

**SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA CHEMICKÉJ A POTRAVINÁRSKEJ
TECHNOLÓGIE**

Evidenčné číslo: FCHPT-5414-40499

**ROBUSTNÉ PREDIKTÍVNE RIADENIE VÝMENNÍKOV
TEPLA**

DIPLOMOVÁ PRÁCA

2012

Bc. Katarína Sohajda

**SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA CHEMICKÉJ A POTRAVINÁRSKEJ
TECHNOLÓGIE**

**ROBUSTNÉ PREDIKTÍVNE RIADENIE VÝMENNÍKOV
TEPLA**

DIPLOMOVÁ PRÁCA

FCHPT-5414-40499

Študijný program: automatizácia a informatizácia v chémii a potravinárstve

Číslo študijného odboru: 2621

Názov študijného odboru: 5.2.14 automatizácia

Školiace pracovisko: ÚIAM FCHPT STU v Bratislave

Vedúca záverečnej práce: doc. Ing. Monika Bakošová, CSc.

Konzultant: Ing. Juraj Oravec

Bratislava 2012

Bc. Katarína Sohajda



ZADANIE DIPLOMOVEJ PRÁCE

Evidenčné číslo: FCHPT-5414-40499
ID študenta: 40499
Autorka práce: Bc. Katarína Sohajda (40499)
Študijný program: automatizácia a informatizácia v chémii a potravinárstve
Študijný odbor: 5.2.14 automatizácia

Vedúci práce: doc. Ing. Monika Bakošová, CSc.
Konzultant: Ing. Juraj Oravec

Miesto vypracovania: ÚIAM FCHPT STU v Bratislave

Názov témy: **Robustné prediktívne riadenie výmenníkov tepla**

Rozsah práce: 80 strán

Špecifikácia zadania:

Úvod do problematiky prediktívneho riadenia a robustného riadenia. Formulácia problému robustného prediktívneho riadenia. Návrh dynamickej stavovej spätnej väzby systému s polytopickými neurčitostami pomocou prediktívneho riadenia s uvažovaním obmedzení na stavové a vstupné veličiny. Riešenie problému návrhu dynamickej stavovej spätnej väzby s využitím teórie lineárnych maticových nerovností. Aplikácia robustného prediktívneho riadenia na výmenníky tepla.

Zoznam odbornej literatúry:

1. VESELÝ, V. -- HARSÁNYI, L. *Robustné riadenie dynamických systémov*. Bratislava: STU v Bratislave, 2008. 126 s. ISBN 978-80-227-2801-0.
2. WAN, Z. -- KOTHARE, M. V. *Efficient robust model predictive control via convex optimization*. Saarbrücken: VDM Verlag Dr. Müller, 2008. 151 s. ISBN 978-3-639-08658-4.
3. KOTHARE, M.V. – BALAKRISHNAN, V.– MORARI, M. Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities. *Automatica* 32 (1996), 1361–1379.

Dátum zadania diplomovej práce: **13. 02. 2012**

Termín odovzdania diplomovej práce: **19. 05. 2012**

Bc. Katarína Sohajda
študentka

prof. Ing. Miroslav Fikar, DrSc.
vedúci pracoviska

prof. Ing. Miroslav Fikar, DrSc.
garant študijného programu

Pod'akovanie

Týmto by som sa rada poďakovala vedúcej diplomovej práce doc. Ing. Monike Bakošovej, CSc. za odborné vedenie, cenné rady a poskytnutú podporu. Moje poďakovanie patrí aj konzultantovi Ing. Jurajovi Oravcovi za množstvo času, ktoré mi venoval pri zodpovedaní odborných a praktických otázok spojených s diplomovou prácou. A v neposlednom rade ďakujem mojej skvelej rodine, ktorá ma podporovala počas celého môjho vysokoškolského štúdia.

Súhrn

Celá klasická teória riadenia, rovnako ako mnoho súčasných metód používa pre návrh regulátora takú formu matematického modelu riadeného systému, ktorá predpokladá ideálne správanie, ktoré prakticky nikdy presne nezodpovedá reálnemu správaniu zariadenia. Jeden z možných prístupov, ako prekonať tento rozdiel medzi reálnym a matematickým modelom, je použitie neurčitého modelu a následný návrh robustného regulátora. Práca je venovaná návrhu robustného spätnoväzbového regulátora využitím teórie kvadratickej stability polytopických neurčitých systémov a návrhu dynamickej stavovej spätnej väzby systému s polytopickými neurčitostami pomocou prediktívneho riadenia s uvažovaním obmedzení na stavové a vstupné veličiny. Robustné a robustné prediktívne riadenie je aplikované na výmenníky tepla a následne je porovnaná kvalita riadenia obidvoch prístupov.

Kľúčové slová:

polytopický neurčitý systém, lineárne maticové nerovnosti, kvadratická stabilita, robustný regulátor, robustné prediktívne riadenie.

Abstract

The entire classical control theory, as well as many current methods use for controller design, such forms of mathematical model of controlled systems, which assume ideal behaviour that almost never refers to the real behavior of the process. One possible approach how to overcome the difference between the real process and the mathematical model, is use of an uncertain model and proposal of a robust controller. This thesis is devoted to the robust controller design using the theory of quadratic stability of uncertain polytopic systems and to design a dynamic state feedback for systems with polytopic uncertainties using predictive control with considering boundaries on state and input variables. Robust control and robust predictive control is applied to heat exchangers and quality of control assured using both approaches is compared.

Key words:

polytopic uncertain systems, linear matrix inequalities, quadratic stability, robust controller, robust predictive control.

Obsah

Zoznam obrázkov	9
Zoznam tabuliek	12
Zoznam použitých skratiek.....	13
Nomenklatúra.....	14
Úvod	15
1 Prediktívne riadenie.....	17
2 Robustné riadenie.....	22
2.1 Dynamické (neštruktúrované) neurčitosti	23
2.1.1 Klasifikácia neštruktúrovaných neurčitostí.....	23
2.2 Parametrické (štruktúrované) neurčitosti	23
2.2.1 Klasifikácia štruktúrovaných neurčitostí	24
2.3 Lineárne maticové nerovnosti (LMI)	25
2.4 Robustná stabilita	26
2.5 Neiteračný algoritmus návrhu robustného stabilizujúceho spätnoväzbového regulátora.....	27
2.5.1 Príklad	29
3 Robustné prediktívne riadenie.....	31
3.1 Robustné prediktívne riadenie pomocou LMI.....	32
3.2 Podmienky ohraničenia v robustnom prediktívnom riadení	34
3.3 Algoritmus návrhu robustného prediktívneho regulátora.....	35
4 Riadenie dvoch lineárnych sériovo zapojených plášťových výmenníkov tepla	37
4.1 Lineárny dynamický model sériovo zapojených plášťových výmenníkov tepla	38
4.2 Lineárny stavový model plášťového výmenníka tepla.....	40
4.3 Regulácia lineárneho systému plášťových výmenníkov tepla klasickým PI regulátorom	41
4.4 Robustné riadenie lineárneho systému plášťových výmenníkov tepla	43
4.5 Robustné prediktívne riadenie lineárneho systému plášťových výmenníkov tepla	47

4.6	Porovnanie kvality riadenia lineárneho systému plášťových výmenníkov tepla	49
5	Riadenie dvoch nelineárnych sériovo zapojených plášťových výmenníkov tepla	51
5.1	Nelineárny dynamický model sériovo zapojených výmenníkov tepla	52
5.2	Linearizovaný stavový model sériovo zapojených plášťových výmenníkov tepla	54
5.3	Robustné riadenie nelineárneho systému dvoch plášťových výmenníkov tepla	55
5.4	Robustné prediktívne riadenie nelineárneho systému plášťových výmenníkov tepla	60
5.5	Regulácia nelineárneho systému plášťových výmenníkov tepla klasickým PI regulátorom	63
5.6	Porovnanie kvality riadenia	64
6	Riadenie nelineárneho mnohorozmerného systému dvoch plášťových výmenníkov tepla	66
6.1	Nelineárny dynamický model mnohorozmerného systému sériovo zapojených plášťových výmenníkov tepla	66
6.2	Linearizovaný stavový model mnohorozmerného systému dvoch plášťových výmenníkov	68
6.3	Robustné riadenie nelineárneho mnohorozmerného systému dvoch plášťových výmenníkov tepla	70
6.4	Regulácia nelineárneho systému plášťových výmenníkov tepla stavovým spätnoväzbovým regulátorom	75
6.5	Robustné prediktívne riadenie nelineárneho mnohorozmerného systému plášťových výmenníkov tepla	78
6.6	Porovnanie kvality riadenia	82
7	Záver.....	84
	Zoznam použitej literatúry	85
	Pod'akovanie.....	86

Zoznam obrázkov

Obr.1	Princíp prediktívneho riadenia.....	18
Obr.2	Stabilizácia nestabilného polytopického systému pri začiatočných podmienkach [1,1]	30
Obr.3	Dva plášťové výmenníky tepla zapojené v sérii - lineárny model	37
Obr.4	Statická charakteristika plášťových výmenníkov	39
Obr.5	Regulácia lineárneho systému klasickým PI regulátorom.....	41
Obr.6	Priebeh riadiacej veličiny pri regulácii lineárneho systému s klasickým PI regulátorom.....	42
Obr.7	Kompenzácia poruchy pôsobiacej na riadený proces klasickým PI regulátorom.....	42
Obr.8	Priebeh riadiacej veličiny pri kompenzácii poruchy URO lineárneho systému s klasickým PI regulátorom	43
Obr.9	Priebeh riadenej a riadiacej veličiny pri riadení sústavy výmenníkov tepla robustným spätnoväzbovým P regulátorom	44
Obr.10	Priebeh riadenej a riadiacej veličiny pri riadení sústavy výmenníkov tepla robustným spätnoväzbovým PI regulátorom	45
Obr.11	Vplyv poruchy na riadený proces bez regulácie.....	46
Obr.12	Priebeh riadenej a riadiacej veličiny pri kompenzácii poruchy v uzavretom regulačnom obvode s robustným spätnoväzbovým P regulátorom	46
Obr.13	Priebeh riadenej a riadiacej veličiny pri kompenzácia poruchy v uzavretom regulačnom obvode s robustným spätnoväzbovým PI regulátorom.....	47
Obr.14	Priebeh riadenej a riadiacej veličiny pri robustnom prediktívnom riadení výmenníkov tepla bez I zložky	48
Obr.15	Priebeh riadenej a riadiacej veličiny pri robustnom prediktívnom riadení výmenníkov tepla s I zložkou	49
Obr.16	Dva plášťové výmenníky tepla zapojené v sérii - nelineárny systém	51
Obr.17	Statická charakteristika plášťových výmenníkov (nelineárny systém)	53
Obr.18	Priebeh riadenej a riadiacej veličiny pri riadení nelineárnej sústavy výmenníkov tepla robustným spätnoväzbovým P regulátorom.....	56
Obr.19	Riadenie nelineárneho systému robustným spätnoväzbovým PI regulátorom.....	57
Obr.20	Priebeh riadiacej veličiny nelineárneho systému pri riadení robustným spätnoväzbovým PI regulátorom	58
Obr.21	Vplyv poruchy na riadený proces (nelineárny systém) bez regulácie	58
Obr.22	Priebeh riadenej veličiny a riadiacej veličiny pri kompenzácii poruchy nelineárneho systému robustným spätnoväzbovým P regulátorom	59
Obr.23	Priebeh riadenej veličiny pri kompenzácii poruchy URO nelineárneho systému s robustným spätnoväzbovým PI regulátorom	59

Obr.24	Akčné zásahy prietoku ohrevného média pri kompenzácii poruchy nelineárneho systému robustným spätnoväzbovým PI regulátorom	60
Obr.25	Priebeh riadenej a riadiacej veličiny pri robustnom prediktívnom riadení nelineárneho systému výmenníkov tepla regulátorom bez I zložky.....	61
Obr.26	Priebeh riadenej a riadiacej veličiny pri robustnom prediktívnom riadení nelineárneho systému výmenníkov tepla regulátorom s I zložkou.....	61
Obr.27	Priebeh riadenej a riadiacej veličiny pri robustnom prediktívnom riadení linearizovaného modelu výmenníkov tepla regulátorom s I zložkou.....	62
Obr.28	Priebeh riadenej a riadiacej veličiny pri robustnom prediktívnom riadení linearizovaného modelu výmenníkov tepla regulátorom bez I zložky.....	62
Obr.29	Regulácia nelineárneho systému klasickým PI regulátorom	63
Obr.30	Akčné zásahy prietoku ohrevného média pri regulácii nelineárneho systému pomocou klasického PI regulátora	64
Obr.31	Priebeh riadenej a riadiacej veličiny pri kompenzácii poruchy v nelineárnom systéme klasickým PI regulátorom.....	64
Obr.32	Dva plášťové výmenníky tepla zapojené v sérii - nelineárny mnohorozmerný systém.....	66
Obr.33	Statické charakteristiky nelineárneho mnohorozmerného systému.....	68
Obr.34	Riadenie nelineárneho mnohorozmerného systému robustným spätnoväzbovým P regulátorom	71
Obr.35	Priebehy riadiacich veličín pri riadení nelineárneho mnohorozmerného systému robustným spätnoväzbovým P regulátorom	71
Obr.36	Riadenie nelineárneho mnohorozmerného systému robustným spätnoväzbovým PI regulátorom	72
Obr.37	Priebehy riadiacich veličín pri riadení nelineárneho mnohorozmerného systému robustným spätnoväzbovým PI regulátorom.....	73
Obr.38	Vplyv poruchy na riadený proces (s nelineárnym mnohorozmerným systémom) bez regulácie	74
Obr.39	Priebehy riadených veličín pri kompenzácii poruchy nelineárneho mnohorozmerného systému s robustným spätnoväzbovým P regulátorom	74
Obr.40	Priebeh riadiacich veličín pri kompenzácii poruchy nelineárneho mnohorozmerného systému s robustným spätnoväzbovým P regulátorom	75
Obr.41	Regulácia nelineárneho mnohorozmerného systému pomocou stavového spätnoväzbového regulátora	76
Obr.42	Akčné zásahy prietoku ohrievaného a ohrevného média pri regulácii nelineárneho mnohorozmerného systému pomocou stavového spätnoväzbového regulátora	76
Obr.43	Kompenzácia poruchy nelineárneho mnohorozmerného linearizovaného systému pomocou stavového spätnoväzbového P regulátora.....	77

Obr.44	Akčné zásahy prietoku ohrevného a ohrievaného a ohrevného média pri kompenzácii poruchy nelineárneho systému pomocou stavového spätnoväzbového P regulátora	77
Obr.45	Priebehy riadených veličín pri robustnom prediktívnom riadení nelineárneho mnohorozmerného systému výmenníkov tepla (bez I zložky) ...	78
Obr.46	Priebehy riadiacich veličín pri robustnom prediktívnom riadení nelineárneho mnohorozmerného systému výmenníkov tepla (bez I zložky) ...	79
Obr.47	Priebehy riadených veličín pri robustnom prediktívnom riadení nelineárneho mnohorozmerného systému výmenníkov tepla (s I zložkou)	79
Obr.48	Priebehy riadiacich veličín pri robustnom prediktívnom riadení nelineárneho mnohorozmerného systému výmenníkov tepla (s I zložkou)	80
Obr.49	Priebehy riadených veličín pri robustnom prediktívnom riadení linearizovaného stavového modelu mnohorozmerného systému výmenníkov tepla (bez I zložky)	80
Obr.50	Priebehy riadiacich veličín pri robustnom prediktívnom riadení stavového linearizovaného modelu mnohorozmerného systému výmenníkov tepla (bez I zložky)	81
Obr.51	Priebehy riadených veličín pri robustnom prediktívnom riadení linearizovaného stavového modelu mnohorozmerného systému výmenníkov tepla (s I zložkou)	81
Obr.52	Priebehy riadiacich veličín pri robustnom prediktívnom riadení linearizovaného stavového modelu mnohorozmerného systému výmenníkov tepla (s I zložkou)	82

Zoznam tabuliek

Tab.1	Konštantné parametre plášťových výmenníkov tepla	38
Tab.2	Neurčité parametre lineárneho systému plášťových výmenníkov tepla.....	39
Tab.3	Nastavenie regulátora podľa Zieglera-Nicholsa	41
Tab.4	Hodnoty ukazovateľov kvality riadenia - úloha sledovania	50
Tab.5	Hodnoty ukazovateľov kvality riadenia – kompenzácia poruchy	50
Tab.6	Parametre nelineárneho systému plášťových výmenníkov tepla.....	53
Tab.7	Hodnoty ukazovateľov kvality riadenia nelineárneho systému - úloha sledovania	65
Tab.8	Hodnoty ukazovateľov kvality riadenia nelineárneho systému – kompenzácia poruchy	65
Tab.9	Hodnoty ukazovateľov kvality riadenia nelineárneho mnohorozmerného systému - úloha sledovania.....	82
Tab.10	Hodnoty ukazovateľov kvality riadenia nelineárneho systému – kompenzácia poruchy	83

Zoznam použitých skratiek

LMI	lineárne maticové nerovnosti
LTI	lineárne časovo nemenný systém
URO	uzavretý regulačný obvod
ORO	otvorený regulačný obvod
LQR	lineárny kvadratický regulátor
MPC	prediktívne riadenie s modelom
IH-MPC	prediktívne riadenie na nekonečnom horizonte
P	proporcionálny
PI	proporcionálno - integračný

Nomenklatúra

A, B, C, D	matice stavového modelu dynamického systému
$\Re$	Euklidovský priestor reálnych čísel
u	vektor akčných veličín
x	vektor stavových veličín
y	vektor výstupných veličín
k	premenná pre aktuálny krok diskrétného času
i	premenná celého predikčného horizontu
J	účelová premenná
N	dlžka predikčného horizontu
N_p	počet neurčitých parametrov
N_U	dlžka predikčného horizontu riadenia
N_u	počet vstupných veličín
N_x	počet stavových veličín
N_y	počet výstupných veličín
N_v	počet vrcholových systémov
Q, R	váhová matica stavov a vstupov
I	jednotková matica
V	Ljapunovova funkcia
U, X	množiny prípustných vstupov a stavov
P	Ljapunovova matica
X_k, Y_k, Z_k	pomocné matice robustného prediktívneho riadenia

Úvod

Významnou mierou v rozvoji metód robustného riadenia lineárnych a nelineárnych dynamických systémov, ktoré sú opísané stavovými modelmi s neurčitostami, prispelo riešenie lineárnych maticových nerovnic (LMI), ktorého základom je Ljapunovova teória stability. Problematika návrhu robustných regulátorov je vysoko aktuálna pre reálnu prax, ktorá žiada, aby teória riadenia predložila vysoko účinné metódy syntézy robustných regulátorov, schopných pracovať v reálnych podmienkach. To znamená navrhnúť taký robustný regulátor, ktorý zabezpečí robustné vlastnosti uzavretého regulačného obvodu pri predpísanej veľkosti neurčitosti [2].

Jednu z metód schopných zohľadniť neurčitosti modelu predstavuje prediktívne riadenie založené na modeli (MPC) opísané v prvej kapitole.

V druhej kapitole je uvádzaná problematika robustného riadenia, sú sformulované podmienky robustnej stability neurčitých systémov v časovej oblasti, sú predstavené lineárne maticové nerovnosti, ich využitie pri stabilizácii výstupnej spätnej väzby uzavretého regulačného obvodu, a na teoretickom príklade je vysvetlený neiteračný algoritmus návrhu robustného spätnoväzbového regulátora.

Tretia kapitola prezentuje Kothareho algoritmus robustného MPC založeného na MIN-MAX formulácií optimalizačného problému, transformovaného na LMI [5].

Ďalšie kapitoly predstavujú praktickú časť diplomovej práce. Riadený systém tvoria sériovo zapojené plášťové výmenníky tepla, ktorých model je v 4. kapitole opísaný ako lineárny systém, v 5. kapitole ako nelineárny systém a v 6. kapitole ako nelineárny mnohorozmerný systém. V praktickej časti sa zaoberám návrhom robustného a robustného prediktívneho regulátora pre jednotlivé typy výmenníkov a v závere každej kapitoly vyhodnocujem kvalitu riadenia navrhnutými regulátormi na základe zvolených ukazovateľov kvality.

Pre robustné riadenie výmenníkov boli využité programové nástroje LMI Control Toolbox a Robust Control Toolbox vytvorené pre prostredie MATLAB / SIMULINK. Robustne prediktívne riadenie bolo navrhnuté na základe IH-MPC pre neurčitý systém opísaný pomocou množiny polytopov [4]. Optimalizačný problém bol formulovaný pomocou lineárnych maticových nerovností. Získal sa tak konvexný optimalizačný

problém, ktorý bol v programovom prostredí MATLAB naformulovaný pomocou toolboxu YALMIP [7] a riešený pomocou solvéru SeDuMi [8].

I TEORETICKÁ ČASŤ

1 Prediktívne riadenie

Prediktívne riadenie patrí do skupiny moderných metód automatického riadenia. Priťahuje pozornosť nielen v oblasti vedy a výskumu, ale aj v oblasti priemyselných aplikácií [1]. Hľadanie najekonomickejšieho spôsobu ako naštartovať výrobu rôznych chemických produktov sa dá formulovať ako problém dynamického programovania. V súčasnej dobe sa problém dynamickej optimalizácie rieši takmer rutinne.

Základom takýchto problémov je dynamický model, napr. v tvare

$$x(k+1) = g(x(k), u(k)), x(0) = x_0 \quad (1.1)$$

ktorý vyjadruje evolúciu stavových veličín v čase pri začiatočnej podmienke $x(0)$ a pri pôsobení akčnej veličiny $u(k)$. V tomto opise $g(x, u)$ je nejaká nelineárna funkcia a premenná k reprezentuje diskretný charakter problému. Cieľom dynamickej optimalizácie je nájsť vektor akčných zásahov

$$U_N = [u(0)^T, u(1)^T, \dots, u(N-1)^T]^T, \quad (1.2)$$

kde T znamená transpozíciu,

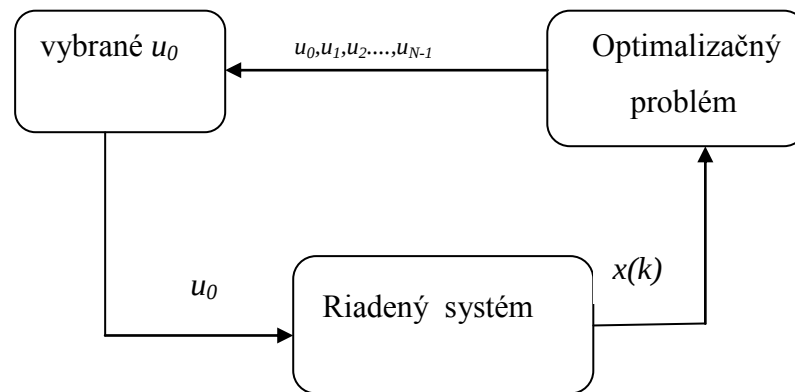
tak, aby účelová funkcia nadobudla minimálnu hodnotu na konečnom predikčnom horizonte N

$$\min_{U_N} \sum_{i=0}^{N-1} g(x(i), u(i)) + p(x(N)), \quad (1.3)$$

kde výrazy $g(x, u)$ a $p(x)$ sú náklady vypočítané v k -tom kroku a náklady asociované s cieľovou množinou, v uvedenom poradí. Veľa praktických problémov je možné pretransformovať do takejto podoby a v neposlednom rade je k dispozícii široká škála algoritmov a softvérových balíkov, pomocou ktorých sa ľahko získa vektor

optimálnych akčných zásahov. Tieto algoritmy sa hlavne zameriavajú na špeciálnu štruktúru partikulárneho problému, napr. linearita a konvexnosť. Preto aj viacrozmerné problémy vyjadrené komplexnými modelmi je možné riešiť spoľahlivo a efektívne. Hlavným nedostatkom tohto prístupu je, že v praxi sekvenciu akčných zásahov $u(0)$, $u(1), \dots$, získaných pomocou spomenutého princípu, nie je možné aplikovať priamo do systému, lebo model systému, predikujúci budúce dynamické správanie sa systému je nepresný, a navyše na reálny systém môžu pôsobiť rôzne externé poruchy. Výsledkom týchto faktorov sú výrazné odchýlky medzi skutočnou a predikovanou trajektóriou. Kvôli odstráneniu takýchto odchýliek je bežnou praxou získať hodnoty nových stavových veličín po nejakej perióde, napr. po jednom kroku, a znovu riešiť takýto optimalizačný problém, z novej začiatkovej podmienky $x(1)$, získanej v predošlom kroku. Takýto princíp sa často označuje ako prediktívne riadenie s modelom (MPC).

Prediktívne riadenie sa stalo veľmi populárnou riadiacou stratégiou v poslednej dekáde minulého storočia, hlavne kvôli schopnosti efektívne zaobchádzať s ohraničeniami na stavové ako a vstupné veličiny. Princíp prediktívneho riadenia (Obr.1) spočíva v riešení problému lineárneho alebo kvadratického programovania, ktorého výsledkom je vždy sekvencia predikovaných vstupných veličín.



Obr.1 Princíp prediktívneho riadenia

Z takto získanej sekvencie iba prvý člen sa aplikuje do systému, znovu sa vykoná optimalizácia a vyextrahuje sa prvý akčný zásah. Takáto procedúra sa označuje ako riadenie s pohyblivým riadiacim horizontom, pomocou ktorého sa zavádza do systému spätná väzba, ktorej účelom je hlavne zabezpečenie stability.

Dôležitým aspektom prediktívneho riadenia je presnosť predikčného modelu, ktorý v značnej miere ovplyvňuje kvalitu regulačného pochodu. Vo všeobecnosti pri MPC formulácii môžeme uvažovať rôzne matematické modely, t.j. od klasických lineárnych cez najpresnejšie simulačné výsledky poskytujúce nelineárne modely až po na vágnych charakteristikách založené fuzzy systémy. V teórii ako aj v technickej praxi sa najčastejšie používajú tzv. stavové modely, ktoré sú z teoretického hľadiska dobre rozpracované, navyše, mnohorozmerové, (MIMO) systémy sa najjednoduchšie modelujú pomocou takejto štruktúry.

Matematická formulácia prediktívneho riadenia má nasledovný tvar:

$$\min \sum_{i=0}^{N-1} (\|Qx_{k+i}\|_p) + (\|Ru_{k+i}\|_p) \quad (1.4)$$

$$x_{k+i+1} = Ax_{k+i} + Bu_{k+i} \quad (1.5)$$

$$x_{k+i} = x(k) \quad (1.6)$$

$$x_{k+i} \in X \quad (1.7)$$

$$u_{k+i} \in U \quad (1.8)$$

kde význam jednotlivých symbolov je nasledovný:

- k je premenná pre aktuálny krok diskrétného času a i predstavuje premennú celého predikčného horizontu
- p v účelovej funkcii (1.4) označuje normu vektora, prípustné hodnoty p môžu byť nasledovné $1, 2, \infty$, Q je symetrická kladne semidefinitná matica a R je symetrická kladne definitná matica.
- ohraničenia (1.5) a (1.6) v tvare rovnosti predstavujú predikčnú rovnicu a začiatočnú podmienku v uvedenom poradí,
- posledné dve ohraničenia (1.7) a (1.8) vyjadrujú fakt, že prípustné hodnoty vstupov aj stavov pochádzajú z nejakej ohraničenej konvexnej množiny, najčastejšie polytopickéj.

V závislosti od hodnoty premennej p , sekvencia optimálnych akčných zásahov sa buď získa ako riešenie kvadratického alebo lineárneho problému. Pre úplnosť uvažujem, že mám k dispozícii lineárny model reálneho procesu v stavovom priestore. Problém prediktívneho riadenia s kvadratickou účelovou funkciou a polytopickými ohraničeniami na vstupy a stavy pre problém stavovej regulácie má nasledovný tvar:

$$\min \sum_{i=0}^{N-1} x_{k+i}^T Q x_{k+i} + u_{k+i}^T R u_{k+i} \quad (1.9)$$

$$x_{k+i+1} = A x_{k+i} + B u_{k+i} \quad (1.10)$$

$$x_{k+i} = x(k) \quad (1.11)$$

$$H x_{k+i} \leq K \quad (1.12)$$

$$L u_{k+i} \leq M \quad (1.13)$$

pričom

- premenné x_{k+i}, u_{k+i} predstavujú predikované hodnoty stavov a vstupov v k -tom kroku predikcie, Q je symetrická kladne semidefinitná matica a R je symetrická kladne definitná matica,
- premenná x_{k+i+1} je predikovaná hodnota stavovej veličiny pomocou rovnice dynamiky pri počiatočnej podmienke $x(t+k)$
- posledné dve ohraničenia (1.12) a (1.13) na vstupy a stavy v každom kroku predikcie sú reprezentované polytopmi, t.j. ako priesečníky konečného počtu polpriestorov. Rozmery matíc H a L sú $\mathbb{R}^{N_x \times N_x}$ a $\mathbb{R}^{N_x \times N_u}$ a vektory K a M sú podmnožinami euklidovského priestoru s rozmermi $\mathbb{R}^{N_x \times 1}$ a $\mathbb{R}^{N_u \times 1}$ v uvedenom poradí.

