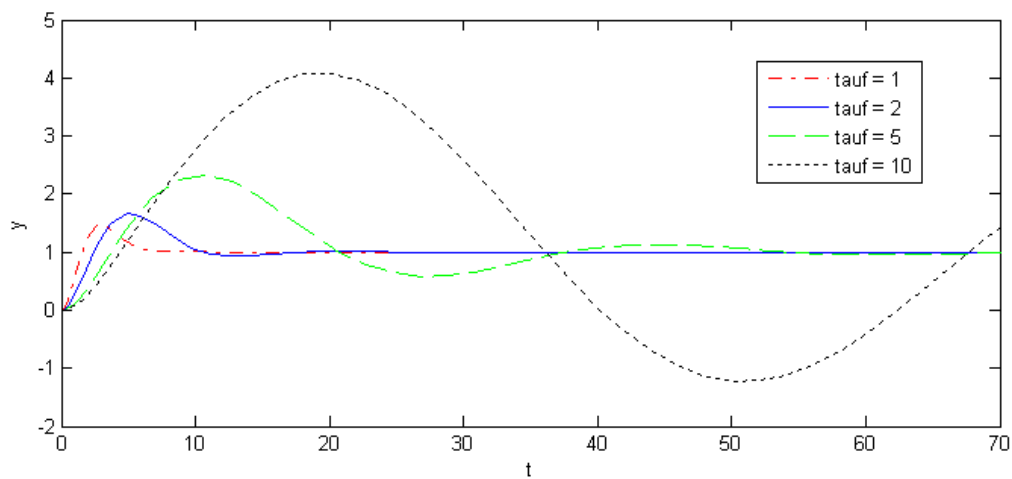
Parametre PID regulátorov pri meniacej sa hodnote τ_f sú zhrnuté v tab.9

τ_f	Z_R	T_I	T_D
1	-3	1.25	0
2	-1.66667	3	0
5	-0.86667	11.25	0
10	-0.6	35	0

Tab.9 Parametre PID regulátora nestabilnej sústavy 1. rádu

4.3.9 Nestabilná sústava druhého rádu

- uvažovaný prenos: $G_s(s) = \frac{2}{(-3s+1)(2s+1)}$ (40)
- $\tau_f = 1, 2, 5, 10$



Obr.18 Riadenie nestabilného systému druhého rádu pri meniacej sa hodnote τ_f

Parametre PID regulátorov pri meniacej sa hodnote τ_f sú zhrnuté v tab.10

τ_f	Z_R	T_I	T_D
1	-4.875	3.25	0.769231
2	-1.875	5	1.2
5	-0.795	13.25	1.698113
10	-0.555	37	1.891891

Tab.10 Parametre PID regulátora nestabilnej sústavy 2. rádu

4.4 PRÍKLADY ODVODENIA PARAMETROV EKVIVALENTNÉHO PID REGULÁTORA

4.4.1 Sústava druhého rádu

Štandardná prenosová funkcia:

$$G_M(s) = \frac{Z}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} \quad (41)$$

1.postup určenia prenosovej funkcie IMC regulátora:

$$G_{RI}(s) = \frac{1}{G^-(s)} G_f(s) = \frac{(T_1s + 1)(T_2s + 1)}{Z} \frac{1}{\tau_f s + 1} \quad (42)$$

$$G_{RI}(s) = \frac{(T_1s + 1)(T_2s + 1)}{Z(\tau_f s + 1)} \quad (43)$$

2.postup určenia prenosu ekvivalentného spätnoväzbového regulátora:

$$G_R(s) = \frac{G_{RI}(s)}{1 - G_{RI}(s)G_M(s)} = \frac{\frac{(T_1s + 1)(T_2s + 1)}{Z(\tau_f s + 1)}}{1 - \frac{Z}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} \frac{(T_1s + 1)(T_2s + 1)}{Z(\tau_f s + 1)}} = \frac{T_1T_2s^2 + (T_1 + T_2)s + 1}{Z\tau_f s} \quad (44)$$

3.klasický tvar PID regulátora:

$$G_R(s) = Z_R \frac{T_I T_D s^2 + T_I s + 1}{T_I s} \quad (45)$$

rovniciu (41) som upravil vynásobením $\frac{(T_1 + T_2)}{(T_1 + T_2)}$ na tvar

$$G_R(s) = \left(\frac{T_1 + T_2}{Z\tau_f} \right) \frac{T_1T_2s^2 + (T_1 + T_2)s + 1}{(T_1 + T_2)s} \quad (46)$$

porovnal s rovnicou (41) a zistil parametre PID regulátora (Tab.1):

$$Z_R = \frac{(T_1 + T_2)}{Z\tau_f} \quad (47)$$

$$T_I = T_1 + T_2 \quad (48)$$

$$T_D = \frac{T_1T_2}{T_1 + T_2} \quad (49)$$

4.4.2 Sústava prvého rádu s dopravným oneskorením (Padého aproximácia)

Štandardná prenosová funkcia:

$$G_M(s) = \frac{Z}{Ts + 1} e^{-Ds} \quad (50)$$

1.postup určenia prenosovej funkcie IMC regulátora (Použitím Padého aproximácie prvého poriadku pre dopravné oneskorenie):

$$G_M(s) = \frac{Z}{Ts+1} e^{-Ds} \approx \frac{Z(-0.5Ds+1)}{(Ts+1)(0.5Ds+1)} \quad (51)$$

$$G_{RI}(s) = \frac{1}{G^-(s)} G_f(s) = \frac{(Ts+1)(0.5Ds+1)}{Z} \frac{1}{\tau_f s + 1} \quad (52)$$

