

SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA CHEMICKÉJ A POTRAVINÁRSKEJ TECHNOLOGIE

Evidenčné číslo: FCHPT-5414-40474

ANALÝZA MOŽNOSTÍ NÁVRHU ROBUSTNÝCH REGULÁTOROV
PRE SYSTÉMY S NEŠTRUKTÚROVANÝMI NEURČITOSŤAMI

DIPLOMOVÁ PRÁCA

SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA CHEMICKÉJ A POTRAVINÁRSKEJ TECHNOLOGIE

ANALÝZA MOŽNOSTÍ NÁVRHU ROBUSTNÝCH REGULÁTOROV
PRE SYSTÉMY S NEŠTRUKTÚROVANÝMI NEURČITOSŤAMI

DIPLOMOVÁ PRÁCA

FCHPT-5414-40474

Študijný program: Automatizácia a informatizácia v chémii a potravinárstve

Číslo študijného odboru: 2621

Názov študijného odboru: 5.2.14 Automatizácia

Miesto vypracovania: Bratislava

Vedúci diplomovej práce: Ing. Mária Karšaiová, CSc.

Pod'akovanie

Touto cestou sa chcem pod'akovať vedúcej diplomovej práce
Ing. Márii Karšaiovej, CSc. za odbornú pomoc a cenné rady,
ktoré mi poskytla pri jej vypracovaní.

Súhrn

Táto práca sa zaoberá návrhom robustného regulátora, ktorý vychádza z metódy založenej na teórii malého zosilnenia. Prvá časť je venovaná problematike analýzy a syntézy systémov s neštruktúrovanými neurčitostami. Cieľom druhej časti je navrhnúť taký PI alebo PID regulátor, ktorý by zabezpečil robustnosť spätnoväzbového systému a overenie robustnej stability a kvality uzavretého regulačného obvodu s týmto regulátorom. Všetky programy ako aj simulácie na overenie robustnej stability sa realizovali pomocou programového prostredia MATLAB R2008a – SIMULINK 7.6®.

Abstrakt

This thesis deals with the design of robust controller, based on a method of small gain theorem. The first part is devoted to problems of analysis and synthesis systems with unstructured uncertainties. The second part is about designing of PI or PID controller, which would ensure the robustness of the feedback system and verify the robust stability and performance of closed-loop with this controller. All programs and simulations to verify the robust stability were carried out by the program MATLAB R2008a - 7.6 SIMULINK ®.

Obsah

Súhrn	4
Abstrakt	5
Zoznam obrázkov	6
Úvod	8
1 Neurčité systémy	9
2 Systémy s neštruktúrovanými neurčitost'ami	11
2.1 Analýza systémov s neštruktúrovanými neurčitost'ami	13
2.1.1 Váhová funkcia	13
2.1.1.1 Príklad	13
2.1.2 Analýza stability URO	15
2.1.2.1 Nominálna stabilita	15
2.1.2.2 Robustná stabilita	16
2.1.3 Analýza kvality URO	17
2.1.3.1 Nominálna kvalita	17
2.1.3.2 Robustná kvalita	19
2.2 Syntéza systémov s neštruktúrovanými neurčitost'ami	20
2.2.1 Návrh robustného regulátora metódou teória malého zosilnenia	20
3 Robustné riadenie chemicko - technologických procesov	23
3.1 Robustné riadenie zásobníkov kvapaliny	23
3.1.1 Robustná stabilita URO	23
3.1.2 Robustna kvalita URO	30
3.2 Robustné riadenie výmenníkov tepla	36
3.2.1 Robustná stabilita URO	36
3.2.2 Robustná kvalita URO	42
3.3 Robustné riadenie chemického reaktora	46
3.3.1 Robustná stabilita URO	46
3.3.2 Robustná kvalita URO	52
Záver	56