Veľkou limitáciou prediktívneho riadenia je, že riešenie optimalizačného problému „on-line“ v každej perióde vzorkovania je časovo náročná operácia a vyžaduje výkonný počítač s operačným systémom a softvérom, vhodným na riešenie úlohy kvadratického alebo lineárneho programovania. Pochopiteľne, takýto optimalizačný problém musí byť riešiteľný v rámci jednej periódy vzorkovania. Splnenie takejto reštrikcie na veľkosť

periódy vzorkovania je bezproblémové pri pomalých procesoch, napr. v chemickom alebo petrochemickom priemysle, ale môže byť problémom pri rýchlych mechatronických systémoch v automobilovom priemysle. V tomto prípade je žiaduce riešenie optimalizačného problému vopred vypočítať a takto získané hodnoty si uložiť ako algebraický výraz $u(k) = f(x(k))$ v tzv. vyhľadávacej tabuľke, z ktorej následne sa ľahko vyextrahuje hodnota akčného zásahu pre konkrétnu hodnotu stavovej veličiny. Inými slovami, v tomto probléme je snaha určiť (vo všeobecnosti nelineárny) spätnoväzbový zákon riadenia $f(x)$, ktorý generuje optimálnu sekvenciu akčných zásahov $u(k) = f(x(k))$ explicitne, nielen implicitne ako riešenie úlohy kvadratického alebo lineárneho programovania.

2 Robustné riadenie

Celá klasická teória riadenia, rovnako ako mnoho súčasných metód používa pre návrh regulátora takú formu matematického modelu riadeného systému, ktorá predpokladá ideálny matematický model, ktorý prakticky nikdy presne nezodpovedá reálnemu správaniu zariadenia. Jeden z možných prístupov, ako prekonať tento rozdiel medzi reálnym procesom a matematickým modelom, je použitie neurčitého modelu a následný návrh robustného regulátora.

V robustnom riadení sa rešpektujú tie faktory v matematickom opise, ktoré vedú k použitiu neurčitosti modelu. To znamená, že sa neberie do úvahy iba nominálny model ale aj celá rodina modelov daných v nejakom okolí nominálneho modelu. Toto okolie môže byť opísané dvoma spôsobmi: parametrickou (štruktúrovanou) a dynamickou (neštruktúrovanou) neurčitosťou. U dynamickej neurčitosti sa často opisuje veľkosť okolia prostredníctvom frekvenčných charakteristík. Parametrický opis predpokladá známu štruktúru modelu a neznáme sú hodnoty jedného alebo viacerých parametrov riadeného procesu.

Spätnoväzbový systém riadenia je robustný, ak sa zachovávajú jeho základné kvalitatívne vlastnosti ako je napr. stabilita alebo kvalita regulácie, pri pôsobení rôznych porúch a neurčitostí včítane zmeny parametrov riadeného systému. Významnou mierou k rozvoju metód robustného riadenia lineárnych a nelineárnych dynamických systémov, ktoré sú opísané stavovými rovnicami s neurčitosťami, prispelo riešenie lineárnych maticových nerovníc (LMI), ktorého základom je Ljapunovova teória stability. Problematika návrhu robustných regulátorov je vysoko aktuálna pre reálnu prax, ktorá žiada, aby teória riadenia predložila vysoko účinné metódy syntézy robustných regulátorov, schopných pracovať v reálnych podmienkach. To znamená, že treba navrhnuť taký robustný regulátor, ktorý zabezpečí robustné vlastnosti uzavretého regulačného obvodu pri predpísanej veľkosti neurčitosti [2].

V ďalších častiach tejto kapitoly sa po stručnej klasifikácii neurčitostí budem venovať návrhu robustného riadenia pomocou lineárnych maticových nerovností.

2.1 Dynamické (neštruktúrované) neurčitosti

Výsledkom experimentálnej identifikácie reálneho procesu je často prenosová funkcia. Parametre prenosovej funkcie procesu sa môžu meniť rôznymi spôsobmi. Niekedy však nie je možné tieto zmeny presne určiť a vtedy sa do systému zavádzajú tzv. „neštruktúrované neurčitosti“, kde sa k nominálnemu systému, ktorý neobsahuje neurčitosti, pripočítava tzv. nemodelovaná dynamika, ktorej štruktúra je neznáma [2].

2.1.1 Klasifikácia neštruktúrovaných neurčitostí

Základné typy neštruktúrovaných neurčitostí sú aditívna a multiplikatívna neurčitosť.

- Aditívna neurčitosť:

$$G_A(s) = G_0(s) + W_A(s)\Delta_A(s), \quad |\Delta_A| \leq 1 \quad (2.1)$$

pričom $G_0(s)$ je prenosová funkcia nominálneho systému, $\Delta_A(s)$ je trieda neurčitosti opísaná stabilnou prenosovou funkciou, ktorej amplitúda $|\Delta_A| \leq 1$ je menšia alebo rovná jednej a $W_A(s)$ je váhovou funkciou.

- Multiplikatívna neurčitosť :

$$G_i(s) = G_0(s)(1 + W_i(s)\Delta_i(s)), \quad |\Delta_i| \leq 1 \quad (2.2)$$

pričom $G_0(s)$ je prenosová funkcia nominálneho systému, $\Delta_i(s)$ je trieda neurčitosti opísaná stabilnou prenosovou funkciou, ktorej amplitúda $|\Delta_i| \leq 1$ je menšia alebo rovná jednej a $W_i(s)$ je váhovou funkciou.

2.2 Parametrické (štruktúrované) neurčitosti

Dôležitú triedu neurčitých systémov tvoria systémy s parametrickou neurčitosťou. Tieto systémy vznikajú pri neúplnej znalosti hodnôt fyzikálnych parametrov procesu, t.j. ak v modeli procesu sú jednotlivé parametre známe iba v určitých intervaloch a perturbovaný model má rovnakú štruktúru ako nominálny [3].

2.2.1 Klasifikácia štruktúrovaných neurčitostí

Parametrické neurčitosti môžu byť rozdelené podľa časovej premenlivosti vektora neurčitých parametrov $q = [q_1, q_2, \dots, q_n]$, kde n predstavuje počet neurčitých parametrov, a to na časovo nemennú parametrickú neurčitosť, ak vektor q je nemenný ale neznámy prvok triedy neurčitosti $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$. Druhú skupinu tvoria časovo premenné parametrické neurčitosti, pri ktorých meniace sa hodnoty zložiek vektora q ležia v triede neurčitostí $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$.

Neurčitosti je možné deliť aj podľa toho, ako vstupujú do parametrov systému, a to na neurčitosti s jedným parametrom, intervalové neurčitosti, afinné lineárne, multilineárne a polynomicke neurčitosti [3].

Podľa typov neurčitostí používaných pri opise neurčitých systémov, je možné systémy s parametrickými neurčitosťami rozdeliť do niekoľkých skupín.

Intervalové systémy opisujú neurčité systémy s nezávislými parametrami, ktorých hodnoty ležia v intervaloch ohraničených minimálnymi a maximálnymi hodnotami. Každý z týchto parametrov môže nadobudnúť ľubovoľnú hodnotu zo zadaného intervalu.

Inú skupinu tvoria afinné parametricky závislé systémy, ktoré sa používajú vtedy, ak funkcia opisujúca zmeny modelu f a funkcia výstupov g je afínne lineárna, pričom $\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), \delta)$, $y(t) = g(x(t), u(t), \delta)$ a každý neurčitý parameter je možné zapísať v tvare $\alpha_i(\delta) = \alpha_i^T \delta + \beta_i$ $i = 1, \dots, N_p$, kde α_i je vektor konštánt a β_i je konštanta [5].

Ďalšiu skupinu tvoria polytopické parametricky závislé systémy, ktoré sa dajú opísať pomocou lineárneho časovo premenného modelu v tvare:

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t), \quad x(0) = x_0 \quad (2.3)$$

$$y(t) = C(t)x(t) + D(t)u(t) \quad (2.4)$$

ktorého systémová matica $S(t)$ je konvexnou obálkou vrcholových systémov:

$$S(t) \subset \text{Co}\{S_1, S_2, \dots, S_N\} = \left\{ \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} A_{N_v} & B_{N_v} \\ C_{N_v} & D_{N_v} \end{bmatrix} \right\} \quad (2.5)$$

2.3 Lineárne maticové nerovnosti (LMI)

LMI (Linear Matrix Inequality) predstavujú významný nástroj na riešenie úloh teórie riadenia, optimalizácie, robustného riadenia a pod. Prvá LMI sa objavila okolo roku 1890, keď Ljapunov dokázal, že lineárna diferenciálna rovnica [2]

$$\dot{x} = Ax \quad (2.6)$$

je stabilná, tj. všetky trajektórie x konvergujú k nule, vtedy a len vtedy, keď existuje riešenie maticovej nerovnosti

$$A^T P + PA < 0, \quad P = P^T > 0 \quad (2.7)$$

ktorá je lineárna vzhľadom na neznámu, symetrickú kladne definitnú maticu P .

Nech sú zadané symetrické matice $F_0, F_1, \dots, F_m$ a je potrebné určiť vektor premenných tak, aby bola splnená podmienka [2]:

$$F(x) = F_0 + \sum_{i=1}^m F_i x_i > 0 \quad (2.8)$$

kde $F_0, F_1, \dots, F_m \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ sú štvorcové symetrické matice a $x = [x_1, x_2, \dots, x_m]^T$ je m -rozmerný vektor neznámych. Prvky vektora x vchádzajú do úlohy (2.8) lineárne, preto je úloha vzhľadom na neznáme premenné x konvexná. Nerovnosť znamená, že matica $F(x)$ je kladne definitná [2].

Dôležitú úlohu v riešení úloh sformulovaných do tvaru LMI má veta o Schurovom doplnku. Ak je daná matica [2]

$$E = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} \\ E_{12}^T & E_{22} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

kde submatice E_{11}, E_{12} sú symetrické. Matica E je kladne definitná vtedy a len vtedy ak platí jedna z podmienok a) alebo b)

$$\begin{aligned} \text{a) } E_{11} > 0, \quad S_1 &= E_{22} - E_{12}^T E_{11}^{-1} E_{12} > 0 \\ \text{b) } E_{22} > 0, \quad S_2 &= E_{11} - E_{12} E_{22}^{-1} E_{12}^T > 0 \end{aligned} \quad (2.10)$$

kde S_i , $i=1,2$ je Schurov doplnok [2].

2.4 Robustná stabilita

Pri návrhu robustného riadenia budem uvažovať lineárny časovo invariantný systém opísaný rovnicami :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad x(0) = x_0$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (2.11)$$

$$\Omega_{spoj} \in Co\{[A_1 \ B_1], [A_2 \ B_2], \dots, [A_{N_v} \ B_{N_v}]\} \quad (2.12)$$

kde

$u(t) \in \mathfrak{R}^{N_u}$ je vektor akčných veličín,

$x(t) \in \mathfrak{R}^{N_x}$ je vektor stavových veličín,

$y(t) \in \mathfrak{R}^{N_y}$ je vektor výstupných veličín,

$A \in \mathfrak{R}^{N_x \times N_x}$ je matica stavu,

$B \in \mathfrak{R}^{N_x \times N_u}$ je matica vstupov,

$C \in \mathfrak{R}^{N_x \times N_y}$ je matica výstupov,

Ω_{spoj} je polytop predstavujúca neurčitosť v maticiach A a B ,

Co predstavuje konvexnú obálku, pre ktorú platí

$$[A \ B] = \sum_{v=1}^{N_v} \alpha_v [A_v \ B_v] \quad (2.13)$$

$$\sum_{v=1}^{N_v} \alpha_v = 1, \quad \alpha_v \geq 0$$

Statická spätná väzba od vektora výstupnej veličiny je definovaná nasledovne

$$u(t) = Fy(t) = FCx(t) \quad (2.14)$$

Systém je stabilizovateľný vektorom výstupnej veličiny y vtedy a len vtedy, ak existuje taká matica F , pre ktorú uzavretý regulačný obvod [2]

$$\dot{x}(t) = (A + BFC)x(t) = A_{CL}x(t) \quad (2.15)$$

kde $A_{CL} \in Co\{A_{CL,1}, \dots, A_{CL,k}\}$, $A_{CL,v} = (A_v + B_v FC)$, $v = 1, \dots, k$, je stabilný, to znamená, že všetky vlastné čísla A_{CL} ležia v ľavej časti komplexnej roviny čísel.

Systém je robustne stabilizovateľný statickou spätnou väzbou od výstupu s garantovanou hodnotou účelovej funkcie J^* [2]

$$\int_0^{\infty} (x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t)) dt \leq x_0^T P x_0 = J^* \quad (2.16)$$

ak existujú matice $P > 0$, $Q > 0$, $R > 0$ a matica F také, že sú splnené nasledujúce nerovnosti [2]

$$A_v^T P + P A_v - P B_v R^{-1} B_v^T P + Q < 0, \quad v = 1, \dots, k \quad (2.17)$$

$$(B_v^T P + R F C) \Phi_v^{-1} (B_v^T P + R F C)^T - R < 0, \quad v = 1, \dots, k \quad (2.18)$$

$$\text{kde } \Phi_v = -(A_v^T P + P A_v - P B_v R^{-1} B_v^T P + Q)$$

2.5 Neiteračný algoritmus návrhu robustného stabilizujúceho spätnoväzbového regulátora

Algoritmus návrhu takého regulátora je založený na riešení LMI. Pomocou Schurovho doplnku možno maticovú nerovnosť (2.17) upraviť do tvaru LMI [5]

$$\begin{bmatrix} S A_v^T + A_v S - B R^{-1} B^T & S \sqrt{Q} \\ \sqrt{Q} S & -I \end{bmatrix} < 0$$

$$\gamma I < S, \quad i = 1, 2, \quad \text{kde } S = P^{-1}, S \geq 0 \quad (2.19)$$

Druhá maticová nerovnosť (2.18) upravená do tvaru LMI pomocou Schurovho doplnku

$$\begin{bmatrix} -R & B^T P + R F C \\ (B^T P + R F C)^T & A_v^T P + P A_v - P B R^{-1} B^T P + Q \end{bmatrix} < 0 \quad (2.20)$$

Neiteračný návrh robustného spätnoväzbového regulátora možno formulovať nasledovne:

Najprv sa zvolia váhové matice Q, R v účelovej funkcii (2.16) a parameter $\gamma > 0$ (2.19). Vypočíta sa S , ktoré je riešením LMI (2.19). Ak sa nájde prípustné riešenie

(2.19) (2.17) potom systém (2.11) je stabilizovateľný pomocou statickej spätnej väzby od výstupu. Ďalej sa vypočíta F ako riešenie LMI (2.20). Ak existuje prípustné riešenie (2.20), potom systém (2.11) je kvadraticky stabilizovateľný s garantovanou hodnotou účelovej funkcie. Ak sa nenájdu prípustné riešenia potom je možné určiť iné hodnoty γ a váhových matic Q, R a algoritmus zopakovať.

Spätnoväzbový regulátor F nemá integračnú zložku. Pridaním integračnej zložky sa akčné zásahy $u(t)$ menia dovedy kým sa neodstráni trvalá regulačná odchýlka. Zákon riadenia s takýmto spätnoväzbovým regulátorom má tvar

$$u(t) = F_p y(t) + F_I \int_0^t y(t) dt \quad (2.21)$$

kde F_p je matica konštánt proporciálnej zložky regulátora a F_I je matica konštánt integračnej zložky regulátora. Kvôli určeniu F_I a F_p sa definujú pomocné vektory stavových veličín $z(t) = [z_1^T(t), z_2^T(t)]^T$, kde $z_1(t) = x(t)$ a $z_2(t) = \int_0^t y(t) dt$. Tým sa dynamika nového definovaného modelu dá prepísať nasledovne

$$\begin{aligned} \dot{z}_1(t) &= \dot{x}(t) = Az_1(t) + Bu(t), \quad x(0) = x_0 \\ \dot{z}_2(t) &= y(t) = Cz_1(t) \end{aligned} \quad (2.22)$$

alebo

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= \bar{A}z(t) + \bar{B}u(t) \\ \bar{y}(t) &= \bar{C}z(t) \end{aligned} \quad (2.23)$$

kde

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{pmatrix}, \bar{B} = \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix}, \bar{C} = \begin{pmatrix} C & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

Pre pomocné matice platí : $\bar{A} \in \mathfrak{R}^{(N_x \times N_y) \times (N_x \times N_y)}$, $\bar{B} \in \mathfrak{R}^{(N_x \times N_y) \times N_u}$ a $\bar{C} \in \mathfrak{R}^{N_y \times (N_x \times N_y)}$.

2.5.1 Príklad

Je daný neurčitý nestabilný polytopický systém opísaný stavovým opisom (2.11), ktorého vrcholové matice majú tvar:

$$A_1 = \begin{pmatrix} -1 & 0.3 \\ 2 & 0.01 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} -2 & 6 \\ 0.3 & 1.8 \end{pmatrix}, A_3 = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, C = (0 \quad 1). \quad (2.25)$$

Treba nájsť takú výstupnú spätnú väzbu, ktorá stabilizuje systém a zabezpečí minimalizáciu funkcionálu (2.16).

Pre váhové matice

$$Q = \begin{pmatrix} 3.9 & 0 \\ 0 & 3.9 \end{pmatrix}, R = (0.00045)$$

je riešením LMI (2.19) Ljapunovova matica P :

$$P = \begin{pmatrix} 0.2669 & 3.5823 \\ 3.5823 & 221.2766 \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

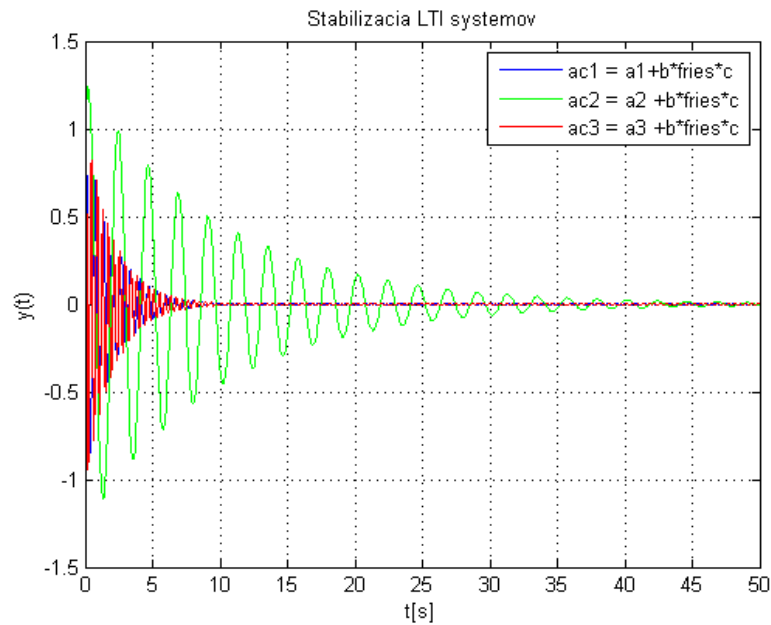
Stabilizujúca výstupná spätná väzba F je riešením LMI (2.20):

$$F = -44.707 \quad (2.27)$$

Dôkazom úspešnej stabilizácie nestabilného systému je Obr.2.

Vlastné čísla URO sú:

$$\begin{array}{lll} A_{CL,1} : -0.4950 + 9.4106i & A_{CL,2} : -0.1000 + 2.8288i & A_{CL,3} : -0.5000 + 14.8758i \\ & -0.4950 - 9.4106i & -0.1000 - 2.8288i & -0.5000 - 14.8758i \end{array} \quad (2.28)$$



Obr.2 Stabilizácia nestabilného polytopického systému pri začiatočných podmienkach [1,1]

Na (Obr.2) je znázornený priebeh výstupnej veličiny, ktorý je dôkazom stabilizácie uzavretého regulačného obvodu. Nájdením príslušných riešení lineárnych maticových nerovností (2.19) a (2.20) sa našiel robustný spätnoväzbový regulátor, pomocou ktorého bol systém (2.25) stabilizovaný.

3 Robustné prediktívne riadenie

Pri návrhu robustného prediktívneho regulátora je potrebné poznať matematický model, na pomocou ktorého je možné predikovať budúce stavy systému a riešiť optimalizačný problém tak, aby boli splnené zadané obmedzenia. Uvažujem riadenie pre lineárny časovo invariantný systém v diskkrétnej časovej oblasti opísaný v tvare:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k), \quad x(0) = x_0$$

$$y(k) = Cx(k) \tag{3.1}$$

$$\Omega_{disk} \in Co\{[A_1 \ B_1], [A_2 \ B_2], \dots, [A_{N_v} \ B_{N_v}]\} \tag{3.2}$$

kde $u(k) \in \mathfrak{R}^{N_u}$ je vektor akčných veličín, $x(k) \in \mathfrak{R}^{N_x}$ je vektor stavových veličín, $y(k) \in \mathfrak{R}^{N_y}$ je vektor výstupných veličín, $A \in \mathfrak{R}^{N_x \times N_x}$ je matica stavu, $B \in \mathfrak{R}^{N_x \times N_u}$ je matica vstupov, $C \in \mathfrak{R}^{N_y \times N_x}$ je matica výstupu. Pre polytop Ω_{disk} platí vzťah (2.13). V práci použijem na riadenie systémov s parametrickými neurčitostami algoritmus vytvorený na základe Kothareho prístupu prediktívneho riadenia založeného na lineárnych maticových nerovnostiach.

Princípom prediktívneho riadenia je, že v diskkrétnej časovej oblasti sa v regulovanom procese pomocou predikcie výstupných veličín $y(k)$ v perióde vzorkovania k , budú zisťovať aktuálne hodnoty stavových veličín $x(k)$. To znamená, že pre celý predikčný horizont N sa vypočíta $u(k+i|k)$ $i=0,1,\dots,N_U-1$ akčných zásahov tak, aby výsledná hodnota účelovej funkcie $J_N(k)$ bola minimálna

$$\min_{u(k+i|k), i=0,1,\dots,N_U} J_N(k) \tag{3.3}$$

vzhľadom na obmedzenia vstupných veličín $u(k+i|k)$; $i=0, 1, \dots, N_U-1$, stavových veličín $x(k+i|k)$; $i=0, 1, \dots, N$, a výstupných veličín $y(k+i|k)$; $i=1,2,\dots,N$. Tento

prístup prediktívneho riadenia z teoretického hľadiska predpokladá pre predikciu nekonečný časový horizont (tzv. IH-MPC) [4].

V procese prediktívneho riadenia bude predpokladaná kvadratická účelová funkcia v tvare:

$$J_N(k) = \sum_{i=0}^N (x(k+i|k)^T Q x(k+i|k) + u(k+i|k)^T R u(k+i|k)) \quad (3.4)$$

$Q > 0, R > 0$ sú symetrické váhové matice.

3.1 Robustné prediktívne riadenie pomocou LMI

Keďže sa predpokladá, že regulovaný systém je možné opísať pomocou lineárnych diferenčných rovníc v tvare (3.1) a požadovanú kvalitu riadenia možno opísať pomocou kvadratickej účelovej funkcie v tvare (3.4), vychádzalo sa pri návrhu riadenia z princípov návrhu štandardného lineárno-kvadratického regulátora (LQR). Výhodou Kothareho prístupu je možnosť návrhu riadenia vzhľadom na symetrické ohraničenia vstupných u_k a stavových veličín x_k . Hlavnou výhodou oproti statickej stavovej väzbe je to, že pre každý riadiaci krok k sa navrhuje nový regulátor, čo umožňuje efektívnejšie kompenzovať vplyv neurčitostí na riadiaci systém. Prediktívne riadenie je založené na diskretizovanom modeli regulovaného neurčitého systému v tvare (3.1) s príslušnou množinou neurčitosti Ω_{disk} (3.2) [5].

Minimalizácia robustnej účelovej funkcie vo forme MIN-MAX má tvar:

$$\min_{u(k+i|k)} \{ \max_{A(k+1), B(k+1) \in \Omega_{disk}} \{ J_N(k) \} \} \quad (3.5)$$

Maximalizácia zodpovedá výberu takého časovo premenného modelu $[A(k+i), B(k+i)] \in \Omega_{disk}$, $i \geq 0$, ktorý ak sa použije ako predikčný model, bude viesť k najhorším hodnotám účelovej funkcie $J_N(k)$. Táto najhoršia hodnota bude následne minimalizovaná. Pomocou spätnoväzbového zákona riadenia [4]

$$u(k+i|k) = F_k x(k+i|k), i \geq 0 \quad (3.6)$$

bude minimalizovaná horná hranica kvadratickej funkcie

$$V(x) = x^T P x, \quad P > 0 \quad (3.7)$$

Predpokladá sa, že pre všetky stavy $x(k+i|k)$ a vstupy $u(k+i|k)$ v systéme

$[A(k+i), B(k+i)] \in \Omega_{disk}$ bude pre $V(x)$ v kroku k platiť:

$$\begin{aligned} V(x(k+i+1|k)) - V(x(k+i|k)) &\leq \\ &\leq -[x(k+i|k)^T Q x(k+i|k) + u(k+i|k)^T R u(k+i|k)] \end{aligned} \quad (3.8)$$

Súčtom nerovností (3.8) od $i=0$ do ∞ a s požiadavkou $x(\infty|k) = 0$ alebo $V(x(\infty|k)) = 0$ platí:

$$\max_{A(k+i), B(k+i) \in \Omega_{disk}, i \geq 0} J_N(k) \leq V(x(k|k)) \quad (3.9)$$

Cieľom návrhu MPC riadenia je nájsť v každom kroku k , taký spätnoväzbový regulátor F_k , ktorý minimalizuje hornú hranicu $V(x(k|k))$. Tak ako pri štandardnom prediktívnom riadení, aj v tomto prípade sa aplikuje iba prvý člen $u(k|k) = F_k x(k|k)$, v ďalšej perióde vzorkovania sa odmeria stav $x(k+1)$, optimalizačný problém sa opakuje a vypočíta sa nová hodnota spätnoväzbového regulátora F_k . Kvôli tomu, že v každom kroku k sa určí nový regulátor F_k , je spätná väzba považovaná za dynamickú, t.j. nemeniacu sa [6].

Spätnoväzbový regulátor F_k v zákone riadenia (3.6) v čase k môže byť daný ako riešenie nasledujúcej maticovej nerovnosti:

$$F_k = Y_k X_k^{-1} \quad (3.10)$$

pričom X_k je symetrická kladne definitná matica z množiny $\Re^{N_x \times N_x}$, matica $Y_k \in \Re^{N_u \times N_x}$ a matica regulátora $F_k \in \Re^{N_u \times N_x}$. Matice X_k a Y_k sú riešením optimalizačného problému

$$\min_{f_k, X_k, Y_k} f_k \quad (3.11)$$

vzhľadom na

$$\begin{bmatrix} 1 & x(k|k)^T \\ x(k|k) & X_k \end{bmatrix} \geq 0 \quad (3.12)$$

a

$$\begin{bmatrix} X_k & X_k A_v^T + Y_k^T B_v^T & X_k \sqrt{Q} & Y_k^T \sqrt{R} \\ X_k A_v + B_v Y_v & X_k & 0 & 0 \\ \sqrt{Q} X_k & 0 & f_k I & 0 \\ \sqrt{R} Y_k & 0 & 0 & f_k I \end{bmatrix} \geq 0 \quad (3.13)$$

$v = 1, \dots, N_v$

Predpokladá sa, že v čase k existuje také $X_k > 0$, f_k a $Y_k = F_k X_k$, že nerovnosť (3.13) má riešenie.

3.2 Podmienky ohraničenia v robustnom prediktívnom riadení

Pre začlenenie obmedzení do robustného prediktívneho riadenia sa uvažuje, že v systéme (3.1) vektor vstupných veličín $u(k+i|k)$ je symetricky ohraničený Euklidovskou normou

$$\|u(k+i|k)\|_2 \leq u_{\max} \quad k, i \geq 0 \quad (3.14)$$

Toto ohraničenie platí pre súčasný a pre celý horizont budúcich riadiacich premenných. Po pretransformovaní (3.14) pomocou Schurovho doplnku (2.9) dostaneme LMI v tvare [4]:

$$\begin{bmatrix} u_{\max}^2 I & Y_k \\ Y_k^T & X_k \end{bmatrix} \geq 0 \quad (3.15)$$

kde neznámymi sú matice X_k a Y_k .

Ak vektor vstupných veličín $u(k+i|k)$ je po prvkoch ohraničený píkovými ohraničeniami v tvare:

$$|u_j(k+i|k)| \leq u_{j,\max} \quad k, i \geq 0, j = 1, 2, \dots, N_u \quad (3.16)$$

tak existuje taká symetrická matica U_k , ktorá garantuje platnosť (3.16), pre ktorú platí LMI v tvare:

$$\begin{bmatrix} U_k & Y_k \\ Y_k^T & X_k \end{bmatrix} \geq 0 \quad \text{ak} \quad U_{kjj} \leq u_{j,\max}^2 \quad (3.17)$$

$j = 1, \dots, N_u$

Podobne ako pre vektor vstupných veličín aj pre vektor stavových veličín $x(k+i|k)$ sa predpokladá, že je ohraničený Euklidovskou normou (3.18) a po prvkoch je obmedzený píkovými ohraničeniami (3.19):

$$\|x(k+i|k)\|_2 \leq x_{\max} \quad k \geq 0, i \geq 1 \quad (3.18)$$

$$|x_r(k+i|k)| \leq x_{r,\max} \quad k \geq 0, i \geq 1, \quad r = 1, 2, \dots, N_x \quad (3.19)$$

Obmedzenie na stavové veličiny je možné prepísať do tvaru LMI:

$$\begin{bmatrix} Z_k & C(A_v X_k + B_v Y_k) \\ (A_v X_k + B_v Y_k)^T C^T & X_k \end{bmatrix} \geq 0 \quad (3.20)$$

$$v = 1, 2, \dots, N_v$$

$$Z_{kr} \leq x_{r,\max}^2, r = 1, 2, \dots, N_x \quad (3.21)$$

Podmienka obmedzenia stavov (3.19) pre systém (3.1) je splnená vtedy ak existuje taká symetrická matica Z , že pre všetky vrcholy polytopu Ω_{disk} platí nerovnosť (3.20), kde neznámymi sú matice X_k a Y_k a pre maticu Z platí (3.21) [6].