$$G_{RI}(s) = \frac{(Ts+1)(0.5Ds+1)}{Z(\tau_f s + 1)} \quad (53)$$

2.postup určenia prenosu ekvivalentného spätnoväzbového regulátora:

$$G_R(s) = \frac{G_{RI}(s)}{1 - G_{RI}(s)G_M(s)} = \frac{1}{Z} \frac{(Ts+1)(0.5Ds+1)}{(\tau_f + 0.5D)s} \quad (54)$$

$$G_R(s) = \frac{1}{Z} \frac{0.5TDs^2 + (T + 0.5D)s + 1}{(\tau_f + 0.5D)s} \quad (55)$$

rovniciu (51) som upravil vynásobením $\frac{(T + 0.5D)}{(T + 0.5D)}$ a zistil parametre PID regulátora (Tab.1):

$$Z_R = \frac{(T + 0.5D)}{Z(\tau_f + 0.5D)} \quad (56)$$

$$T_I = T + 0.5D \quad (57)$$

$$T_D = \frac{TD}{2T + D} \quad (58)$$

4.4.3 Astatická sústava prvého rádu

Štandardná prenosová funkcia:

$$G_M(s) = \frac{Z}{s} \quad (59)$$

1.postup určenia prenosovej funkcie IMC regulátora:

$$G_{RI}(s) = \frac{1}{G^-(s)} G_f(s) = \frac{s}{Z} \frac{1}{\tau_f s + 1} \quad (60)$$

$$G_{RI}(s) = \frac{s}{Z(\tau_f s + 1)} \quad (61)$$

2.postup určenia prenosu ekvivalentného spätnoväzbového regulátora:

$$G_R(s) = \frac{G_{RI}(s)}{1 - G_{RI}(s)G_M(s)} = \frac{\frac{s}{Z(\tau_f s + 1)}}{1 - \frac{s}{Z(\tau_f s + 1)} \frac{Z}{s}} = \frac{\frac{s}{Z(\tau_f s + 1)}}{\frac{\tau_f s}{\tau_f s + 1}} \quad (62)$$

$$G_R(s) = \frac{1}{Z\tau_f} \quad (63)$$

Z rovnice (60) som zistil parametre P regulátora (Tab.1):

$$Z_R = \frac{1}{Z\tau_f} \quad (64)$$

4.4.4 Astatická sústava druhého rádu

Štandardná prenosová funkcia:

$$G_M(s) = \frac{Z}{s(Ts+1)} \quad (65)$$

1.postup určenia prenosovej funkcie IMC regulátora:

$$G_{RI}(s) = \frac{1}{G^-(s)} G_f(s) = \frac{s(Ts+1)}{Z} \frac{1}{\tau_f s+1} = \frac{s(Ts+1)}{Z(\tau_f s+1)} \quad (66)$$

2.postup určenia prenosu ekvivalentného spätnoväzbového regulátora:

$$G_R(s) = \frac{G_{RI}(s)}{1 - G_{RI}(s)G_M(s)} = \frac{\frac{s(Ts+1)}{Z(\tau_f s+1)}}{1 - \frac{s(Ts+1)}{Z(\tau_f s+1)} \frac{Z}{s(Ts+1)}} = \frac{\frac{s(Ts+1)}{Z(\tau_f s+1)}}{\frac{\tau_f s}{\tau_f s+1}} \quad (67)$$

$$G_R(s) = \frac{s(Ts+1)(\tau_f s+1)}{Z(\tau_f s+1)\tau_f s} = \frac{Ts+1}{Z\tau_f} = \frac{1}{Z\tau_f} (1+Ts) \quad (68)$$

Z rovnice (65) som zistil parametre PD regulátora (Tab.1):

$$Z_R = \frac{1}{Z\tau_f} \quad (69)$$

$$T_D = T \quad (70)$$

5. ZÁVER

V tejto práci sme sa zaoberali problematikou návrhu PID regulátorov metódou IMC. V teoretickej časti sme si priblížili stratégiu riadenia IMC a naučili sme sa ako previesť IMC regulátor na klasický PID regulátor. V druhej časti sme previedli IMC regulátory na PID regulátory a riadili nimi systémy: prvého rádu, druhého rádu, prvého rádu s dopravným oneskorením, astatický systém prvého rádu, astatický systém druhého rádu, druhého rádu s tlmením, nestabilný systém prvého rádu a nestabilný systém druhého rádu, pri hodnotách časovej konštanty filtra $\tau_f = 1, 2, 5, 10$. Keďže τ_f bolo jediným voliteľným parametrom, tak cieľom práce bolo porovnať priebeh riadenia pre jeho rôzne hodnoty. Všetky výsledky boli spracované graficky a znázornené v rámci jednotlivých príkladov. Pri stabilných systémoch možno vo všeobecnosti povedať, že pri nižších hodnotách τ_f boli systémy kmitavé a zvyšovanie τ_f spôsobilo, že systém už nebol kmitavý, no bol pomalší, v porovnaní s nižšími hodnotami τ_f . Pri nestabilných sústavách sa nám zvyšovanie τ_f javilo ako nevýhodné, pretože sa zvyšovalo maximálne preregulovanie a aj čas regulácie sa zvyšoval.

6. LITERATÚRA

- [1] <http://www.kasr.elf.stuba.sk/predmety/pmr/>
- [2] Macháček J., Havlíček L.: Metoda IMC pro nastavování PID regulátorů,
Automatizace 47/2, 2004
- [3] Bakošová M., Fikar M.: Riadenie Procesov, STU Bratislava, 2008.
ISBN 978-80-227-2841-6
- [4] <http://www.kirp.chtf.stuba.sk/moodle/course/view.php?id=214>
- [5] Mészáros A.: Základy automatizácie, Bratislava, STU, 1997