NASLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE

FAKULTA CHEMICKEJ A POTRAVINÁRSKEJ TECHNOLÓGIE

Návrh robustných PID regulátorov pre systémy s parametrickou neurčitosťou

DIPLOMOVÁ PRÁCA

FCHPT-5414-40654

2011 **Bc. Miroslava Babulíková**

FAKULTA CHEMICKEJ A POTRAVINÁRSKEJ TECHNOLÓGIE

Návrh robustných PID regulátorov pre systémy s parametrickou neurčitosťou

DIPLOMOVÁ PRÁCA

FCHPT-5414-40654

Študijný program: Automatizácia a informatizácia v chémii a potravinárstve

Číslo a názov študijného odboru: 5.2.14 Automatizácia

Školiace pracovisko: Ústav informatizácie, automatizácie a matematiky

Vedúca záverečnej práce: doc. Ing. Monika Bakošová, CSc.

Bratislava 2011 **Bc. Miroslava Babulíková**

Slovenská technická univerzita v Bratislave
Ústav informatizácie, automatizácie a matematiky

Fakulta chemickej a potravinárskej technológie
Akademický rok: 2010/2011
Evidenčné číslo: FCHPT-5414-40654

S T U
F C H P T

ZADANIE DIPLOMOVEJ PRÁCE

Študentka:	**Bc. Miroslava Babuliková**
ID študenta:	40654
Študijný program:	automatizácia a informatizácia v chémii a potravinárstve
Študijný odbor:	5.2.14 automatizácia
Vedúca práce:	doc. Ing. Monika Bakošová, CSc.
Miesto vypracovania:	ÚIAM FCHPT STU v Bratislave

Názov práce: **Návrh robustných PID regulátorov pre systémy s parametrickou neurčitosťou**

Špecifikácia zadania:

Vypracovanie prehľadu neurčitostí so zameraním sa na parametrické neurčitosti. Analýza robustnej stability systémov s parametrickými neurčitosťami. Naštudovanie problematiky návrhu robustných PID regulátorov. Výber metód pre návrh robustných PID regulátorov. Návrh robustných PID regulátorov pre teoretický riadený systém s intervalovou neurčitosťou a ich simulačné overenie. Návrh robustných PID regulátorov pre vybraný chemicko-technologický proces a ich simulačné overenie. Zhodnotenie dosiahnutých výsledkov.

Rozsah práce: 80 strán

Zoznam odbornej literatúry:

1. BARMISH, B. *New Tools for Robustness of Linear Systems*. New York: Macmillan Publishing Company, 1994. 394 s. ISBN 0-02-306055-7.
2. VESELÝ, V. – HARSÁNYI, L. *Robustné riadenie dynamických systémov*. Bratislava: STU v Bratislave, 2008. 126 s. ISBN 978-80-227-2801-0.
3. ZÁVACKÁ, J. – BAKOŠOVÁ, M. – MATEIČKOVÁ, K. Robust PI Controller Design for Technological Processes. In *CHISA 2010, ECCE 7, 19th International Congress of Chemical and Process Engineering, Prague : Summaries 3, Hydrodynamic Processes and System Engineering*. Process Engineering Publisher, 2010, ISBN 978-80-02-02248-0.

Riešenie zadania práce od: 14. 02. 2011

Dátum odovzdania práce: 21. 05. 2011

L. S.

Bc. Miroslava Babuliková
Študentka

prof. Ing. Miroslav Fikar, DrSc.
Vedúci pracoviska

prof. Ing. Miroslav Fikar, DrSc.
Garant študijného programu

Prehlásenie

Čestne prehlasujem, že diplomovú prácu som vypracovala samostatne podľa pokynov vedúcej diplomovej práce, s použitím literatúry, ktorú uvádzam v osobitnom zozname. Ďalej prehlasujem, že súhlasím s akýmkoľvek prípadným využitím diplomovej práce ústavom.

V Bratislave, 17. mája 2011 .....

Poďakovanie

Touto cestou vyslovujem poďakovanie vedúcej diplomovej práce doc. Ing. Monike Bakošovej, CSc. za cenné rady, pripomienky a odborné vedenie pri vypracovaní mojej diplomovej práce.

Abstrakt

Cieľom práce bolo oboznámiť sa so základmi teórie robustného riadenia, modelovať a analyzovať robustnú stabilitu systémov s parametrickými neurčitosťami, navrhnúť robustný PI a PID regulátor a testovať stabilitu regulačného obvodu s týmito regulátormi. Ak chceme navrhnúť robustný regulátor, ktorý zabezpečí rýchlejšie uregulovanie riadenej veličiny, čiže skráti čas simulácie, navrhneme ho pomocou relatívnej stabilizácie. Pre riadenie systémov bol navrhnutý regulátor a bola overená stabilita uzavretých regulačných obvodov s týmto regulátorom. Zaoberám sa aj stabilizáciou systému so zaistení bezpečnosti v amplitúde a vo fáze. To, či sa dodržala požadovaná bezpečnosť v amplitúde a vo fáze som zistila na základe vykreslenia Bodeho diagramu. Simulácie sa realizovali v programovom prostredí MATLAB R2008a – SIMULINK 7.6®.

Abstract

The aim of this thesis was get acquainted with the theory of robust control theory, modeling and analysis of robust stability of systems with parametric uncertainties, design robust PI and PID controllers and testing stability of the closed loop. If we want to design a robust controller that ensures faster control response of controlled variables, thus shortening the time simulation, we design it with the relative stabilization. For control systems was designed a controller and was verified stability of closed-loop system with this controller. It also deals with the stabilization of system with ensuring gain and phase margins. Whether to maintain the desired gain and phase margins, I established on the basis of plotting Bode diagrams. Simulations were implemented in MATLAB programming environment R2008 - SIMULINK®7.6.

Obsah

Zoznam obrázkov

1 Úvod

Správanie sa reálnych procesov je vždy spojené s výskytom neurčitostí, ktoré súvisia napríklad s tým, že parametre procesov nie sú známe presne, ale len v určitom rozsahu, parametre nie sú konštantné, ale v čase sa menia. Tieto skutočnosti treba často zohľadniť pri modelovaní, analýze stability a návrhu riadiacich systémov.

Projekt je zameraný na zvládnutie základov teórie robustného riadenia, na analýzu matematického opisu systémov s neurčitosťami a analýzu ich stability.

V prvej kapitole sa snažím vysvetliť základné princípy robustného riadenia. Druhá, tretia a štvrtá kapitola je venovaná už parametrickým neurčitostiam, konkrétne jednoparametrickým, intervalovým a multilineárnym. Testovanie robustnej stability je realizované pomocou vety o vylúčení nuly a je uvedený dôkaz, že zložitejšie neurčitosti môžeme niekedy úspešne prekryť intervalovou neurčitosťou.

V ďalších častiach diplomového projektu sa venujem návrhu robustného PI a PID regulátora, ktorý robustne stabilizuje uzavretý regulačný obvod s intervalovým riadeným systémom. Projekt je zameraný taktiež na testovanie stability riadených systémov pomocou relatívnej stabilizácie a pomocou stabilizácie so zaistením bezpečnosti vo fáze a v amplitúde.

Najprv uvádzam teóriu a potom ju interpretujem na príkladoch, kde mám väčšinou daný neurčitý systém a mojou úlohou je určiť robustnú stabilitu daného systému alebo celého uzavretého regulačného obvodu pri návrhu vhodného regulátora. Robustnú stabilitu PI a PID regulátora testujem aj na modeli chemického reaktora, ktorý má tvar prenosovej funkcie s intervalovou neurčitosťou.

2 Teoretická časť

2.1 Čo je robustné riadenie

Matematický model nie je nikdy dokonalým popisom reality, je len našim porozumením fyzikálnej reality zapísanej na papier, či naprogramovanej v Simulinku [1].

Vieme, že zostavený matematický model môže byť pomerne presný v okamihu jeho vzniku, ale samotný systém môže meniť svoju konfiguráciu (napríklad pri poruche niektorého subsystému), hodnoty svojich parametrov (napríklad v dôsledku starnutia elektronických súčiastok) či nachádzať sa v rôznych pracovných režimoch (napríklad zmena lietadlovej hladiny či uhlu nábehu lietadla). Čo s tým môže inžinier navrhujúci regulátor robiť [1]?

Jednou cestou je navrhnúť regulátor, ktorý sa bude neustále prispôsobovať detegovaným zmenám v chovaní systému, teda upravovať koeficienty či priamo celú štruktúru. Toto je doména adaptívneho riadenia [1].

Druhou cestou je zobrať nesúlad medzi matematickým modelom a fyzikálnou realitou do úvahy už pri samotnom návrhu regulátora, teda pokúsiť sa popísať túto neurčitosť matematického modelu systému kvalitatívne i kvantitatívne a navrhnúť regulátor, ktorý bude uspokojivo pracovať pre celú rodinu systémov. Toto je robustné riadenie. Výsledkom je potom jediný regulátor, ktorý sa už v priebehu riadenia nemusí nijako prelaďovať, teda je omnoho jednoduchší na implementáciu a tiež spoľahlivejší ako adaptívny regulátor. Je to vlastne úplne bežný regulátor, ktorý však bol navrhovaný s vedomím, že v modeli je nejaká odhadnuteľná nepresnosť [1].

Spätnoväzbový systém je robustný, ak sa zachovajú jeho základné kvalitatívne vlastnosti ako je stabilita, kvalita regulácie, atď., pri pôsobení rôznych porúch vrátane zmeny parametrov objektu. Hlavným cieľom teórie robustného riadenia dynamických systémov je rozpracovať metódy analýzy robustných vlastností reálnych objektov a navrhnúť vhodné regulátory. Pod pojmom syntéza alebo návrh robustného regulátora budeme rozumieť taký postup a taký výsledok návrhu regulátora, ktorý zabezpečí

robustné vlastnosti uzavretého regulačného obvodu pri predpísanej veľkosti neurčitosti. [1].

Zvláštnosťou teórie robustného riadenia dynamických systémov je, že modelovanie, analýza vlastností objektu, ako aj syntéza regulátora sa uskutočňuje pomocou neúplného a nepresného matematického opisu riadeného procesu [1].

2.2 Jednoparametrické neurčitosti

V reálnom návrhu sa nestáva veľmi často, že máme k dispozícii pre návrh riadenia matematický model, v ktorom všetky fyzikálne parametre budú známe s veľkou presnosťou a iba u jediného budeme poznať len jeho medzné hodnoty [1].

Je zadaný teda lineárny model fyzikálneho systému vo forme prenosovej funkcie, ktorá ale okrem samotnej komplexnej premennej *s* či *z* závisí práve od tohto neurčitého fyzikálneho parametra, teda niektoré (alebo všetky) koeficienty polynómov v čitateli a menovateli nie sú konštantné, ale sú funkciami parametra *q* [1].

$$G(s,q) = \frac{b(s,q)}{a(s,q)} = \frac{b_0(q) + b_1(q)s + b_2(q)s^2 + ...b_m(q)s^m}{a_0(q) + a_1(q)s + a_2(q)s^2 + ...a_n(q)s^n} \tag{1}$$

Väčšinou poznáme nejakú bežnú (nominálnu) hodnotu parametra *q*, pre ktorú navrhneme regulátor

$$C(s) = \frac{y(s)}{x(s)} \tag{2}$$

akoukoľvek vhodnou metódou a po dokončení návrhu sa pýtame, či výsledný spätnoväzbový systém bude fungovať uspokojivo pre akékoľvek *q* zo zadaného intervalu, prípadne aké sú prípustné medze pre hodnoty tohto parametra [1].

To, či je výsledný spätnoväzbový systém riadenia stabilný, môžeme posudzovať podľa koreňov polynómu uzavretej spätnoväzbovej slučky

$$c(s,q) = a(s,q)x(s) + b(s,q)y(s) \tag{3}$$

V prípade, kde neurčitý parameter *q* vstupuje do jednotlivých koeficientov prenosu *G(s,q)* a teda aj polynómu *c(s,q)*, lineárne či polynomiálne, existujú veľmi efektívne postupy, ako otestovať stabilitu celej rodiny polynómov. V prípade, že je

závislosť koeficientov polynómu *c(s,q)* od *q* lineárna alebo afinná, môžeme polynóm rozdeliť na dve časti

$$\begin{aligned} c(s,q) &= (\gamma_0 + \delta_0 q) + (\gamma_1 + \delta_1 q)s + (\gamma_2 + \delta_2 q)s^2 + ...(\gamma_k + \delta_k q)s^k \\ &= c_0(s) + c_1(s)q \end{aligned} \tag{4}$$

Analýzu závislosti polohy koreňov takéhoto polynómu môžeme spraviť napríklad pomocou metódy geometrického miesta koreňov (v anglickej literatúre označované ako root locus). K tomu si ale zavedieme pomocný systém

$$P(s) = \frac{c_1(s)}{c_0(s)} \tag{5}$$

Zapojením tohto umelého systému (5) (bez fyzikálnej interpretácie) do spätnej väzby s proporcionálnym "regulátorom" (2) si ľahko overíme, že charakteristický polynóm takejto uzavretej slučky je práve náš pôvodný *c(s,q)* (3). Pre praktickú analýzu môžeme použiť napríklad matlabovskú funkciu *rlocus*. Je to takzvaná metóda geometrického miesta koreňov. Získame ním výslednú množinu koreňov celého spätnoväzbového obvodu. Ak sa všetky póly pomyselnej uzavretej spätnoväzbovej slučky nachádzajú v ľavej komplexnej polrovine, tak je polynóm (4) stabilný [1].

Akokoľvek je tento spôsob analýzy názorný a jednoduchý, pre praktické numerické metódy nie je príliš vhodný. Numerickým riešením je použitie Hurwitzovej matice. Pre Hurwitzovu maticu zodpovedajúcu polynómu *c(s,q)* (3)

$$H(c(s,q)) = H(c_0(s)) + qH(c_1(s)) \tag{6}$$

nájdeme najmenšiu kladnú hodnotu *q+* a najväčšiu zápornú hodnotu *q-*, pri ktorých matica *H(c(s,q))* stratí hodnosť. Samozrejmou podmienkou je, aby $c_0(s)$ bolo stabilné [1].

Vzťahy na určenie dolnej a hornej hranice neurčitého parametra *q*:

$$q^{+} = \frac{1}{\lambda^{+}{}_{\max}(-H^{-1}(c_0)H(c_1))} \tag{7}$$

a

$$q^{-} = \frac{1}{\lambda^{-}{}_{\min}(-H^{-1}(c_0)H(c_1))} \tag{8}$$

pričom $\lambda^{+}{}_{\max}$ maximálne kladné reálne vlastné číslo a $\lambda^{-}{}_{\min}$ je minimálne záporné reálne číslo . Keď kladné alebo záporné reálne vlastné číslo neexistuje, je príslušná hranica +∞ alebo -∞ [1].

2.3 Intervalové neurčitosti

Okrem jednoparametrických neurčitostí možno nájsť aj modely opísané prenosovou funkciou, v ktorej je každý koeficient neurčitý a mení sa nezávisle od ostatných. Vie sa iba, že daný koeficient môže nadobúdať hodnoty v nejakom intervale charakterizovanom najmenšou a najväčšou prípustnou hodnotou.

$$G(s) = \frac{[b_0^- b_0^+] + [b_1^- b_1^+]s + [b_2^- b_2^+]s^2 + ... + [b_m^- b_m^+]s^m}{[a_0^- a_0^+] + [a_1^- a_1^+]s + [a_2^- a_2^+]s^2 + ... + [a_n^- a_n^+]s^n} \tag{9}$$

Každý koeficient prenosovej funkcie môže nadobúdať ľubovoľnú hodnotu zo zadaného intervalu, a to nezávisle od hodnôt ostatných koeficientov [1].

Charitonovova veta hovorí, že pri našej snahe testovať stabilitu intervalového polynómu

$$a(s) = [a_0^- a_0^+] + [a_1^- a_1^+]s + [a_2^- a_2^+]s^2 + ... + [a_n^- a_n^+]s^n \tag{10}$$

postačí, keď otestujeme štyri nasledujúce Charitonovove polynómy:

$$p_1(s) = \overline{p}_0 + \underline{p_1}s + \underline{p_2}s^2 + \overline{p_3}s^3 + \overline{p_4}s^4 + \underline{p_5}s^5 + ... = p^{+-} \tag{11}$$

$$p_2(s) = \overline{p}_0 + \overline{p_1}s + \underline{p_2}s^2 + \underline{p_3}s^3 + \overline{p_4}s^4 + \overline{p_5}s^5 + ... = p^{++} \tag{12}$$

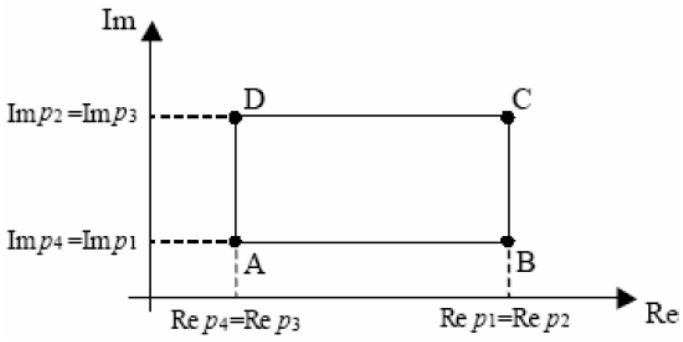
$$p_3(s) = \underline{p_0} + \overline{p_1}s + \overline{p_2}s^2 + \underline{p_3}s^3 + \underline{p_4}s^4 + \overline{p_5}s^5 + ... = p^{-+} \tag{13}$$

$$p_4(s) = \underline{p_0} + \underline{p_1}s + \overline{p_2}s^2 + \overline{p_3}s^3 + \underline{p_4}s^4 + \underline{p_5}s^5 + ... = p^{--} \tag{14}$$

Dosadením $s = j\omega$ a rozdelením polynómu na reálnu a imaginárnu časť máme

$$p(j\omega) = Re\ p(j\omega) + j\ Im\ p(j\omega) \tag{15}$$

Pretože reálne časti charakteristickej rovnice sú funkciou len párnych a imaginárne časti len nepárnych koeficientov polynómov, pre základné hodnoty ω sú od seba nezávislé. Pre zadané hodnoty ω opisujú obdĺžnik [2].



Obr. 1 Charitonovov obdĺžnik

$$A = Re\ p_4\ (j\omega) + j\ Im\ p_4\ (j\omega)$$

$$B = Re\ p_1\ (j\omega) + j\ Im\ p_1\ (j\omega)$$

$$C = Re\ p_2\ (j\omega) + j\ Im\ p_2\ (j\omega)$$

$$D = Re\ p_3\ (j\omega) + j\ Im\ p_3\ (j\omega)$$

Vrcholy obdĺžnika *(A,B,C,D)* určujú bod Michajlovej krivky štyroch Charitonovových polynómov. Michajlove krivky rodiny polynómov sa musia pre zadané ω nachádzať v obdĺžniku určenom vrcholmi *(A,B,C,D).* Stabilita rodiny intervalových polynómov je zabezpečená vtedy a len vtedy, keď štyri Charitonovove polynómy umiestnené vo vrcholoch obdĺžnika sú stabilné [1].

Stabilita rodiny intervalových polynómov sa dá posúdiť aj pomocou vykreslených obdĺžnikov. Polynóm je stabilný, keď komplexná funkcia prechádza *n* kvadrantmi a pritom sa vyhne nule [1].

2.3.1 Množina hodnôt

Množina hodnôt intervalového polynómu *p*

$$V(p, \omega_0) = \{p\,(j\omega, q):\ \omega=\omega_0,\ q\in Q\} \tag{16}$$

je dvojrozmerná množina všetkých komplexných hodnôt, ktoré intervalový polynóm nadobúda keď za *s* dosadíme $j\omega$ s jedným pevným reálnym ω_0 a všetky koeficienty necháme prebiehať v ich intervaloch [3].

2.3.2 Veta o vylúčení nuly (Zero exclusion theorem)

Intervalový polynóm (10), ktorý má invariantný stupeň a aspoň jeden stabilný polynóm $p(s,q_0)$ je robustne stabilný práve vtedy, keď

$$0\notin V\,(p(j\omega,Q):\ \forall\omega\geq 0, q\in Q) \tag{17}$$

Robustnú stabilitu intervalového polynómu pomocou vety o vylúčení nuly môžeme ľahko testovať i graficky pomocou PolynomialTbx. Najprv nájdeme stabilný člen rodiny. Vykresľujeme množiny hodnôt pre rastúce ω a kontrolujeme podmienku o vylúčení nuly.

$$0\notin V(p(j\omega,Q)\ \ \forall\omega\geq 0,\ q\in Q) \tag{18}$$

Môžeme skončiť pre $\omega = \omega_{max}$ (cut off frequency). Problémom je vzorkovanie frekvencií. Začíname s hrubším a zjemňujeme v okolí kritických frekvencií [3].