3.3 Algoritmus návrhu robustného prediktívneho regulátora

Pomocou nasledovného algoritmu je možné navrhnuť robustné prediktívne riadenie [5]:

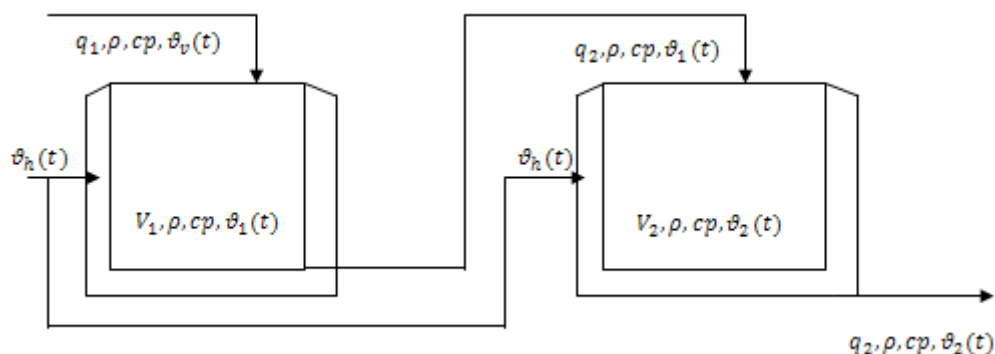
1. prvou úlohou je nastaviť krok $k = 0$,
2. určí sa počet krokov riadenia N , ohraničenia $u_{\max}$ (3.14) a $x_{\max}$ (3.18),

-
3. nastaví sa krok $k = k + 1$,
 4. určia sa hodnoty stavov x_{k-1} ,
 5. Zostavia sa LMI (3.12), (3.13), (3.15), (3.17), (3.20),
 6. pomocou optimalizačných metód sa vyčíslia matice X_k a Y_K ,
 7. pomocou vzťahu (3.10) sa vypočíta matica robustného regulátora F_k ,
 8. pomocou vzťahu (3.6) sa vypočíta akčný zásah,
 9. pomocou vzťahu (3.1) sa vypočítajú hodnoty stavových veličín x_k ,
 10. kým $k < N$, algoritmus sa opakuje od kroku 3, inak výpočet končí.

II PRAKTICKÁ ČASŤ

4 Riadenie dvoch lineárnych sériovo zapojených plášťových výmenníkov tepla

Riadeným systémom budú dva lineárne plášťové výmenníky zapojené sériovo, znázornené na Obr.3. Vo výmenníkoch prebieha prestup tepla medzi horúcou vodou (ohrevné médium) a studenou vodou (ohrievané médium) cez vnútornú stenu výmenníka. Pre odvodenie modelu výmenníkov boli prijaté zjednodušujúce predpoklady. Predpokladá sa dokonalé miešanie ohrievaného média, nulové straty tepla do okolia, konštantný tlak v systéme. V plášti sa predpokladá konštantná teplota ϑ_h , je zanedbaná akumulčná schopnosť ohrevného média a tepelná kapacita stien výmenníka. K akumulácii tepla dochádza len v studenej kvapaline vo výmenníkoch, a preto máme dva bilančné systémy. Sú nimi vnútorné časti výmenníkov naplnené ohrievanou kvapalinou. Časovo premennými veličinami sú teploty ohrievanej kvapaliny $\vartheta_v(t)$, $\vartheta_1(t)$, $\vartheta_2(t)$ na vstupe a výstupe prvého a druhého výmenníka a teplota ohrevného média $\vartheta_h(t)$. Objemové prietoky ohrievaného média q_1, q_2 na vstupe a výstupe oboch výmenníkov sú konštantné a rovnaké. Konštantné sú aj hustota kvapalín ρ , špecifická tepelná kapacita kvapalín c_p a objemy V_1, V_2 jednotlivých výmenníkov.



Obr.3 Dva plášťové výmenníky tepla zapojené v sérii - lineárny model

4.1 Lineárny dynamický model sériovo zapojených plášťových výmenníkov tepla

Dynamický matematický model sa odvodzuje matematickým opisom zákona zachovania energie, ktorý opisuje energetickú bilanciu. Nakoľko výmenník tepla nekoná prácu, tak energetická bilancia sa mení na entalpickú bilanciu, avšak pri predpoklade, že k prestupu tepla dochádza pri konštantnom tlaku, zmena entalpie sa rovná zmene tepla. Pri týchto predpokladoch má tepelná bilancia ohrievaného média v 1. a v 2. výmenníku tvar:

$$\begin{aligned}
 1) \quad \dot{Q}_v(t) + \dot{Q}_h(t) &= \dot{Q}_1(t) + \frac{dQ_1(t)}{dt}, \quad Q_1(0) \\
 q_1 \rho_p \nu_v(t) + \alpha F_1 (\nu_h(t) - \nu_1(t)) &= q_1 \rho_p \nu_1(t) + \frac{V_1 \rho_p d\nu_1(t)}{dt}, \quad \nu_1(0) \\
 2) \quad \dot{Q}_1(t) + \dot{Q}_h(t) &= \dot{Q}_2(t) + \frac{dQ_2(t)}{dt}, \quad Q_2(0) \\
 q_1 \rho_p \nu_1(t) + \alpha F_2 (\nu_h(t) - \nu_2(t)) &= q_2 \rho_p \nu_2(t) + \frac{V_2 \rho_p d\nu_2(t)}{dt}, \quad \nu_2(0)
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

kde $\dot{Q}_1, \dot{Q}_2$, sú tepelné toky vystupujúce z 1. a z 2. výmenníka a $\dot{Q}_h$ je tepelný tok prestupujúci z ohrevného média, α je koeficient prestupu tepla a F_1, F_2 je plocha prestupu tepla v 1. a v 2. výmenníku. Po prijatí zjednodušujúcich podmienok má model tvar 2 lineárnych diferenciálnych rovníc pri začiatočných podmienkach $\nu_1(0)$ a $\nu_2(0)$. Vstupnými veličinami sú $\nu_v(t), \nu_h(t)$, stavovými veličinami sú $\nu_1(t), \nu_2(t)$ a výstupnou veličinou je teplota na výstupe z 2. výmenníka $\nu_2(t)$.

Hodnoty všetkých parametrov potrebných na odvodenie matematického modelu sú uvedené v tabuľkách Tab.1 a Tab.2. Pričom v

Tab.2 sú uvedené tie parametre plášťového výmenníka, ktoré sú neurčité. Nominálny model je model so strednými hodnotami neurčitostí.

Tab.1 Konštantné parametre plášťových výmenníkov tepla

Symbol	Veličina	Hodnota	Jednotka
q_1	prietok ohrievaného média v 1. výmenníku	0.6	$\text{m}^3 \text{min}^{-1}$
q_2	prietok ohrievaného média v 2. výmenníku	0.6	$\text{m}^3 \text{min}^{-1}$

V_1	objem 1. výmenníka	5	m^3
V_2	objem 2. výmenníka	6	m^3
F_1	plocha prestupu tepla v 1. výmenníku	15	m^2
F_2	plocha prestupu tepla v 2. výmenníku	17	m^2

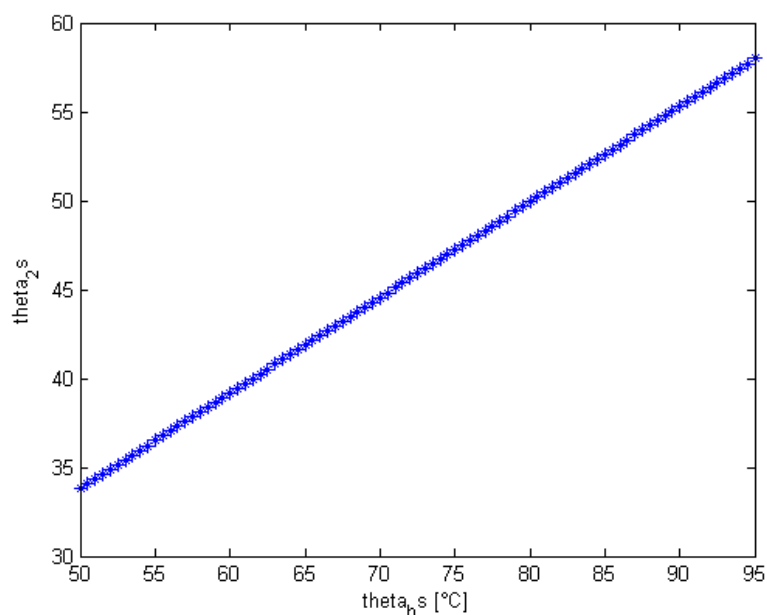
Tab.2 Neurčité parametre lineárneho systému plášťových výmenníkov tepla

Symbol	Veličina	max. a min. hodnota	Jednotka
ρ	hustota ohrievaného média	<958.30; 999.97>	kg m^{-3}
c_p	špecifická tepelná kapacita kvapalín	<4.178; 4.217>	$\text{kJ kg}^{-1}\text{K}^{-1}$
α	koefficient prestupu tepla	<70; 75>	$\text{kJ min}^{-1} \text{m}^2 \text{K}^{-1}$

Na (Obr.4) je znázornená lineárna závislosť výstupnej veličiny ν_2^s nominálneho modelu od meniacej sa vstupnej veličiny ν_h^s v rozsahu $<50;95>^\circ\text{C}$. Pri hodnotách vstupných veličín $\nu_h^s = 80^\circ\text{C}$ a $\nu_v^s = 15^\circ\text{C}$ ustálené teploty v jednotlivých výmenníkoch sú

$$\nu_1^s = 35^\circ\text{C}, \nu_2^s = 50^\circ\text{C} \quad (4.2)$$

tieto ustálené hodnoty sú uvažované za začiatkové podmienky pri regulácii systému.



Obr.4 Statická charakteristika plášťových výmenníko

4.2 Lineárny stavový model plášťového výmenníka tepla

V časti 1.1 bol odvodený lineárny stavový model s nenulovými začiatočnými podmienkami. Model s nulovými začiatočnými podmienkami sa získa zadefinovaním odchýlkových veličín, čiže zmien teplôt:

vstupná radiaca veličina

$$u(t) = \nu_h(t) - \nu_h^s$$

vstupná poruchová veličina

$$r(t) = \nu_v(t) - \nu_v^s$$

stavové veličiny

$$x_1(t) = \nu_1(t) - \nu_1^s$$

$$x_2(t) = \nu_2(t) - \nu_2^s$$

výstupná veličina

$$y(t) = x_2(t) \quad (4.3)$$

Matice stavového opisu majú tvar:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{-1}{V_1 \rho c_p} & 0 \\ \frac{\alpha F_1 + q_1 \rho c_p}{q_2 \rho c_p} & \\ \frac{\alpha F_2 + q_2 \rho c_p}{V_2 \rho c_p} & \frac{-1}{V_2 \rho c_p} \\ \frac{\alpha F_2 + q_2 \rho c_p}{\alpha F_2 + q_2 \rho c_p} & \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} \frac{\alpha F_1}{\alpha F_1 + q_1 \rho c_p} \\ \frac{\alpha F_1 + q_1 \rho c_p}{\alpha F_2} \\ \frac{\alpha F_2 + q_2 \rho c_p}{V_2 \rho c_p} \\ \frac{\alpha F_2 + q_2 \rho c_p}{\alpha F_2 + q_2 \rho c_p} \end{pmatrix}, C = (0 \ 1), D = 0 \quad (4.4)$$

Matica stavov A a matica vstupov B závisí od neurčitých parametrov a systém možno považovať za polytopický systém (2.12), ktorého počet vrcholových systémov je daný vzťahom $N_v = 2^{N_p}$ [5]. V tomto prípade $N_v = 2^3 = 8$. Matica stavu a vstupu nominálneho systému má tvar :

$$A_{n1} = \begin{pmatrix} -0.1730 & 0 \\ 0.1 & -0.1500 \end{pmatrix}, B_{n1} = \begin{pmatrix} 0.0530 \\ 0.0500 \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

4.3 Regulácia lineárneho systému plášťových výmenníkov tepla klasickým PI regulátorom

Ziegler Nicholsonovou metódou som pre nominálny systém navrhla PI regulátor. Následne som v Matlabe odsimulovala riadenie systému s PI regulátorom a porovнала kvalitu riadenia na základe zvolených ukazovateľov kvality s robustným regulátorom.

Parametre regulátora sú určené podľa Tab.3

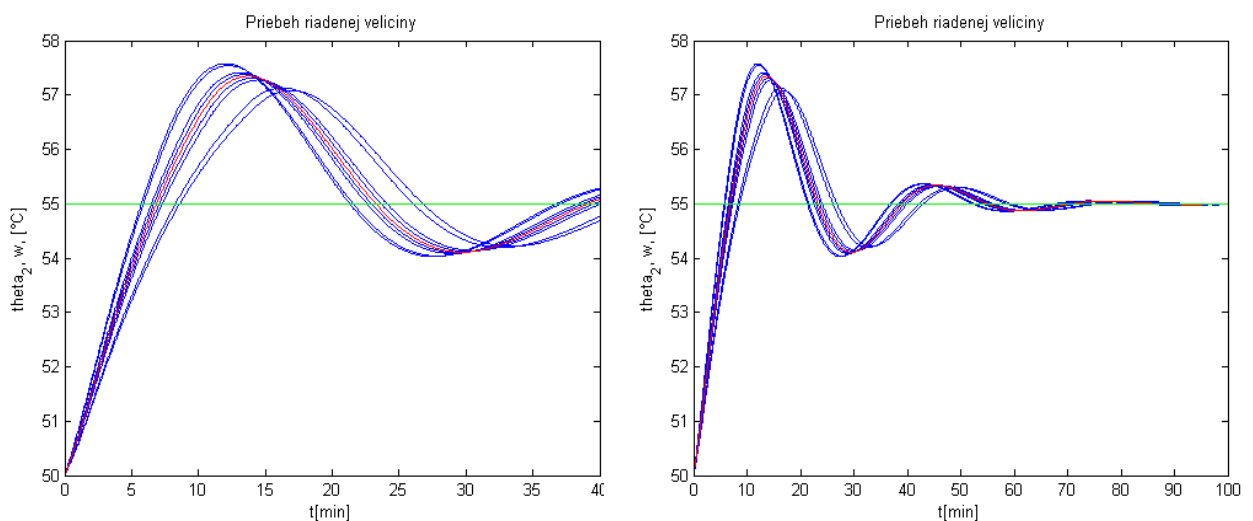
Tab.3 Nastavenie regulátora podľa Zieglera-Nicholsa

	Z_R	T_i
PI	$\frac{0.9t_n}{Zt_u}$	$3.33t_u$

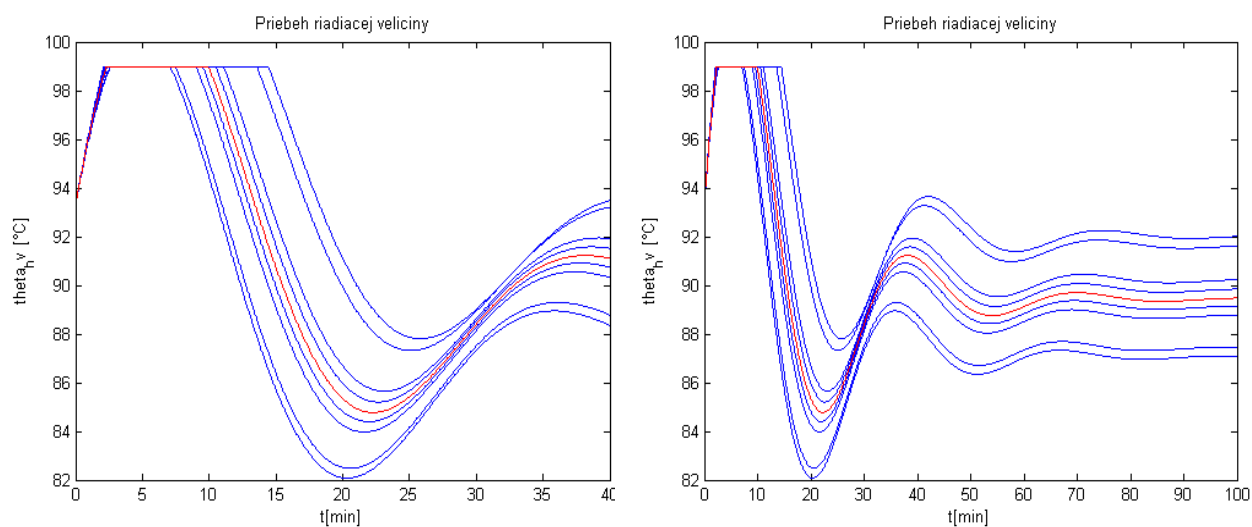
Získaný regulátor má tvar

$$G_{R1} = Z_R + \frac{Z_R}{T_i s} = 0.6586 + \frac{0.6586}{0.9151 s} \quad (4.6)$$

Na (Obr.5) je znázornené riadenie teploty výstupného prúdu z druhého výmenníka, a to riadenie systému so začiatočnou podmienkou (4.2) na žiadanú hodnotu $w = 55^\circ\text{C}$, pre nominálny model a vrcholové systémy. (Obr.6) znázorňuje príslušné akčné zásahy teploty ohrevného média. V podkapitole 4.6 porovnávam kvalitu riadenia s jednotlivými regulátormi pre čas $t = 40\text{ min}$, nakoľko pri riadení s klasickým regulátorom v tomto čase proces nebol v ustálenom stave, prikladám aj obrázok vpravo s ustáleným priebehom.

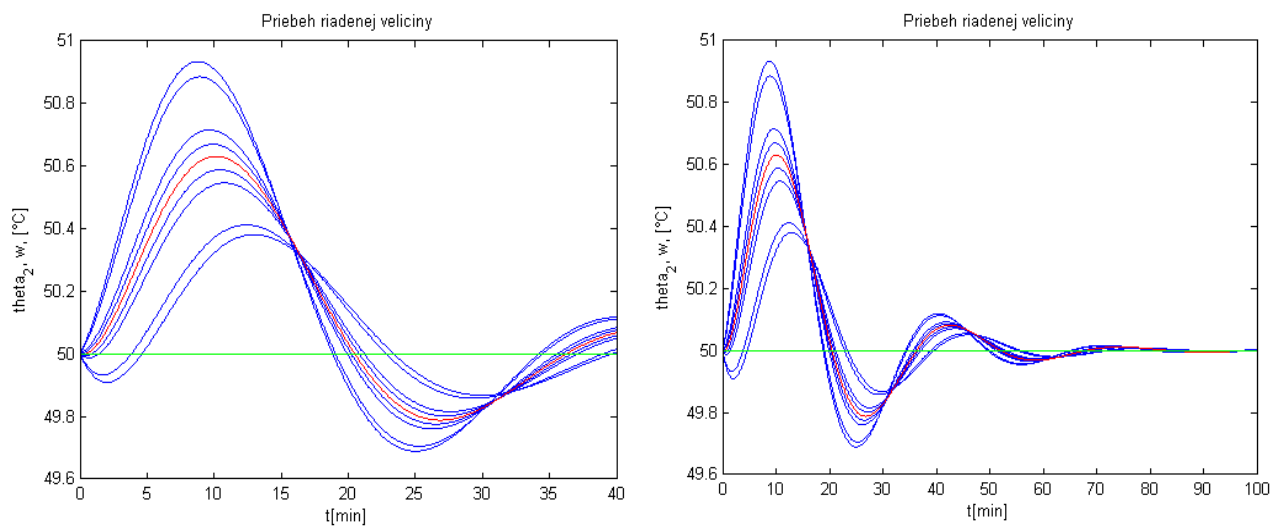


Obr.5 Regulácia lineárneho systému klasickým PI regulátorom

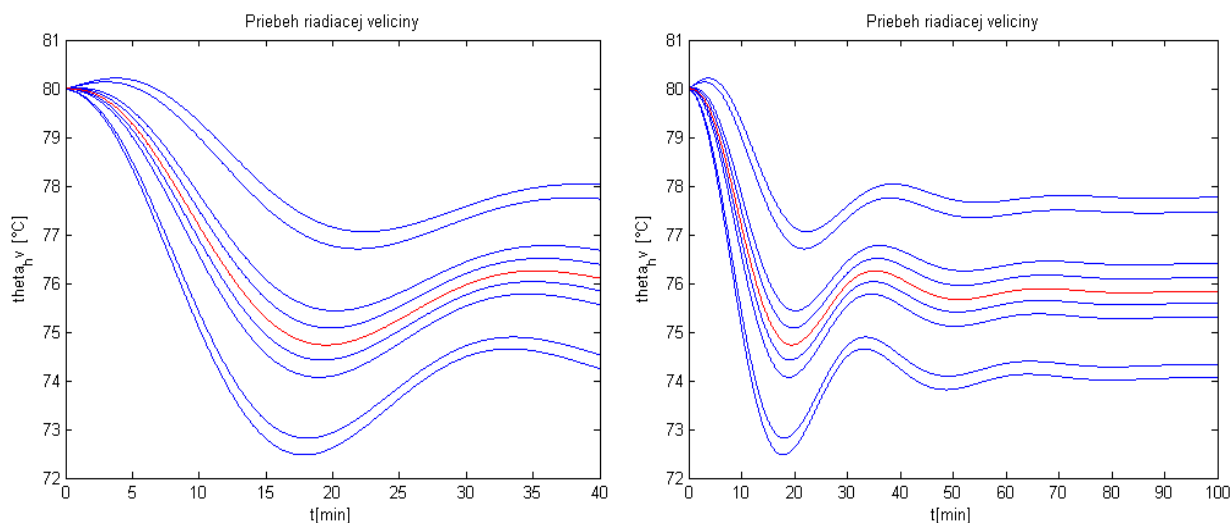


Obr.6 Priebek radiacej veličiny pri regulácii lineárneho systému s klasickým PI regulátorom

Nasledujúce obrázky (Obr.7) a (Obr.8) zobrazujú kompenzáciu poruchy v systéme a príslušné akčné zásahy. Do riadeného systému, ktorý bol v ustálenom stave na žiadanej veličine $w = 50^\circ\text{C}$ bola v čase $t = 0\text{ min}$ zavedená porucha. Vstupná teplota ohrievaného média sa zmenila z teploty $\nu_v = 15^\circ\text{C}$ na $\nu_v = 20^\circ\text{C}$.



Obr.7 Kompenzácia poruchy pôsobiacej na riadený proces klasickým PI regulátorom



Obr.8 Priebeh radiacej veličiny pri kompenzácii poruchy URO lineárneho systému s klasickým PI regulátorom

4.4 Robustné riadenie lineárneho systému plášťových výmenníkov tepla

Cieľom robustného riadenia je navrhnuť taký spätnoväzbový regulátor, pomocou ktorého je možné uradiť systém tak, aby bola zachovaná garantovaná kvalita riadenia. vyjadrená pomocou účelovej funkcie (2.16) Mojou úlohou bude riadiť systém do nového ustáleného stavu tak, aby bola zachovaná stabilita uzavretého regulačného obvodu. Zároveň overím, či je navrhnutý robustný regulátor schopný kompenzovať poruchy. Spätnoväzbový robustný regulátor som navrhla pomocou lineárnych maticových nerovností neiteračným spôsobom opísaným v podkapitole 2.5. Pre váhové matice a parameter γ

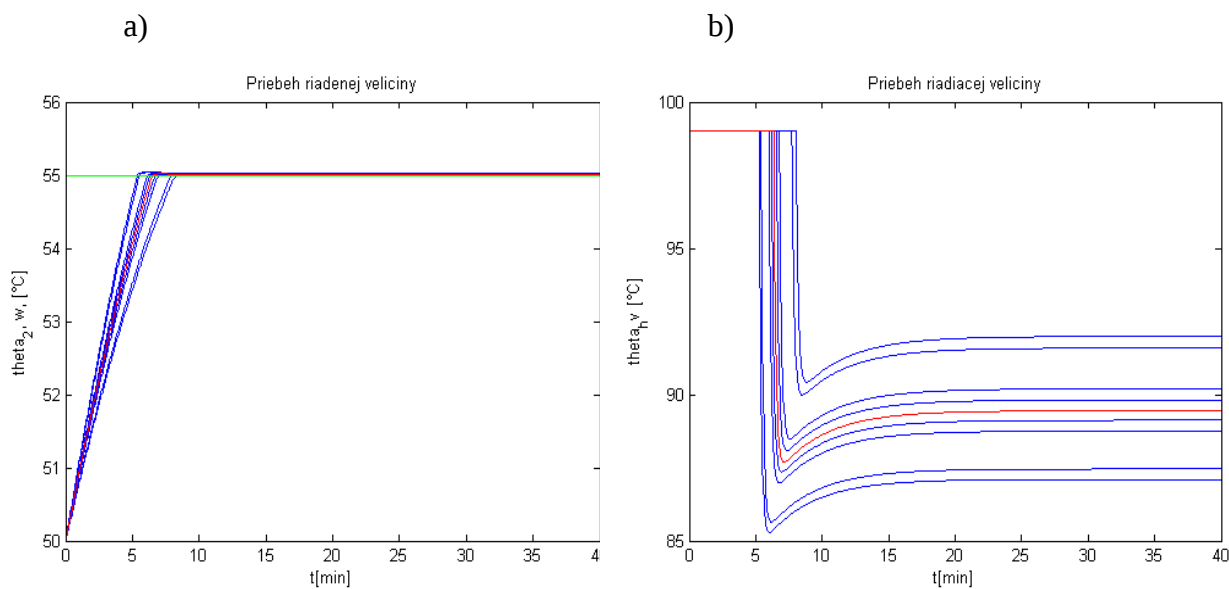
$$Q_1 = \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{pmatrix}, R_1 = 0.0001, \gamma_1 = 0.001 \quad (4.7)$$

navrhnutý spätnoväzbový robustný regulátor mal tvar

$$F_1 = -121.5982 \quad (4.8)$$

Pomocou softvéru MATLAB/Simulink som odsimulovala riadenie výmenníkov, ôsmich vrcholových systémov a nominálneho systému. Pri začiatočných podmienkach

$\nu_1^s = 35^\circ\text{C}$, $\nu_2^s = 50^\circ\text{C}$, je na (Obr.9a) znázornené riadenie teploty výstupného prúdu z druhého výmenníka. Cieľom bolo aby teplota výstupného prúdu dosiahla žiadanú hodnotu $w = 55^\circ\text{C}$. (Obr.9b) znázorňujú príslušné akčné zásahy teploty ohrevného média. Na obrázkoch je znázornených 8 vrcholových systémov modrou farbou a nominálny systém označený červenou farbou. Zelená čiara určuje žiadanú hodnotu.