Zoznam obrázkov

Obr. 1 Regulačný obvod s aditívnym modelom neurčitostí	11
Obr. 2 Regulačný obvod s multiplikatívnym modelom neurčitostí	11
Obr. 3 Amplitúdové charakteristiky rodiny systémov $G(s)$ a váhových funkcií	13
Obr. 4 Grafická prezentácia podmienok nominálnej stability	14
Obr. 5 Grafická prezentácia podmienok robustnej stability	15
Obr. 6 Grafická prezentácia nominálnej kvality	17
Obr. 7 Grafická prezentácia podmienok robustnej kvality	18
Obr. 8 Amplitúdové charakteristiky funkcií $\left \frac{1}{l_i(\omega)} \right $ a $ T_0(j\omega) $	24
Obr. 9 Nyquistov diagram – hranica robustnej stability	25
Obr. 10 Prechodové charakteristiky URO s robustným PID regulátorom pre $K = 0,57$	26
Obr. 11 Nyquistov diagram – robustná stabilita	26
Obr. 12 Prechodové charakteristiky URO s robustným PID regulátorom pre $K = 1$	27
Obr. 13 Nyquistov diagram – kontrola hraníc robustnosti	28
Obr. 14 Prechodové charakteristiky URO – kontrola hraníc robustnosti	28
Obr. 15 Oblasť nízkych frekvencií	30
Obr. 16 Oblasť vysokých frekvencií	30
Obr. 17 Podmienka robustnej kvality pre $K = 0,57$	31
Obr. 18 Podmienka robustnej kvality pre $K = 1,3$	32
Obr. 19 Podmienka robustnej kvality pre $K = 1,99$	32
Obr. 20 Nyquistov diagram – robustná kvalita URO pre $K = 1,99$	33
Obr. 21 Nyquistov diagram – robustná kvalita URO pre $K = 2,5$	34
Obr. 22 Prechodové charakteristiky URO – robustná kvalita $K = 1,99$	34
Obr. 23 Amplitúdové charakteristiky funkcií $\frac{1}{ l_i(\omega) }$ a $ T_0(j\omega) $	37

Obr. 24 Nyquistov diagram – hranica robustnej stability	37
Obr. 25 Prechodové charakteristiky URO s robustným PI regulátorom pre $K = 0,49$	38
Obr. 26 Nyquistov diagram – robustná stabilita	39
Obr. 27 Prechodové charakteristiky URO s robustným PI regulátorom pre $K = 0,7$	39
Obr. 28 Podmienka robustnej kvality pre $K = 0,49$	40
Obr. 29 Podmienka robustnej kvality pre $K = 1,1$	41
Obr. 30 Podmienka robustnej kvality pre $K = 1,4$	41
Obr. 31 Nyquistov diagram – robustná kvalita pre $K = 1,4$	42
Obr. 32 Prechodové charakteristiky URO – robustná kvalita $K = 1,4$	43
Obr. 33 Nyquistov diagram – robustná kvalita URO pre $K = 2$	43
Obr. 34 Amplitúdové charakteristiky funkcií $\frac{1}{ l_i(\omega) }$ a $ T_0(j\omega) $	46
Obr. 35 Nyquistov diagram – hranica robustnej stability	46
Obr. 36 Prechodové charakteristiky URO s robustným PI regulátorom pre $K = 0,45$	47
Obr. 37 Nyquistov diagram – robustná stabilita	48
Obr. 38 Prechodové charakteristiky URO s robustným PI regulátorom pre $K = 0,6$	48
Obr. 39 Podmienka robustnej kvality pre $K = 0,45$	49
Obr. 40 Podmienka robustnej kvality pre $K = 0,8$	50
Obr. 41 Podmienka robustnej kvality pre $K = 1,04$	50
Obr. 42 Nyquistov diagram – robustná kvalita pre $K = 1,04$	51
Obr. 43 Prechodové charakteristiky URO – robustná kvalita $K = 1,04$	52
Obr. 44 Nyquistov diagram – robustná kvalita URO pre $K = 1,2$	52