2.3.3 Prekrytie (Overbounding)

Zložitejšie neurčitosti môžeme niekedy úspešne prekryť intervalovou neurčitosťou. Pre všeobecnejšiu rodinu polynómov

$$p(s,q) = \sum_{i=1}^{n} a_i(q)s^i \tag{19}$$

kde Q je uzavretá a ohraničená množina, (nemusí to byť kváder) zoberieme hranice

$$\overline{q}_i^- = \min a_i(q), \qquad q \in Q \tag{20}$$

$$\overline{q}_i^+ = \max a_i(q), \qquad q \in Q \tag{21}$$

a testujeme intervalový polynóm

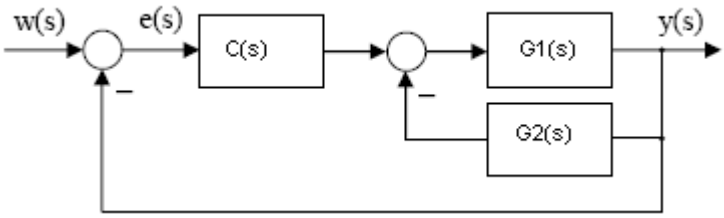
$$p(s,q) = \sum_{i=1}^{n} [q_i^-, q_i^+] s^i \tag{22}$$

Keďže $\overline{P} \supseteq P$, tak platí, že ak $\overline{P}$ je robustne stabilná, tak aj P je robustne stabilná rodina. Opačne to neplatí [3].

2.4 Multilineárne neurčitosti a ich prekrytie intervalovými neurčitosťami

Charakteristický polynóm uzavretého regulačného obvodu, ktorý je na obr. 2 je

$$p(s) = C(s)G_1(s) + G_1(s)G_2(s) + 1 \tag{23}$$



Obr. 2 Regulačný obvod s antiparalelným zapojením blokov $G_1(s)$ a $G_2(s)$

Z (23) predpokladáme, že v tomto prípade charakteristický polynóm obsahuje súčin dvoch lineárnych intervalových systémov. Po ich vzájomnom roznásobení, koeficienty charakteristického polynómu sa stávajú multilineárnymi vzhľadom na pôvodné intervalové koeficienty. Pod multilineárnym systémom budeme rozumieť prípad, keď niektoré koeficienty charakteristického polynómu URO budú funkciou súčinu lineárnych intervalových koeficientov. Prepíšme multilineárny charakteristický polynóm (23) do všeobecného tvaru

$$p(s, q) = h_0(q) + h_1(q)\, s + h_2(q)\, s^2 + \ldots + h_n(q)\, s^n \tag{24}$$

kde $q = [q_1, q_2, \ldots, q_p]$ označuje vektor neurčitých lineárnych intervalových parametrov a $h_i(q)$, $i = 0,1, 2, \ldots, n$ je multilineárnou funkciou q. Množina neurčitých parametrov q definuje kváder neurčitostí

$$Q = \{q : \overline{q_i} \le q_i \le \overline{q_i}, Q \qquad i = 1,2,\ldots.p\} \tag{25}$$

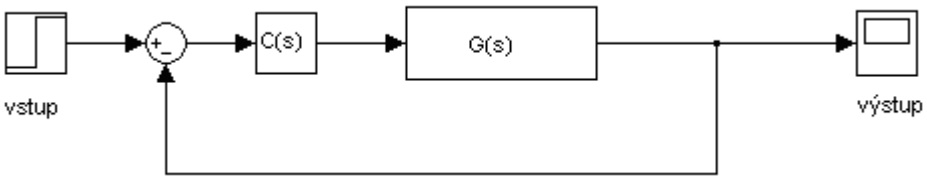
a rodina charakteristických polynómov (24) je

$$p(s, q) = \{ p(s,q) : q \in Q \} \tag{26}$$

[1]

2.5 Návrh robustného PI regulátora

Treba určiť parametre PI regulátora $C(s) = \frac{k_p s + k_i}{s}$, ktorý stabilizuje uzavretý regulačný obvod riadeným systémom.



Obr. 3 Bloková schéma URO

Čitateľa a menovateľa riadeného procesu G po substitúcii $s = j\omega$ rozdelíme na párnu- reálnu a nepárnu- imaginárnu časť

$$G(j\omega) = \frac{N_e(\omega^{-2}) + j\omega N_o(\omega^{-2})}{D_e(\omega^{-2}) + j\omega D_o(\omega^{-2})} \tag{27}$$

Charakteristická rovnica uzavretého regulačného obvodu (URO) (obr. 3) je

$$\Delta(s) = 1 + C(s)G(s) = 0 \tag{28}$$

Po úprave a substitúcii $s = j\omega$ dostávame charakteristickú rovnicu v tvare

$$\Delta(j\omega) = [k_i N_e(\omega^{-2}) - k_p(\omega^2) N_o(\omega^{-2}) - \omega^2 D_o(\omega^{-2})] \tag{29}$$
$$+ j[k_p\, \omega\, N_e(\omega^{-2}) + k_i\, \omega\, N_o(\omega^{-2}) + \omega D_e(\omega^{-2})]$$
$$+ Re(k_p, k_i, \omega) + jIm(k_p, k_i, \omega) = 0$$

Z podmienky $\Delta(j\omega) = 0$ dostaneme dve rovnice

$$Re(k_p, k_i, \omega) = 0 \tag{30}$$

$$Im(k_p, k_i, \omega) = 0 \tag{31}$$

Tieto rovnice majú tvar

$$k_p\,(-\omega^2\, N_o(-\omega^2)) + k_i\,(N_e(-\omega^2)) = \omega^2 D_o(-\omega^2) \tag{32}$$

$$k_p\; N_e(-\omega^2) + k_i\; N_o(-\omega^2) = -D_e(\omega^2) \tag{33}$$

Zadefinujeme si vzťahy potrebné na výpočet parametrov regulátora k_p a k_i

$$Q(\omega) = -\omega^2\, N_o(\omega^2) \tag{34}$$

$$R(\omega) = N_e(-\omega^2) \tag{35}$$

$$S(\omega) = \omega\, N_e(-\omega^2) \tag{36}$$

$$U(\omega) = k_i\; N_o(-\omega^2) \tag{37}$$

$$X(\omega) = \omega^2 D_o(-\omega^2) \tag{38}$$

$$Y(\omega) = -D_e(\omega^2) \tag{39}$$

Dosadením rovníc (34) až (37) do rovníc (31) a (32) dostávame

$$k_p Q(\omega) + k_i\, R(\omega) = X(\omega) \tag{40}$$

$$k_p\, S(\omega) + k_i\, U(\omega) = Y(\omega) \tag{41}$$

Vyjadríme k_p a k_i ako funkciu ω

$$k_p = \frac{X(\omega)U(\omega) - Y(\omega)R(\omega)}{Q(\omega)U(\omega) - R(\omega)S(\omega)} \tag{42}$$

$$k_i = \frac{Y(\omega)Q(\omega) - X(\omega)S(\omega)}{Q(\omega)U(\omega) - R(\omega)S(\omega)} \tag{43}$$

Pre voľbu $\omega = \omega_0$ dostaneme konkrétne číselné hodnoty k_p a k_i

$$k_p = \frac{X(\omega_0)U(\omega_0) - Y(\omega_0)R(\omega_0)}{Q(\omega_0)U(\omega_0) - R(\omega_0)S(\omega_0)} \tag{44}$$

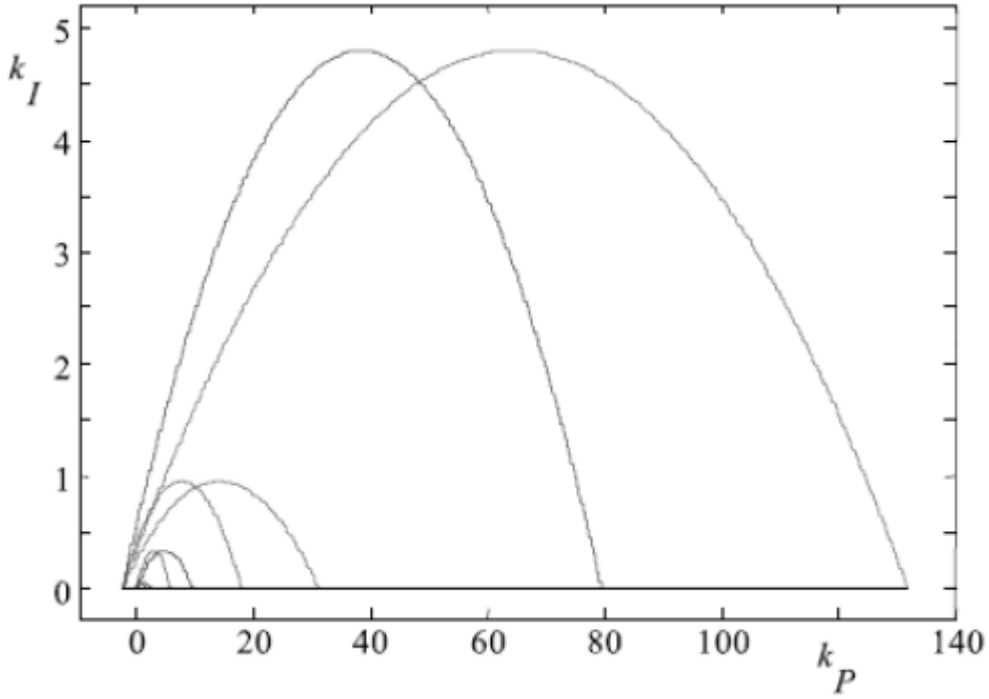
$$k_i = \frac{Y(\omega_0)Q(\omega_0) - X(\omega_0)S(\omega_0)}{Q(\omega_0)U(\omega_0) - R(\omega_0)S(\omega_0)} \tag{45}$$

Pre voľbu ω, ktorá patrí do intervalu $[\omega_{min}, \omega_{max}]$ dostaneme množinu hodnôt k_p a k_i .

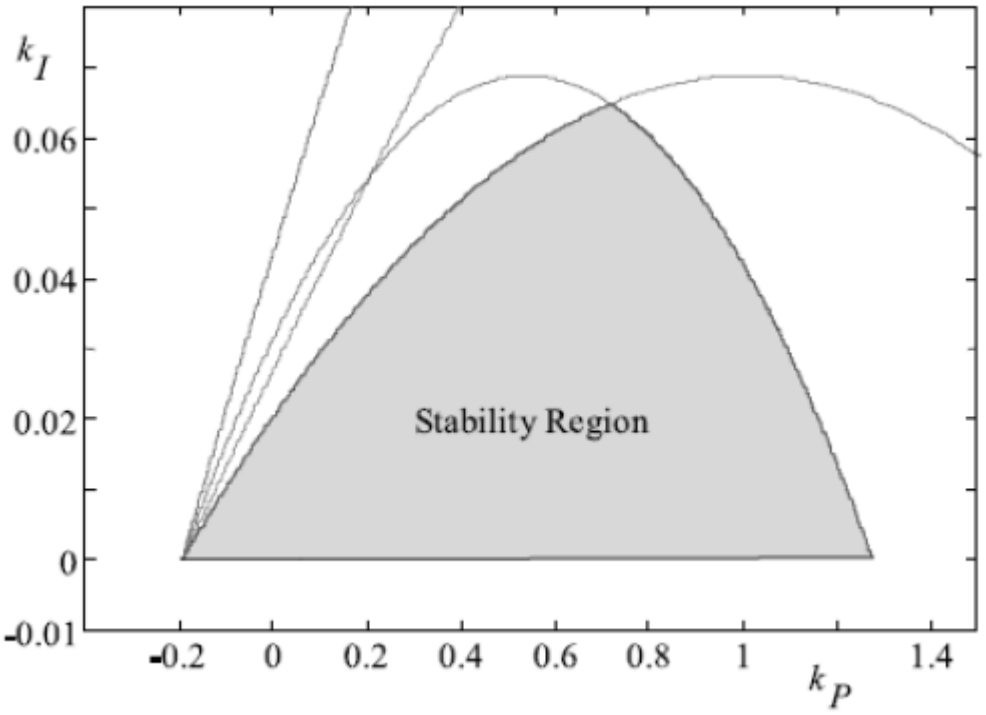
Rozumná voľba hraníc ω sa určí z podmienky

$$Im\,[G(\omega j)] = 0 \tag{46}$$

Krivka získaná vykreslením k_i v závislosti od k_p predstavuje hranicu stability v URO v (k_p, k_i)- rovine a rozdelí rovinu na stabilnú a nestabilnú časť. Stabilná a nestabilná oblasť sa nájde napr. voľbou testovacích bodov v oblastiach, na ktoré je (k_p, k_i)- rovina rozdelená [4].



Obr. 4 Hranice stability v *(kp, ki)*-rovine pre viac riadených procesov



Obr. 5 Prienik stabilných oblastí parametrov regulátora pre reguláciu viacerých procesov

2.6 Relatívna stabilizácia

V analýze a návrhu riadiacich systémov je niekedy dôležité posunúť všetky póly charakteristickej rovnice uzavretého regulačného obvodu do požadovanej oblasti v komplexnej rovine, čím sa zabezpečí určitá rýchlosť odozvy URO [4].

Cieľom tejto kapitoly je nájsť všetky hodnoty k_p a k_i, ktoré posunú všetky póly uzavretej regulačnej slučky doľava. Čím sú póly posunuté viac vľavo, tým sa systém rýchlejšie ustabilizuje [4].

Na takýto posun použijeme konštantu ρ. Namiesto s použijeme v rovniciach (27) až (45) výraz $s+\rho$ [4] .

$$\overline{G}(s) = G(s+\rho) = \frac{N(s+\rho)}{D(s+\rho)} = \frac{\overline{N}(s)}{\overline{D}(s)} \tag{47}$$

$$\overline{C}(s) = C(s+\rho) = \frac{k_p s + k_p \rho + k_i}{s+\rho} \tag{48}$$

$$G_{lk}(j\omega) = \frac{N_{ke}(\omega^{-2}) + j\omega N_{ko}(\omega^{-2})}{D_{Ie}(\omega^{-2}) + j\omega D_{Io}(\omega^{-2})} \tag{49}$$

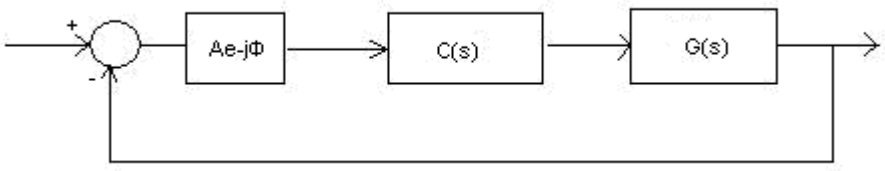
$$\begin{aligned}
Q(\omega) &= \rho \overline{N}_e(-\omega^2) - \omega^2 \overline{N}_o(\omega^2) \\
R(\omega) &= \overline{N}_e(-\omega^2) \\
S(\omega) &= \omega(\overline{N}_e(-\omega^2) + \rho \overline{N}_o(-\omega^2)) \\
U(\omega) &= \omega \overline{N}_o(-\omega^2) \\
X(\omega) &= \omega^2 \overline{D}_o(-\omega^2) - \rho \overline{D}_e(-\omega^2) \\
Y(\omega) &= -\omega(\overline{D}_e(-\omega^2) + \rho \overline{D}_o(-\omega^2))
\end{aligned} \tag{50}$$

Hranicu stability pre relatívnu stabilizáciu možno získať pomocou rovníc (44) a (45) a pomocou rovnice (51), kde dosadením $\omega = 0$ získame ďalšiu hraničnú čiaru.

$$k_i = \frac{-k_p \rho \overline{N}_e(-\omega^2) - \rho \overline{D}_e(-\omega^2)}{\overline{N}_e(-\omega^2)} \tag{51}$$

2.7 Bezpečnosť v amplitúde a vo fáze

Zoberme si schému uzavretého regulačného obvodu (obr. 3) a rozšírme ho o výraz $Ae^{-j\Phi}$, kde A je amplitúda a Φ je fáza (obr.6).



Obr.6 Bloková schéma URO rozšírená o blok $Ae^{-j\Phi}$

Potom charakteristickú rovnicu uzavretého regulačního obvodu možno napísať v tvare

$$\begin{aligned}
&\Delta(s) = [k_p A(\omega N_e(-\omega^2)\sin(\Phi) - \omega^2 N_o(-\omega^2)\cos(\Phi)) + \\
&+ k_i A(N_e(-\omega^2)\cos(\Phi) + \omega N_o(-\omega^2)\sin(\Phi) - \omega^2 D_o(-\omega^2))] \\
&+ j[k_p A(\omega N_e(-\omega^2)\cos(\Phi) + \omega^2 N_o(-\omega^2 \sin(\Phi)) + \\
&k_i A(\omega N_o(-\omega^2)\cos(\Phi) - N_e(-\omega^2)\sin(\Phi) - \omega D_e(-\omega^2)] = 0
\end{aligned} \tag{52}$$

Rovnice (34) až (39) sa môžu napísať ako

$$\begin{aligned}
&Q(\omega) = A(\omega N_e(-\omega^2)\sin(\Phi) - \omega^2 N_o(-\omega^2)\cos(\Phi)) \\
&R(\omega) = A(N_e(-\omega^2)\cos(\Phi) + \omega N_o(-\omega^2)\sin(\Phi)) \\
&S(\omega) = A(\omega(N_e(-\omega^2)\cos(\Phi) + \omega^2 N_o(-\omega^2)\sin(\Phi)) \\
&U(\omega) = A(\omega N_o(-\omega^2)\cos(\Phi) - N_e(-\omega^2)\sin(\Phi)) \\
&X(\omega) = \omega^2 D_o(-\omega^2) \\
&Y(\omega) = -\omega(D_e(-\omega^2)
\end{aligned} \tag{53}$$

Na získanie hranice stability pre amplitúdu A, potrebujeme dať v rovniciach (53) $\Phi=0$. V opačnom prípade, čiže pre získanie hranice stability vo fáze, dávame v rovniciach (53) $A=1$ [4].

2.8 Návrh robustného PID regulátora

Zoberme si spätnú väzbu riadeného systému znázorneného na obr.6. Všeobecné vyjadrenie riadeného systému je

$$G(s,q) = \frac{b(s,q)}{a(s,q)} = \frac{b_0(q) + b_1(q)s + b_2(q)s^2 + ...b_m(q)s^m}{a_0(q) + a_1(q)s + a_2(q)s^2 + ...a_n(q)s^n} \tag{54}$$

kde $a_n \neq 0$, $b_m \neq 0$, $a_i \in [a_i^-, a_i^+]$, $b_j \in [b_j^-, b_j^+]$ a $m \geq n$.

Prenos PID regulátora navrhnutého tak, aby stabilizoval systém je v tvare

$$C(s) = \frac{k_d s^2 + k_p s + k_i}{s} \tag{55}$$

Čitateľa a menovateľa riadeného procesu *G(s,q)* po substitúcii $s = j\omega$ rozdelíme na párnu - reálnu a nepárnu - imaginárnu časť

$$G(j\omega) = \frac{N_e(\omega^{-2}) + j\omega N_o(\omega^{-2})}{D_e(\omega^{-2}) + j\omega D_o(\omega^{-2})} \tag{56}$$

Charakteristická rovnica uzavretého regulačného obvodu (URO) (obr.6) je

$$\Delta(s) = 1 + C(s)G(s,q)\, Ae^{-j\Phi} = 0 \tag{57}$$

Po úprave a substitúcii $s = j\omega$ dostávame charakteristickú rovnicu v tvare

$$\begin{aligned}\Delta(s) &= -D_o\omega^2 - N_e k_d \omega^2 A\cos\Phi + N_e k_i A\cos\Phi - N_o k_p \omega^2 A\cos\Phi \\ &+ N_e k_p \omega A\sin\Phi - N_o k_d \omega^3 A\sin\Phi + N_o k_i \omega A\sin\Phi \\ &+ j(D_e\omega + N_e k_p \omega A\cos\Phi - N_o k_d \omega^2 A\cos\Phi + N_o k_i \omega A\cos\Phi \\ &+ N_e k_p \omega^2 A\cos\Phi - N_e k_i A\sin\Phi + N_o k_p \omega^2 A\sin\Phi) = 0\end{aligned} \tag{58}$$

Z podmienky $\Delta(j\omega) = 0$ dostaneme dve rovnice

$$Re(k_p, k_i, \omega) = 0 \tag{59}$$

$$Im(k_p, k_i, \omega) = 0 \tag{60}$$

Postupnými úpravami získame výraz na výpočet hodnôt parametrov regulátora k_p a k_i závisiace od tretieho parametra regulátora k_d, ktorého hodnotu si zvolíme.

$$k_p = \frac{\det k_p}{\det D} \qquad k_i = \frac{\det k_i}{\det D} \tag{61}$$

Pričom

$$\begin{aligned}\det D &= \begin{vmatrix} A & B \\ D & E \end{vmatrix} \\ \det k_p &= \begin{vmatrix} C & B \\ F & E \end{vmatrix} \\ \det k_i &= \begin{vmatrix} A & C \\ D & F \end{vmatrix}\end{aligned} \tag{62}$$

Kde

$$
\begin{aligned}
A &= -N_o\omega^2 A\cos\Phi + N_e\omega A\sin\Phi \\
B &= N_e A\cos\Phi + N_o\omega A\sin\Phi \\
C &= -D_o\omega^2 - N_e k_d\omega^2 A\cos\Phi - N_o k_d\omega^3 A\sin\Phi \\
D &= N_e k_p\omega A\cos\Phi + N_e k_p\omega^2 A\cos\Phi + N_o k_p\omega^2 A\sin\Phi \\
E &= N_o k_i\omega A\cos\Phi - N_e k_i A\sin\Phi \\
F &= D_e\omega - N_o k_d\omega^2 A\cos\Phi
\end{aligned}
\tag{63}
$$

Tak ako pri návrhu robustného PI regulátora, krivka získaná vykreslením k_i v závislosti od k_p predstavuje hranicu stability v URO v (k_p, k_i)- rovine a rozdelí rovinu na stabilnú a nestabilnú časť. Stabilná a nestabilná oblasť sa nájde napr. voľbou testovacích bodov v oblastiach, na ktoré je (k_p, k_i)- rovina rozdelená. Keďže parametre regulátora k_p a k_i závisia od parametra k_d, tak aj oblasť stability sa bude meniť na základe meniacej sa derivačnej zložky regulátora k_d [5].