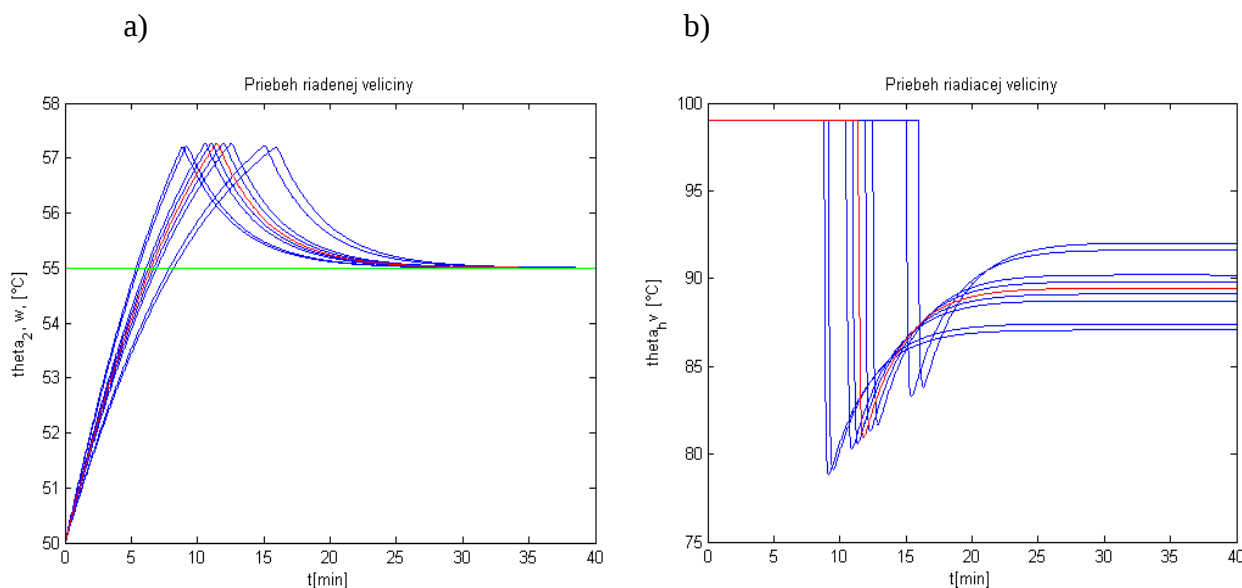
Obr.9 Pribeh riadenej a riadiacej velicity pri riadení sústavy výmenníkov tepla robustným spätnoväzbovým P regulátorom

Aj keď sa robustný spätnoväzbový regulátor správa ako regulátor s P zložkou, na (Obr.9) je vidieť, že pri riadení nezostala trvalá regulačná odchýlka. Je to preto, lebo sa riadil lineárny systém, v ďalšej kapitole keď bude opísané riadenie nelineárneho systému, TRO bude výraznejšia. Pre porovnanie som navrhla robustný PI regulátor a opakovala som riadenie výstupnej teploty v druhom výmenníku (Obr.10). Postup návrhu spätnoväzbového robustného regulátora som opísala v podkapitole 2.5. Pre návrh spätnoväzbového robustného regulátora som zvolila nasledovné váhové matice a parameter γ

$$Q_2 = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{pmatrix}, R_2 = 0.0001 \quad \gamma_2 = 0.0001 \quad (4.9)$$

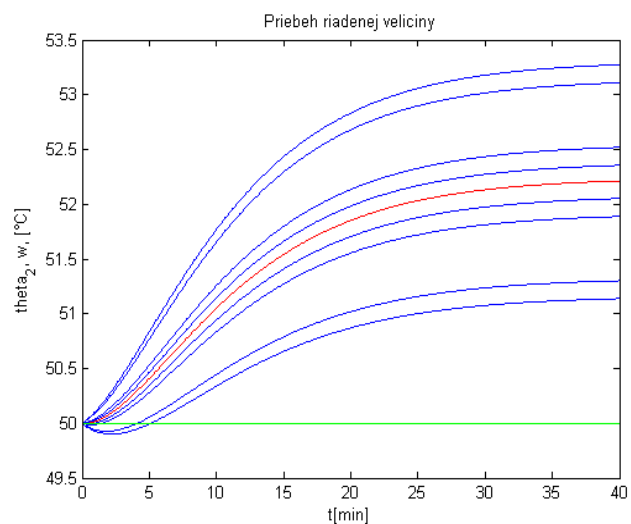
Robustný spätnoväzbový PI regulátor mal tvar

$$F_2 = (-239.3202 \quad -62.4008) \quad (4.10)$$

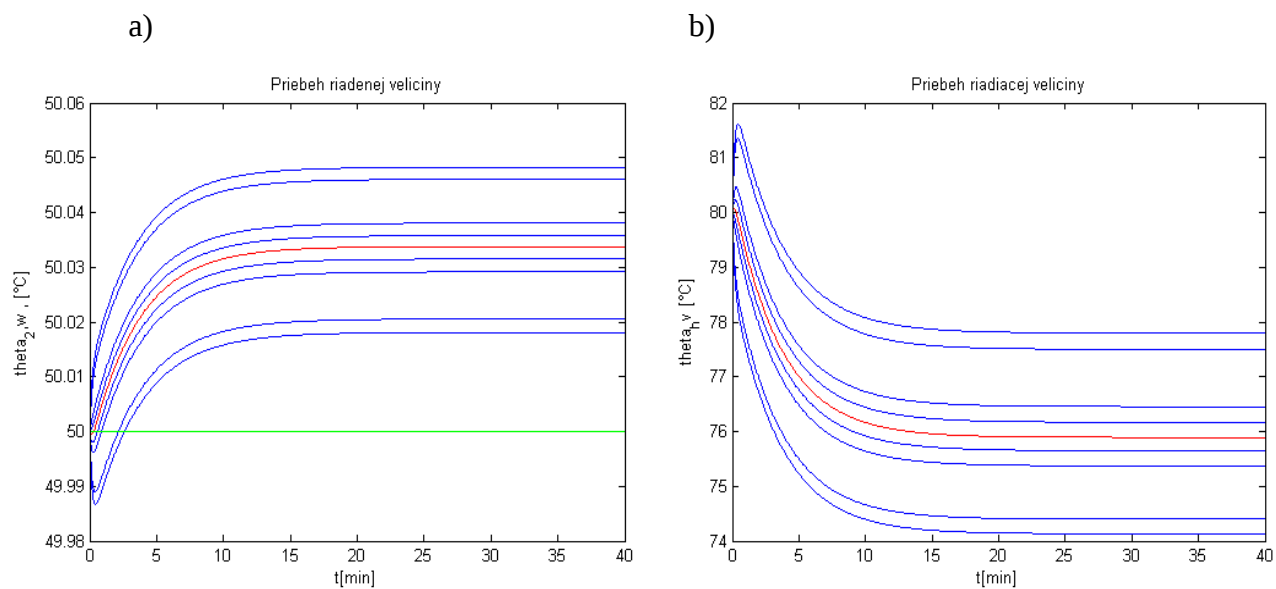


Obr.10 Priebeh riadenej a riadiacej veličiny pri riadení sústavy výmenníkov tepla robustným spätnoväzbovým PI regulátorom

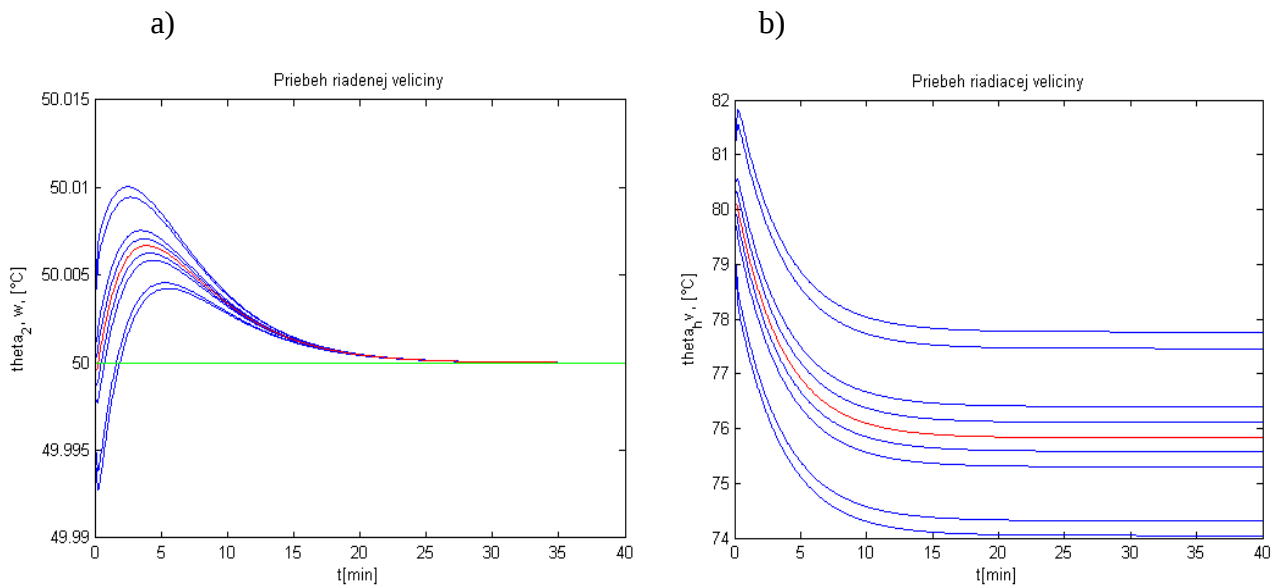
Ďalšou úlohou bolo zistiť, či je možné navrhnuté robustné regulátory použiť na odstránenie vplyvu poruchy na riadený proces. V ustálenom stave $w = 50^{\circ}\text{C}$ bola v čase $t = 0$ min zavedená do systému porucha. Vstupná teplota ohrievaného média sa zmenila z teploty $\nu_v = 15^{\circ}\text{C}$ na $\nu_v = 20^{\circ}\text{C}$. Túto poruchu som odsimulovala pre štyri prípady. V prvom prípade bola porucha zavedená do riadeného procesu bez regulácie, v druhom prípade do uzavretého regulačného obvodu so spätnoväzbovým P regulátorom F_1 , tretí prípad bol URO so spätnoväzbovým PI regulátorom F_2 a vo štvrtom prípade bol URO s klasickým PI regulátorom. Výsledky simulácie sú znázornené na (Obr.12a), (Obr.13a), (Obr.11a) a (Obr.7) a príslušné akčné zásahy na (Obr.12b), (Obr.13b), (Obr.11b) a (Obr.8). Porovnaním (Obr.12) a (Obr.11) možno spozorovať, že odchýlka v prípade kompenzácie poruchy v uzavretom regulačnom obvode je menšia o viac než 3°C ako pri zavedení poruchy riadeného procesu bez regulácie. To znamená, že robustný P regulátor síce nedokáže vykompenzovať vplyv poruchy úplne, ale snaží sa výstupnú veličinu vrátiť do pôvodného ustáleného stavu. Trvalú regulačnú odchýlku sa podarilo odstrániť regulátorom F_2 (Obr.13)



Obr.11 Vplyv poruchy na riadený proces bez regulácie



Obr.12 Priebeh riadenej a riadacej veličiny pri kompenzácii poruchy v uzavretom regulačnom obvode s robustným spätnoväzbovým P regulátorom



Obr.13 Pribeh riadenej a riadiacej veličiny pri kompenzácia poruchy v uzavretom regulačnom obvode s robustným spätnoväzbovým PI regulátorom

4.5 Robustné prediktívne riadenie lineárneho systému plášťových výmenníkov tepla

Pre návrh dynamickej spätnej väzby bol použitý algoritmus vysvetlený v teoretickej časti v podkapitole 3.3. V prediktívnom riadení bol pri výpočte predikcií využívaný model regulovaného systému v diskretnom tvare (3.1), k tomu bolo potrebné zvoliť vhodnú periódu vzorkovania. Voľba periódy vzorkovania má väzbu na dynamické vlastnosti procesu alebo celého systému riadenia. Perióda vzorkovania nesmie prekročiť hodnotu, pri ktorej by sa stratila informácia o spojitom signáli. Zvolila som periódu vzorkovania $T_s = 2 \text{ min}$ a následne som neurčitý systém opísaný v kapitole 4 previedla do diskretnéj časovej oblasti. Počet krokov prediktívneho riadenia k bol 20.

Aby sa predišlo výpočtu akčných zásahov, teploty ohrevného média, nad 100°C , pri robustnom prediktívnom riadení boli uvažované ohraničenia na vstupné veličiny (3.15) a to v tvare

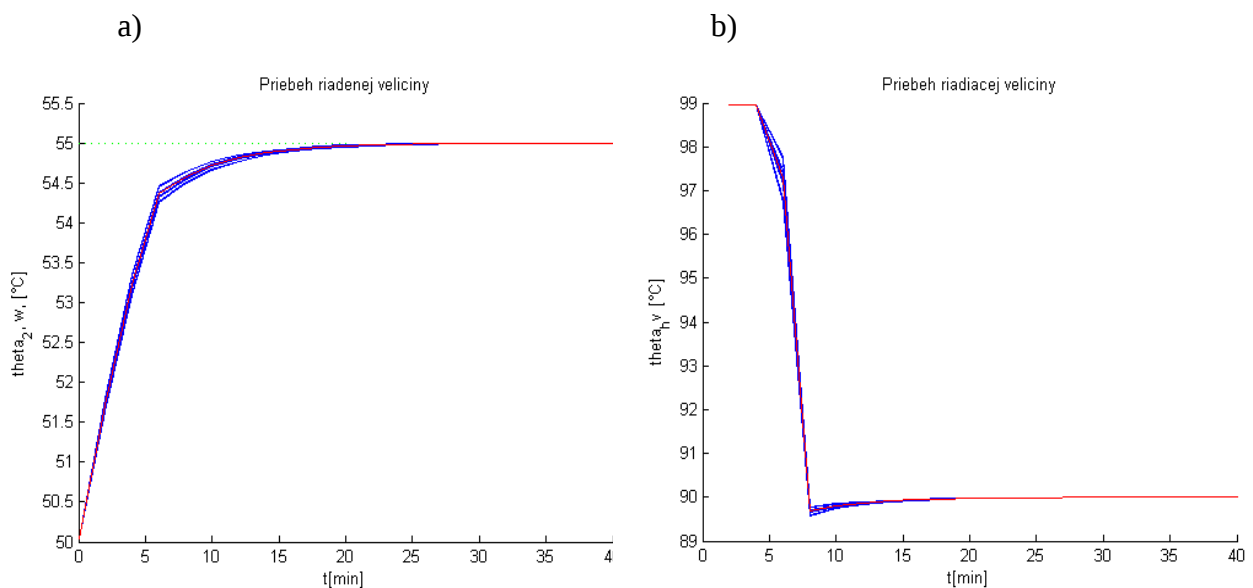
$$|u_k| = \left| \left[\Delta v_{hv}(k) \right] \right| = \left| \left[v_{hv}(k) - v_{hv}^s \right] \right| \leq [9^\circ\text{C}] \quad (4.11)$$

a ohraničenia na stavové veličiny (3.20) v tvare

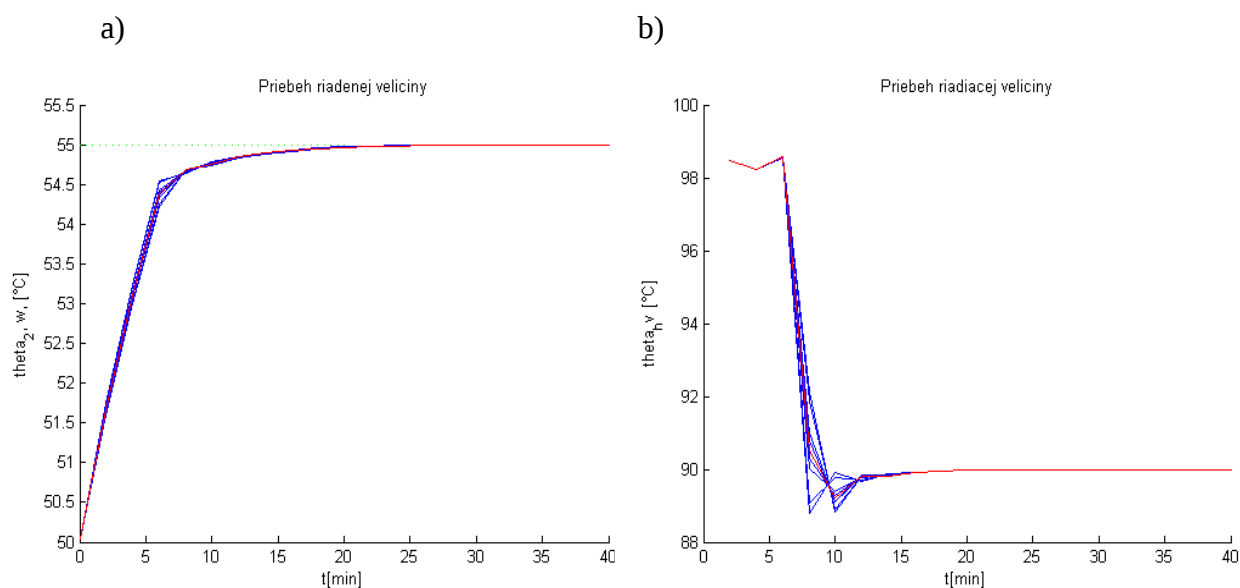
$$|x_k| = \begin{bmatrix} \Delta v_1(k) \\ \Delta v_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1(k) - v_1^s \\ v_2(k) - v_2^s \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 20^\circ\text{C} \\ 10^\circ\text{C} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Podľa algoritmu robustného prediktívneho riadenia, bol v každej perióde vzorkovania vypočítaný jeden robustný regulátor (3.10) pre všetky vrcholové systémy. Preto počet navrhnutých regulátorov je zhodný počtu predikčných krokov k , čiže 20.

Aby som mohla porovnať kvalitu robustného a robustného prediktívneho riadenia, uvažovala som rovnaké nároky na kvalitu riadenia, reprezentované váhovými maticami Q_1, R_1 (4.7), pre riadenie s I zložkou váhovými maticami Q_2, R_2 (4.9) a rovnaké začiatkové podmienky (4.2). Na (Obr.14a) a (Obr.15a) je znázornené riadenie výstupnej teploty v druhom výmenníku na žiadanú hodnotu $w = 55^\circ\text{C}$. (Obr.14b) a (Obr.15b) znázorňujú príslušné akčné zásahy, teploty ohrevného média. Obrázky dokazujú, že pri prediktívnom robustnom riadení sa podarilo uradiť systém na požadovanú ustálenú hodnotu bez trvalej regulačnej odchýlky aj s riadením bez I zložky.



Obr.14 Priebeh riadenej a riadiacej veličiny pri robustnom prediktívnom riadení výmenníkov tepla bez I zložky



Obr.15 Pribeh riadenej a radiacej veliciny pri robustnom prediktívnom riadení výmenníkov tepla s I zložkou

4.6 Porovnanie kvality riadenia lineárneho systému plášťových výmenníkov tepla

V Tab.4 porovnávam výsledky riadenia s jednotlivými regulátormi, a to hodnotu účelovej funkcie $J_{\max}$. J^* predstavuje garantovanú hodnotu účelovej funkcie (2.16). Porovnávam taktiež množstvo tepla E , ktoré je potrebné dodať pre dosiahnutie vstupnej teploty ohrevného média. V každom prípade beriem do úvahy najhoršiu dosiahnutú hodnotu ukazovateľov kvality zo všetkých 8 vrcholových systémov. V 1.prípade vyhodnocujem kvalitu riadenia s robustným spätnoväzbovým P regulátorom, reprezentovaný váhovými maticami Q_1, R_1 , v 2. prípade kvalitu riadenia s robustným spätnoväzbovým PI regulátorom F_2 s integračnou zložkou, reprezentovaný váhovými maticami Q_2, R_2 , v 3. prípade riadenie s klasickým PI regulátorom G_{R1} , v 4. prípade uvádzam hodnoty ukazovateľov kvality robustného prediktívneho riadenia reprezentovaný váhovými maticami Q_1, R_1 a v 5. prípade uvedené hodnoty platia pre robustné prediktívne riadenie reprezentované váhovými maticami Q_2, R_2 .

Tab.4 Hodnoty ukazovateľov kvality riadenia - úloha sledovania

Prípad	$J_{\max}$	J^*	E [kJ]	Grafické zobrazenie
1.	648.3	853	7.077e+006	Obr.9
2.	1099	1532	7.401e+006	Obr.10
3.	-	-	7.081e+006	Obr.5a)
4.	523.76	853	4.956e+005	Obr.14
5.	532.26	1532	4.934e+005	Obr.15

Z Tab.4 jednoznačne vyplýva, že kvalitné riadenie bolo dosiahnuté dynamickou spätnou väzbou, nakoľko bolo potrebné dodať najmenej energie, pre dosiahnutie potrebnej teploty ohrevného média. Hodnota účelovej funkcie je tiež menšia v prípade prediktívneho riadenia. Kým pri robustnom riadení v 2. prípade vznikol veľký prechyt 2°C, pri robustne prediktívnom riadení takýto prechyt nie je pozorovateľný (Obr.15). Dôvodom môže byť to, že pri prediktívnom riadení sú ohraničenia na stavy a vstupy zohľadnené pri výpočte akčných zásahov, kým v robustnom riadení došlo k saturácii akčných zásahov. Čas simulácie bol vo všetkých prípadoch 40 min. Aj keď pri riadení klasickým regulátorom sa výstup ustálil až za čas 100 min, uvádzam hodnoty pre $t = 40$ min.

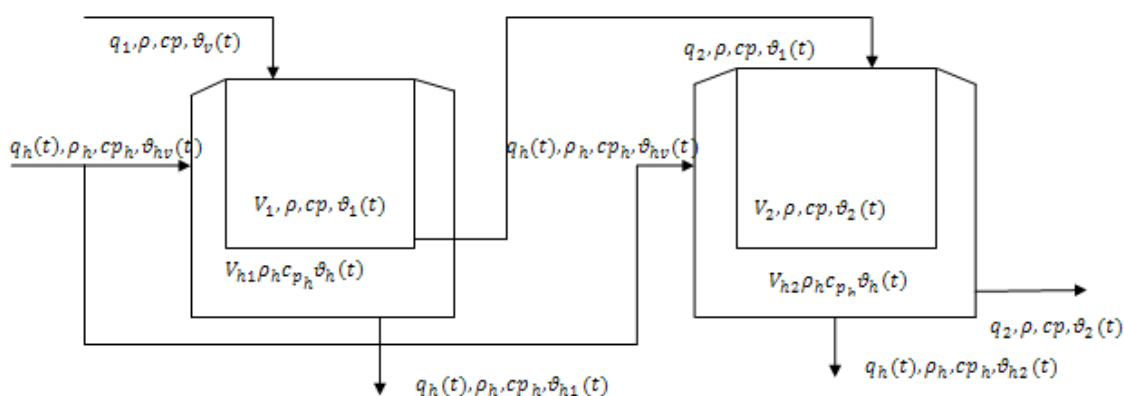
Tab.5 Hodnoty ukazovateľov kvality riadenia – kompenzácia poruchy

Prípad	Regulátor	E [kJ]	Grafické znázornenie
1.	F_1	6.396e+006	Obr.12
2.	F_2	6.392e+006	Obr.13
3.	G_{R1}	6.406e+006	Obr.7a)

Podľa Tab.5 môžeme skonštatovať, že menej tepla bolo potrebné dodať na zohriatie ohrevného média na potrebnú teplotu pri kompenzácii poruchy s robustným spätnoväzbovým regulátorom s I zložkou. Najhoršie riadenie sa dosiahlo klasickým regulátorom, ktorý potreboval na ustálenie dvakrát dlhšiu dobu oproti ostatným regulátorom.

5 Riadenie dvoch nelineárnych sériovo zapojených plášťových výmenníkov tepla

Riadeným systémom budú dva nelineárne plášťové výmenníky zapojené sériovo, znázornené na (Obr.16). Aj v tomto prípade ide o prestup tepla medzi horúcou vodou (ohrevné médium) a studenou vodou (ohrievané médium). Pre odvodenie modelu výmenníkov boli prijaté podobné zjednodušujúce predpoklady ako v kapitole 4, ibaže v tomto prípade nie je zanedbaná akumulčná schopnosť ohrevného média. Tým pádom máme štyri bilančné systémy. Sú nimi vnútorné časti výmenníkov naplnené ohrievanou kvapalinou a plášte výmenníkov naplnené ohrevnou kvapalinou. Časovo premennými veličinami sú teploty ohrievanej kvapaliny $\vartheta_v(t), \vartheta_1(t), \vartheta_2(t)$, prvého a druhého výmenníka, teploty ohrevného média $\vartheta_{h1}(t), \vartheta_{h2}(t)$ a objemový prietok ohrevného média $q_h(t)$. Objemové prietoky ohrievaného média q_1, q_2 na vstupe a výstupe oboch výmenníkov sú konštantné a rovnaké, tak ako aj hustota kvapalín ρ , špecifická tepelná kapacita kvapalín c_p a objemy V_1, V_2 jednotlivých výmenníkov.



Obr.16 Dva plášťové výmenníky tepla zapojené v sérii - nelineárny systém

5.1 Nelineárny dynamický model sériovo zapojených výmenníkov tepla

Tepelná bilancia ohrievaného média v 1. a 2. výmenníku a ohrevného média v plášťoch výmenníka je nasledovná:

$$1) \quad \dot{Q}_v(t) + \dot{Q}_{h11}(t) = \dot{Q}_1(t) + \frac{dQ_1(t)}{dt}, \quad Q_1(0)$$

$$q_1 \rho_c v_v(t) + \alpha F_1 (v_{h1}(t) - v_1(t)) = q_1 \rho_c v_1(t) + \frac{V_1 \rho_c d v_1(t)}{dt}, \quad v_1(0)$$

$$2) \quad \dot{Q}_1(t) + \dot{Q}_{h22}(t) = \dot{Q}_2(t) + \frac{dQ_2(t)}{dt}, \quad Q_2(0)$$

$$q_1 \rho_c v_1(t) + \alpha F_2 (v_{h1}(t) - v_2(t)) = q_2 \rho_c v_2(t) + \frac{V_2 \rho_c d v_2(t)}{dt}, \quad v_2(0)$$

$$3) \quad \dot{Q}_{hv}(t) = \dot{Q}_{h1}(t) + \dot{Q}_{h11}(t) + \frac{dQ_{h1}(t)}{dt}, \quad Q_{h1}(0)$$

$$q_h(t) \rho_h c_{ph} v_{hv} = \alpha F_1 (v_{h1}(t) - v_1(t)) + q_h(t) \rho_h c_{ph} v_{h1}(t) + \frac{V_{h1} \rho_h c_{ph} d v_{h1}(t)}{dt}, \quad v_{h1}(0)$$

$$4) \quad \dot{Q}_{hv}(t) = \dot{Q}_{h2}(t) + \dot{Q}_{h22}(t) + \frac{dQ_{h2}(t)}{dt}, \quad Q_{h2}(0)$$

$$q_h(t) \rho_h c_{ph} v_{hv} = \alpha F_2 (v_{h2}(t) - v_2(t)) + q_h(t) \rho_h c_{ph} v_{h2}(t) + \frac{V_{h2} \rho_h c_{ph} d v_{h2}(t)}{dt}, \quad v_{h2}(0) \quad (5.1)$$

kde $\dot{Q}_1, \dot{Q}_2$, sú tepelné toky ohrievaného média v 1. a 2. výmenníku a $\dot{Q}_{h1}, \dot{Q}_{h2}$, sú tepelné toky ohrevného média v 1. a 2. plášti výmenníkov. Matematický model tvar nelineárnej diferenciálnej rovnice pri začiatočných podmienkach $v_1(0), v_2(0), v_{h1}(0), v_{h2}(0)$. Vstupnými veličinami sú $v_v(t), v_1(t)$ a prietok ohrevného média $q_h(t)$. Stavovými veličinami sú $v_1(t), v_2(t), v_{h1}(t), v_{h2}(t)$ a výstupnou veličinou je teplota na výstupe v 2. výmenníku $v_2(t)$.

V tabuľke Tab.6 som uviedla iba tie hodnoty parametrov potrebných na odvodenie matematického modelu, ktoré nie sú uvedené, prípadne nie sú zhodné z parametrami uvedenými v Tab.1 a Tab.2.

Tab.6 Parametre nelineárneho systému plášťových výmenníkov tepla

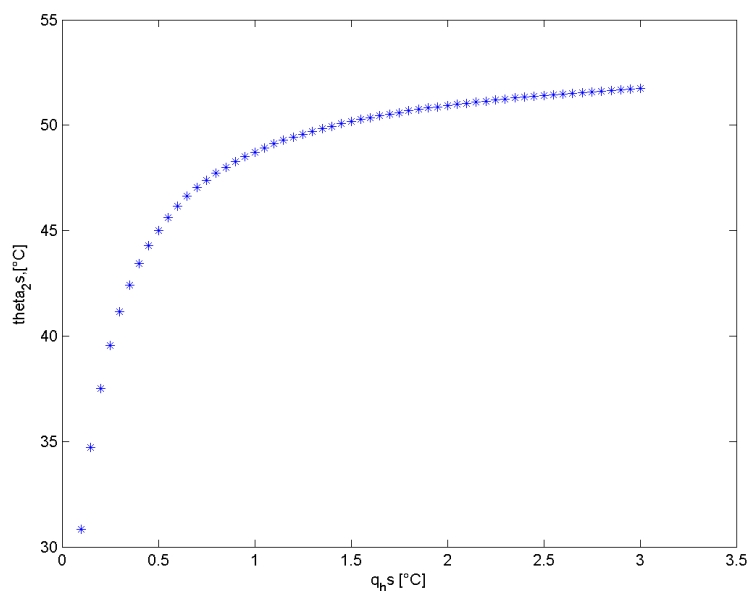
Symbol	Veličina	Hodnota	Jednotka
q_1	prietok ohrievaného média v 1.výmenníku	0.5	$\text{m}^3 \text{min}^{-1}$
q_2	prietok ohrievaného média v 2.výmenníku	0.5	$\text{m}^3 \text{min}^{-1}$
V_{h1}	objem 1. plášti výmenníka	0.4	m^3
V_{h2}	objem 2. výmenníka	0.6	m^3
ρ_h	hustota ohrevného média	998	kg m^{-3}
c_{ph}	špecifická tepelná kapacita ohrevného média	17	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
ν_{hv}	vstupná teplota ohrevného média	80	$^{\circ}\text{C}$

Na (Obr.17) je znázornená nelineárna závislosť výstupnej veličiny ν_2^s nominálneho systému od meniacej sa vstupnej veličiny q_h^s v rozsahu $< 0.1; 3 > \text{m}^3 \text{min}^{-1}$.

Pri hodnotách vstupných veličín $q_h^s = 0.7 \text{ m}^3 \text{min}^{-1}$ a $\nu_v^s = 15 ^{\circ}\text{C}$ ustálené teploty v jednotlivých výmenníkoch sú

$$\nu_1^s = 33.1 ^{\circ}\text{C}, \nu_{h1}^s = 47 ^{\circ}\text{C}, \nu_{h2}^s = 67.3 ^{\circ}\text{C}, \nu_{h2}^s = 70.2 ^{\circ}\text{C}. \quad (5.2)$$

Tieto ustálené hodnoty sú považované za začiatkové podmienky pri regulácii systému.