Úvod

Jednou z hlavných podmienok riadenia technologických procesov je zabezpečenie stability príslušných regulačných obvodov. Stabilita je vlastnosť obvodu vrátiť sa do rovnovážneho stavu po doznení poruchovej veličiny, ktorá ho z rovnovážneho stavu vyviedla. Pri zabezpečovaní stability regulačného obvodu je dôležitý návrh takého regulátora, ktorý bude schopný pracovať v reálnych podmienkach. pri rôznych zmenách správania sa riadeného systému. Identifikovaný matematický model riadeného systému môže meniť svoju štruktúru (napríklad pri poruche niektorého subsystému), hodnoty svojich parametrov (napríklad v dôsledku starnutia súčiastok) či pracovať v rôznych pracovných režimoch. Takýto systém nazývame neurčitý a regulátor, ktorý je schopný zabezpečovať stabilitu tohto systému, nazývame robustný. Úlohou robustného regulátora je zabezpečiť požadovanú kvalitu riadenia pre všetky možné realizácie dynamiky riadeného systému. Často sa pojem „robustný“ používa v súvislosti s regulátorom, hoci sa tým myslí robustnosť stability a kvality riadenia uzavretého regulačného obvodu [4]. Existuje niekoľko metód syntézy robustných regulátorov. V tejto práci je použitá metóda založená na teórii malého zosilnenia.

V práci sa na prezentáciu stability a kvality riadenia používajú Bodeho krivky a frekvenčné charakteristiky. Je to preto, že frekvenčný prístup nadväzuje na metódy klasickej teórie riadenia a jeho hlavné pozitíva, ktorými sú dobrá teoretická prepracovanosť, názornosť a možnosť praktickej interpretácie výsledkov, ho predurčujú na praktické využitie. V neposlednom rade sa vo frekvenčnej oblasti pohodlne pracuje s nepresnosťami matematických modelov, preto sa prvé robustné prístupy začali rozvíjať práve vo frekvenčnej oblasti [4].

V prvej časti najprv analyzujem systémy s neštruktúrovanými neurčitostami, formy ich matematického zápisu, podmienky robustnej stability a kvality otvoreného regulačného obvodu a odvodením robustného regulátora prostredníctvom teórie malého zosilnenia. V druhej časti sa už venujem samotnému návrhu robustného regulátora pre rôzne systémy, kde neurčitosť systému je prezentovaná pomocou stabilných prenosových funkcií v troch pracovných bodoch. V závere je správnosť návrhu regulátora overená Nyquistovým diagramom a prechodovými charakteristikami uzavretého regulačného obvodu riadeného systému s navrhnutým regulátorom.

1 Neurčité systémy

V praxi je niekedy zložitý, ba až nemožný, presne identifikovať riadený systém. Zostavený matematický model môže byť pomerne presný v okamihu jeho vzniku, ale samotný systém môže meniť svoju štruktúru (napríklad pri poruche niektorého subsystému), hodnoty svojich parametrov (napríklad v dôsledku starnutia súčiastok) či pracovať v rôznych pracovných režimoch [3]. Takýto systém nazývame neurčitý.

Dôvodom vzniku neurčitostí v systémoch je fakt, že reálne procesy sa ťažko presne identifikujú. Pri analytických modeloch sa zas prijímajú rôzne zjednodušenia, ktoré spôsobujú, že proces je opísaný nepresne, z čoho vyplýva, že dynamika modelu a reálneho procesu sa odlišuje [5]:

- linearizáciou nelineárneho modelu procesu
- zanedbaním vplyvu neurčitých parametrov, ktorých hodnoty sa môžu meniť v určitých intervaloch
- zanedbaním dopravného oneskorenia
- zanedbaním rýchlej dynamiky
- zanedbaním nepresnosti merania [1]

Čo s tým môže inžinier navrhujúci regulátor robiť? Jednou cestou je navrhnuť regulátor, ktorý sa bude neustále prispôbovať detegovaným zmenám v chovaní systému, teda upravovať koeficienty či priamo celú štruktúru. Toto je doména adaptívneho riadenia [3].

Druhou cestou je zobrať do úvahy nesúlad medzi matematickým modelom a fyzikálnou realitou už pri samotnom návrhu regulátora, teda pokúsiť sa popísať túto neurčitosť matematického modelu systému kvalitatívne i kvantitatívne a navrhnuť regulátor, ktorý bude uspokojivo pracovať pre celú rodinu systémov. Toto je robustné riadenie. Výsledkom je potom jediný regulátor, ktorý sa v priebehu riadenia nemusí nijako preladovať, teda je omnoho jednoduchší na implementáciu a tiež spoľahlivejší ako adaptívny regulátor. Je to vlastne úplne bežný regulátor, ktorý však bol navrhovaný s vedomím, že v modeli je nejaká odhadnuteľná nepresnosť [3].