3 Praktická časť

3.1 Jednoparametrické neurčitosti

3.1.1 Príklad 1

Je daný neurčitý systém

$$G(s) = \frac{s^2 + (4+q)s + (3+q)}{s^4 + (3+q)s^3 + (5+q)s^2 + (2+q)s + (1+q)} \tag{64}$$

a) *Posúďte, či je stabilný nominálny systém.*

b) *Zistite interval q, pre ktoré je systém stabilný.*

c) *Je daný PI regulátor*

$$G_R = Z_R(1 + \frac{1}{T_i s}) \tag{65}$$

pričom Z_R=0,5 a T_i=3 , zistite pre aké q bude URO stabilný.

Riešenie:

a) Posúďte, či je stabilný nominálny systém.

Ak pre charakteristický polynóm neurčitého systému (64) dáme *q=0* , dostaneme nominálny systém

$$s^4 + 3s^3 + 5s^2 + 2s + 1 = 0 \tag{66}$$

V matlabe si určíme korene polynómu (66)

Matlab: p=[1 3 5 2 1]

Korene polynomu= roots(p)

Korene polynomu = -1.3296 + 1.4370i

-1.3296 - 1.4370i

-0.1704 + 0.4815i

-0.1704 - 0.4815i

Korene polynómu (66) sú záporné z čoho vyplýva, že systém je stabilný.

b) Zistite interval q, pre ktoré je systém stabilný.

Charakteristická rovnica systému *G(s)* (64):

$$s^4 + (3+q)s^3 + (5+q)s^2 + (2+q)s + (1+q) = 0 \tag{67}$$

Určíme si polynóm c_0 a polynóm c_1:

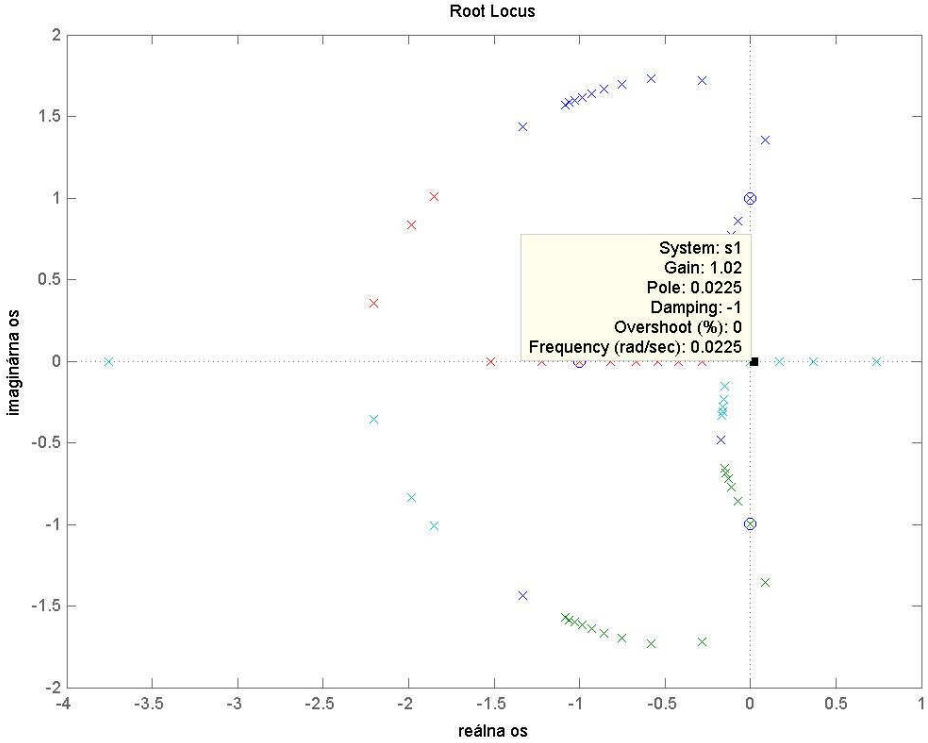
$$s^4 + 3s^3 + 5s^2 + 2s + 1 = c_0 \tag{68}$$

$$s^3 + s^2 + s + 1 = c_1 \tag{69}$$

Zavedieme si pomocný systém $P(s) = \dfrac{c_1(s)}{c_0(s)}$

Zistenie intervalu *q*, pre ktoré je systém stabilný pomocou príkazu *rlocus*:

Príkazom *rlocus* v matlabe získame výslednú množinu koreňov celého spätnoväzbového obvodu.



Obr. 7 Póly riadeného systému G(s) (64)

Z Obr.7 vidíme, že hranica stability je *-1*.

<u>Zistenie intervalu *q*, pre ktoré je systém stabilný pomocou Hurwitzových matíc:</u>

Príkazom hurwitz si v matlabe určíme hurwitzove matice polynómov c_0 a c_1.

$$H(c_0) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 1 \end{bmatrix} \qquad H(c_1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Zo vzťahov (7) a (8) určíme interval hodnôt neurčitého parametra *q*.

$q^+ = \infty$

$q^- = -1$

q je z intervalu$(-1; \infty)$

c) ***Je daný PI regulátor*** $G_R = Z_R(1+\frac{1}{T_i s})$ ***pričom Z_R=0,5 a T_i=3 , zistite pre aké q bude URO stabilný.***

Charakteristická rovnica uzavretého regulačného obvodu

$1+G_R G_S=0$

$$G_R = 0{,}5(1+\frac{1}{3\ s}) \tag{70}$$

$$1+Z_R(1+\frac{1}{T_i s})\frac{s^2+(4+q)s+(3+q)}{s^4+(3+q)s^3+(5+q)s^2+(2+q)s+(1+q)} = 0 \tag{71}$$

Po úprave dostaneme

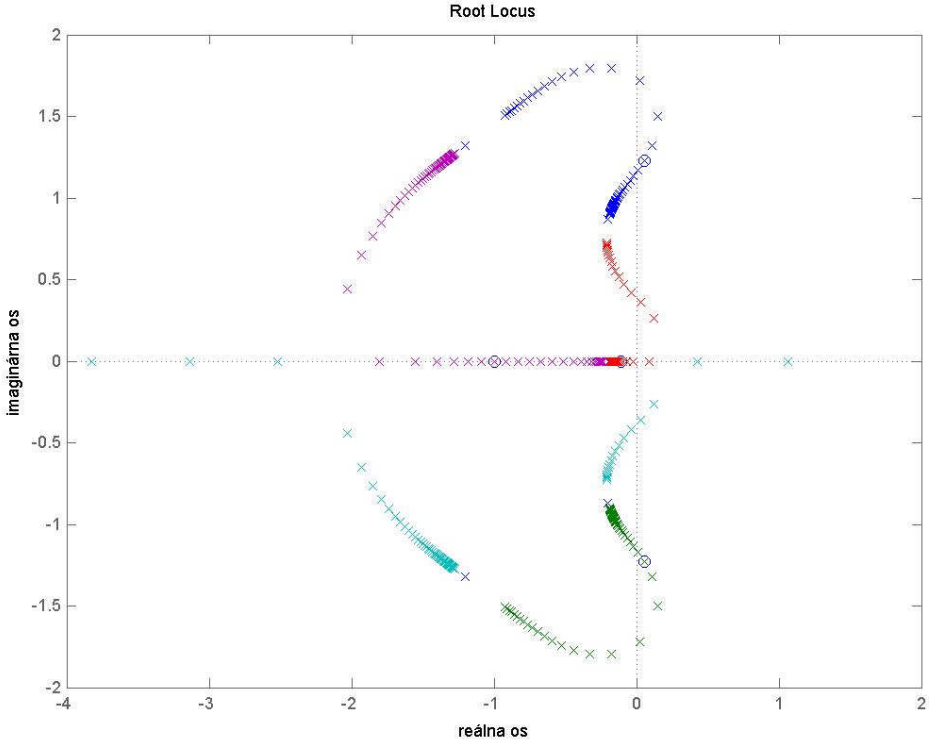
$$\begin{aligned}&3s^5+9s^4+3qs^4+16{,}5s^3+3qs^3+12{,}5s^2+4{,}5qs^2\\&+9{,}5s+5qs+1{,}5+0{,}5q=0\end{aligned} \tag{72}$$

$$3s^5+9s^4+16{,}5s^3+12{,}5s^2+9{,}5s+1{,}5 = c_0 \tag{73}$$

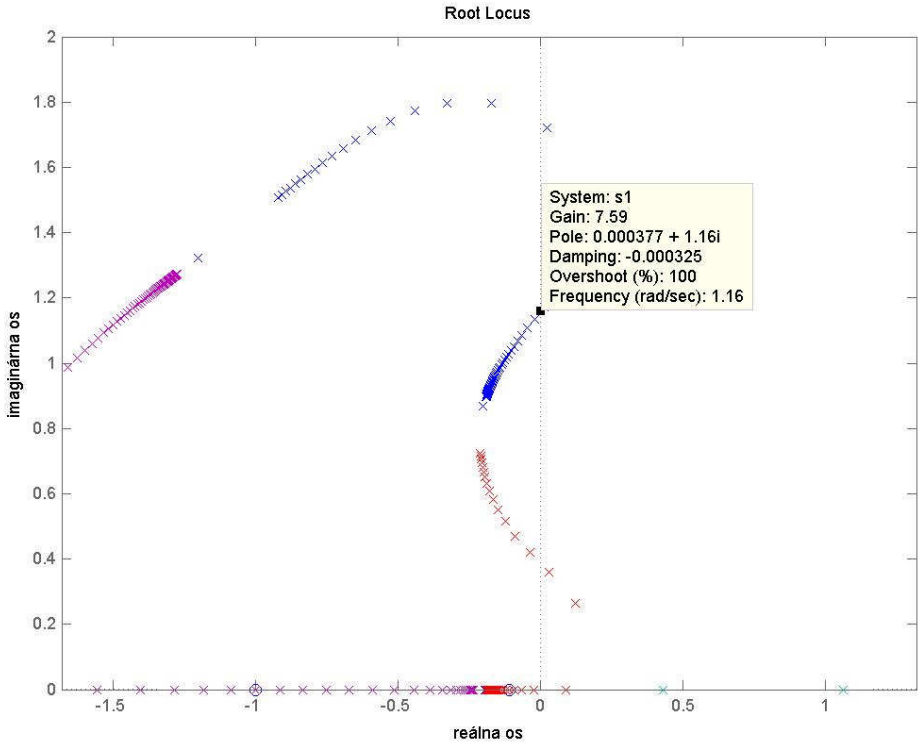
$$3qs^4+3qs^3+4{,}5qs^2+5qs+0{,}5q = c_1 \tag{74}$$

Ďalej postupujeme tak, ako v prípade *b)*

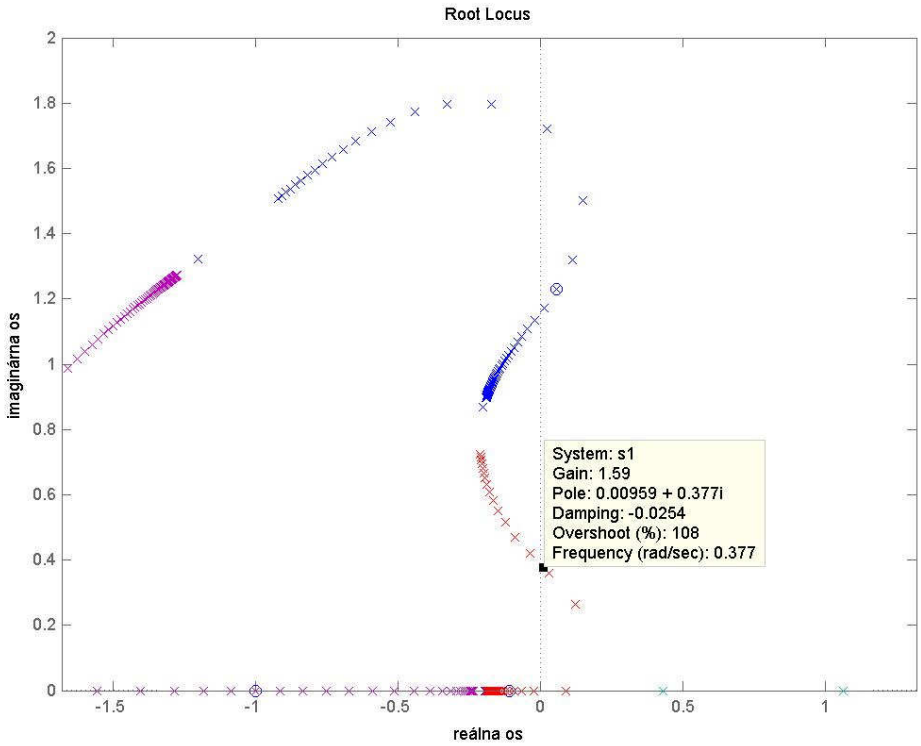
<u>Pomocou príkazu *rlocus*:</u>



Obr. 8 Póly uzavretej spätnoväzbovej slučky



Obr. 9 Neurčitý parameter rovný 7,59 uzavretej spätnoväzbovej slučky



Obr. 10 Neurčitý parameter rovný -1,59 uzavretej spätnoväzbovej slučky

<u>Pomocou Hurwitzových matíc:</u>

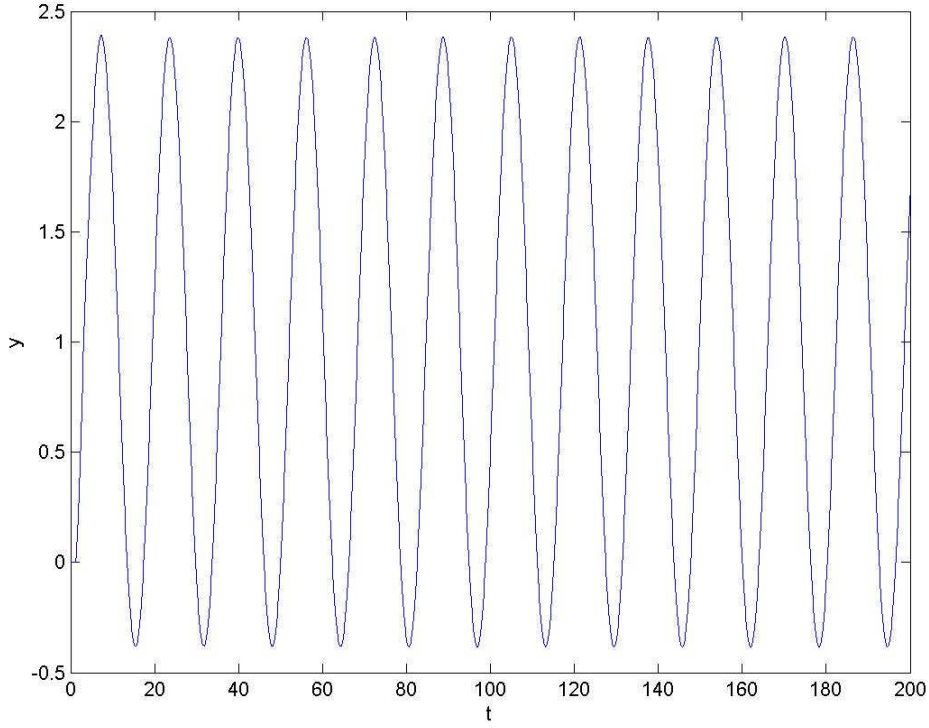
$q^{+} = 7{,}5062$

$q^{-} = -1{,}5615$

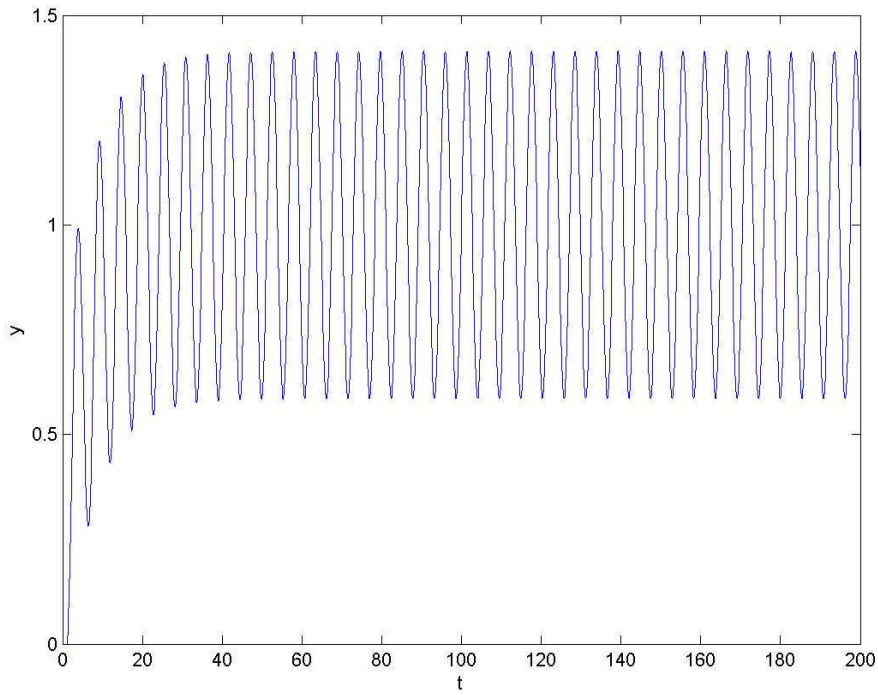
q je z intervalu $(-1{,}5615;\ 7{,}5062)$

Vidíme, že hodnoty neurčitých parametrov odčítaných z obrázkov nie sú také presné a hodnoty neurčitých parametrov vypočítané pomocou Hurwitzových matíc, z čoho vyplýva, že test pomocou Hurwitzových matíc je lepší.

Na určenie stability URO si v programovom prostredí MATLAB- SIMULINK urobím schému (obr. 3).



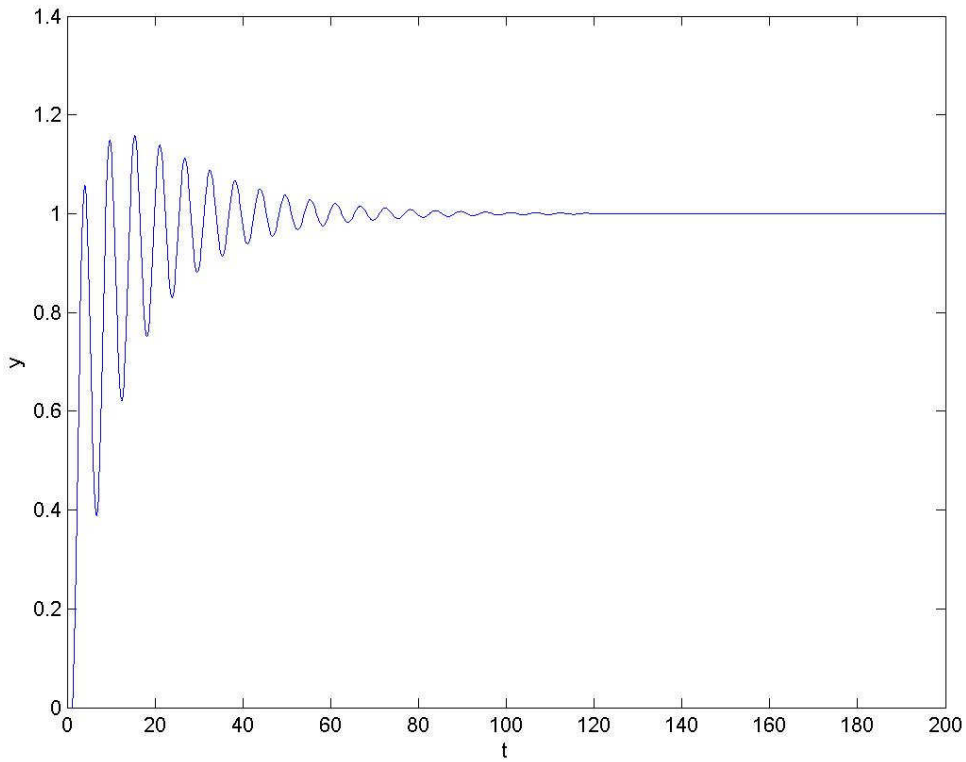
Obr. 11 Priebeh odozvy URO pre *q=-1,5615* keď je systém na hranici stability



Obr. 12 Priebeh odozvy URO pre *q=7,5062* keď je systém na hranici stability

Aj z priebehov odozvy regulovanej veličiny URO pre $q^{+} = 7{,}5062$ a $q^{-} = -1{,}5615$ vidíme, že systém je na hranici stability.