Obr.17 Statická charakteristika plášťových výmenníkov (nelineárny systém)

5.2 Linearizovaný stavový model sériovo zapojených plášťových výmenníkov tepla

K získaniu lineárneho stavového modelu je potrebná linearizácia. Odčíta sa model ustáleného stavu od dynamického modelu, zdefinujú sa odchyľkové veličiny a po aproximácii nelineárnych členov Taylorovým rozvojom do 1. rádu, dosadia sa odchyľkové veličiny do modelu.

vstupná riadiaca odchyľková veličina

$$u(t) = q_h(t) - q_h^s$$

vstupná poruchová odchyľková veličina

$$r(t) = \nu_v(t) - \nu_v^s$$

stavové odchyľkové veličiny

$$x_1(t) = \nu_1(t) - \nu_1^s$$

$$x_2(t) = \nu_2(t) - \nu_2^s$$

$$x_3(t) = \nu_{h1}(t) - \nu_{h1}^s$$

$$x_4(t) = \nu_{h2}(t) - \nu_{h2}^s$$

výstupná odchyľková veličina

$$y(t) = x_2(t) \tag{5.3}$$

Tým sa nelineárny model s nenulovými začiatočnými podmienkami zmení na lineárny odchyľkový model s nulovými začiatočnými podmienkami. Matice stavového opisu sú nasledovné:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ b_{31} \\ b_{41} \end{pmatrix}, C = (0 \quad 1 \quad 0 \quad 0), D = 0 \tag{5.4}$$

$$\begin{aligned}
a_{11} &= -\frac{1}{\frac{V_1 \rho_p}{\alpha F_1 + q_1 \rho_p}}, \quad a_{12} = 0, \quad a_{13} = \frac{\frac{\alpha F_1}{V_1 \rho_p}}{\alpha F_1 + q_1 \rho_p}, \quad a_{14} = 0, \quad a_{21} = \frac{\frac{q_2 \rho_p}{V_2 \rho_p}}{\alpha F_2 + q_2 \rho_p}, \\
a_{22} &= -\frac{1}{\frac{V_2 \rho_p}{\alpha F_2 + q_2 \rho_p}}, \quad a_{23} = 0, \quad a_{24} = \frac{\frac{\alpha F_2}{V_2 \rho_p}}{\alpha F_2 + q_2 \rho_p}, \quad a_{31} = \frac{\frac{\alpha F_1}{V_{h1} \rho_h c_{ph}}}{\alpha F_1 + q_h^s \rho_h c_{ph}}, \quad a_{32} = 0, \\
a_{33} &= -\frac{1}{\frac{V_{h1} \rho_h c_{ph}}{\alpha F_1 + q_h^s \rho_h c_{ph}}}, \quad a_{34} = 0, \quad a_{41} = 0, \quad a_{42} = \frac{\frac{\alpha F_2}{V_{h2} \rho_h c_{ph}}}{\alpha F_2 + q_h^s \rho_h c_{ph}}, \quad a_{43} = 0, \\
a_{44} &= -\frac{1}{\frac{V_{h2} \rho_h c_{ph}}{\alpha F_2 + q_h^s \rho_h c_{ph}}}, \quad b_{11} = 0, \quad b_{12} = 0, \quad b_{13} = \frac{\frac{\rho_h c_{ph} (\nu_{hv} - \nu_{h1}^s)}{\alpha F_1 + q_h^s \rho_h c_{ph}}}{\alpha F_1 + q_h^s \rho_h c_{ph}}, \quad b_{14} = \frac{\frac{\rho_h c_{ph} (\nu_{hv} - \nu_{h1}^s)}{\alpha F_2 + q_h^s \rho_h c_{ph}}}{\alpha F_2 + q_h^s \rho_h c_{ph}} \quad (5.5)
\end{aligned}$$

Matica stavu a vstupu nominálneho systému:

$$A_{n_2} = \begin{pmatrix} -0.1529 & 0 & 0.0529 & 0 \\ 0.0833 & -0.1337 & 0 & 0.0500 \\ 0.6486 & 0 & -2.3986 & 0 \\ 0 & 0.4901 & 0 & -1.6567 \end{pmatrix}, \quad B_{n_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 31.7008 \\ 16.2530 \end{pmatrix} \quad (5.6)$$

5.3 Robustné riadenie nelineárneho systému dvoch plášťových výmenníkov tepla

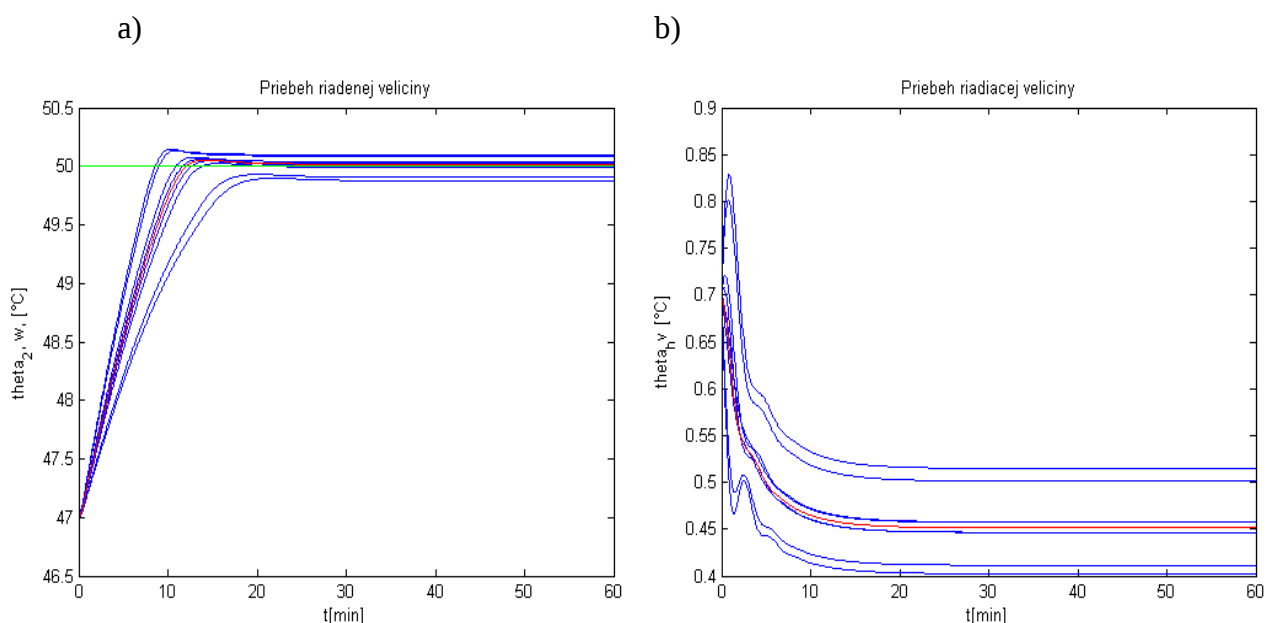
Spätnoväzbový robustný regulátor navrhnutý pomocou lineárnych maticových nerovností neiteračným algoritmom opísaným v podkapitole 2.5 bol navrhnutý pre váhové matice a parameter γ v tvare

$$Q_3 = \begin{pmatrix} 0.01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.01 \end{pmatrix}, \quad R_3 = 0.0001, \quad \gamma_3 = 0.0001 \quad (5.7)$$

Navrhnutý spätnoväzbový robustný regulátor mal tvar

$$F_3 = -4.1769 \quad (5.8)$$

Pomocou softvéru MATLAB/Simulink som odsimulovala riadenie výmenníkov, začiatočnými podmienkami boli teploty ohrievaného média vo výmenníkoch (5.2). Na (Obr.18a) je znázornené riadenie výstupnej teploty v druhom výmenníku a to na žiadanú hodnotu $w = 50^\circ\text{C}$. (Obr.18b) znázorňuje príslušné akčné zásahy prietoku ohrevného média.



Obr.18 Priebeh riadenej a riadiacej veličiny pri riadení nelineárnej sústavy výmenníkov tepla robustným spätnoväzbovým P regulátorom

Pre riadenie systému bez trvalej regulačnej odchýlky bol navrhnutý robustný spätnoväzbový PI regulátor, a to rozšírením matice systému (5.9) a rozšírením váhových matic (5.10):

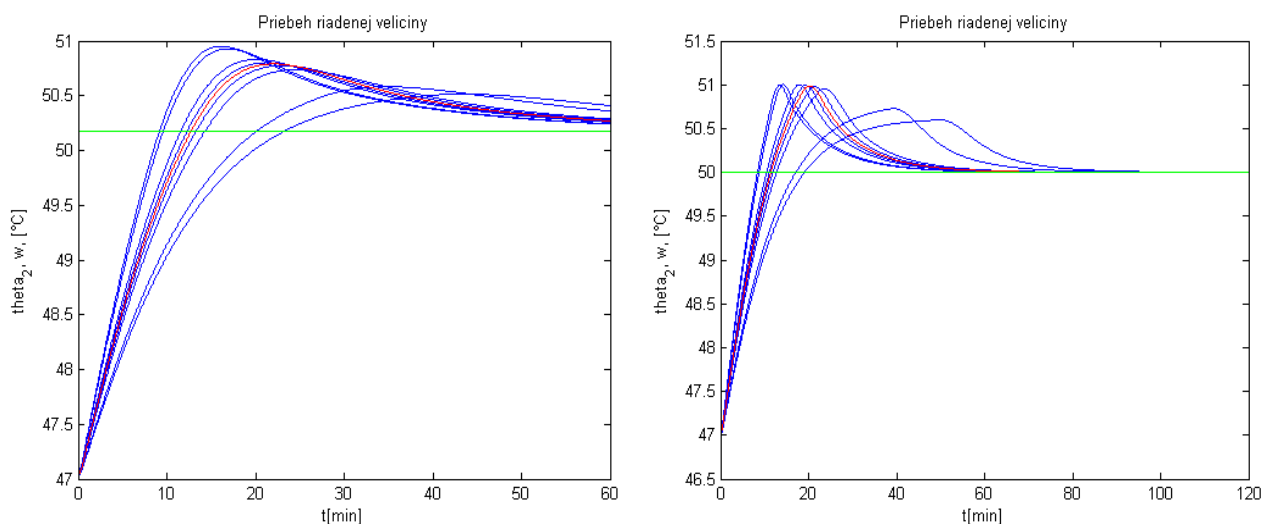
$$A_{i2} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B_{i2} = \begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{12} \\ b_{13} \\ b_{14} \\ 0 \end{pmatrix}, C_{i2} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, D_{i2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.9)$$

$$Q_4 = \begin{pmatrix} 0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.000001 \end{pmatrix}, R_4 = 0.0001 \quad (5.10)$$

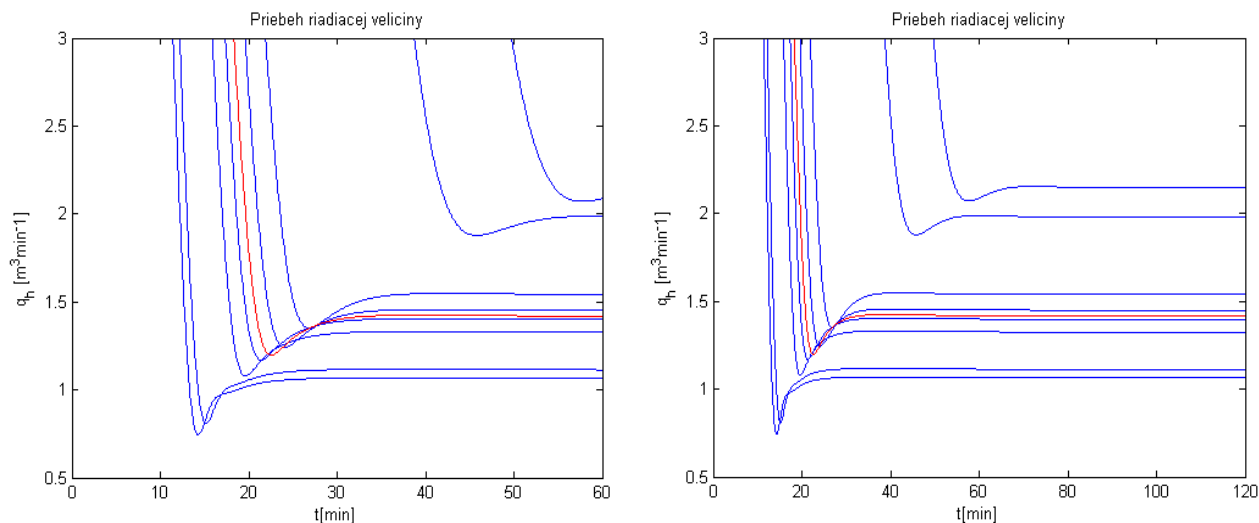
Pre riadenie systému znázornený na (Obr.19) bol použitý robustný spätnoväzbový PI regulátor v tvare

$$F_4 = (-2.3365 \quad -0.2166) \quad (5.11)$$

Pri porovnaní kvality jednotlivých regulátorov boli brané do úvahy hodnoty merané do času $t = 60$ min. V prípade, keď systém v tom čase ešte nebol ustálený, príkladám aj obrázok s ustáleným priebehom výstupnej veličiny pre $t = 120$ min (znázornené vpravo). (Obr.20) znázorňuje príslušný akčný zásah.

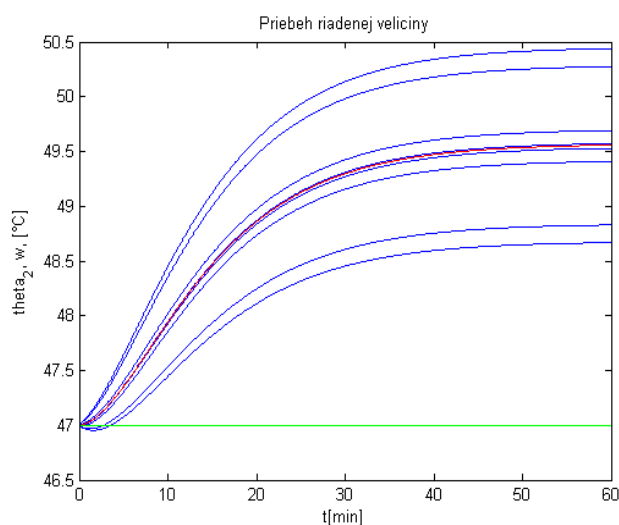


Obr.19 Riadenie nelineárneho systému robustným spätnoväzbovým PI regulátorom

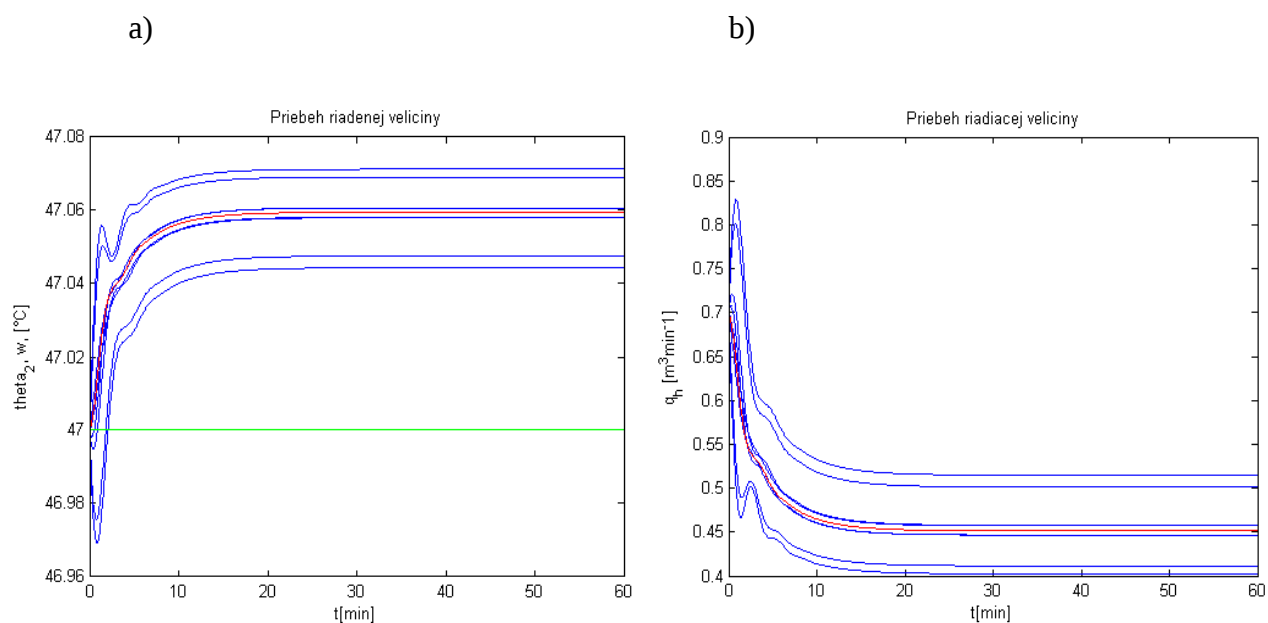


Obr.20 Priebeh radiacej veličiny nelineárneho systému pri riadení robustným spätnoväzbovým PI regulátorom

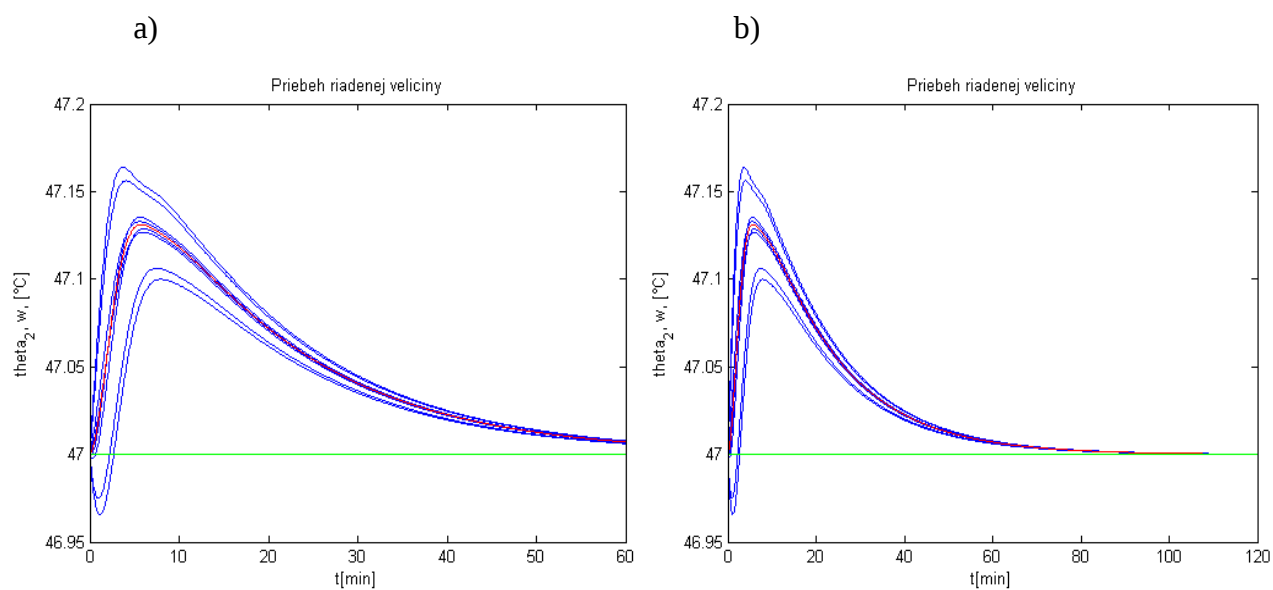
V ustálenom stave $w = 47^\circ\text{C}$ v čase $t = 0\text{min}$ vstupná teplota ohrievaného média sa zmenila z teploty $v_v = 15^\circ\text{C}$ na $v_v = 20^\circ\text{C}$. Porucha bola kompenzovaná regulátorom F_3 , F_4 . Porucha bola zavedená aj do procesu bez regulácie. Výsledky simulácie sú znázornené na (Obr.21), (Obr.22a), (Obr.23), a príslušné akčné zásahy na (Obr.22b), (Obr.24). Porovnaním (Obr.21) a (Obr.22) možno spozorovať, že odchýlka v prípade kompenzácie poruchy v uzavretom regulačnom obvode je menšia o viac než 2°C ako pri poruche bez regulácie. Trvalú regulačnú odchýlku sa podarilo odstrániť regulátorom F_4 .



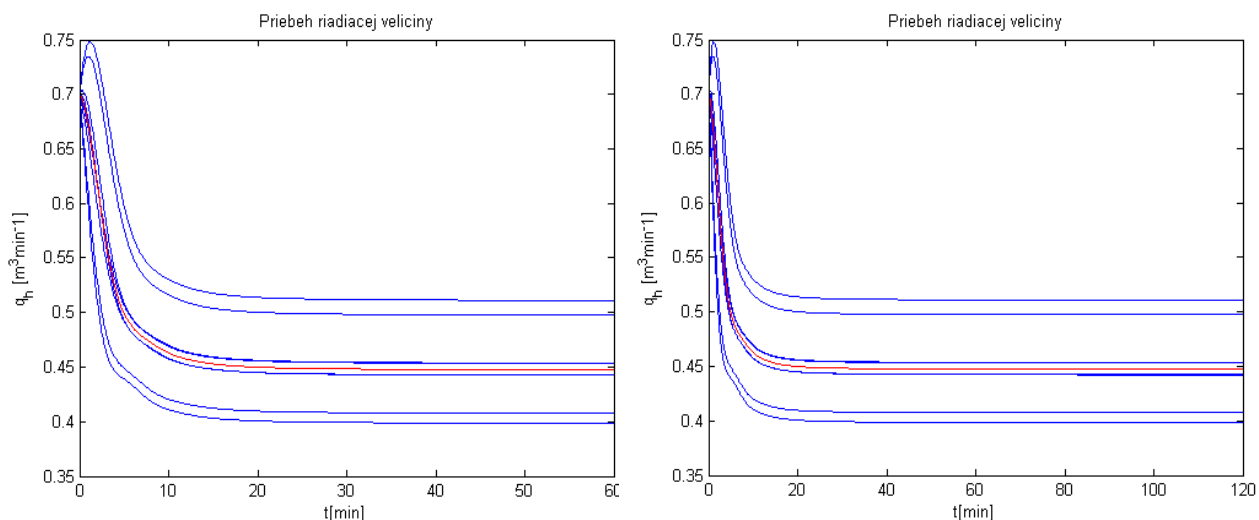
Obr.21 Vplyv poruchy na riadený proces (nelineárny systém) bez regulácie



Obr.22 Pribeh riadenej veličiny a riadiacej veličiny pri kompenzácii poruchy nelineárneho systému robustným spätnoväzbovým P regulátorom



Obr.23 Pribeh riadenej veličiny pri kompenzácii poruchy URO nelineárneho systému s robustným spätnoväzbovým PI regulátorom



Obr.24 Akčné zásahy prietoku ohrevného média pri kompenzácii poruchy nelineárneho systému robustným spätnoväzbovým PI regulátorom

5.4 Robustné prediktívne riadenie nelineárneho systému plášťových výmenníkov tepla

Algoritmus návrhu robustného prediktívneho riadenia je zhodný z návrhom opísaným v kapitole 4.5. Menilo sa ohraničenie na vstupnú veličinu prietoku ohrevného média

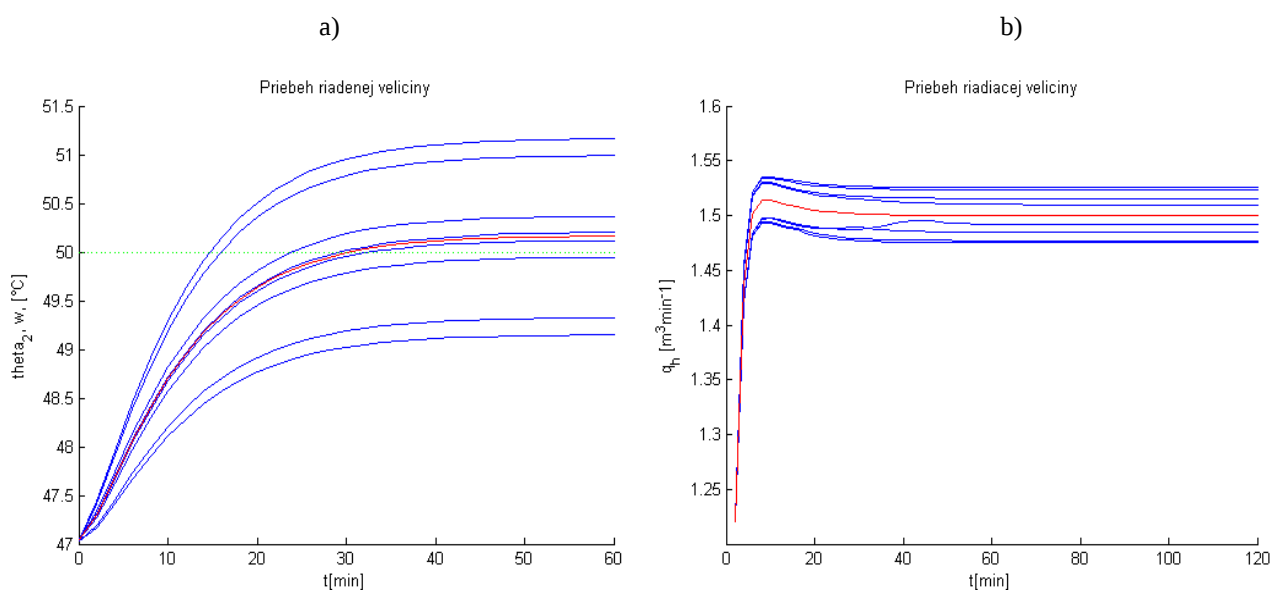
$$|u_k| = |\Delta q_h(k)| = |q_h(k) - q_h^s| \leq [1.5 m^3 \min^{-1}] \quad (5.12)$$

a k ohraničeniam na stavové veličiny boli pridané aj ohraničenia stavových veličín v jednotlivých plášťoch výmenníkov

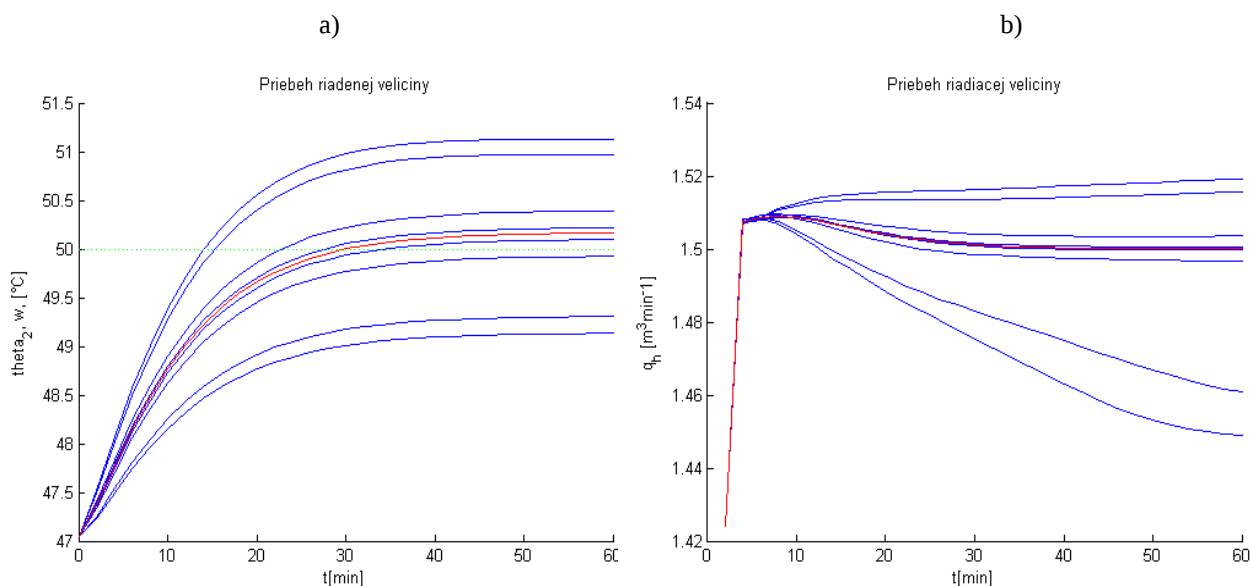
$$|x_k| = \begin{bmatrix} \Delta v_1(k) \\ \Delta v_2(k) \\ \Delta v_{h1}(k) \\ \Delta v_{h2}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1(k) - v_1^s \\ v_2(k) - v_2^s \\ v_{h1}(k) - v_{h1}^s \\ v_{h2}(k) - v_{h2}^s \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 20^\circ\text{C} \\ 10^\circ\text{C} \\ 10^\circ\text{C} \\ 10^\circ\text{C} \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

Pre riadenie boli použité váhové matice Q_3, R_3 (5.7) a pre riadenie s I zložkou váhové matice Q_4, R_4 (5.10).

Na (Obr.25) a (Obr.26) je znázornené riadenie výstupnej teploty v druhom výmenníku aj s príslušnými akčnými zásahmi. Cieľom bolo zabezpečiť, aby teplota výstupného prúdu dosiahla žiadanú hodnotu $w=50^{\circ}\text{C}$. Ani s I zložkou sa nepodarilo uradiť systém na požadovanú hodnotu robustným prediktívnym regulátorom. V tomto prípade možno považovať riadenie s robustným P regulátorom (Obr.18) alebo PI regulátorom (Obr.19) za presnejšie. Avšak ak je možné tolerovať TRO $\pm 1^{\circ}\text{C}$, odporúčam použiť robustné prediktívne riadenie, nakoľko pri prediktívnom riadení je potrebné dodať na zohriatie ohrevného média skoro o 1/3 menej tepla, ako pri robustnom riadení, viď Tab.7.