Slovník pojem robustnosť definuje ako sila, mohutnosť prípadne odolnosť proti preťaženiu, nátlaku alebo zmenám v pracovnom postupe, procese či náhodám alebo

nepredvídaným okolnostiam. Jedná sa o takú dynamiku regulačného obvodu, ktorá umožní regulátoru vykonávať činnosť podľa požiadaviek na vybranej sústave aj v prípade, že ide o sústavu, ktorá v priebehu času mení svoje vlastnosti.[2]

Spätnoväzbový systém je robustný, ak sa zachovajú jeho základné kvalitatívne vlastnosti, ako je stabilita, kvalita regulácie atď., pri pôsobení rôznych porúch vrátane zmeny parametrov objektu. Hlavným cieľom teórie robustného riadenia dynamických systémov je rozpracovať metódy analýzy robustných vlastností reálnych objektov a navrhnúť vhodné regulátory. Pod pojmom syntéza alebo návrh robustného regulátora sa rozumie taký postup a taký výsledok návrhu regulátora, ktorý zabezpečí robustné vlastnosti uzavretého regulačného obvodu pri predpísanej veľkosti neurčitostí. [6] Treba mať na zreteli, že neurčitosť môže mať katastrofický dopad na odvodené rozhodnutie expertného systému. V hospodárskej oblasti to môže byť strata finančnej čiastky a pod.

Rozlišujeme dva druhy neurčitostí:

- Štruktúrované (parametrické) neurčitosti
- Neštruktúrované (dynamické) neurčitosti

Ďalej sa budem zaoberať len neštruktúrovanými neurčitosťami.

2 Systémy s neštruktúrovanými neurčitost'ami

Nech systém s neštruktúrovanou neurčitost'ou je opísaný prenosovou funkciou. Parametre prenosovej funkcie objektu sa môžu meniť rôznymi spôsobmi. Niekedy však nie je možné tieto zmeny určiť a vtedy sa do systému zavádzajú tzv. „neštruktúrované neurčitosti“, kde sa k nominálnemu systému, teda k idealizovanému systému, ktorý neobsahuje neurčitosti alebo sú v ňom zanedbané, pripočítava tzv. „nemodelovaná dynamika“, ktorej štruktúra je neznáma [1]:

Dynamicke systémy opísané rodinou prenosových funkcií môžu obsahovať neštruktúrované neurčitosti, vyjadrené v aditívnej forme. (obr. 1)

$$G(s) = G_0(s) + W_a(s)\Delta_a(s) \quad \begin{array}{l} |\Delta_a(j\omega)| \leq 1 \\ \omega \in (-\infty, \infty) \end{array} \quad (\text{II-1})$$

kde $G_0(s)$ - prenosová funkcia nominálneho systému,

$\Delta_a(s)$ - stabilná prenosová funkcia, ktorej amplitúda je menšia alebo rovná jednej

$W_a(s)$ - váhová funkcia

V teórii sa ako forma opisu neštruktúrovanej neurčitosti často používa aj multiplikatívna forma neurčitosti (obr. 2)

$$G(s) = G_0(s)(1 + W_i(s)\Delta_i(s)) \quad \begin{array}{l} |\Delta_i(j\omega)| \leq 1 \\ \omega \in (-\infty, \infty) \end{array} \quad (\text{II-2})$$

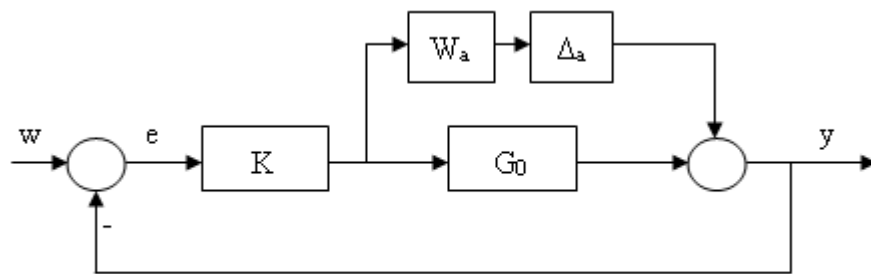
kde $G_0(s)$ - prenosová funkcia nominálneho systému,