Keď vyberieme q z intervalu $(-1{,}5615;\ 7{,}5062)$, vidíme, že URO je stabilný.



Obr. 13 Priebeh odozvy URO pre $q=3$ keď je systém stabilný

Z Obr.13 vidíme, že pre neurčitosť q z intervalu $(-1{,}5615;\ 7{,}5062)$ regulátor (65) ureguloval riadený systém.

3.2 Intervalové neurčitosti

3.2.1 Príklad 1

Uvažujeme intervalový polynóm

$$p(s,q) = [\,0{,}25;1{,}25\,]s^3 + [\,2{,}75;3{,}25\,]s^2 + [\,0{,}75;1{,}25\,]s + [\,0{,}25;1{,}25\,] \qquad (75)$$

Úlohou nech je určenie jeho robustnej stability grafickou metódou pomocou Charitonovových obdĺžnikov [6] .

Riešenie:

Príslušné Charitonovove polynómy (11) až (14):

$$p_1(s) = 1{,}25 + 0{,}75s + 2{,}75s^2 + 1{,}25s^3$$

$$p_2(s) = 1{,}25 + 1{,}25s + 2{,}75s^2 + 0{,}25s^3$$

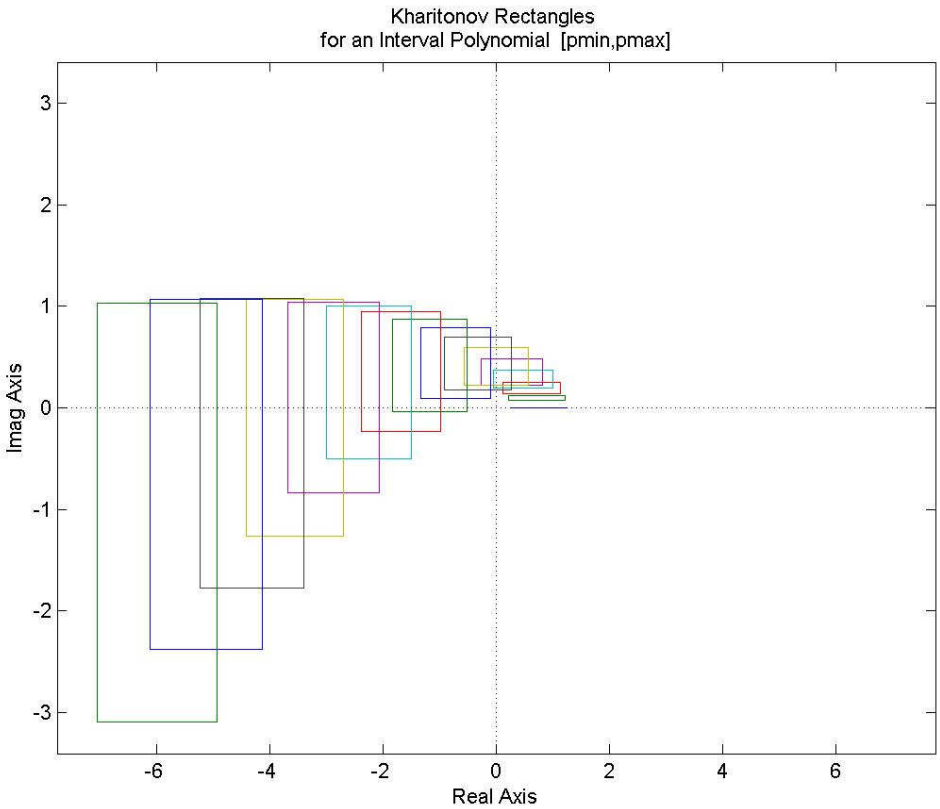
$$p_3(s) = 0{,}25 + 1{,}25s + 3{,}25s^2 + 0{,}25s^3$$

$$p_4(s) = 0{,}25 + 0{,}75s + 3{,}25s^2 + 1{,}25s^3$$

Dosadenie $s = j\,\omega$

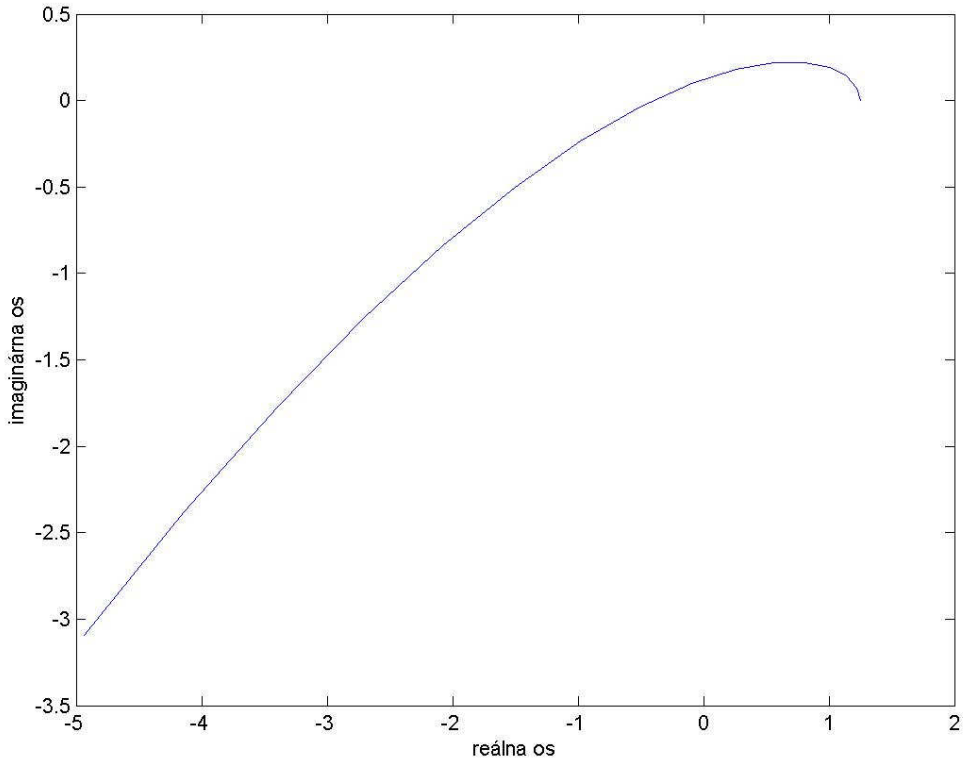
Program pre vykreslenie Charitonovových obdĺžnikov pomocou toolboxu Polyx :

pmin=pol([0.25 0.75 2.75 0.25],3); pmax=pol([1.25 1.25 3.25 1.25],3); khplot (pmin,pmax,0:0.1:2)



Obr. 14 Charitonovove obdĺžniky pre intervalový polynóm *p(s,q)*

Charitonovove obdĺžniky sa pohybujú postupne cez tri kvadranty *(n = 3)* proti pohybu hodinových ručičiek a žiaden z nich neobsahuje počiatok v *(0,j0)* komplexnej roviny. Preto uvažovaný intervalový polynóm je robustne stabilný.



Obr. 15 Michajlovova krivka pre Charitonovov polynóm p_1

Michajlovova krivka prechádza tromi kvadrantmi, takže vidno, že polynóm je tretieho rádu a neprechádza cez nulu, čiže polynóm je stabilný.

<u>Korene polynómov:</u>

p1=-2.1381
-0.0309 + 0.6832i
-0.0309 - 0.6832i

p2= -10.5718
-0.2141 + 0.6535i
-0.2141 - 0.6535i

p3= -12.6098
-0.1951 + 0.2031i
-0.1951 - 0.2031i

p4= -2.3835
-0.1083 + 0.2687i
-0.1083 - 0.2687i

Robustnú stabilitu uvažovaného intervalového polynómu potvrdzuje aj poloha koreňov Charitonovových polynómov v komplexnej rovine.

3.2.2 Príklad 2

Zistite stabilitu neurčitého polynómu s jednoparametrickou neurčitosťou

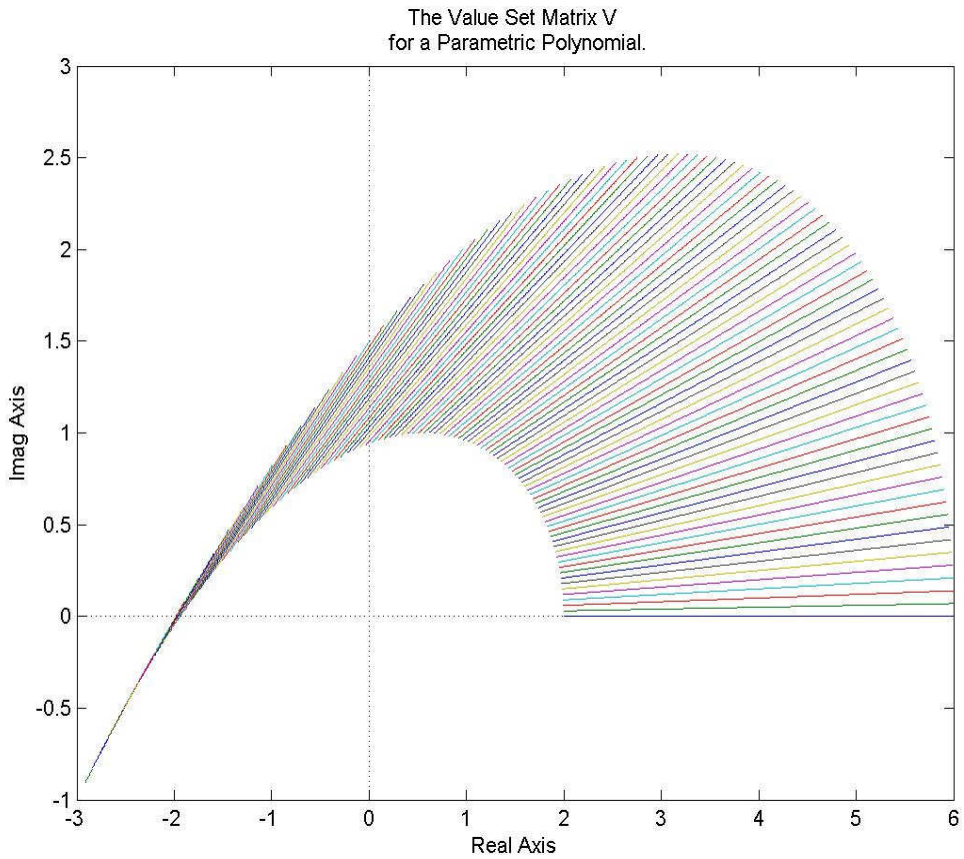
$$p(s,q) = s^4 + (3+q)s^3 + (5+q)s^2 + (2+q)s + (1+q) \tag{76}$$

na základe Množiny hodnôt (Value set concept) $V(\omega)$ pomocou príkazu *vset*, ktorý počíta množinu hodnôt a *vsetplot*, ktorý množinu hodnôt kreslí. Použite vetu o vylúčení nuly (Zero exclusion).

Danú neurčitosť prekryte intervalovou neurčitosťou, zistite interval neurčitostí *q* a testujte stabilitu intervalovej neurčitosti pomocou Charitonovových obdĺžnikov.

a) q je z intervalu <1, 5>

Testovanie stability pomocou Množiny hodnôt príkazmi *vset* a *vsetplot*:



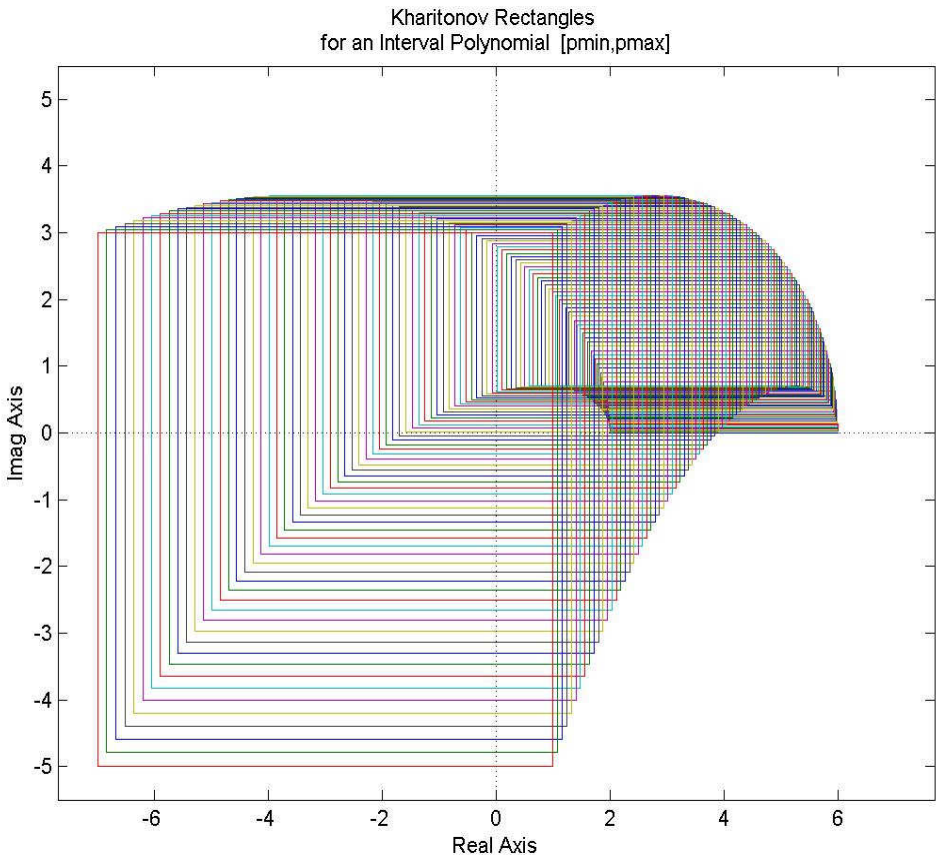
Obr. 16 Množina hodnôt polynómu (76) pre *q* z intervalu *<1, 5>*

Z Obr.16 podľa Vety o vylúčení nuly vyplýva, že polynóm (76) je stabilný.

Pomocou vzťahov (19) až (27) prekryjeme jednoparametrickú neurčitosť intervalovou

$$p(s,q) = s^4 + [4,8]s^3 + [6,10]s^2 + [3,7]s + [2,6] \tag{77}$$

Testovanie stability polynómu (77) pomocou Charitonovových obdĺžnikov:

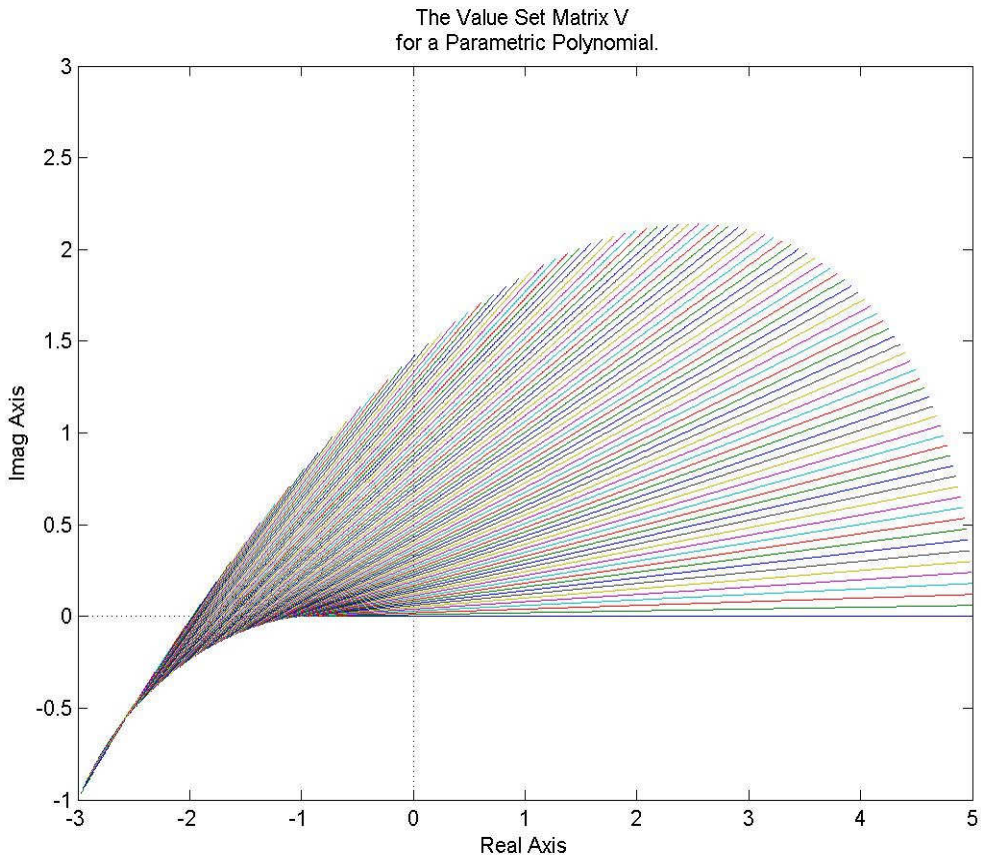


Obr. 17 Charitonovove obdĺžniky polynómu (77)

Z obr.17 podľa Vety o vylúčení nuly vyplýva, že polynóm (77), ktorý vznikol prekrytím stabilného polynómu (77) je nestabilný, čiže prekrytie je neúspešné.

b) q je z intervalu <-2, 4>

Testovanie stability pomocou Množiny hodnot príkazmi *vset* a *vsetplot*:

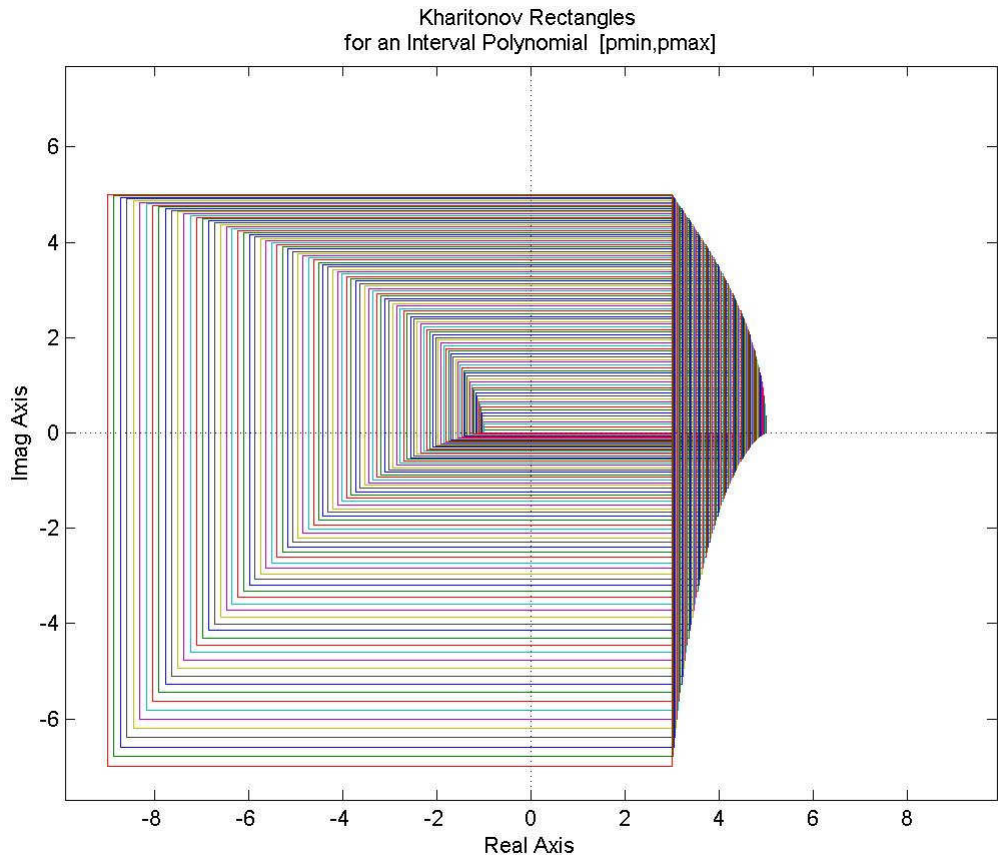


Obr. 18 Množina hodnôt polynómu (76) pre *q* z intervalu <-*2*, *4*>

Z Obr.18 podľa Vety o vylúčení nuly vyplýva, že polynóm (76) je nestabilný.