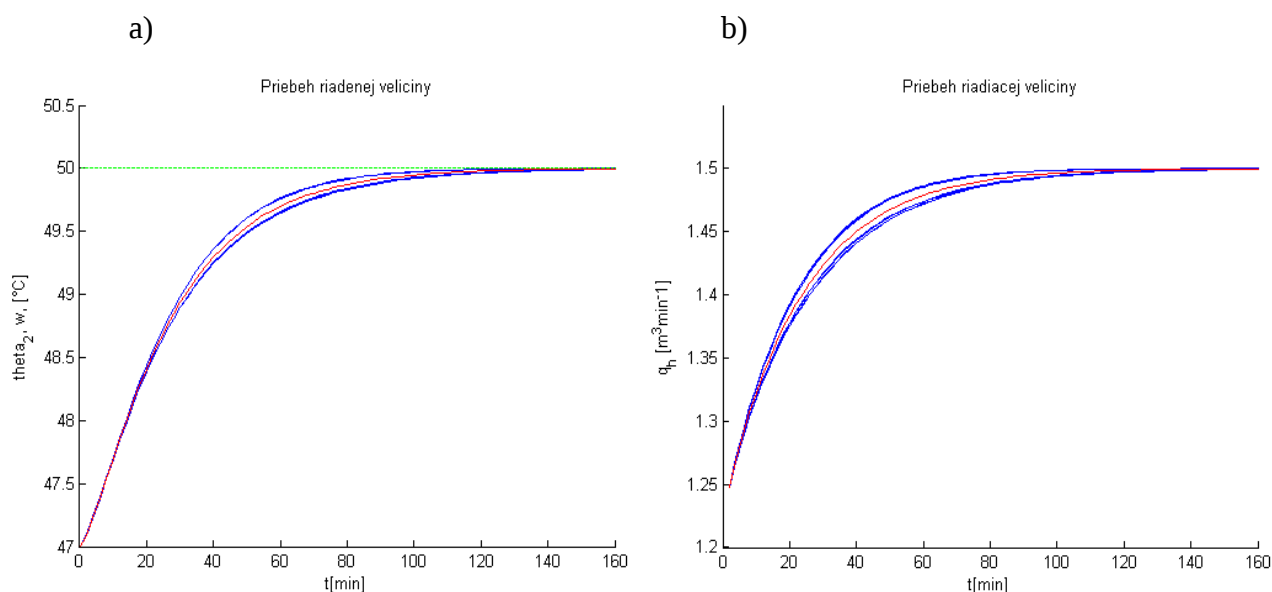


Obr.25 Priebeh riadenej a radiacej veličiny pri robustnom prediktívnom riadení nelineárneho systému výmenníkov tepla regulátorom bez I zložky

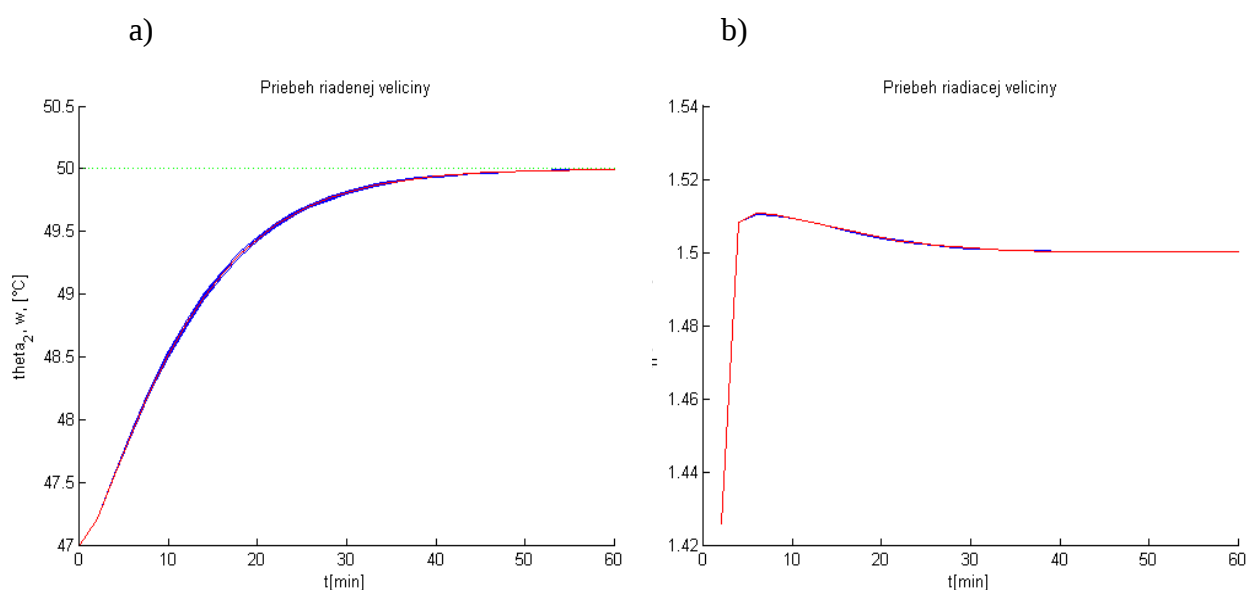


Obr.26 Priebeh riadenej a radiacej veličiny pri robustnom prediktívnom riadení nelineárneho systému výmenníkov tepla regulátorom s I zložkou

Návrh robustného ako aj robustného prediktívneho riadenia je založený na stavovom opise systému, preto pri riadení nelineárneho systému môžu vzniknúť nepresnosti. Ako dôkaz platnosti teórie syntézy regulátora prikladám obrázky simulácie robustného prediktívneho riadenia linearizovaného stavového modelu výmenníkov tepla, a to riadenie navrhnuté s váhovými maticami Q_3, R_3 (Obr.29), a riadenie navrhnuté s váhovými maticami Q_4, R_4 Obr.30. V časti a) je znázornený priebeh riadenej a v časti b) radiacej veličiny.



Obr.27 Priebeh riadenej a radiacej veličiny pri robustnom prediktívnom riadení linearizovaného modelu výmenníkov tepla regulátorom s I zložkou



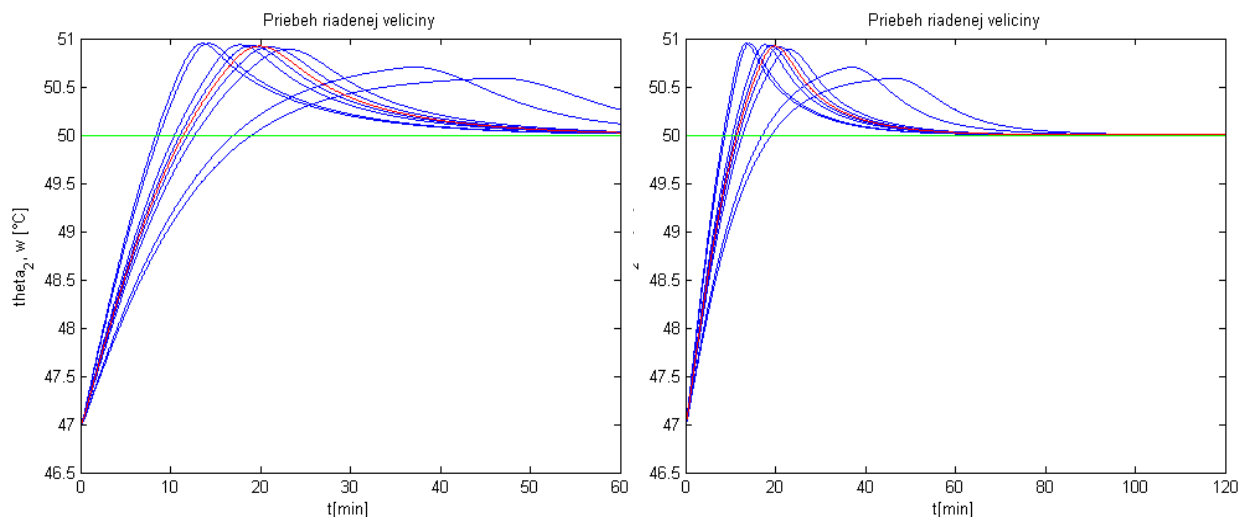
Obr.28 Priebeh riadenej a radiacej veličiny pri robustnom prediktívnom riadení linearizovaného modelu výmenníkov tepla regulátorom bez I zložky

5.5 Regulácia nelineárneho systému plášťových výmenníkov tepla klasickým PI regulátorom

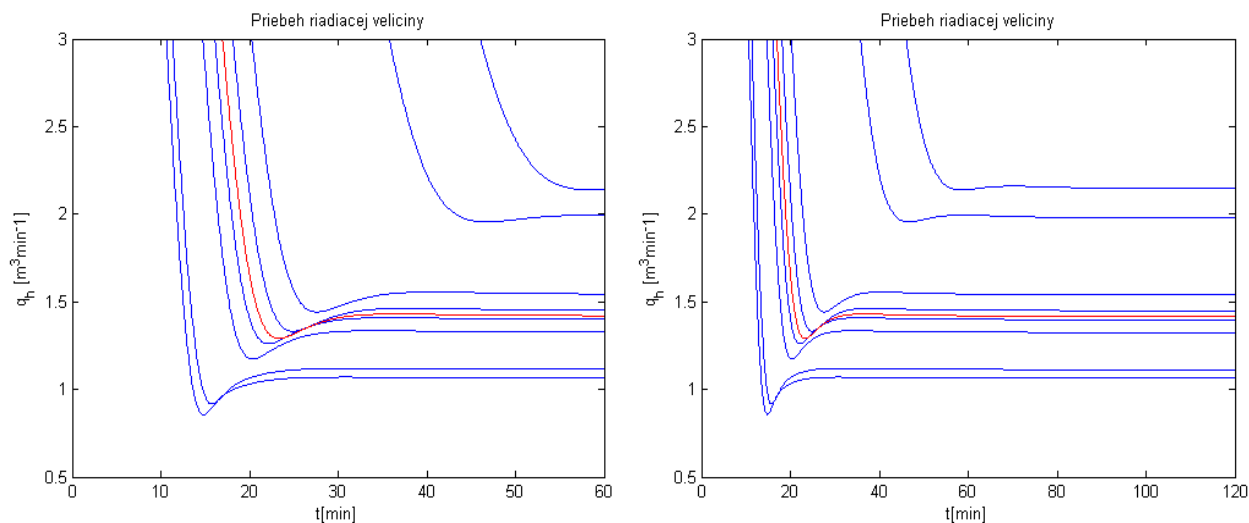
Ako klasický regulátor som použila regulátor navrhnutý Haalmanovou metódou. Parametre regulátora boli nájdené jednoduchým spôsobom použitím softvéru PIDDESIGN [9] v Matlabe. Po identifikovaní prechodovej charakteristiky sústavy výmenníkov som získala prenos, ktorého parametre som zadala do PIDTOOLu a po zvolení vhodnej metódy som získala parametre regulátora:

$$G_{R2} = Z_R + \frac{Z_R}{T_i s} = 3.3046 + \frac{3.3046}{10.9224 s} \quad (5.14)$$

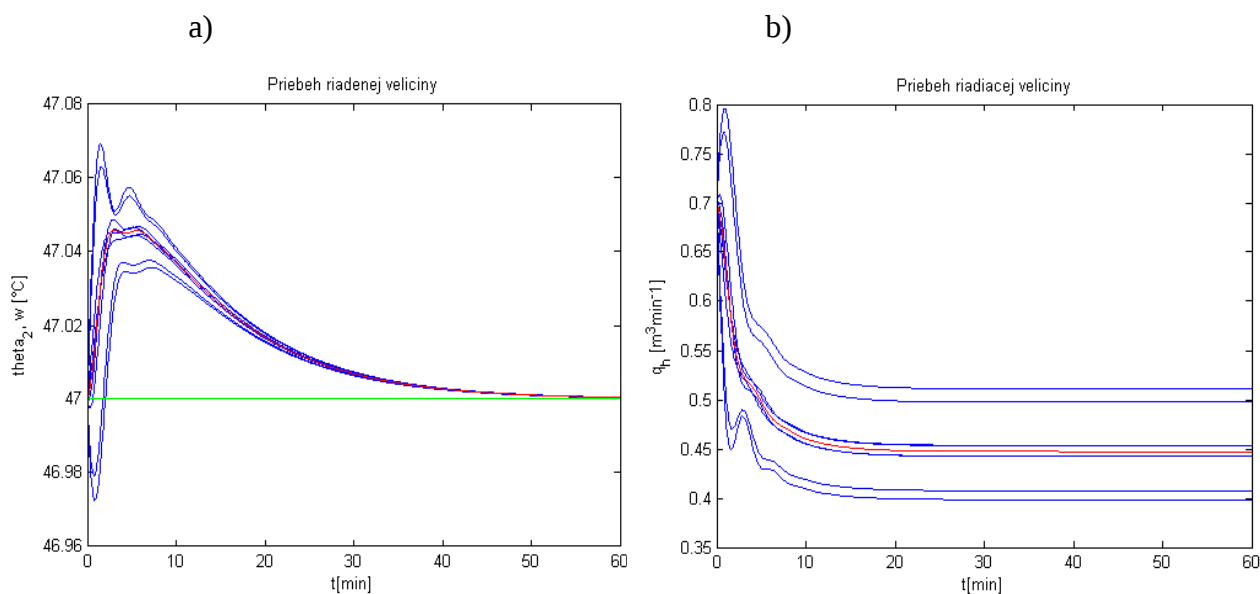
Aby som mohla porovnať kvalitu riadenia s klasickým a robustným regulátorom, vytvorila som rovnaké podmienky regulácie, opísané v podkapitole 5.3, grafické znázornenie simulácií vykresľuje (Obr.29) s príslušným akčným zásahom na (Obr.30). Na (Obr.31) je znázornené simulačné overenie kompenzácie poruchy. Nakoľko priebehy riadenej veličiny nie sú v ustálenom stave v čase $t = 60 \text{ min}$, prikladám aj obrázok vpravo s ustáleným priebehom.



Obr.29 Regulácia nelineárneho systému klasickým PI regulátorom



Obr.30 Akčné zásahy prietoku ohrevného média pri regulácii nelineárneho systému pomocou klasického PI regulátora



Obr.31 Pribeh riadenej a radiacej veličiny pri kompenzácii poruchy v nelineárnom systéme klasickým PI regulátorom

5.6 Porovnanie kvality riadenia

Sledované ukazovatele kvality sú zhodné tými, ktoré sú uvedené v Tab.4. V 1.prípade vyhodnocujem kvalitu riadenia s robustným spätnoväzbovým P regulátorom F_3 , ktorý bol navrhnutý pri voľbe matic Q_3, R_3 . V 2. prípade vyhodnocujem kvalitu riadenia s robustným spätnoväzbovým PI regulátorom F_4 , navrhnutým pre váhové matice Q_4, R_4 , v 3. prípade riadenie s klasickým PI regulátorom

G_{R2} , v 4. prípade uvádzam hodnoty ukazovateľov kvality robustného prediktívneho riadenia navrhnutého pre váhové matice Q_3, R_3 a v 5. prípade uvedené hodnoty platia pre robustné prediktívne riadenie navrhnuté pre váhové matice Q_4, R_4 .

Tab.7 Hodnoty ukazovateľov kvality riadenia nelineárneho systému - úloha sledovania

Prípad	$J_{\max}$	E [kJ]	Grafické znázornenie
1.	5.578	3.745e+007	Obr.18
2.	1.054	4.729e+007	Obr.19
3.	-	4.681e+007	Obr.29
4.	1.765	1.246e+007	Obr.25a)
5.	1.709	1.244e+007	Obr.25b)

Podľa hodnôt E z Tab.7 vyplýva, že najmenej tepla bolo potrebné dodať na ohrev ohrevného média pri robustnom prediktívnom riadení, avšak v tomto prípade sa nepodarilo dosiahnuť žiadanú výstupnú teplotu ohrevného média, preto toto riadenie je prijateľné iba v tom prípade, ak je akceptovateľná regulačná odchýlka $\pm 1^\circ\text{C}$. Odporúčané riadenie je s robustným P regulátorom pri akceptovaní TRO $\pm 0.3^\circ\text{C}$. V prípade nutnosti riadenia bez TRO volí sa riadenie s robustným regulátorom s I zložkou, avšak použitím I zložky vzniká pri riadení prekmit a doba ustálenia je skoro dvojnásobne dlhšia tak ako aj v 4.případe, preto treba rátať skoro z 2-násobnou dodanou energiou.

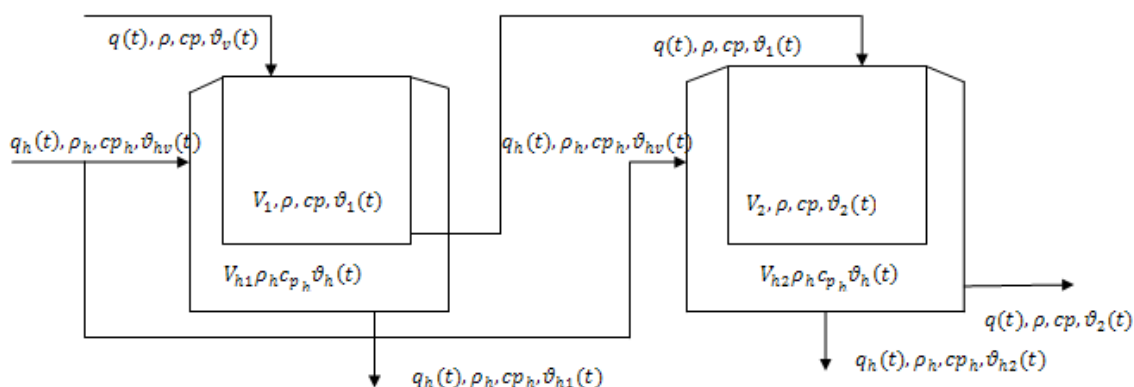
Tab.8 Hodnoty ukazovateľov kvality riadenia nelineárneho systému – kompenzácia poruchy

Prípad	Regulátor	E [kJ]	Grafické znázornenie
1.	F_3	8.769e+006	Obr.22
2.	F_4	8.707e+006	Obr.23
3.	G_{R2}	8.693e+006	Obr.31

Podľa Tab.8 môžeme skonštatovať, že najmenej energie bolo síce dodané v treťom prípade, avšak pre meraný čas 60 min, systém nebol úplne ustálený.

6 Riadenie nelineárneho mnohorozmerného systému dvoch plášťových výmenníkov tepla

Mnohorozmerný systém dvoch plášťových výmenníkov (Obr.32) je podobný systému opísanému v kapitole 5, jediným rozdielom je to, že časovou premennou sa stáva aj vstupný prietok do 1. a 2. výmenníka, tým pádom riadiacou vstupnou veličinou bude prietok ohrievaného média $q(t)$ a vstupný prietok ohrevného média $q_h(t)$. Riadenými veličinami budú teploty $v_1(t)$, $v_2(t)$ ohrevného média v oboch výmenníkoch.



Obr.32 Dva plášťové výmenníky tepla zapojené v sérii - nelineárny mnohorozmerný systém

6.1 Nelineárny dynamický model mnohorozmerného systému sériovo zapojených plášťových výmenníkov tepla

Tepelná bilancia ohrievaného média v oboch výmenníkoch a ohrevného média v plášťoch je nasledovná:

$$1) \quad \dot{Q}_v(t) + \dot{Q}_{h11}(t) = \dot{Q}_1(t) + \frac{dQ_1(t)}{dt}, \quad Q_1(0)$$

$$q(t)\rho_p v_v(t) + \alpha F_1(v_{h1}(t) - v_1(t)) = q(t)\rho_p v_1(t) + \frac{V_1 \rho_p d v_1(t)}{dt}, \quad v_1(0)$$

$$2) \quad \dot{Q}_1(t) + \dot{Q}_{h22}(t) = \dot{Q}_2(t) + \frac{dQ_2(t)}{dt}, \quad Q_2(0)$$

$$q(t)\rho_p v_1(t) + \alpha F_2(v_{h1}(t) - v_2(t)) = q(t)\rho_p v_2(t) + \frac{V_2 \rho_p d v_2(t)}{dt}, \quad v_2(0)$$

$$3) \quad \dot{Q}_{hv}(t) = \dot{Q}_{h1}(t) + \dot{Q}_{h11}(t) + \frac{dQ_{h1}(t)}{dt}, \quad Q_{h1}(0)$$

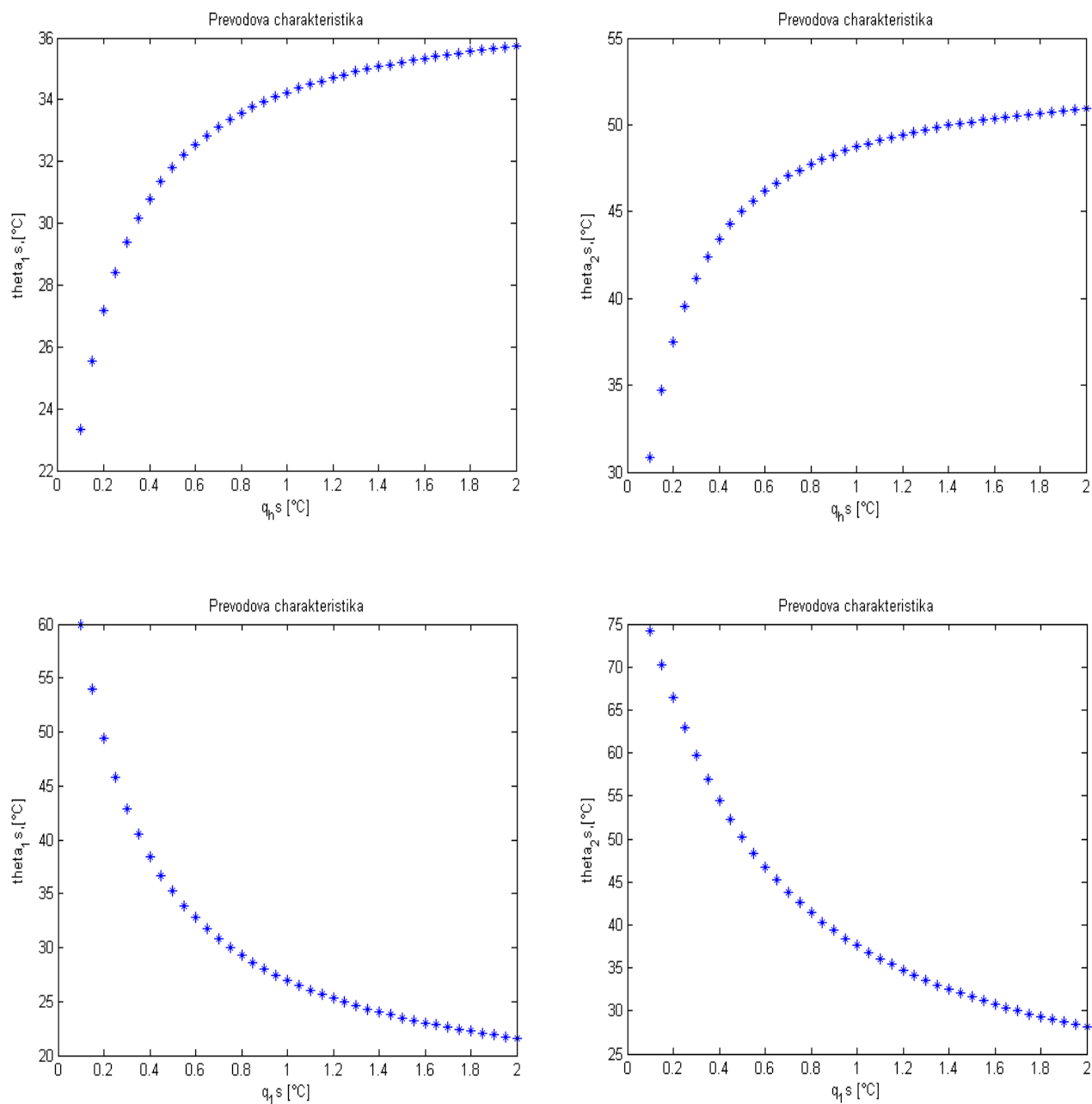
$$q_h(t)\rho_h c_{ph} v_{hv} = \alpha F_1(v_{h1}(t) - v_1(t)) + q_h(t)\rho_h c_{ph} v_{h1}(t) + \frac{V_{h1} \rho_h c_{ph} d v_{h1}(t)}{dt}, \quad v_{h1}(0)$$

$$4) \quad \dot{Q}_{hv}(t) = \dot{Q}_{h2}(t) + \dot{Q}_{h22}(t) + \frac{dQ_{h2}(t)}{dt}, \quad Q_{h2}(0)$$

$$q_h(t)\rho_h c_{ph} v_{hv} = \alpha F_2(v_{h2}(t) - v_2(t)) + q_h(t)\rho_h c_{ph} v_{h2}(t) + \frac{V_{h2} \rho_h c_{ph} d v_{h2}(t)}{dt}, \quad v_{h2}(0) \quad (6.1)$$

Matematický model má tvar nelineárnych diferenciálnych rovníc pri začiatočných podmienkach $v_1(0)$, $v_2(0)$, $v_{h1}(0)$, $v_{h2}(0)$. Vstupnými veličinami sú teplota $v_v(t)$ a prietok $q_h(t)$ ohrevného média, teplota $v_1(t)$ a prietok $q(t)$ ohrievaného média. Stavovými veličinami sú teploty $v_1(t)$, $v_2(t)$, v 1. a v 2. výmenníku a teploty $v_{h1}(t)$, $v_{h2}(t)$ v 1. a v 2. plášti výmenníka. Výstupnou veličinou je teplota na výstupe z 1. a z 2. výmenníka $v_1(t)$, $v_2(t)$. Parametre výmenníkov sú zhodné s parametrami uvedenými v predchádzajúcej kapitole.

Na Obr.33 sú znázornené nelineárne závislosti výstupných veličín v_1^s, v_2^s nominálneho systému od meniacej sa vstupnej veličiny q_h^s v rozsahu $<0.1;2> \text{ m}^3\text{min}^{-1}$ pri nemennej vstupnej $q^s = 0.5 \text{ m}^3\text{min}^{-1}$ a nelineárne závislosti výstupných veličín v_1^s, v_2^s nominálneho systému od meniacej sa vstupnej veličiny q^s v rozsahu $<0.1;2> \text{ m}^3\text{min}^{-1}$ pri nemennej vstupnej $q_h^s = 1.5 \text{ m}^3\text{min}^{-1}$.



Obr.33 Statické charakteristiky nelineárneho mnohorozmerného systému

6.2 Linearizovaný stavový model mnohorozmerného systému dvoch plášťových výmenníkov

K linearizovanému stavovému modelu opísaného v podkapitole 5.2 pribudne pri mnohorozmernom systéme, presnejšie v tomto prípade dvojrozmernom systéme ešte jedna vstupná riadiaca veličina a výstupná riadená veličina, tak odchylkové veličiny (5.3) sa upravia nasledovne:

vstupná riadiaca odchýlková veličina

$$u_1(t) = q(t) - q^s$$

$$u_2(t) = q_h(t) - q_h^s$$

výstupná odchýlková veličina

$$y_1(t) = x_1(t)$$

$$y_2(t) = x_2(t) \quad (6.2)$$

Z lineárneho stavového modelu sa pre daný systém získajú tieto matice systému.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \\ b_{41} & b_{42} \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (6.3)$$

$$\begin{aligned} a_{11} &= -\frac{1}{\frac{V_1 \rho_p}{\alpha F_1 + q^s \rho_p}}, \quad a_{12} = 0, \quad a_{13} = \frac{\frac{\alpha F_1}{V_1 \rho_p}}{\alpha F_1 + q^s \rho_p}, \quad a_{14} = 0, \quad a_{21} = \frac{\frac{q^s \rho_p}{\alpha F_2 + q^s \rho_p}}{\alpha F_2 + q^s \rho_p}, \\ a_{22} &= -\frac{1}{\frac{V_2 \rho_p}{\alpha F_2 + q^s \rho_p}}, \quad a_{23} = 0, \quad a_{24} = \frac{\frac{\alpha F_2}{V_2 \rho_p}}{\alpha F_2 + q^s \rho_p}, \quad a_{31} = \frac{\frac{\alpha F_1}{V_{h1} \rho_h c_{ph}}}{\alpha F_1 + q_h^s \rho_h c_{ph}}, \quad a_{32} = 0, \\ a_{33} &= -\frac{1}{\frac{V_{h1} \rho_h c_{ph}}{\alpha F_1 + q_h^s \rho_h c_{ph}}}, \quad a_{34} = 0, \quad a_{41} = 0, \quad a_{42} = \frac{\frac{\alpha F_2}{V_{h2} \rho_h c_{ph}}}{\alpha F_2 + q_h^s \rho_h c_{ph}}, \quad a_{43} = 0, \\ a_{44} &= -\frac{1}{\frac{V_{h2} \rho_h c_{ph}}{\alpha F_2 + q_h^s \rho_h c_{ph}}}, \quad b_{11} = 0, \quad b_{12} = \frac{\frac{q_h \rho_h c_{ph} (\nu_{hv} - \nu_1^s)}{V_1 \rho_p}}{\alpha F_1 + q^s \rho_p}, \quad b_{21} = \frac{\frac{q_h \rho_h c_{ph} (\nu_{hv} - \nu_2^s)}{V_2 \rho_p}}{\alpha F_2 + q^s \rho_p}, \\ b_{22} &= 0, \quad b_{31} = 0, \quad b_{32} = \frac{\frac{q_h \rho_h c_{ph} (\nu_{hv} - \nu_{h1}^s)}{V_{h1} \rho_h c_{ph}}}{\alpha F_1 + q_h^s \rho_h c_{ph}}, \quad b_{41} = 0, \quad b_{42} = \frac{\frac{q_h \rho_h c_{ph} (\nu_{hv} - \nu_{h2}^s)}{V_{h2} \rho_h c_{ph}}}{\alpha F_2 + q_h^s \rho_h c_{ph}} \end{aligned} \quad (6.4)$$

Matica stavu a vstupu nominálneho systému:

$$A_{n3} = \begin{pmatrix} -0.2129 & 0 & 0.0529 & 0 \\ 0.1333 & -0.1833 & 0 & 0.0500 \\ 0.6486 & 0 & -2.8986 & 0 \\ 0 & 0.4901 & 0 & -1.9901 \end{pmatrix}, B_{n3} = \begin{pmatrix} -2.6561 & 0 \\ -1.8992 & 0 \\ 0 & 28.9330 \\ 0 & 16.5503 \end{pmatrix} \quad (6.5)$$

6.3 Robustné riadenie nelineárneho mnohorozmerného systému dvoch plášťových výmenníkov tepla

Pre váhové matice a parameter γ

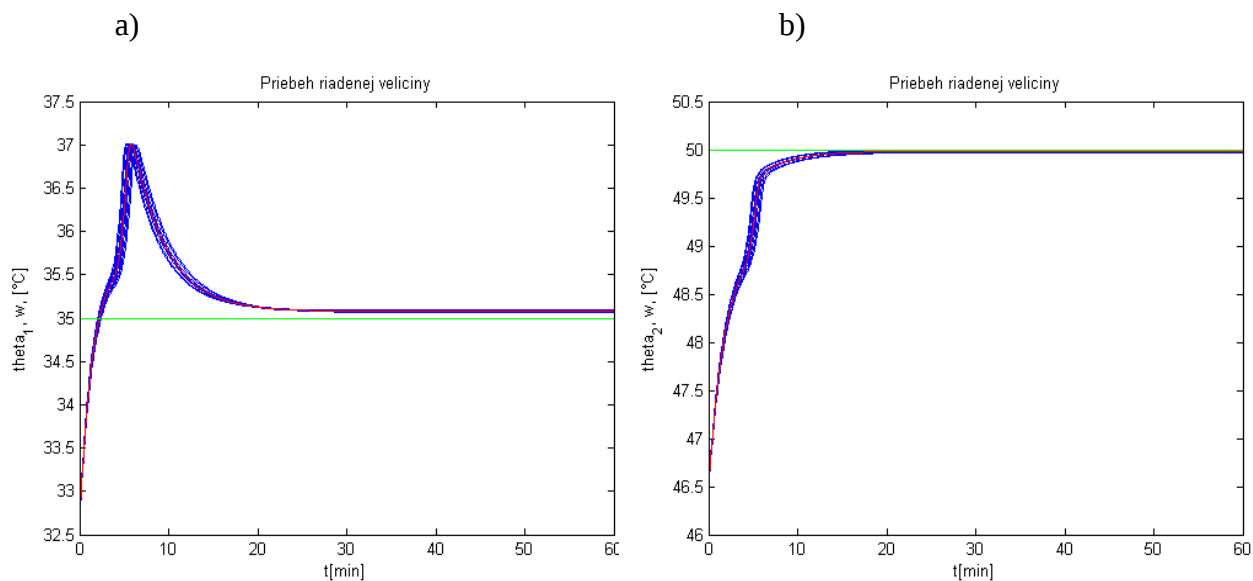
$$Q_5 = \begin{pmatrix} 0.001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.001 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.001 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.001 \end{pmatrix}, R_5 = 0.01, \gamma_5 = 0.0001 \quad (6.6)$$

navrhnutý spätnoväzbový robustný regulátor má tvar

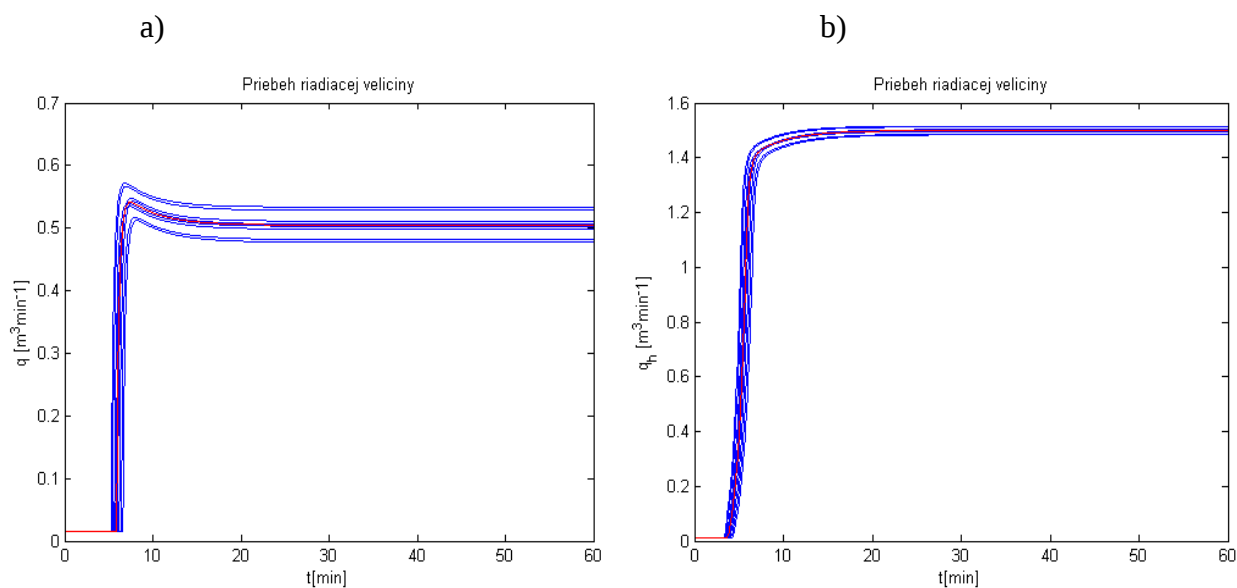
$$F_5 = \begin{pmatrix} 0.2462 & 1.9356 \\ 0.0810 & 1.1289 \end{pmatrix} \quad (6.7)$$

Na (Obr.34a) možno pozorovať robustné riadenie výmenníkov tepla na žiadanú hodnotu $w = 35^\circ\text{C}$ v 1. výmenníku a na hodnotu $w = 50^\circ\text{C}$ v 2. výmenníku (Obr.34b) aj s príslušnými akčnými zásahmi (Obr.35a) prietoku ohrievaného média a (Obr.35b) prietoku ohrevného média, pri začiatočných podmienkach

$$\nu_1^s = 32.6^\circ\text{C}, \nu_1^s = 46.5^\circ\text{C}, \nu_{h1}^s = 72.6^\circ\text{C}, \nu_{h2}^s = 74.2^\circ\text{C} \quad (6.8)$$



Obr.34 Riadenie nelineárneho mnohorozmerného systému robustným spätnoväzbovým P regulátorom



Obr.35 Priebiehy riadiacich veličín pri riadení nelineárneho mnohorozmerného systému robustným spätnoväzbovým P regulátorom

Pre riadenie systému bez trvalej regulačnej odchýlky bol navrhnutý robustný regulátor s I zložkou a to rozšírením matice systému (6.9) rozšírením váhových matic a pre parameter γ (6.10).

$$A_{i3} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & 0 & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B_{i2} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \\ b_{41} & b_{42} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, C_{i2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6.9)$$

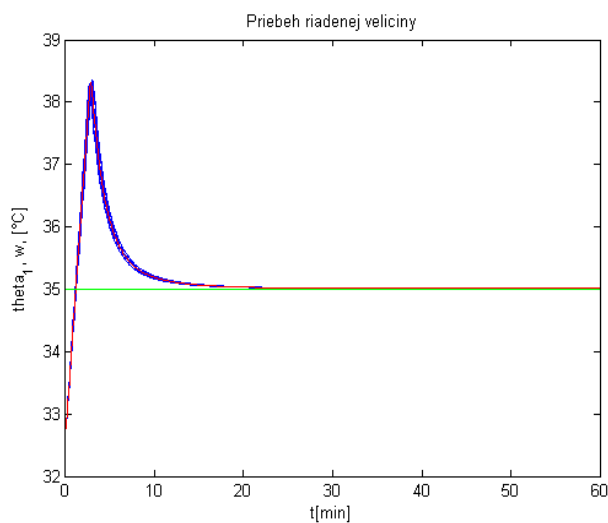
$$Q_6 = \begin{pmatrix} 0.001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.001 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.001 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0001 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0001 \end{pmatrix},$$

$$R_6 = \begin{pmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{pmatrix}, \gamma_6 = 0.01 \quad (6.10)$$

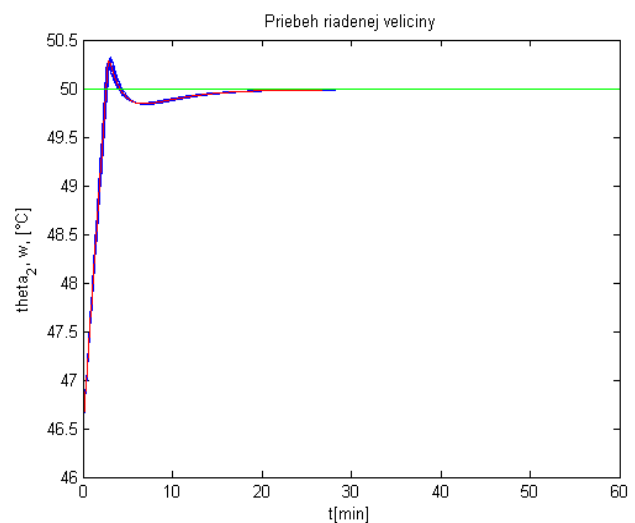
Pre riadenie systému znázorneného na (Obr.36) a (Obr.37) bol použitý robustný spätnoväzbový regulátor s integračnou zložkou v tvare

$$F_6 = \begin{pmatrix} 1.1878 & 2.7939 & 0.8340 & 1.3427 \\ 0.3090 & -0.3791 & 0.2418 & -0.0802 \end{pmatrix} \quad (6.11)$$

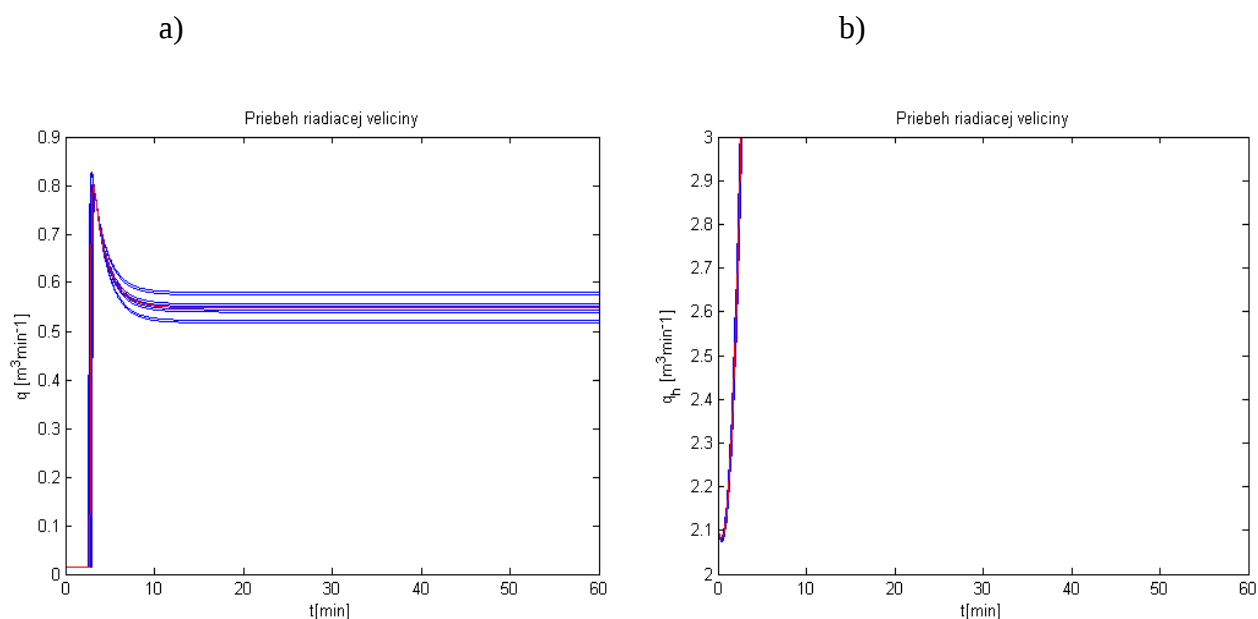
a)



b)

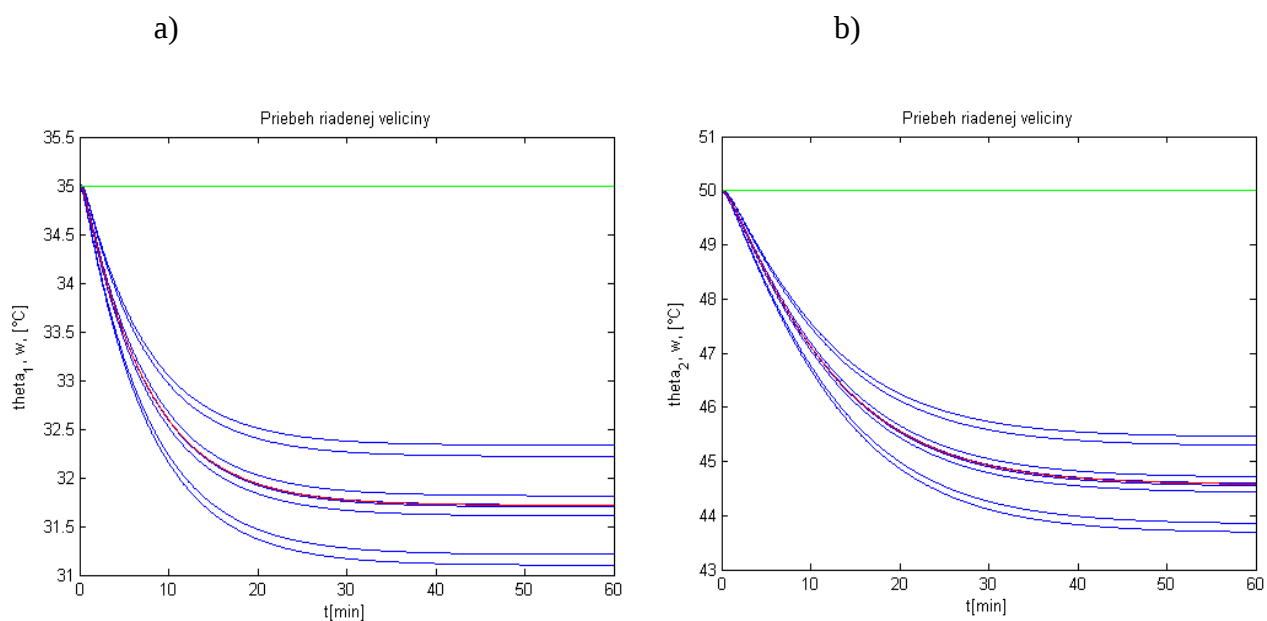


Obr.36 Riadenie nelineárneho mnohorožrnného systému robustným spätnoväzbovým PI regulátorom

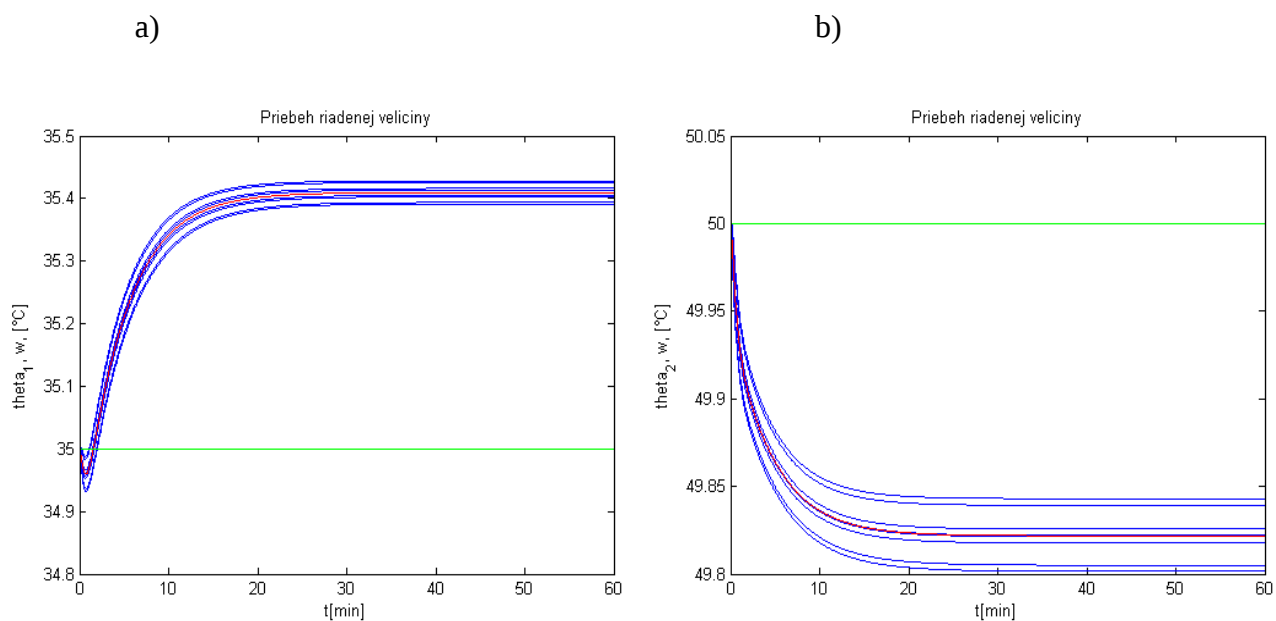


Obr.37 Pribehy radiacich velicín pri riadení nelineárneho mnohorozmerného systému robustným spätnoväzbovým PI regulátorom

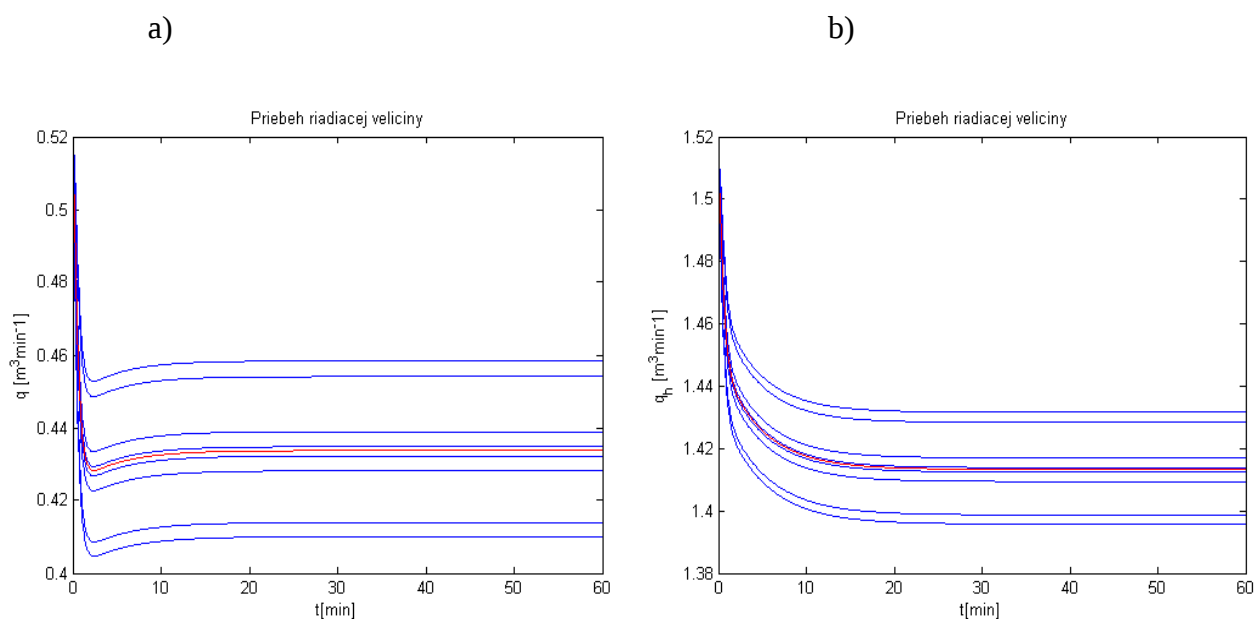
Porucha bola zavedená do procesu bez regulácie a do procesu kompenzovaného robustným regulátorom F_5 , v ustálenom stave $w = 50^\circ\text{C}$ v čase $t = 0$ min. Vstupná teplota ohrevného média sa zmenila z teploty $\nu_v = 80^\circ\text{C}$ na $\nu_v = 75^\circ\text{C}$. Výsledky simulácie sú znázornené na (Obr.38) a (Obr.39) a s príslušnými akčnými zásahmi (Obr.40). Zníženie vstupnej teploty ohrevného média spôsobilo zníženie prietoku ohrievaného aj ohrevného média. Kým teplota ohrievaného média v 2. výmenníku sa znížila iba o 0.2°C , zníženie prietoku v 1. výmenníku spôsobilo zvýšenie teploty ohrievaného média v 1. výmenníku o 0.4°C , a toto zvýšenie zostalo natrvalo. Žiaľ sa mi nepodarilo eliminovať poruchu s robustným spätnoväzbovým PI regulátorom. Bez regulácie bola odchýlka teploty od žiadanej hodnoty viac než 5°C .



Obr.38 Vplyv poruchy na riadený proces (s nelineárnym mnohorozmerným systémom) bez regulácie



Obr.39 Priebehy riadených veličín pri kompenzácii poruchy nelineárneho mnohorozmerného systému s robustným spätnoväzbovým P regulátorom



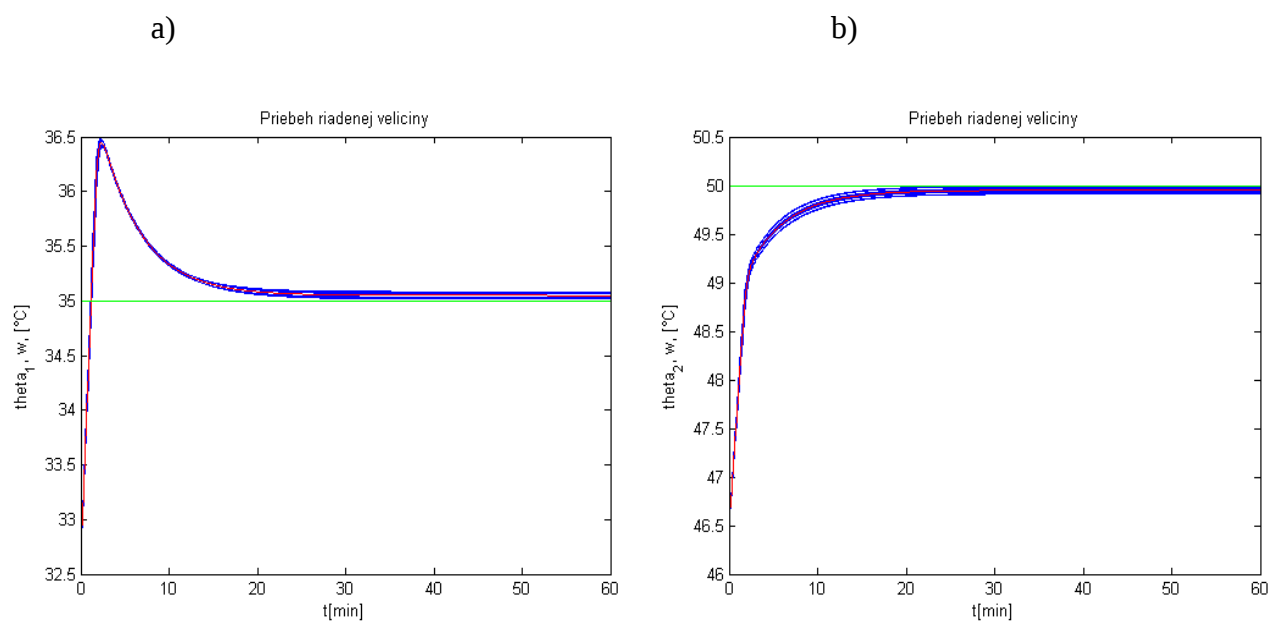
Obr.40 Priebeh radiacích veličín pri kompenzácii poruchy nelineárneho mnohorozmerného systému s robustným spätnoväzbovým P regulátorom

6.4 Regulácia nelineárneho systému plášťových výmenníkov tepla stavovým spätnoväzbovým regulátorom

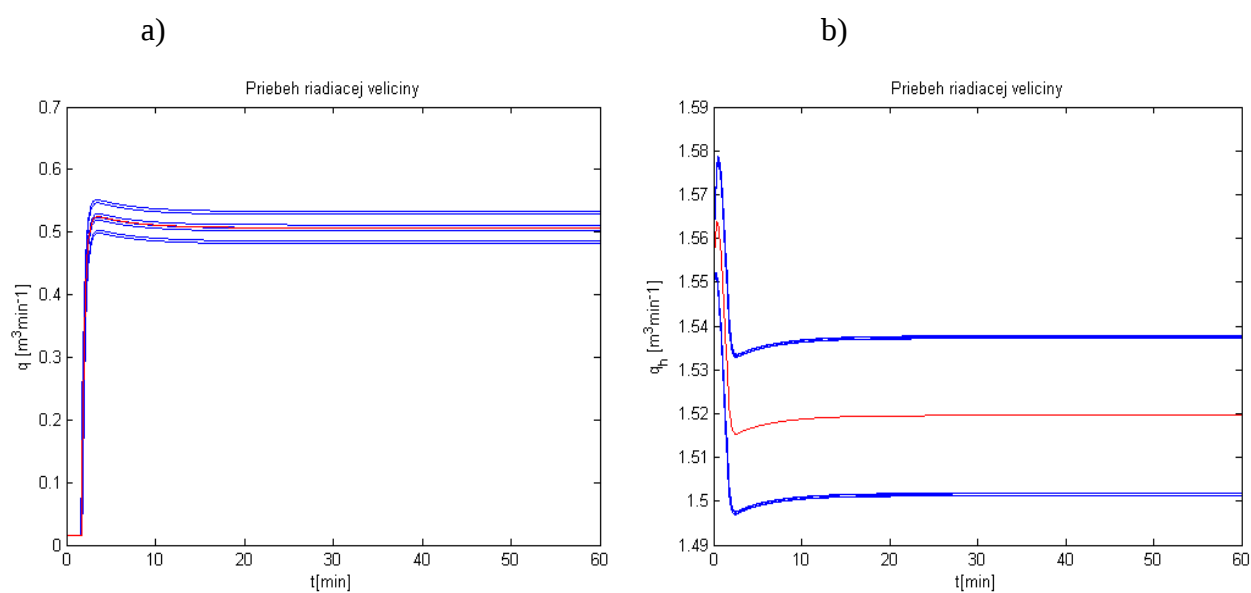
Stavový spätnoväzbový regulátor bol navrhnutý metódou umiestňovania pólov. Touto metódou sa hľadá regulátor v tvare $u(t) = -Kx(t)$. Pre výpočet stavového spätného zosilnenia K bol použitý príkaz „place“ v MATLABe. Získaný regulátor mal tvar

$$K = \begin{pmatrix} -0.3685 & -0.6844 & -0.0276 & -0.0348 \\ 0.0139 & 0.0181 & -0.0387 & -0.0393 \end{pmatrix} \quad (6.12)$$

Na (Obr.41) je znázornené riadenie teploty výmenníkov na žiadanú hodnotu $w = 35$ °C v 1.výmenníku a $w = 50$ °C v 2.výmenníku, s príslušnými akčnými zásahmi (Obr.42).



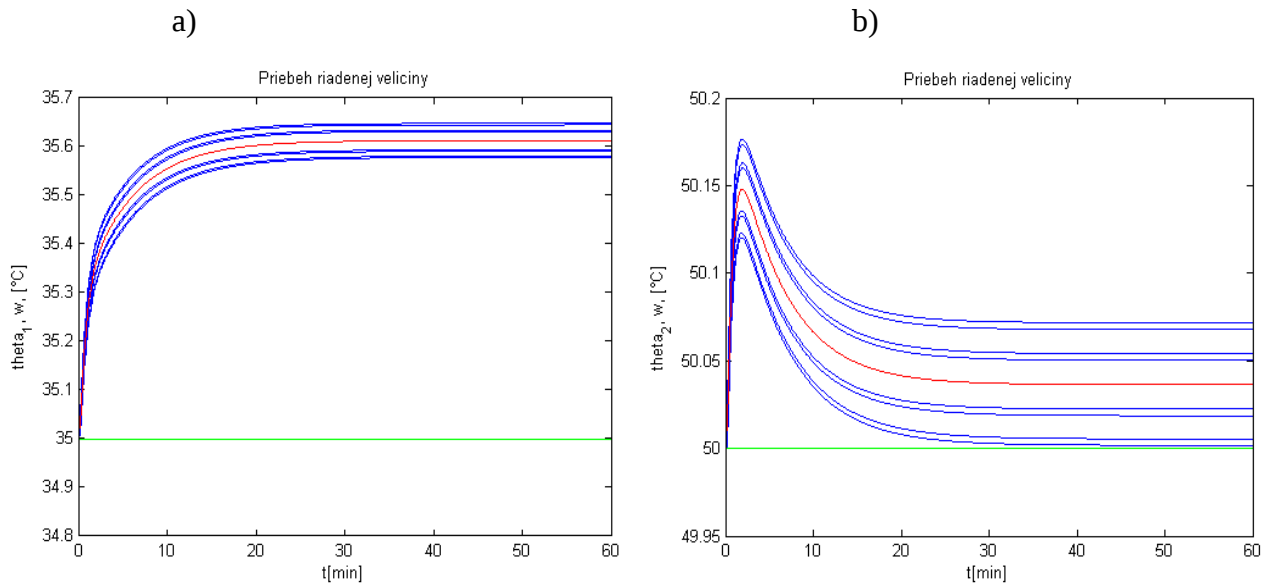
Obr.41 Regulácia nelineárneho mnohorozmerného systému pomocou stavového spätnoväzbového regulátora



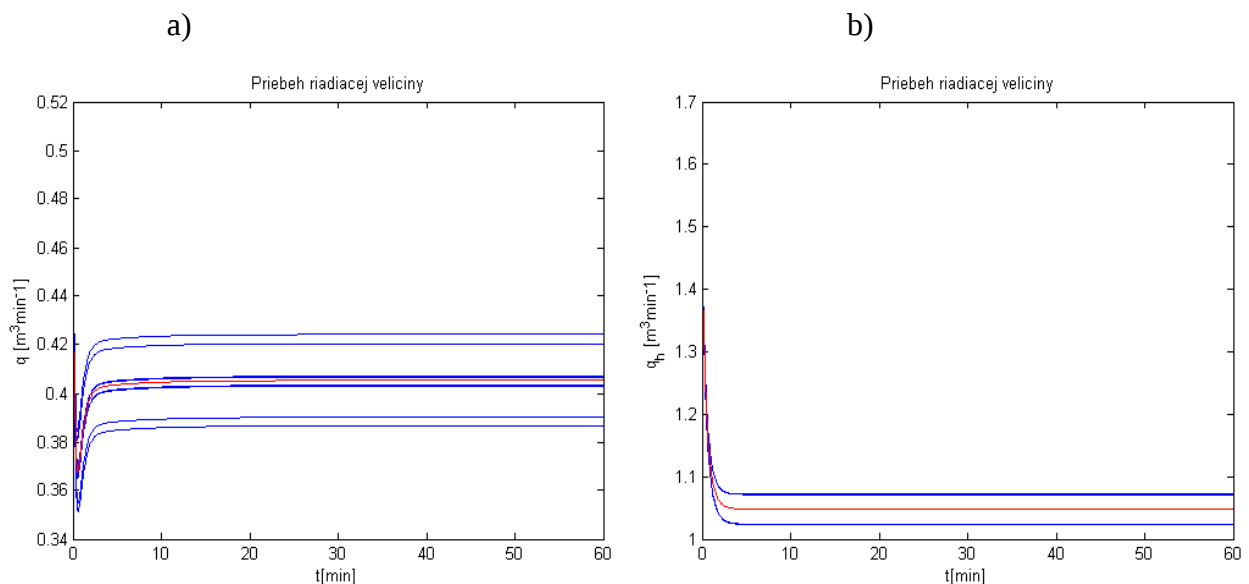
Obr.42 Akčné zásahy prietoku ohrievaného a ohrevného média pri regulácii nelineárneho mnohorozmerného systému pomocou stavového spätnoväzbového regulátora

Na (Obr.43) je znázornená eliminácia vplyvu poruchy na výstupné veličiny $\vartheta_1(t), \vartheta_2(t)$. (Obr.44) znázorňuje priebehy radiacích veličín $q(t), q_h(t)$. Zníženie

vstupnej teploty ohrevného média spôsobilo, zníženie prietokov jednotlivých médií. V porovnaní s robustným regulátorom (Obr.37), v tomto prípade sa prietok ohrevného média viac znížil, napriek tomu teplota ohrievaného média v 1. výmenníku zostala natrvalo zvýšená o cca 0.6°C. Kvalita riadenia pri úlohe sledovania a úlohe regulácie je vyhodnotená v podkapitole 6.6.