Pomocou vzťahov (19) až (27) prekryjeme jednoparametrickú neurčitosť intervalovou

$$p(s,q) = s^4 + [1;\ 7]s^3 + [3;\ 9]s^2 + [0;\ 6]s + [-1;\ 5] \tag{78}$$



Obr. 19 Charitonovove obdĺžniky polynómu (78)

Z obr.19 podľa Vety o vylúčení nuly vyplýva, že polynóm (78) je nestabilný.

3.3 Multilineárne neurčitosti

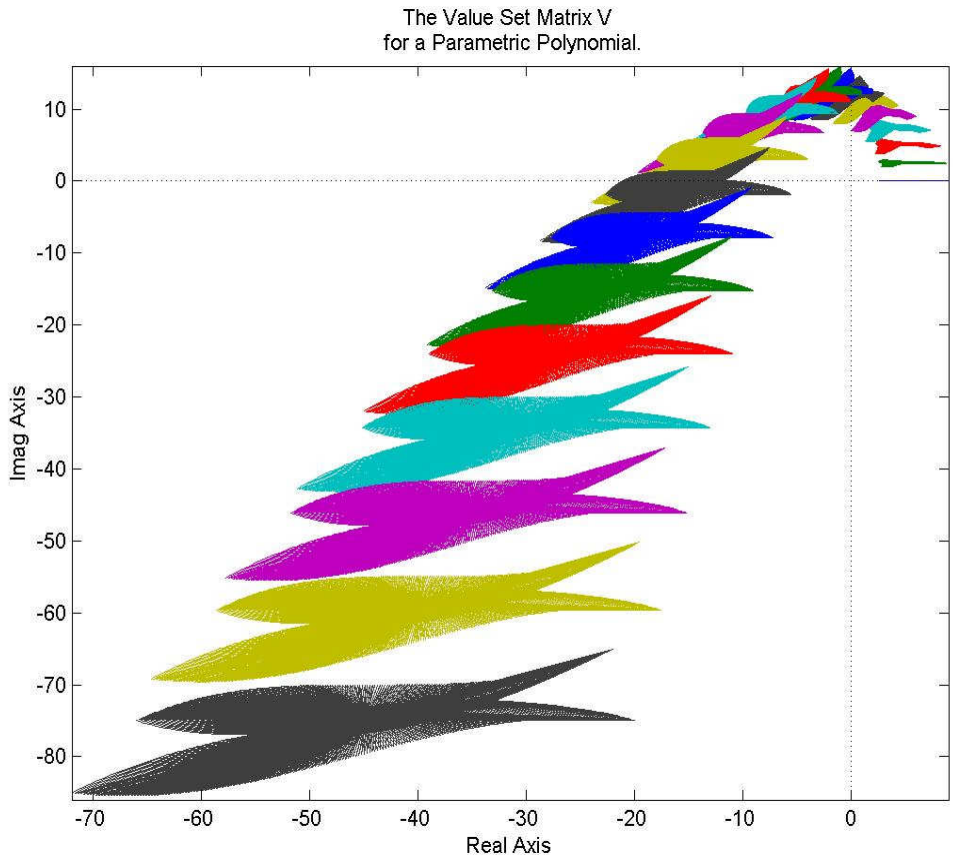
3.3.1 Príklad 1

Zistite stabilitu neurčitého polynómu s multilineárnou neurčitosťou

$$\begin{aligned} p(s,q) = \; & s^3 + (q_1 q_2 + 2)s^2 + (q_1^3 - q_2^3 - q_1 q_2 + q_2 + 10)s \\ & + (q_1^3 + q_2^3 + q_1 q_2 + q_2 + 5) \end{aligned} \tag{79}$$

na základe Množiny hodnôt (Value set concept) $V(\omega)$ pomocou príkazu *vset*, ktorý počíta množinu hodnôt a *vsetplot*, ktorý množinu hodnôt kreslí. Použite vetu o vylúčení nuly (Zero exclusion). Danú neurčitosť prekryte intervalovou neurčitosťou, zistite interval neurčitostí q a testujte stabilitu intervalovej neurčitosti pomocou Charitonovových obdĺžnikov [6].

q_1 a q_2 sú z intervalu $<-1, 1>$.

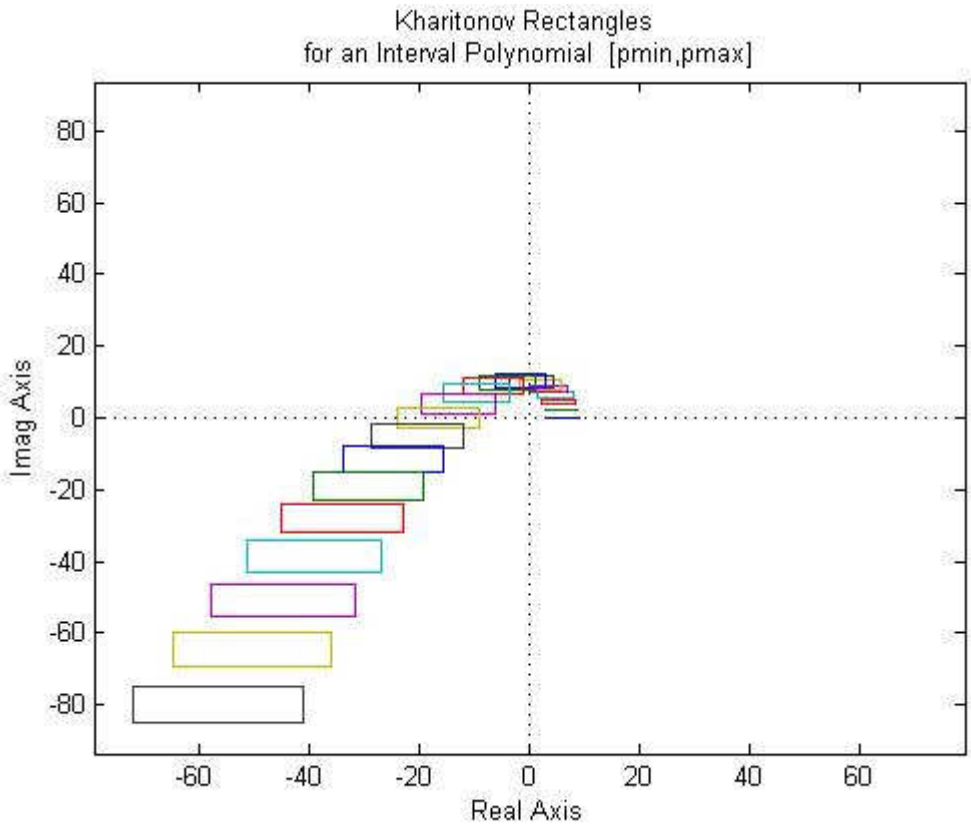


Obr. 20 Množina hodnôt polynómu (79)

Z obr.20 podľa Vety o vylúčení nuly vyplýva, že polynóm (79) je stabilný.

Pomocou vzťahov (19) až (27) prekryjeme multilineárnu neurčitosť intervalovou neurčitosťou:

$$p(s,q) = s^3 + [3;\ 3]s^2 + [8;\ 10]s + [3;\ 9] \tag{80}$$



Obr. 21 Charitonovove obdĺžniky polynómu (80)

Z Obr.21 podľa Vety o vylúčení nuly vyplýva, že polynóm (80), ktorý vznikol prekrytím stabilného polynómu (79) je stabilný, čiže prekrytie je úspešné.

3.4 Návrh robustného regulátora

3.4.1 Príklad 1

Je daný systém opísaný prenosom v tvare

$$G(s) = \frac{10}{s^4 + 87s^3 + [1400,2700]s^2 + [3100,4000]s}. \tag{81}$$

Cieľom je

a) *navrhnúť robustný PI regulátor, pomocou hodnôt k_p a k_i pre posun ρ= -0.2, ktorý ureguluje daný prenos a otestovať robustnú stabilitu PI regulátora.*

b) *nájsť robustný stabilizujúci PI regulátor, ktorý spĺňa podmienku, že bezpečnosť vo fáze systému je väčšia než 45° a bezpečnosť v amplitúde 3 (9,54dB).*

c) *navrhnúť robustný PID regulátor a navrhnúť robustný PID regulátor pre posun ρ= -0.2, ktorý ureguluje daný prenos. Otestovať robustnú stabilitu PI regulátora.*

d) *vykresliť oblasti stability jedného Charitonovovho procesu pre rôzne hodnoty k_d.*

e) *nájsť robustný stabilizujúci PID regulátor, ktorý spĺňa podmienku, že bezpečnosť v amplitúde je väčšia než 3 (9,54dB).*

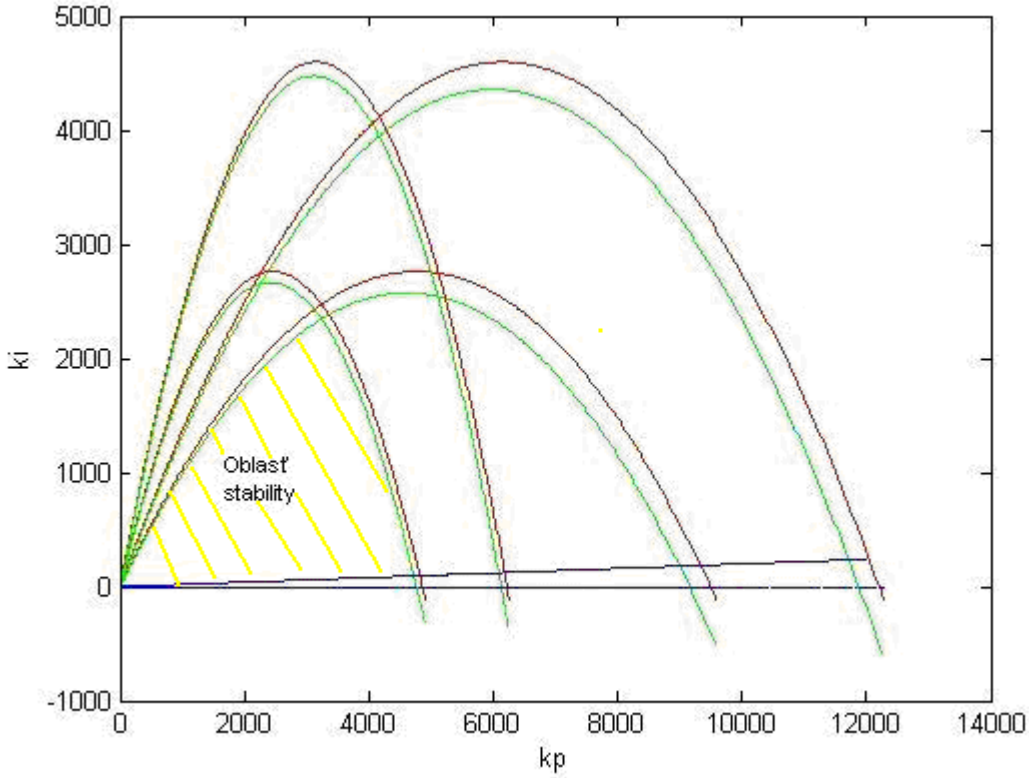
Keďže máme daný intervalový systém (81) a intervalové neurčitosti sa nachádzajú v menovateli prenosu, je potrebné si vytvoriť Charitonovove polynómy menovateľa podľa rovníc (11) až (14) .

Dostaneme štyri Charitonovove polynómy a kombináciou týchto štyroch polynómov a jedného čitateľa dostanem štyri systémy, pre ktoré je potrebné navrhnúť príslušný robustný PI regulátor, takže je potrebné nájsť také hodnoty regulátora k_p a k_i, ktoré uregulujú všetky štyri prenosy, čiže daný intervalový systém.

a) Navrhnúť robustný PI regulátor, pomocou hodnôt k_p a k_i pre posun ρ= -0.2. ktorý ureguluje daný prenos a otestovať robustnú stabilitu PI regulátora.

Pomocou vzťahov (32) až (45) a vzťahov (47) až (51) si pre všetky štyri prenosy vypočítam konštanty robustného regulátora k_p a k_i. Postup treba zopakovať pre všetky Charitonovove procesy. Vykreslením k_i v závislosti od k_p dostanem osem kriviek predstavujúcich hranicu stability v URO v (k_p, k_i)- rovine. Štyri krivky pre hranicu stability bez posunutia a štyri pre hranicu stability s posunutím ρ= *-0,2*.

Prienikom týchto ôsmich kriviek bude oblasť hľadaných parametrov regulátora, čiže hodnôt k_p a k_i, ktoré uregulujú daný intervalový systém (81).



Obr. 22 Oblasť stabilných k_p a k_i pre všetky Charitonovove procesy intervalového prenosu (81)

Hranice stability pre posunutie *-0,2* sú na obr. 22 označené zelenými a hranice stability pre nulové posunutie sú označené modrými čiarami.

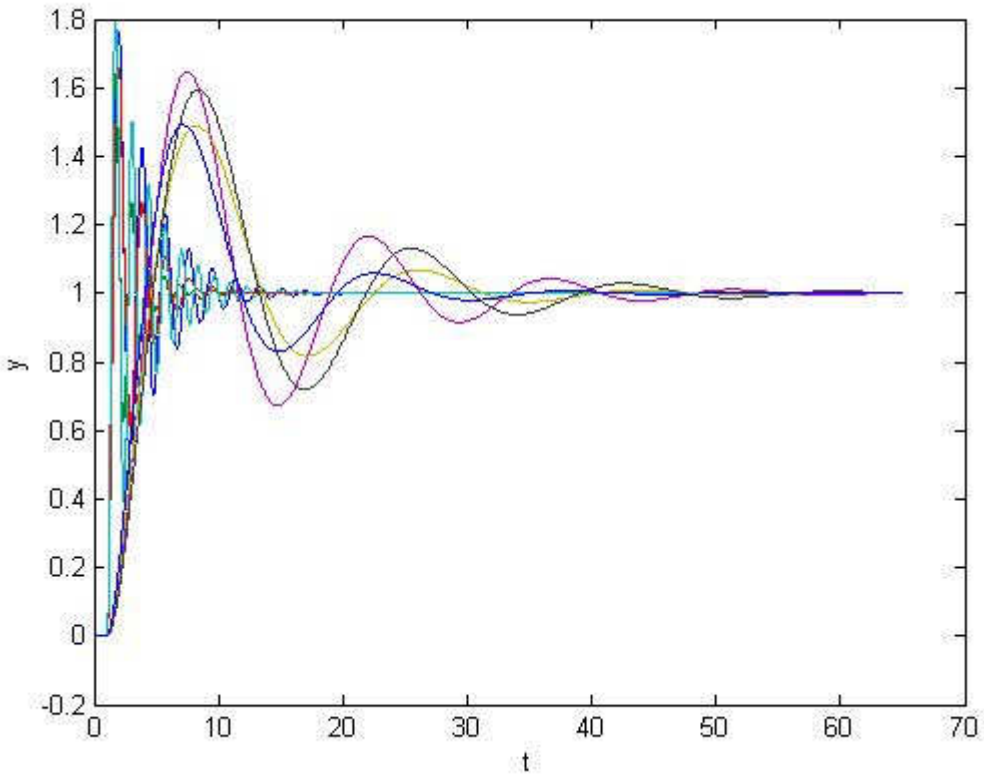
Prienikom týchto ôsmich kriviek je oblasť hľadaných parametrov regulátora. Z tohto prieniku sa vyberú hodnoty parametrov regulátora $k_p=1500$ a $k_i= 200$ navrhnutého pre posun $\rho= -0,02$ a hodnoty paramatrov regulátora $k_p=4000$ a $k_i=1200$ navrhnutého pre nulový posun, ktoré by uregulujú všetky štyri Charitonove procesy.

Dostávame robustné regulátory v tvare

$$C_1(s) = \frac{1500s + 200}{s} \tag{82}$$

$$C_2(s) = \frac{4000s + 1200}{s} \tag{83}$$

Z obr. 22 vidíme, že oblasť stability určená pomocou posunutia $\rho= -0,2$ je menšia ako oblasť stability pri nulovom posune. Hodnoty parametrov regulátora k_p a k_i, vybraté z prieniku s posunutím by mali riadený systém uregulovať rýchlejšie ako regulátor navrhnutý parametrami regulátora vybratými z prieniku bez posunutia. Toto si overíme simuláciou (obr. 23) uzavretého regulačného obvodu (obr. 3), do ktorého dosadíme parametre PI regulátorov (82) a (83) .



Obr. 23 Priebehy odozvy regulovanej veličiny na skokovú zmenu vstupnej veličiny pre všetky štyri Charitonovove procesy intervalového prenosu (81)

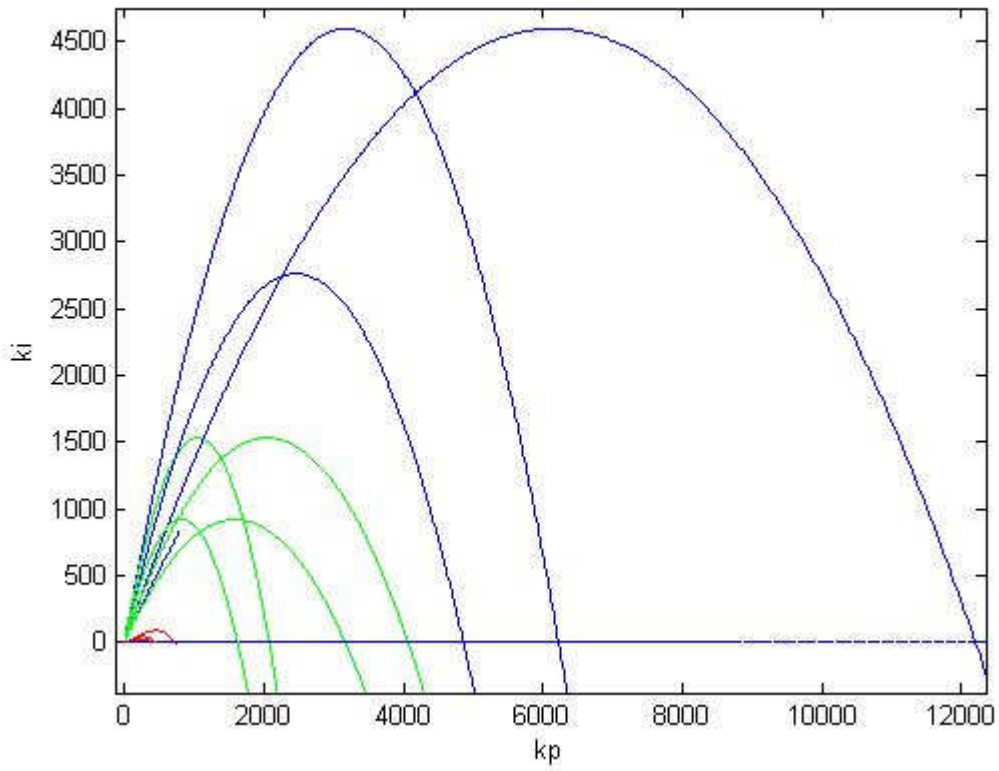
Z obr. 23 vidíme, že navrhnutý regulátory (82) a (83) uregulovali všetky štyri Charitonovove procesy, z čoho vyplýva, že parametre robustných PI regulátorov boli navrhnuté správne. Štyri krivky pre hranicu stability bez posunutia a štyri pre hranicu stability s posunutím $\rho = -0{,}2$.

b) Nájsť robustný stabilizujúci PI regulátor, ktorý spĺňa podmienku, že bezpečnosť vo fáze systému je väčšia než 45° a bezpečnosť v amplitúde je väčšia než 3 (9,54dB).

Ďalšou úlohou je nájsť pre štyri Charitonovove systémy stabilizujúci PI regulátor, ktorý spĺňa podmienku, že fáza systému je väčšia než 45° a amplitúda je väčšia než *3 (9,54dB).*

Použitím rovníc (53) určíme hodnoty k_p a k_i pre hranicu stability vo fáze a v amplitúde. K tomu, aby sa našli všetky stabilizujúce parametre PI regulátora vo fáze dá v rovniciach (53) $A=1$ a v v amplitúde $\Phi=0$.

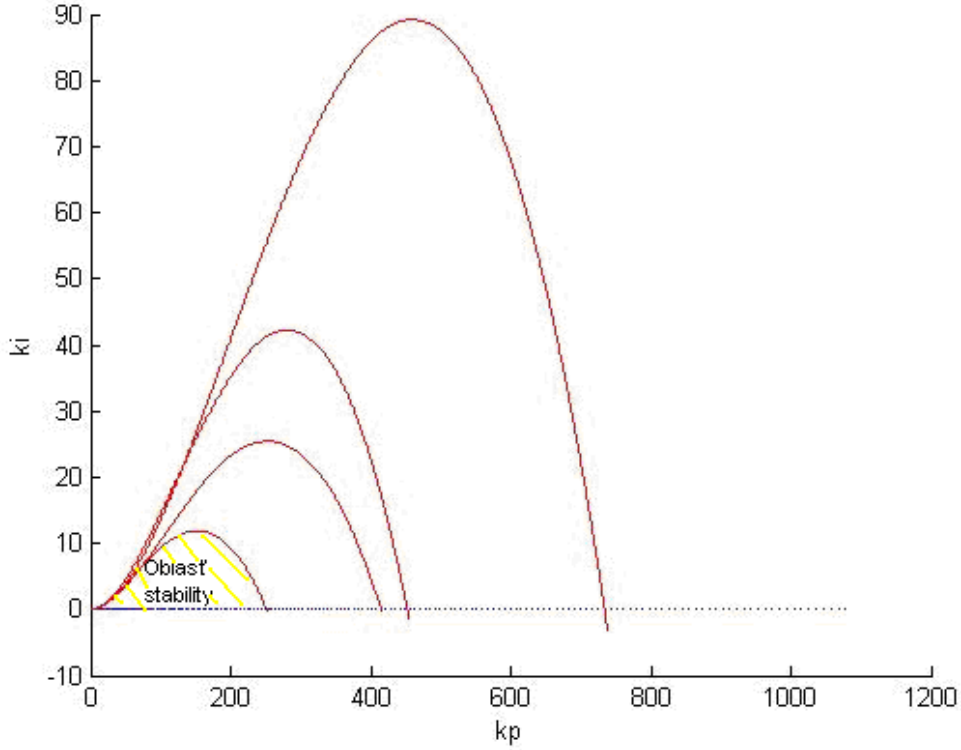
Vykreslením závisloti k_p a k_i dostávam obr. 24.



Obr. 24 Oblasť stabilných k_p a k_i pre všetky štyri Charitonovove procesy intervalového prenosu (81)

Hranice stability na obr. 24 pre posunutie vo fáze sú označené červenou farbou , hranice stability pre posunutie v amplitúde sú označené zelenou farbou a hranice stability pre nulové posunutie sú označené modrými čiarami.

Z obr.24 vidno, že najmenší prienik má oblasť stability pre posun vo fáze. Zväčšením obr.24 je oblasť stability pre všetky štyri Charitonovove procesy intervalového prenosu lepšie viditeľná (obr.25).



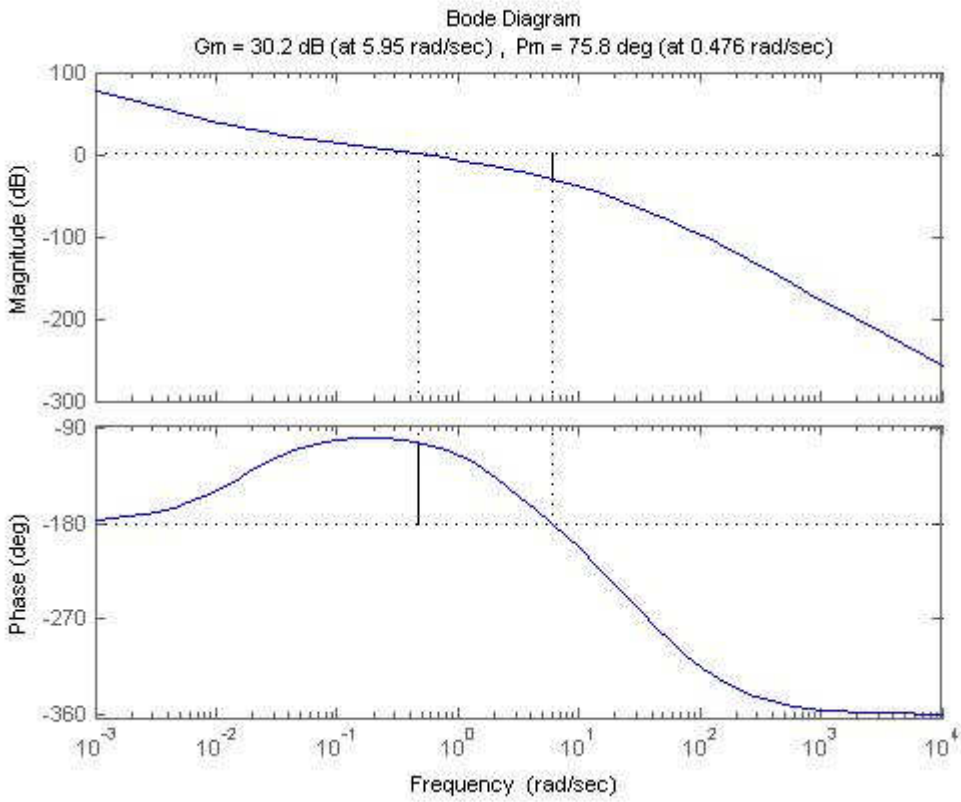
Obr. 25 Oblasť stabilných regulátora k_p a k_i pre všetky štyri Charitonovove procesy intervalového prenosu (81) pre zaistenie bezpečnosti vo fáze

Z obr.25 určíme stabilnú oblasť. Z tohto prieniku sa vyberú hodnoty parametrov regulátora $k_p = 150$ a $k_i = 2{,}5$, ktoré uregulujú daný proces. Dostávame navrhnutý robustný PI regulátor v tvare

$$C(s) = \frac{150s + 2{,}5}{s} \tag{84}$$

To, či sa dodržala požadovaná bezpečnosť v amplitúde a vo fáze sa zistí na základe vykreslenia Bodeho diagramu otvoreného obvodu G_o.

$G_o = G(s)C(s)$



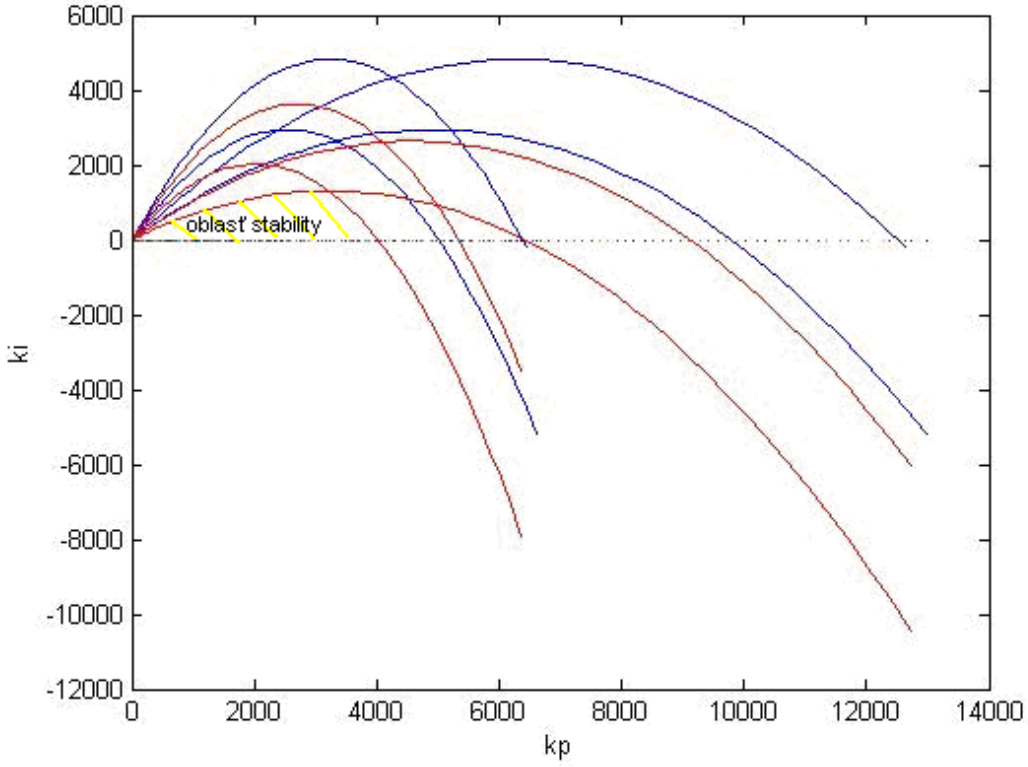
Obr. 26 Bodeho diagram

Z obr. 26 vidíme, že bezpečnosť v amplitúde aj vo fáze bola dodržaná, keďže hodnota bezpečnosti v amplitúde je *A= 30,2 dB*, čo je viac ako *A=9,54dB* a hodnota bezpečnosti vo fáze je *75,8°* a to väčšie ako *45°*.

c) Navrhnúť robustný PID regulátor a navrhnúť robustný PID regulátor pre posun ρ= -0.2, ktorý ureguluje daný prenos. Otestovať robustnú stabilitu PID regulátora.

Pomocou vzťahov (58) až (63) a vzťahov (47) až (50) si pre všetky štyri Charitonovove prenosy vypočítam konštanty robustného regulátora k_p a k_i. Hodnotu tretieho parametra regulátora si zvolím $k_d=10$. Vykreslením k_i v závislosti od k_p dostanem osem kriviek predstavujúcich hranicu stability v URO v (k_p, k_i)- rovine. Štyri krivky pre hranicu stability bez posunutia a štyri pre hranicu stability s posunutím ρ= -0,2.

Prienikom týchto ôsmich kriviek bude oblasť hľadaných parametrov regulátora, čiže hodnôt k_p a k_i, ktoré uregulujú daný intervalový systém (81).



Obr. 27 Oblasť stabilných k_p a k_i pre všetky Charitonovove procesy intervalového prenosu (81) pre $k_{d=}$ *10*

Hranice stability pre posunutie $\rho = -0{,}2$ sú na obr. 27 označené červenými a hranice stability pre nulové posunutie sú označené modrými čiarami.

Z obr. 27 určíme prienik stabilných oblastí všetkých štyroch Charitonovových procesov. Z tohto prieniku sa vyberú hodnoty parametrov regulátora $k_p=1500$ a $k_i= 200$ navrhnutého pre posun $\rho = -0{,}02$ a hodnoty paramatrov regulátora $k_p=4500$ a $k_i=400$ navrhnutého pre nulový posun, ktoré by uregulujú všetkých šestnásť Charitonovových procesov.

Dostávame robustné PID regulátory v tvare

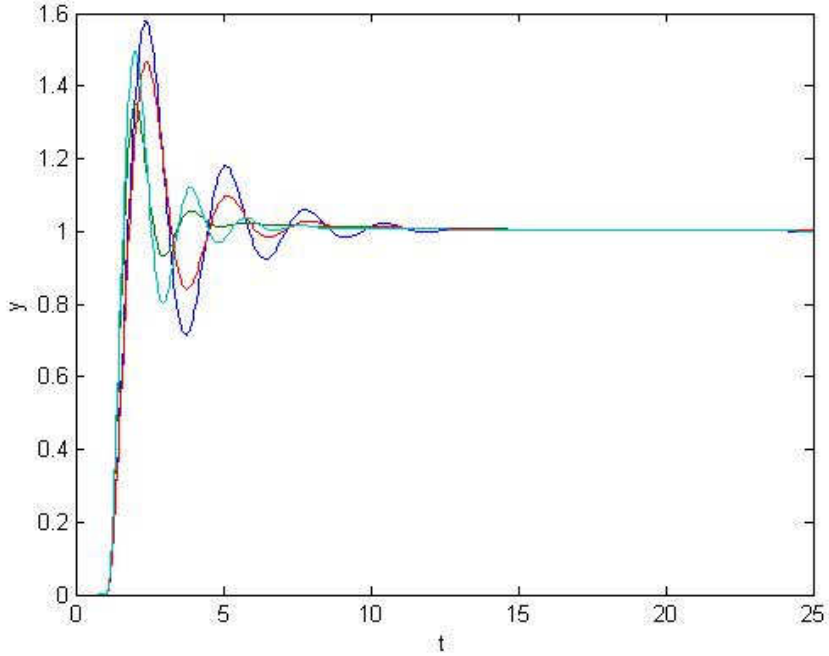
$$C_1(s) = \frac{10 + 1500s + 200}{s} \tag{85}$$

pre posun $\rho = -0.02$ a

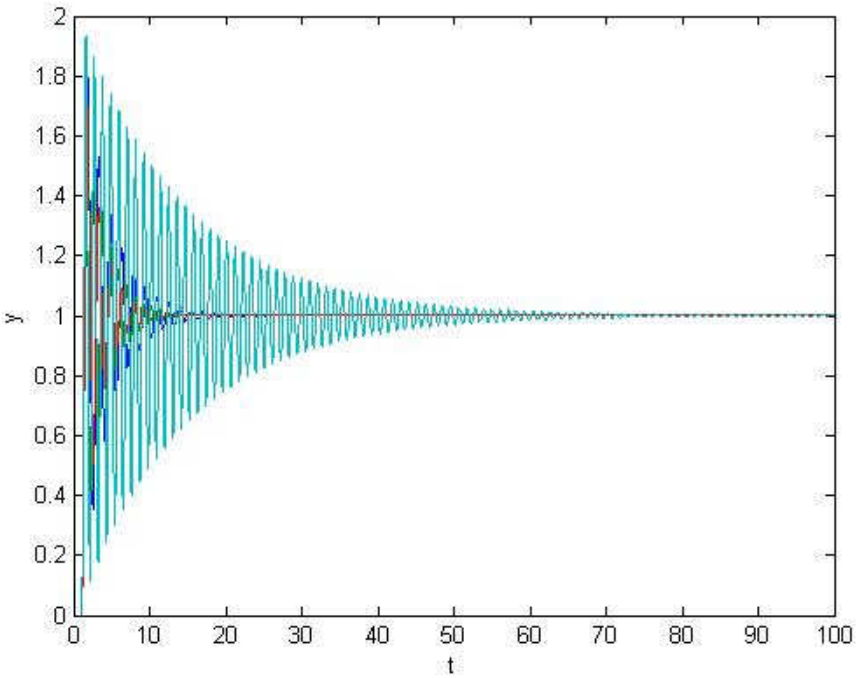
$$C_2(s) = \frac{10 + 4500s + 400}{s} \tag{86}$$

pre nulový posun.

Na obr. 27 vidíme, že oblasť stability určená pomocou posunutia $\rho = -0.2$ je menšia ako oblasť stability pri nulovom posune. Hodnoty parametrov regulátora k_p a k_i, vybraté z prieniku s posunutím by mali riadený systém uregulovať rýchlejšie ako regulátor navrhnutý parametrami regulátora vybratými z prieniku bez posunutia. Toto si overíme dosadením parametrov PID regulátora do uzavretého regulačného obvodu (obr. 3) a následnou simuláciou (obr. 28).



Obr. 28 Priebehy odozvy regulovanej veličiny na skokovú zmenu vstupnej veličiny pre všetky štyri Charitonovove procesy intervalového prenosu (39) pre regulátor (85)

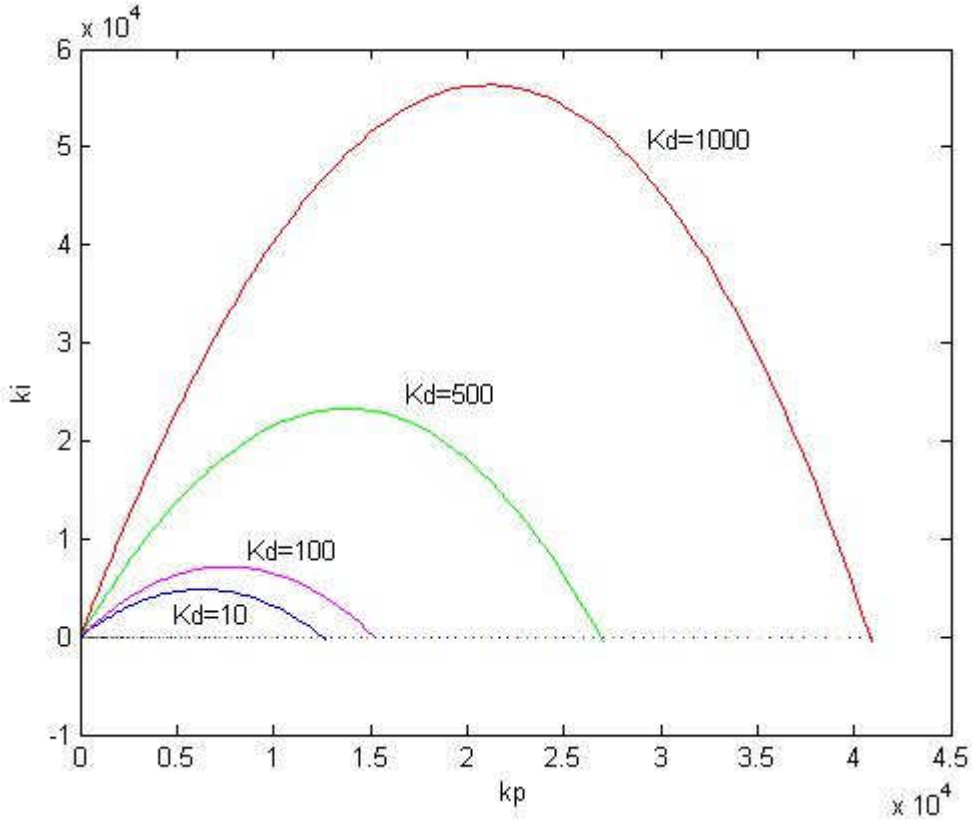


Obr. 29 Priebehy odozvy regulovanej veličiny na skokovú zmenu vstupnej veličiny pre všetky štyri Charitonovove procesy intervalového prenosu (39) pre regulátor (86)

Na obr. 28 a obr. 29 vidíme, že navrhnuté regulátory (85) a (86) uregulovali všetky štyri Charitonovove procesy, z čoho vyplýva, že parametre robustných PID regulátorov boli navrhnuté správne. Hodnoty parametrov regulátora k_p a k_i, vybraté z prieniku s posunutím (obr. 28) uregulovali riadený systém rýchlejšie ako regulátor navrhnutý parametrami regulátora vybratými z prieniku bez posunutia (obr. 29).

d) ***Vykresliť oblasti stability jedného Charitonovovho procesu pre rôzne hodnoty K_D.***

Parametre regulátora k_p a k_i závisia od parametra k_d, čiže aj oblasť stability sa bude meniť na základe meniacej sa derivačnej zložky regulátora k_d. Platnosť tohto tvrdenia si overíme na obr. 30 tak, že vykreslíme hodnoty k_p a k_i pre prvý Charitonovov proces a hodnotu k_d, od ktorej závisia hodnoty k_p a k_i, budeme meniť.



Obr. 30 Oblasť stabilných k_p a k_i pre prvý Charitonovov proces intervalového prenosu (81) pre rôzne hodnoty k_d

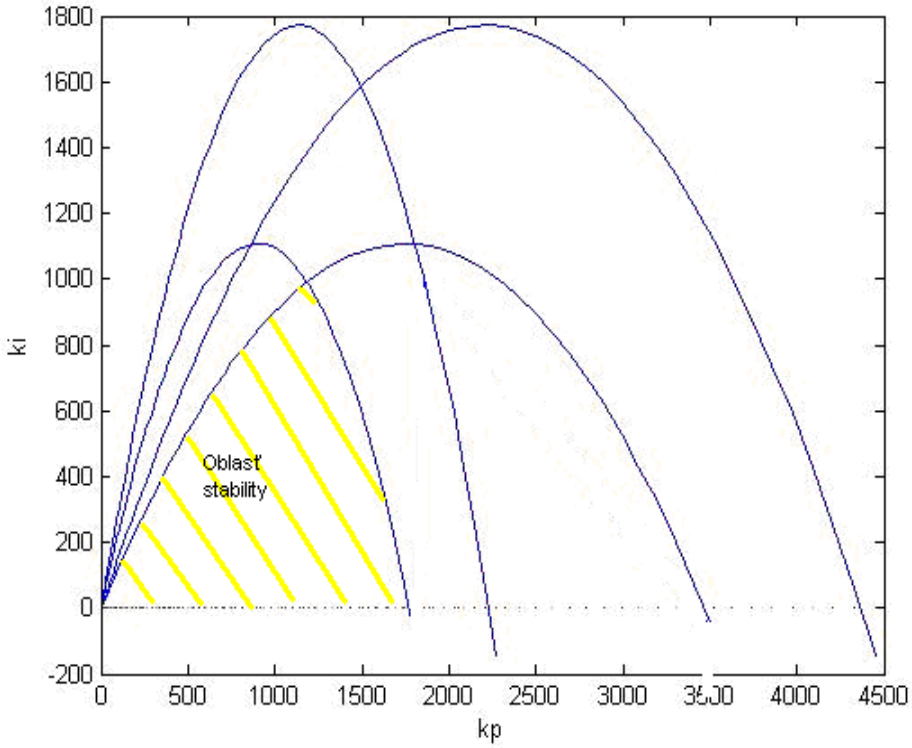
Zistili sme, že so zväčšujúcou hodnotou k_d sa zväčšuje oblasť stabilných k_p a k_i.

e) nájsť robustný stabilizujúci PID regulátor, ktorý spĺňa podmienku, že bezpečnosť v amplitúde je väčšia než 3 (9,54dB).