Obr.43 Kompenzácia poruchy nelineárneho mnohorozmerného linearizovaného systému pomocou stavového spätnoväzbového P regulátora



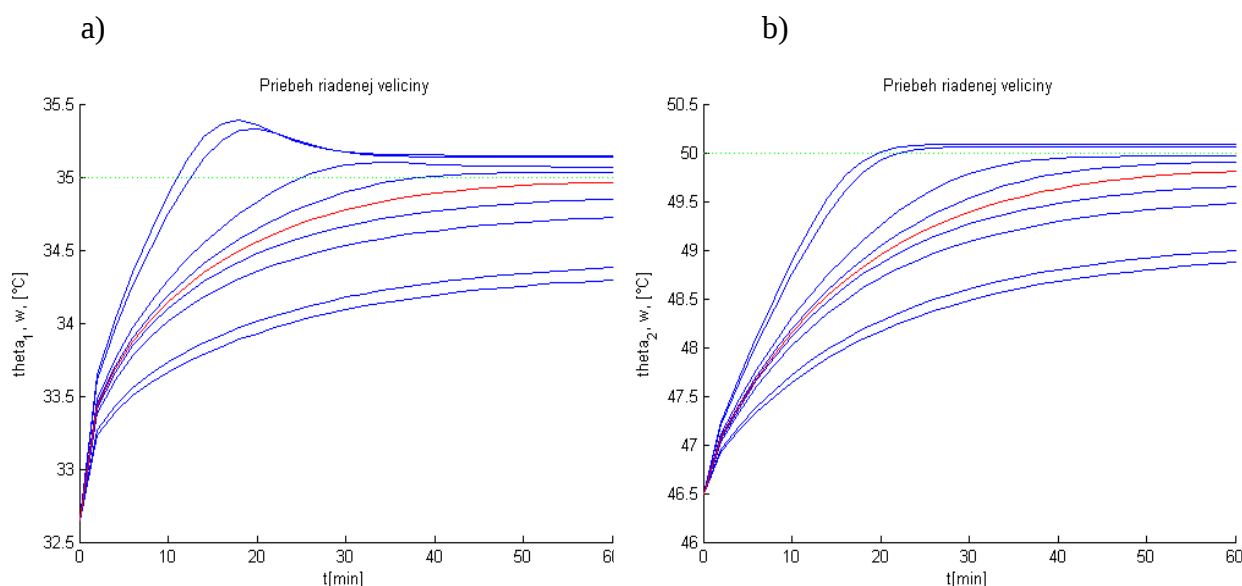
Obr.44 Akčné zásahy prietoku ohrevného a ohrievaného a ohrevného média pri kompenzácii poruchy nelineárneho systému pomocou stavového spätnoväzbového P regulátora

6.5 Robustné prediktívne riadenie nelineárneho mnohorozmerného systému plášťových výmenníkov tepla

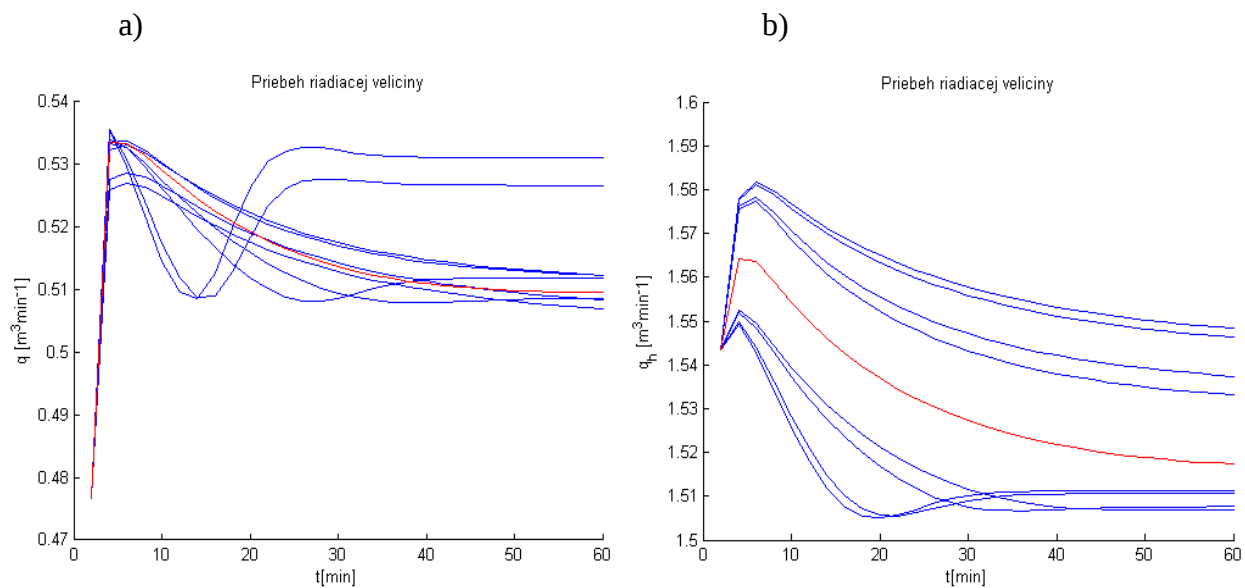
Ohraničenie na vstupnú veličinu prietoku ohrievaného a ohrevného média je

$$\begin{bmatrix} u_{k1} \\ u_{k2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta q(k) \\ \Delta q_h(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q(k) - q^s \\ q_h(k) - q_h^s \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 0.5 m^3 \min^{-1} \\ 1.5 m^3 \min^{-1} \end{bmatrix} \quad (6.13)$$

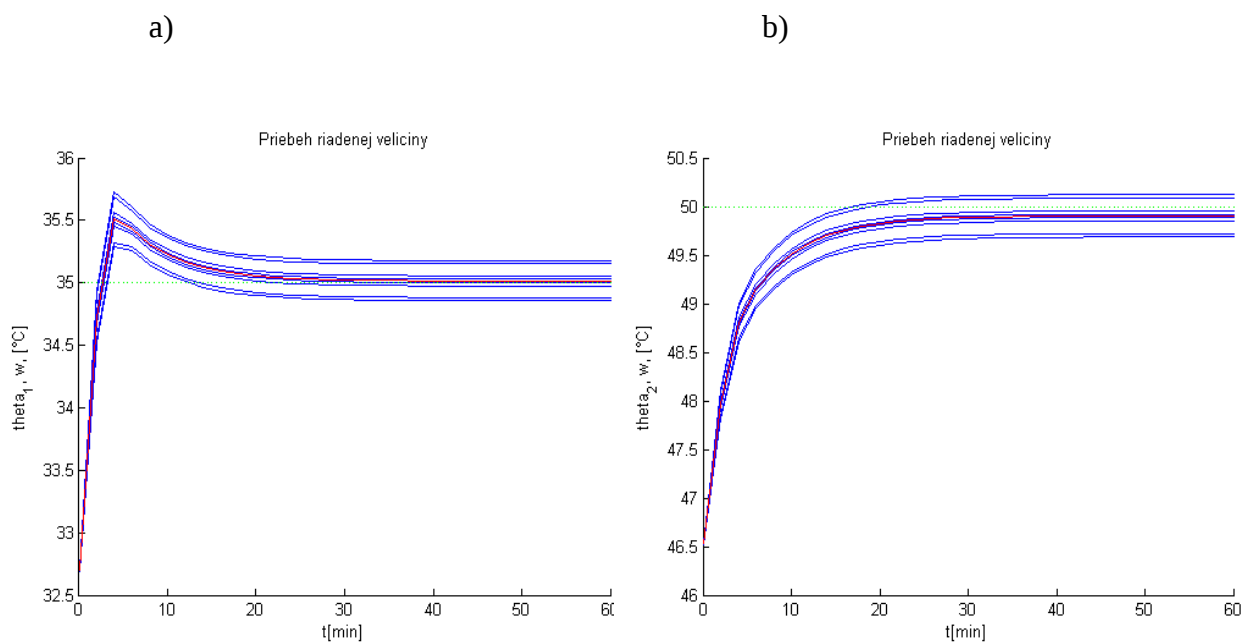
ohraničenia na stavové veličiny sú zhodné s ohraničeniami (5.13). Pre návrh riadenia boli použité váhové matice Q_5, R_5 (6.6) a Q_6, R_6 (6.9). V porovnaní s robustným riadením pri prediktívnom riadení zostala väčšia odchýlka od žiadanej hodnoty (Obr.45) a ani pri riadení s I zložkou sa mi nepodarilo uradiť systém bez TRO (Obr.47), napriek tomu pokladám toto riadenie za uspokojivé. V porovnaní s priebehmi akčných veličín na (Obr.35) a (Obr.37) dosahujú akčné veličiny na (Obr.46) a (Obr.48) kvalitnejší priebeh, neprekračujú ani horné ani dolné ohraničenia.



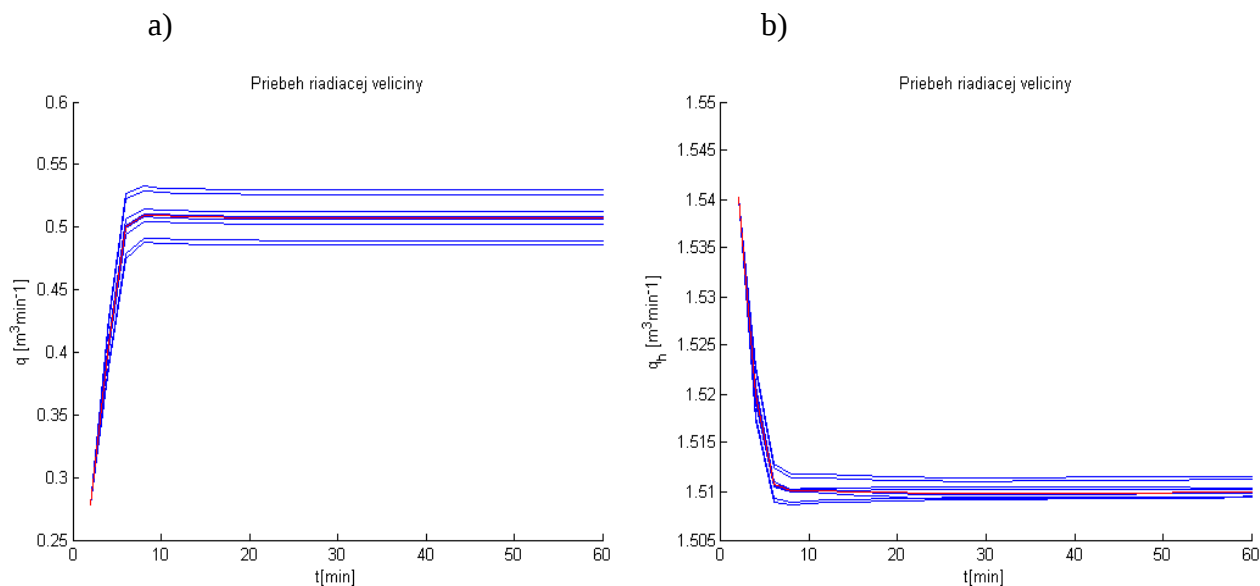
Obr.45 Priebehy riadených veličín pri robustnom prediktívnom riadení nelineárneho mnohorozmerného systému výmenníkov tepla (bez I zložky)



Obr.46 Priebiehy radiacích veličín pri robustnom prediktívnom riadení nelineárneho mnohorozmerného systému výmenníkov tepla (bez I zložky)



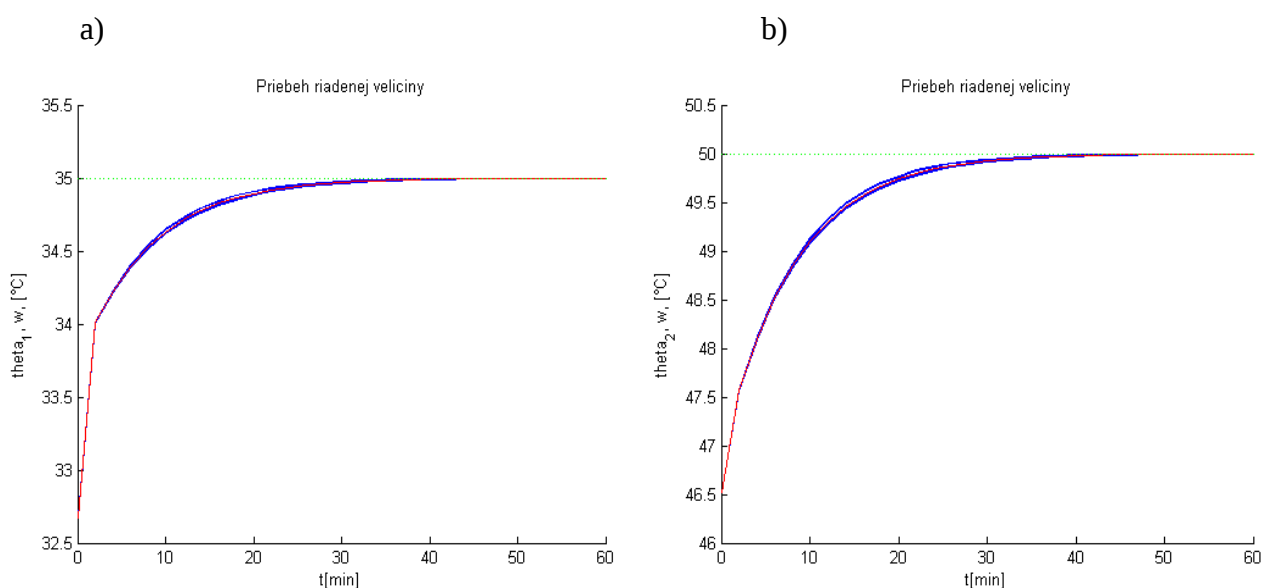
Obr.47 Priebiehy riadených veličín pri robustnom prediktívnom riadení nelineárneho mnohorozmerného systému výmenníkov tepla (s I zložkou)



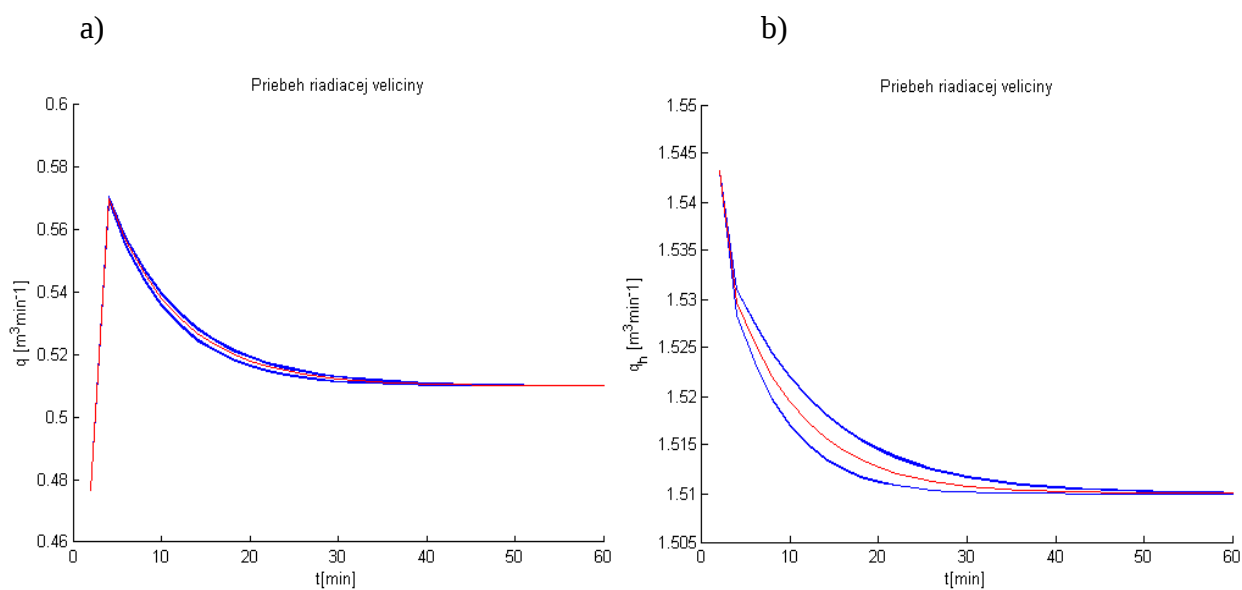
Obr.48 Priebegy radiacich veličín pri robustnom prediktívnom riadení nelineárneho mnohorozmerného systému výmenníkov tepla (s I zložkou)

Návrh robustného ako aj robustného prediktívneho riadenia je založený na stavovom opise systému, preto pri riadení nelineárneho systému môžu vzniknúť nepresnosti. Ako dôkaz platnosti teórie prikladám grafické priebegy simulácie robustného prediktívneho riadenia linearizovaného stavového modelu výmenníkov tepla, a to riadenie navrhnuté s váhovými maticami Q_5, R_5 (Obr.49) aj s príslušnými akčnými zásahmi (

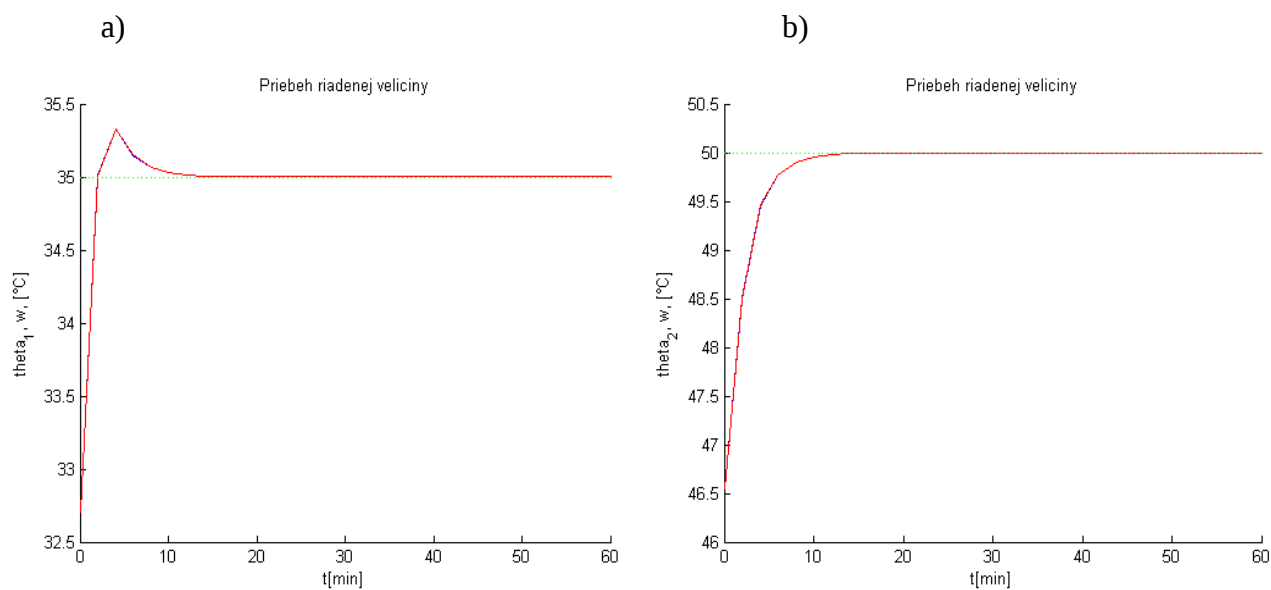
Obr.50) a riadenie navrhnuté s váhovými maticami Q_6, R_6 (Obr.51) s priebegmi radiacich veličín na (Obr.52).



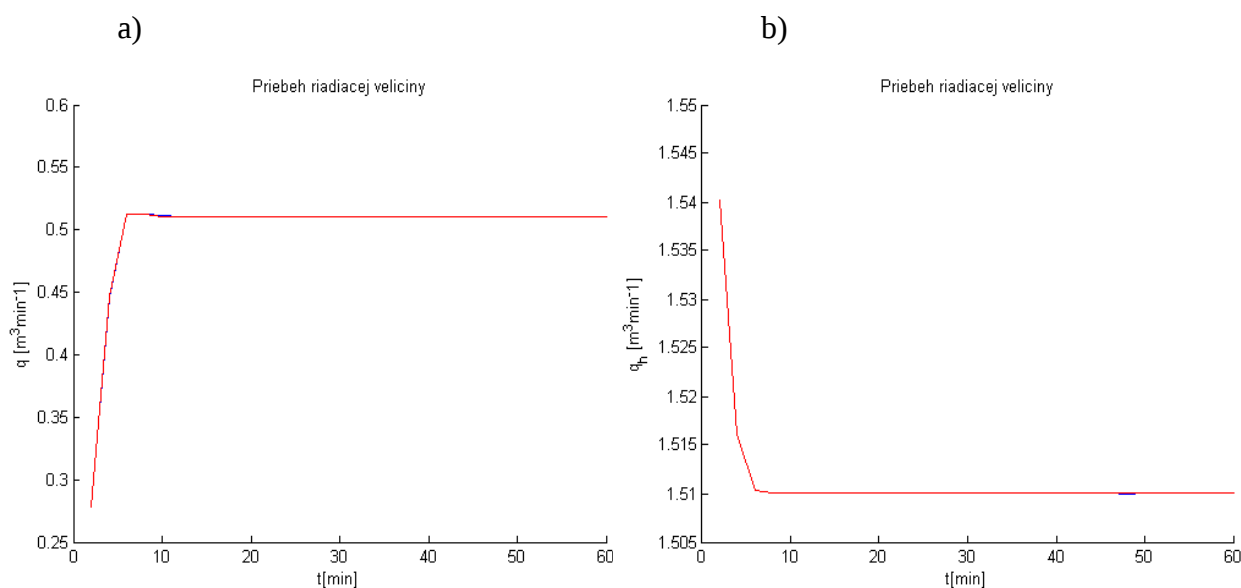
Obr.49 Priebegy riadených veličín pri robustnom prediktívnom riadení linearizovaného stavového modelu mnohorozmerného systému výmenníkov tepla (bez I zložky)



Obr.50 Priebehy radiacich veličín pri robustnom prediktívnom riadení stavového linearizovaného modelu mnohorozmerného systému výmenníkov tepla (bez I zložky)



Obr.51 Priebehy riadených veličín pri robustnom prediktívnom riadení linearizovaného stavového modelu mnohorozmerného systému výmenníkov tepla (s I zložkou)



Obr.52 Priebeh radiacích veličín pri robustnom prediktívnom riadení linearizovaného stavového modelu mnohorozmerného systému výmenníkov tepla (s I zložkou)

6.6 Porovnanie kvality riadenia

V 1.prípade vyhodnocujem kvalitu riadenia s robustným spätnoväzbovým P regulátorom F_5 , navrhnutým pre váhové matice Q_5, R_5 , v 2. prípade kvalitu riadenia s robustným spätnoväzbovým PI regulátorom F_6 , reprezentovaný váhovými maticami Q_6, R_6 , v 3. prípade riadenie so spätnoväzbovým regulátorom K , v 4. prípade uvádzam hodnoty ukazovateľov kvality robustného prediktívneho riadenia navrhnutého pre váhové matice Q_5, R_5 a v 5. prípade uvedené hodnoty platia pre robustné prediktívne riadenie navrhnuté pre váhové matice Q_6, R_6 .

Tab.9 Hodnoty ukazovateľov kvality riadenia nelineárneho mnohorozmerného systému - úloha sledovania

Prípad	$J_{\max}$	E [kJ]	Grafické znázornenie
1.	5.982	2.243e+007	Obr.34
2.	2.289	4.903e+007	Obr.36
3.	-	2.530e+007	Obr.41
4.	0.1847	1.282e+007	Obr.45
5.	0.0367	1.244e+007	Obr.52

Podľa hodnôt E z Tab.9 vyplýva, že menej tepla na ohrev ohrevného média bolo potrebné dodať pri robustnom prediktívnom riadení, avšak v tomto prípade sa nepodarilo dosiahnuť žiadanú výstupnú teplotu ohrevného média, preto toto riadenie je prijateľné iba v tom prípade ak je akceptovateľná regulačná odchýlka $\pm 0.3^{\circ}\text{C}$. Najmenšia hodnota účelovej funkcie sa získala v 5.prípade prediktívnym riadením s integračnou zložkou. Kvalitné riadenie sa dosiahlo aj pomocou spätnoväzbového regulátora navrhnutého pre nominálny systém, hodnota IAE je v tomto prípade najmenšia.

Tab.10 Hodnoty ukazovateľov kvality riadenia nelineárneho systému – kompenzácia poruchy

Prípad	Regulátor	E [kJ]	Grafické znázornenie
1.	F_5	2.361e+007	Obr.39
2.	K	1.768e+007	Obr.43

Na základe vyhodnotených údajov z Tab.10 možno skonštatovať, že riadenie so spätnoväzbovým regulátorom bolo ekonomickejšie oproti riadeniu s robustným regulátorom.

7 Záver

V práci som sa venovala návrhu dynamickej spätnej väzby systému s polytopickými neurčitostami pomocou prediktívneho riadenia s uvažovaním obmedzení na stavové a vstupné veličiny ako aj návrhu robustného regulátora s využitím teórie lineárnych maticových nerovností. Za dynamickú spätnú väzbu sa považuje riadenia s regulátorom, ktorého parametre sa v každom kroku zmenia.

V teoretickej časti som v prvých troch kapitolách stručne uviedla problematiku prediktívneho, robustného riadenia a sformulovala problém robustného prediktívneho riadenia. Pomocou vhodných metód konvexnej optimalizácie sa hľadala matica regulátora. Získaný optimalizačný problém bol formulovaný tak, aby prípustné riešenie zabezpečilo robustnú stabilitu regulovaného systému. Pomocou Shurovho doplnku bola pôvodne nekonvexná množina prípustných riešení upravená na lineárne maticové nerovnosti a tým pretransformovaná na konvexnú množinu. Takto bol navrhnutý robustný regulátor pre statickú spätnú väzbu a dynamická spätná väzba pomocou robustného prediktívneho riadenia.

Kvalita riadenia bola vyhodnotená pre obidva prístupy ako aj pre klasický regulátor navrhnutý pre nominálny model. Vyhodnocovalo sa aj množstvo tepla spotrebovaného na ohrev ohrevného média pri riadení. V závere môžem skonštatovať, aj keď návrh dynamickej spätnej väzby je časovo náročnejší, tým že je možné pri robustnom prediktívnom riadení uvažovať ohraničenia na vstupné a stavové veličiny, nevznikali veľké prekmity priebehov riadiacich veličín, čo sa prejavilo tým, že toto riadenie bolo ekonomickejšie oproti robustnému riadeniu.

Zoznam použitej literatúry

- [1] Mikleš, J. – Fikar, M. : *Modelovanie a identifikácia a riadenie procesov 2*, Vydavateľstvo STU Bratislava, 2004, ISBN 80- 227 – 2134 – 4
- [2] Veselý, V. – Harsányi, L.: *Robustné riadenie dynamických systémov*, Slovenská technická univerzita v Bratislave, 2007, ISBN 978-80-227-2801-0.
- [3] Bakošová, M.: *Robustné riadenie*, Bratislava, 2010. prednášky.dostupné na <http://www.kirp.chtf.stuba.sk/moodle/>
- [4] Kothare, M.V. – Balakrishnan, V.– Morari, M.: *Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities*. Automatica 32 (1996), 1361–1379.
- [5] Oravec, J.: *Robustné riadenie chemickotechnologických procesov*, Písomná práca k dizertačnej skúške , Bratislava 2012
- [6] Wan, Z.-Kothare, M.V.: *An efficient off-line formulation of robust model predictive control using linear matrix inequalities*, Automatica, 39 (2003), 837-846.
- [7] J.Löfberg. Yalmip: A toolbox for modeling and optimization in MATLAB. In Proc. of the CACSD Conference, Taipei, Taiwan. Available from <http://control.ee.ethz.ch/~joloef/yalmip.php>, pages 284–289, 2004.
- [8] I. Pólik.: Addendum to the SeDuMi user guide, version 1.1. on–line: <http://sedumi.ie.lehigh.edu/>, 2010.
- [9] J. Oravec, M. Bakošová. PIDDESIGN - Software for PID Control Education. Editor(i): R. Vilanova, A. Visioli, V IFAC Conference on Advances in PID Control, Brescia, Italy, 2012.

Pod'akovanie

Táto diplomová práca vznikla s podporou VEGA MŠVVS SR a SAV pre projekt
č.1/0973/12