Ďalšou úlohou je nájsť pre štyri Charitonovove prenosy stabilizujúci PID regulátor, ktorý spĺňa podmienku, že bezpečnosť v amplitúde systému je väčšia než *3* (*9,54dB*).

Použitím rovníc (63) určíme hodnoty k_p a k_i pre hranicu stability v amplitúde. K tomu, aby sa našli všetky stabilizujúce parametre PID regulátora dáme bezpečnosť v amplitúde v rovniciach (63) $A=3$ a $\Phi=0$.

Vykreslením závisloti k_p a k_i dostávam obr. 31

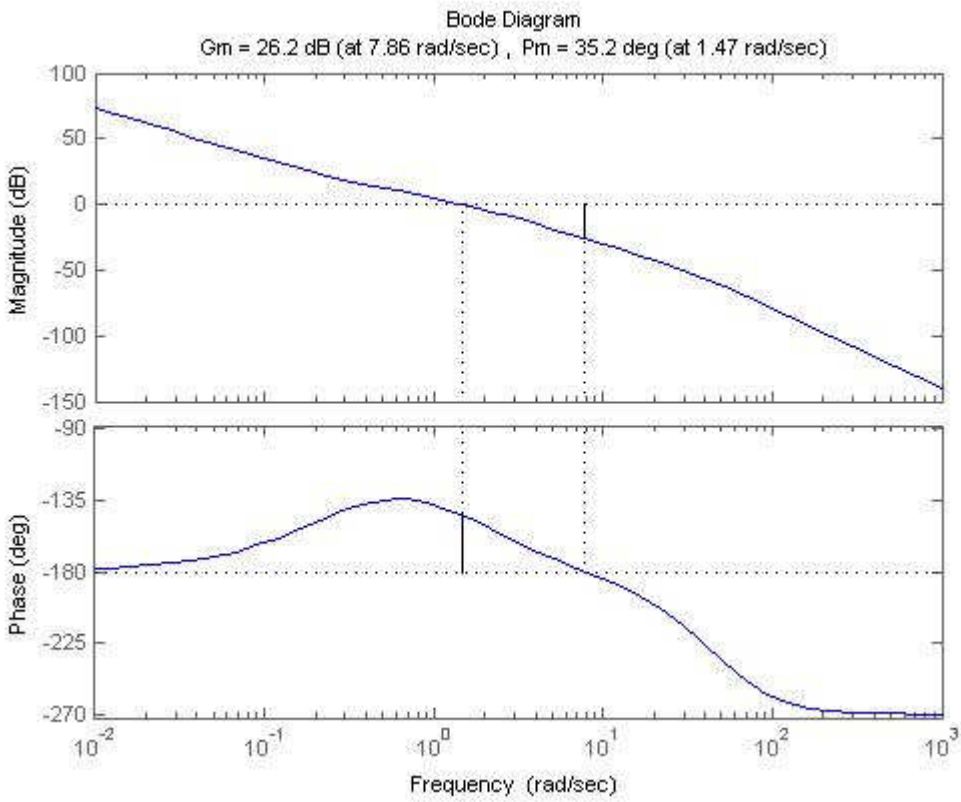


Obr. 31 Oblasť stabilných k_p a k_i pre všetky štyri Charitonovove procesy intervalového prenosu (81) pre zaistenie bezpečnosti v amplitúde pre $k_d = 10$

Z obr. 31 určíme stabilnú oblasť. Z tohto prieniku sa vyberú hodnoty parametrov regulátora $k_p = 800$ a $k_i = 200$, ktoré uregulujú daný proces. Dostávame navrhnutý robustný PID regulátor v tvare

$$C(s) = \frac{10s^2 + 800s + 200}{s} \tag{87}$$

To, či sa dodržala požadovaná bezpečnosť v amplitúde a vo fáze sa zistí na základe vykreslenia Bodeho diagramu.



Obr. 32 Bodeho diagram

Z obr. 32 vidíme, že bezpečnosť v amplitúde bola dodržaná, keďže hodnota bezpečnosti v amplitúde je *A= 26,2 dB*, čo je viac ako *A=9,54dB*.

3.4.2 Návrh robustných regulátorov pre chemický reaktor

Uvažujeme chemický reaktor, v ktorom prebieha hydrolýza propylénoxidu na propylénglykol

$$C_3H_6O + H_2O \longrightarrow C_3H_8O_2 \tag{88}$$

Dynamický matematický model reaktora je odvodený z materiálových bilancií reagujúcich zložiek, entalpickej bilancii reakčnej zmesi a entalpickej bilancii chladiaceho média v plášti reaktora so začiatočnými podmienkami.

Závislosť reakčnej rýchlosti a teploty popisuje Arrheniova rovnica v tvare

$$k = k_\infty e^{\frac{-E}{RTr}} \tag{89}$$

kde k_∞ je predexponenciálny faktor, E je aktivačná energia, R je univerzálna plynová konštanta a T_r je teplota reakčnej zmesi.

Pri predpoklade ideálneho miešania v reaktore, konštantného reakčného objemu a objemových prietokov vo vstupných a výstupných prúdoch je materialová bilancia systému

$$\mathrm{V_r}\frac{\mathrm{dc_j}}{\mathrm{dt}} = \mathrm{q_r}(\mathrm{c_{j_0}} - \mathrm{c_j}) + \mathrm{V_r}\nu_\mathrm{j}\mathrm{r} \quad , \qquad \mathrm{j} = 1,2,3 \tag{90}$$

kde Vr je reakčný objem, c je molová koncentrácia j-tej zložky, q_r je oblemový tok reakčnej zmesi, je υ stechiometrický koeficient j-tej zložky [6].

Konštantné parametre a ustálené vstupy chemického reaktora:

V_r [m^3] = 2,407

V_c [m^3] = 2

ρ_r [kg m^{-3}] = 974,19

ρ_c [kg m^{-3}] = 998

cp_r [kJ kg^{-1} k^{-1}] = 3,7178

cp_c [kJ kg^{-1} k^{-1}] = 4,182

A/ [m^2] = 8,695

E/R [K] = 10183

q_r [$m^3 min^{-1}$] = 0,072

q_c [$m^3 min^{-1}$] = 0,6307

T_{r0} [K] = 299, 05

T_{c0} [K] = 288,15

c_{10} [kmol. m^{-3}] = 0,0824

c_{30} [kmol. m^{-3}] = 0

Neurčité parametre chemického reaktora:

	Min. hodnota	**Stred. Hodnota**	**Max. hodnota**
Δ_rH0 [kJkmol^{-1}]	-5,51x10^6	-5,46x10^6	-5,41x10^6
k_∞ [min^{-1}]	2,5867x10^{11}	2,8267x10^{11}	3,0667x10^{11}
U [kJmin^{-1}m^{-2}K^{-1}]	13,0	13,8	14,6

Riadenou veličinou je je teplota T_{r0} a riadiacou veličinou je objemový prietok q_c.

Prenos reaktora v tvare intervalovej prenosovej funkcie je

$$G(s) = \frac{[-0{,}0297;-0{,}024]s^2 + [-0{,}0203;-0{,}0122]s + [-0{,}0006,-0.0003]}{s^4 + [0{,}5555;0{,}9389]s^3 + [0{,}0903;0{,}2441]s^2 + [0{,}0056;0{,}015]s + [0.0001;0{,}0003]} \quad (91)$$

Úlohy:

a) *Navrhnúť robustný PI regulátor.*

b) *Otestovať robustnú stabilitu URO.*

c) *Otestovať robustnú stabilitu reaktora.*

d) *Navrhnúť robustný PID regulátor. Navrhnúť robustný PID regulátor pre posun ρ= -0.2, ktorý ureguluje daný prenos. Otestovať robustnú stabilitu PID regulátora.*

e) *Nájsť robustný stabilizujúci PID regulátor, ktorý spĺňa podmienku, že bezpečnosť v amplitúde je väčšia než 3 (9,54dB).*

f) *Otestovať robustnú stabilitu reaktora.*

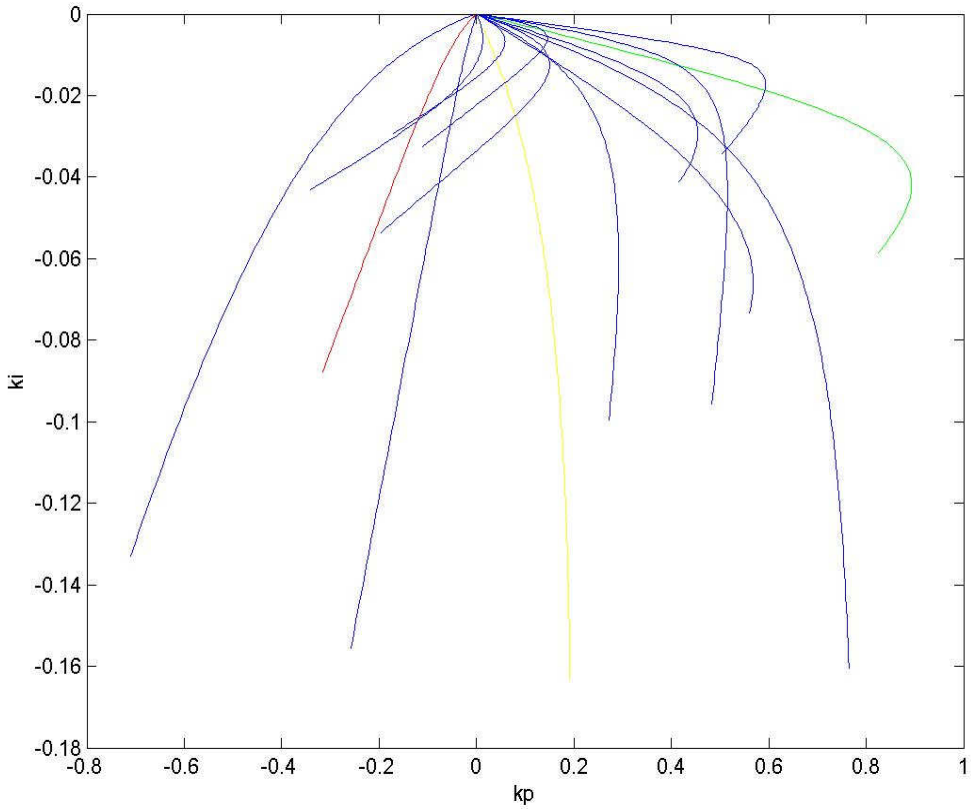
Riešenie:

a) Navrhnúť robustný PI regulátor.

Z čitateľa a z menovateľa intervalovej prenosovej funkcie reaktora si vytvorím štyri Charitonovove polynómy čitateľa a štyri Charitonovove polynómy menovateľa. Ich kombináciou dostanem šestnásť prenosových funkcií.

Pomocou vzťahov (29) až (45) si pre každý prenos vypočítam konštanty robustného regulátora k_p a k_i. Vykreslením k_i v závislosti od k_p dostanem krivku predstavujúcu hranicu stability v URO v (k_p, k_i)- rovine, ktorá rozdelí rovinu na stabilnú a nestabilnú časť. Stabilná a nestabilná oblasť sa nájde napr. voľbou testovacích bodov, ktoré je (k_p, k_i)- rovina rozdelená.

Postup zopakujem pre všetkých šestnásť Charitonovových procesov. Oblasť parametrov robustného PI regulátora je prienikom stabilných oblastí Charitonovových procesov.



Obr. 33 Oblasť stabilných k_p a k_i pre všetky Charitonovove procesy intervalového prenosu (91)

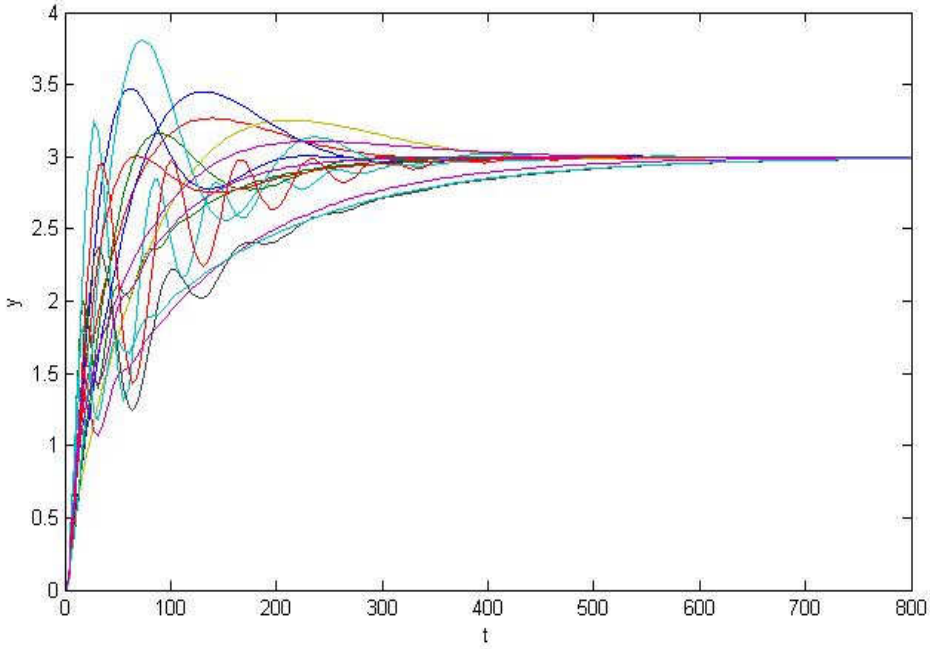
Z obr.33 určíme prienik stabilných oblastí všetkých šestnástich Charitonovových procesov. Z tohto prieniku sa vyberú hodnoty parametrov regulátora $k_p = -0{,}39$ a $k_i = -0{,}01$, ktoré uregulujú všetkých šestnásť Charitonovových procesov.

Dostávame navrhnutý robustný PI regulátor v tvare

$$C(s) = \frac{-0{,}39s - 0{,}01}{s} \tag{92}$$

b) Otestovať robustnú stabilitu URO.

To, či boli parametre PI regulátora (92) navrhnuté správne si otestujeme dosadením do uzavretého regulačného obvodu (obr. 3) a následnou simuláciou (obr.34).

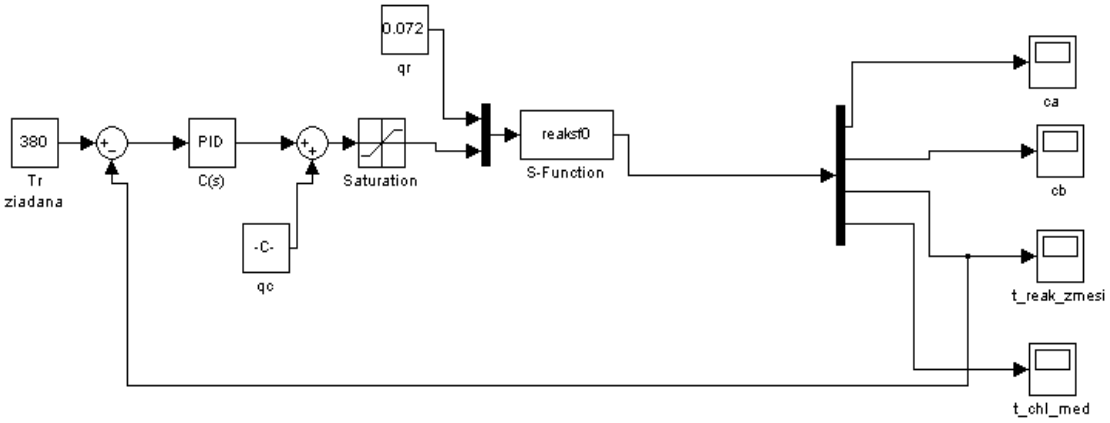


Obr.34 Priebeh odozvy regulovanej veličiny na skokovú zmenu vstupnej veličiny pre všetkých šestnásť Charitonovových procesov intervalového prenosu (91)

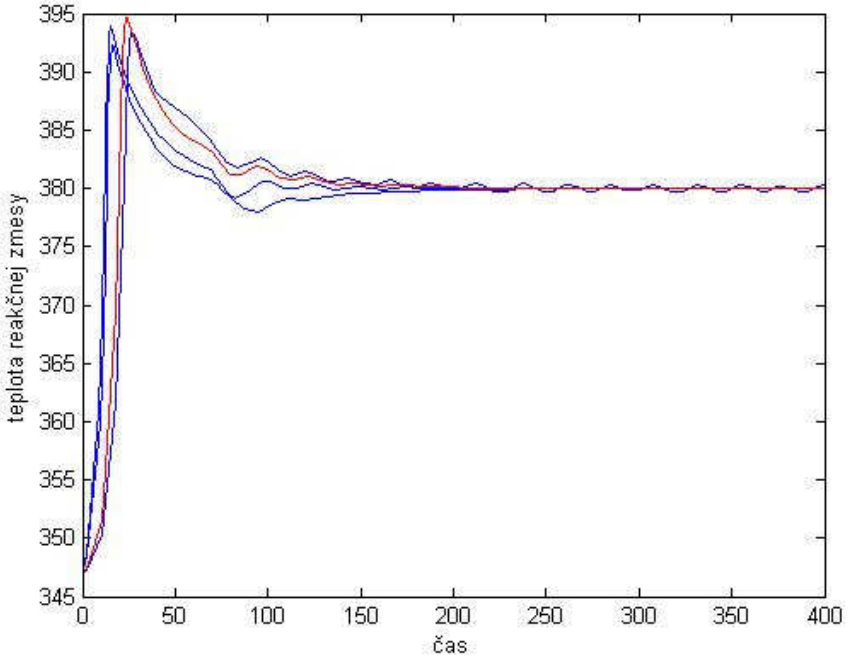
Z obr.34 vidíme, že navrhnutý regulátor ureguloval všetkých šestnásť Charitonovových procesov, z čoho vyplýva, že navrhnutý PI regulátor je robustný.

c) Otestovať robustnú stabilitu reaktora.

Žiadanú hodnotu teploty reakčnej zmesi som si zvolila 380K.



Obr. 35 Priebeh odozvy regulovanej veličiny na skokovú zmenu vstupnej veličiny pre reaktor



Obr. 36 Priebeh odozvy regulovanej veličiny na skokovú zmenu vstupnej veličiny pre reaktor

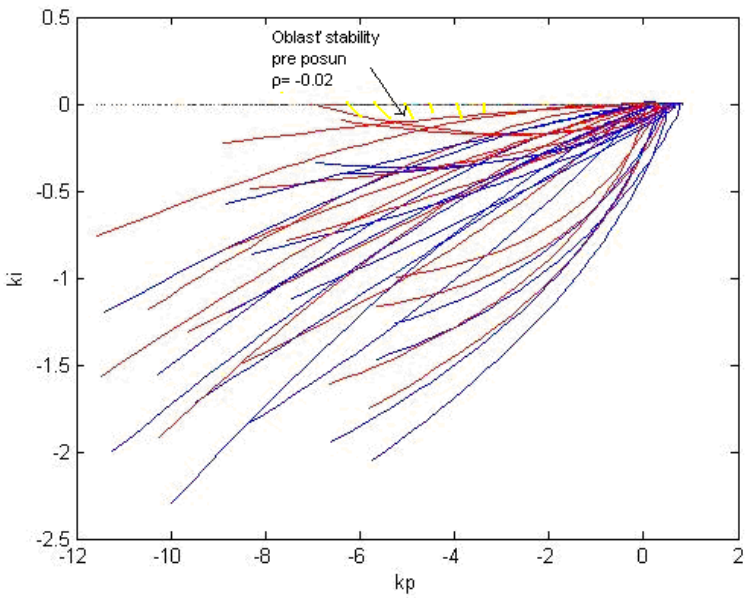
Na obr.36 vidíme, že robustný regulátor (92) ureguloval teplotu reakčnej zmesi na žiadanú hodnotu, z čoho vyplýva, že bol navrhnutý správne.

d) Navrhnúť robustný PID regulátor pre riadenie reaktora.

Pomocou vzťahov (54) až (63) si pre každý prenos vypočítame konštanty robustného PID regulátora k_p a k_i. Hodnotu tretieho parametra regulátora si zvolím $k_d=1$. Vykreslením k_i v závislosti od k_p dostaneme krivku predstavujúcu hranicu stability v URO v (k_p, k_i)- rovine, ktorá rozdelí rovinu na stabilnú a nestabilnú časť. Stabilná a nestabilná oblasť sa nájde napr. voľbou testovacích bodov, ktoré je (k_p, k_i)- rovina rozdelená.

Postup zopakujem pre všetkých šestnásť Charitonovových procesov. Oblasť parametrov robustného PID regulátora je prienikom stabilných oblastí Charitonovových procesov.

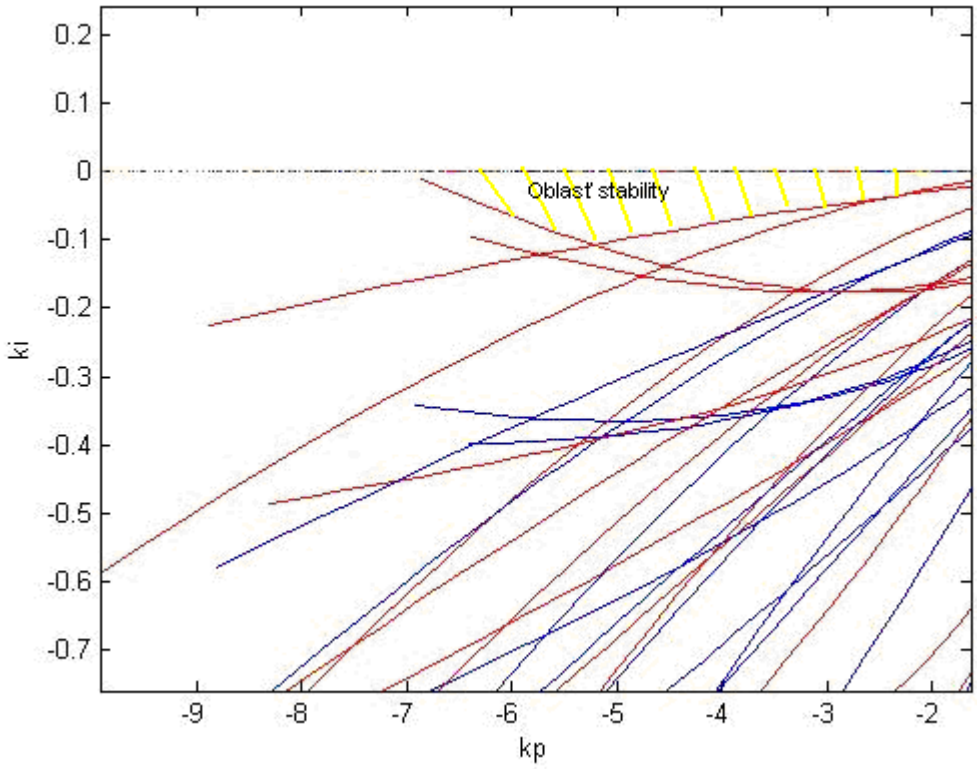
Vykreslením k_i v závislosti od k_p dostanem tridsaťdva kriviek predstavujúcich hranicu stability v URO v (k_p, k_I)- rovine. Šestnásť kriviek pre hranicu stability bez posunutia a šestnásť pre hranicu stability s posunutím $\rho = -0{,}02$.



Obr. 37 Oblasť stabilných k_p a k_i pre všetky Charitonovove procesy intervalového prenosu (91) pre $k_d = 1$

Hranice stability pre posunutie *-0,02* sú na obr. 37 označené červenými a hranice stability pre nulové posunutie sú označené modrými čiarami.

Z obr. 37 určíme prienik stabilných oblastí všetkých šestnástich Charitonovových procesov. Zväčšením obr. 37 sa z tohto prieniku sa vyberú hodnoty parametrov regulátora k_p=*-6* a k_i= *-0,1* navrhnutého pre posun ρ= *-0,02* a hodnoty parametrov regulátora k_p=*-5,4* a k_i= *-0,025* navrhnutého pre nulový posun, ktoré by uregulujú všetkých šestnásť Charitonovových procesov.



Obr. 38 Oblasť stabilných k_p a k_i pre všetky Charitonovove procesy intervalového prenosu (91) (zväčšený Obr. 37)

Dostávame robustné regulátory v tvare

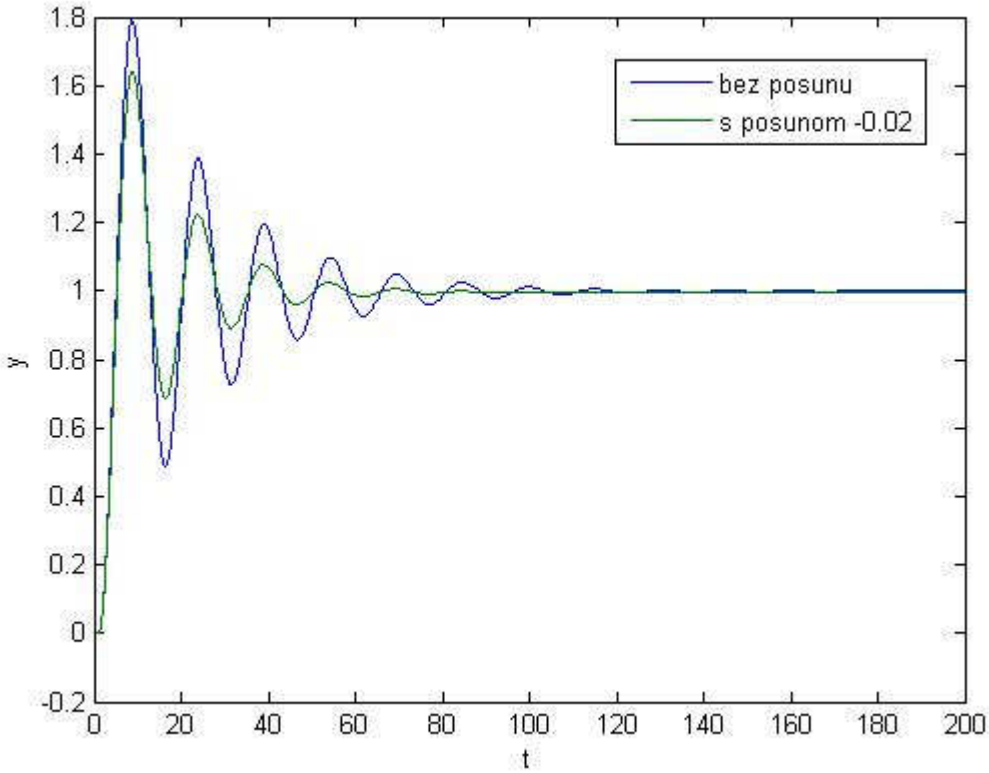
$$C_1(s) = \frac{1 - 6s - 0.1}{s} \tag{93}$$

pre posun ρ= *-0.02* a

$$C_2(s) = \frac{1 - 5.4s - 0.025}{s} \tag{94}$$

pre nulový posun.

To, či boli regulátory navrhnuté správne si overíme dosadením parametrov PID regulátora do uzavretého regulačného obvodu (obr. 3) a následnou simuláciou (obr.39). Hodnoty parametrov regulátora k_p a k_i, vybraté z prieniku s posunutím by mali riadený systém uregulovať rýchlejšie ako regulátor navrhnutý parametrami regulátora vybratými z prieniku bez posunutia.



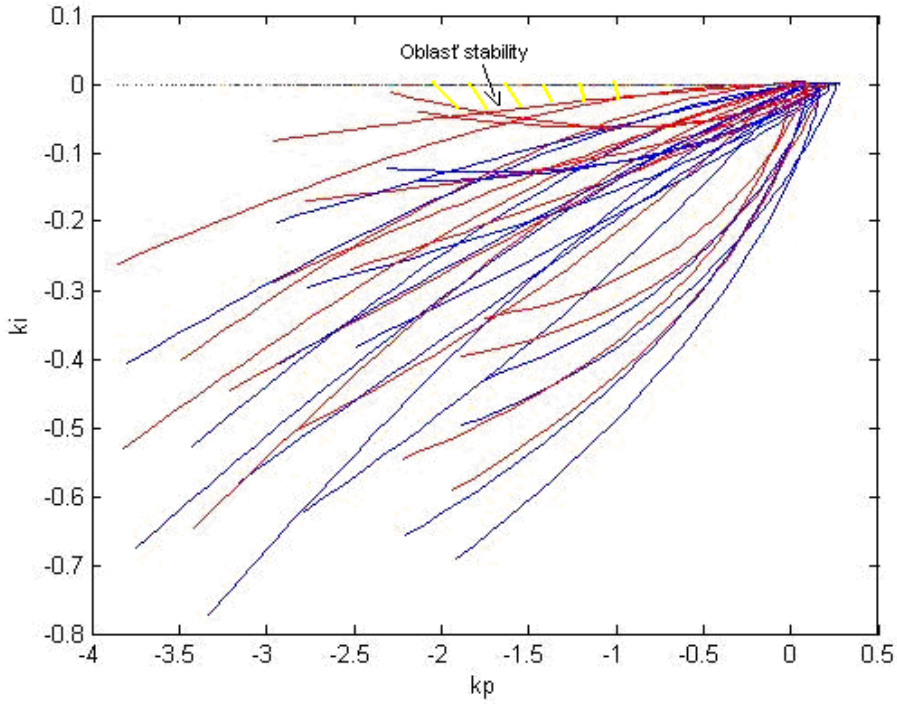
Obr. 39 Priebeh odozvy regulovanej veličiny na skokovú zmenu vstupnej veličiny pre prvý Charitonovov proces intervalového prenosu (91)

Z obr.39 vidíme, že navrhnutý regulátor ureguloval Charitonovov proces, z čoho vyplýva, že parametre robustného PI regulátora boli navrhnuté správne. Hodnoty parametrov regulátora k_p a k_i, vybraté z prieniku s posunutím riadený systém uregulovali rýchlejšie ako regulátor navrhnutý parametrami regulátora vybratými z prieniku bez posunutia.

e) Nájsť robustný stabilizujúci PID regulátor, ktorý spĺňa podmienku, že bezpečnosť v amplitúde je väčšia než 3 (9,54dB).

Ďalšou úlohou je nájsť pre všetky Charitonovove prenosy stabilizujúci PID regulátor, ktorý spĺňa podmienku, že bezpečnosť v amplitúde je väčšia než *3* (*9,54dB*).

Použitím rovníc (54) až (63) určíme hodnoty k_p a k_i pre hranicu stability v amplitúde. K tomu, aby sa našli všetky stabilizujúce parametre PID regulátora v amplitúde dá v rovniciach (54) až (63) $A=3$ a $\Phi=0$. Vykreslením závislosti k_p a k_i dostávam obr.40



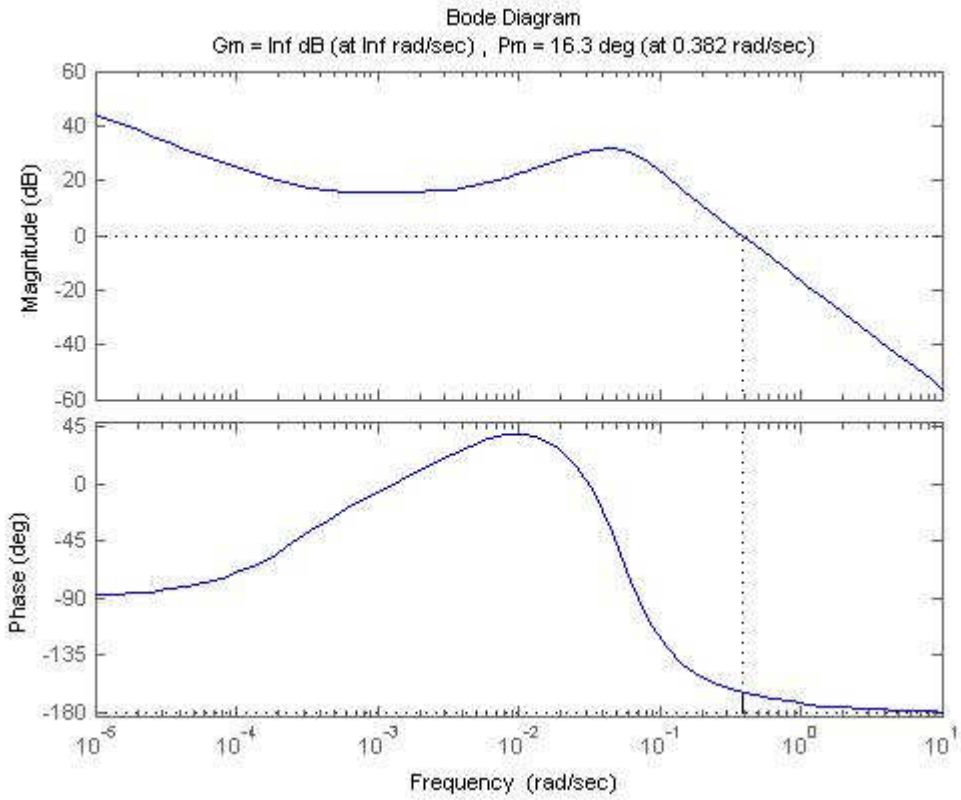
Obr. 40 Oblasť stabilných k_p a k_i pre všetky štyri Charitonovove procesy intervalového prenosu (91) pre zaistenie bezpečnosti v amplitúde pre $k_d = 0,3$

Hranice stability pre posunutie *-0,02* sú na obr. označené červenými a hranice stability pre nulové posunutie sú označené modrými čiarami.

Z obr.40 určíme stabilnú oblasť. Z tohto prieniku sa vyberú hodnoty parametrov regulátora $k_p = -1,8$ a $k_i = -0,02$, ktoré uregulujú daný proces. Dostávame navrhnutý robustný PI regulátor v tvare

$$C(s) = \frac{0,3s^2 - 1,8s - 0,02}{s} \tag{95}$$

To, či sa dodržala požadovaná bezpečnosť v amplitúde a vo fáze sa zistí na základe vykreslenia Bodeho diagramu.

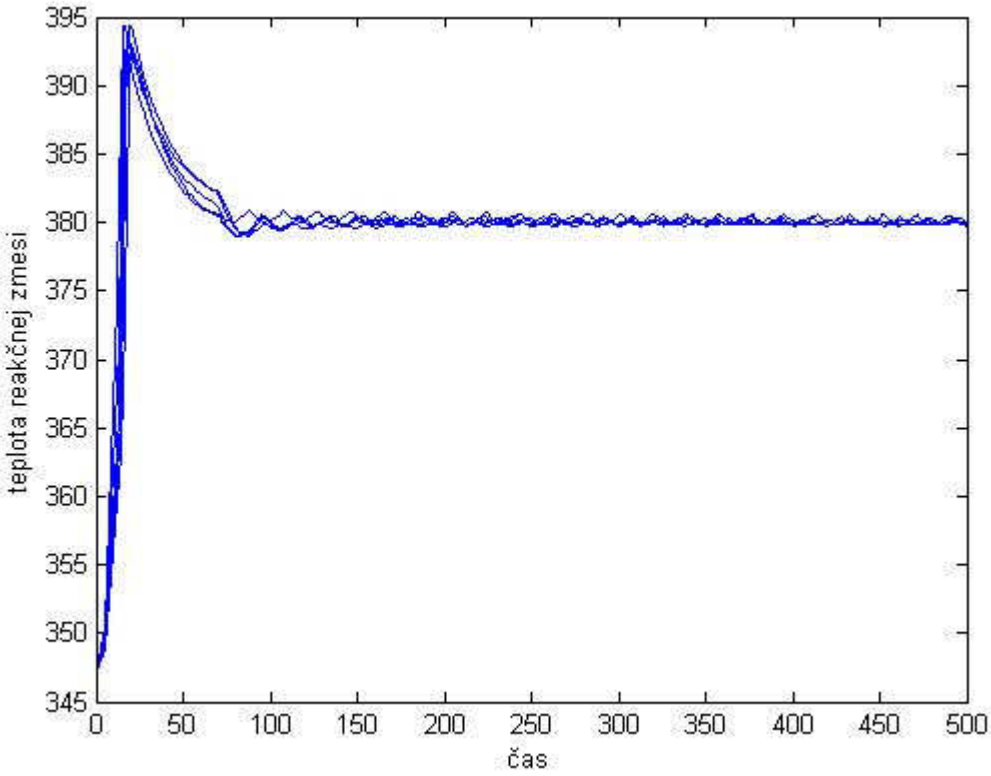


Obr. 41 Bodeho diagram

Z obr. 41vidíme, že bezpečnosť v amplitúde bola dodržaná, keďže hodnota amplitúdy je *A= Inf dB*, čo je viac ako *A=9,54dB.*

f) Otestovať robustnú stabilitu reaktora.

Robustnú stabilitu reaktora otestujeme aj pomocou schémy na obr. 35. Žiadanú hodnotu teploty reakčnej zmesi som si zvolila *380K*.



Obr. 42 Priebeh odozvy regulovanej veličiny na skokovú zmenu vstupnej veličiny pre reaktor

Z obr.42 vidíme, že regulátor (95) ureguloval teplotu reakčnej zmesi na žiadanú hodnotu, z čoho vyplýva, že bol navrhnutý správne.

4 Záver

V prvej časti práce som sa zaoberala jednoparametrickýmmi neurčitosťami. Bol daný neurčitý systém, pre ktorý som grafickou cestou, pomocou príkazov v matlabe a taktiež ručnými výpočtami určila interval neurčitostí, pre ktoré je systém stabilný. Podobne som postupovala aj pri zisťovaní intervalu neurčitostí, pre ktoré je stabilný celý uzavretý regulačný obvod, pričom bol zadaný neurčitý systém.

Oboznámila som sa aj intervalovými s multilineárnymi neurčitosťami, zistila som stabilitu neurčitého systému na základe Množiny hodnôt (Value set concept) pomocou príkazu *vset*, ktorý počíta množinu hodnôt a *vsetplot*, ktorý množinu hodnôt kreslí. Použila som vetu o vylúčení nuly (Zero exclusion). Danú multilineárnu neurčitosť som prekryla intervalovou neurčitosťou. Zistila som interval neurčitostí q a otestovala stabilitu intervalovej neurčitosti pomocou Charitonovových obdĺžnikov.

V ďalšej kapitole práce som sa venovala návrhu robustného PI a PID regulátora, ktorý robustne stabilizuje uzavretý regulačný obvod s intervalovým riadeným systémom. Vypočítaním proporcionálnej zložky k_p, integračnej zložky k_i a následným vykreslením k_i v závislosti od k_p dostanem krivku predstavujúcu hranicu stability v uzavretom regulačnom obvode v (k_p, k_i)- rovine, ktorá rozdelí danú rovinu na stabilnú a nestabilnú oblasť. Pri návrhu robustného PID regulátora som si zložku k_d zvolila tak, aby navrhnutý regulátor ureguloval riadený systém. Správnosť vypočítaných parametrov PI a PID regulátora som si overila dosadením navrhnutého regulátora do uzavretého regulačného obvodu a následnou simuláciou správania sa tohto systému.

Robustnú stabilitu PI a PID regulátora som testovala aj na intervalovom systéme chemického reaktora. Zistila som, že robustný PI i PID regulátor boli navrhnuté správne a uregulovali teplotu reakčnej zmesi na žiadanú hodnotu.

Ak chceme navrhnúť robustný PI alebo PID regulátor, ktorý zabezpečí rýchlejšie uregulovanie riadenej veličiny, čiže skráti čas simulácie, navrhneme ho pomocou relatívnej stabilizácie, ktorej sa venujem v ďalšej kapitole. Cieľom je nájsť také parametre regulátora k_p a k_i, ktoré posunú všetky póly uzavretej regulačnej slučky do ľavej časti komplexnej roviny. V ďalšej časti práce sa zaoberám stabilizáciou systému so zaistení bezpečnosti v amplitúde a vo fáze. To, či sa dodržala požadovaná bezpečnosť v amplitúde a vo fáze som zistila na základe vykreslenia Bodeho diagramu.

Zoznam použitej literatúry

[1] Hurák, Z. – Hromčík M.: Robustního řízení- cvičení, Dostupné na: http://www.polyx.com/_robust/

[2] Veselý, V.- Harsányi, L.: Robustné riadenie dynamických systémov. Bratislava: Vydavateľstvo STU, 2007

[3] Bakošová, M.: Prednášky z predmetu Robustné riadenie, Dostupné na: http://www.kirp.chtf.stuba.sk/moodle/course/view.php?id=308

[4] Tan N.- Kaya I.- Yeroglu C.- Atherton D. P. : Computation of stabilizing PI and PID controllers using the stability boundary locus, Energy Conversion and Management 47 3045-3035, 2006

[5] Ying J. Huang, Yuan- Jay Wang: Robust PID tuning strategy for uncertain plants based on the Kharitonov theorem, ISA Transactions 39 419-431, Taiwan, 2000

[6] Barmish, B. Ross.: New Tools for Robustness of Linear Systems, Maximilian Publishing Company, New York, 1994,

[7] Bakošová, M- Puna, D- Dostál, P- Závacká, J.: Robust stabilization of a chemical reactor, , Chemical Papers 63 (5) 527-536, 2009

[8] Babulíková, M. : Semestrálna práca: Robustné riadenie chemickotechnologických procesov, Bratislava, 2010.

Prílohy

Na priloženom CD sa nachádza doplnený a upravený program na syntézu robustných PID regulátorov a testovanie robustnej stability systémov a *pdf* verzia práce. Program pozostáva z viacerých súborov typu *m–file* a simulačných schém typu *mdl–file* a spúšťa sa v prostredí MATLAB 7.6.0(R2008a)