$\Delta_i(s)$ - stabilná prenosová funkcia, ktorej amplitúda je menšia alebo rovná jednej

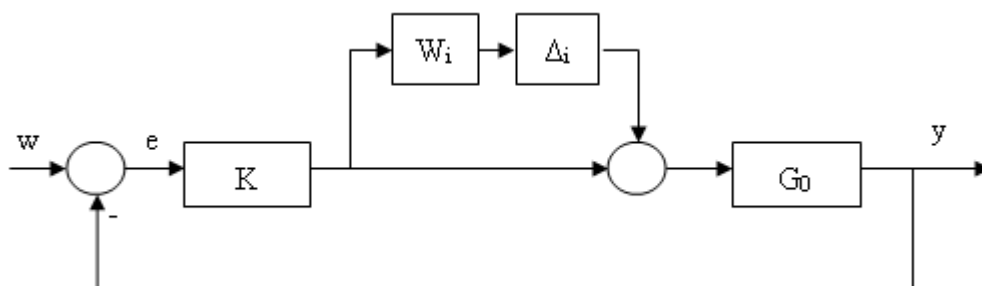
$W_i(s)$ - váhová funkcia

pričom medzi aditívnou a multiplikatívnou formou neurčitosti platí nasledovný vzťah:

$$|W_i(j\omega)\Delta_i(j\omega)| = \frac{|W_a(j\omega)\Delta_a(j\omega)|}{|G_0(j\omega)|} \quad (\text{II-3})$$



Obr. 1 Regulačný obvod s aditívnym modelom neurčitostí



Obr. 2 Regulačný obvod s multiplikatívnym modelom neurčitostí

2.1 Analýza systémov s neštruktúrovanými neurčitost'ami

2.1.1 Váhová funkcia

Váhovú funkciu $W_a(s)$ je možné určiť z opisu systému s aditívnou neurčitost'ou (II-1) a to tak, že

$$G(s) - G_0(s) = W_a(s)\Delta_a(s) \quad |\Delta_a(j\omega)| \leq 1 \quad \omega \in (-\infty, \infty)$$

Pretože amplitúda neurčitosti $|\Delta_a(j\omega)|$ je menšia alebo rovná jednej, musí platiť:

$$|G(j\omega) - G_0(j\omega)| \leq |W_a(j\omega)| \quad \omega \in (-\infty, \infty) \quad (\text{II-4})$$

Pre váhovú funkciu $W_i(s)$ systému s multiplikatívnou neurčitost'ou platí nerovnosť:

$$\left| \frac{G(j\omega)}{G_0(j\omega)} - 1 \right| \leq |W_i(j\omega)| \quad \omega \in (-\infty, \infty) \quad (\text{II-5})$$

2.1.1.1 Príklad

Je daný systém s tromi neurčitými parametrami $Z, T, d \in [5, 6]$

$$G(s) = \frac{Z}{Ts + 1} e^{-ds}$$

Nominálny model je bez dopravného oneskorenia so strednou hodnotou parametrov zo zvoleného intervalu, t.j.

$$G_0(s) = \frac{5,5}{5,5s + 1}$$

Úlohou je určiť váhovú funkciu $W_i(s)$ systému s multiplikatívnou neurčitost'ou.

Vykreslím amplitúdové frekvenčné charakteristiky $\left| \frac{G(j\omega)}{G_0(j\omega)} - 1 \right|$ pre všetky možné

kombinácie parametrov, ktorých je $3^3 = 27$ (obr. 3).

Zvolím si odhadom váhovú funkciu:

$$W_{il}(s) = \frac{7s + 0,09}{3,2s + 1},$$

ktorá, ako je možné vidieť z obr. 3 nevyhovuje okolo frekvencie $\omega = 1 \text{ rad/s}$, pretože nespĺňa podmienku (II-5).

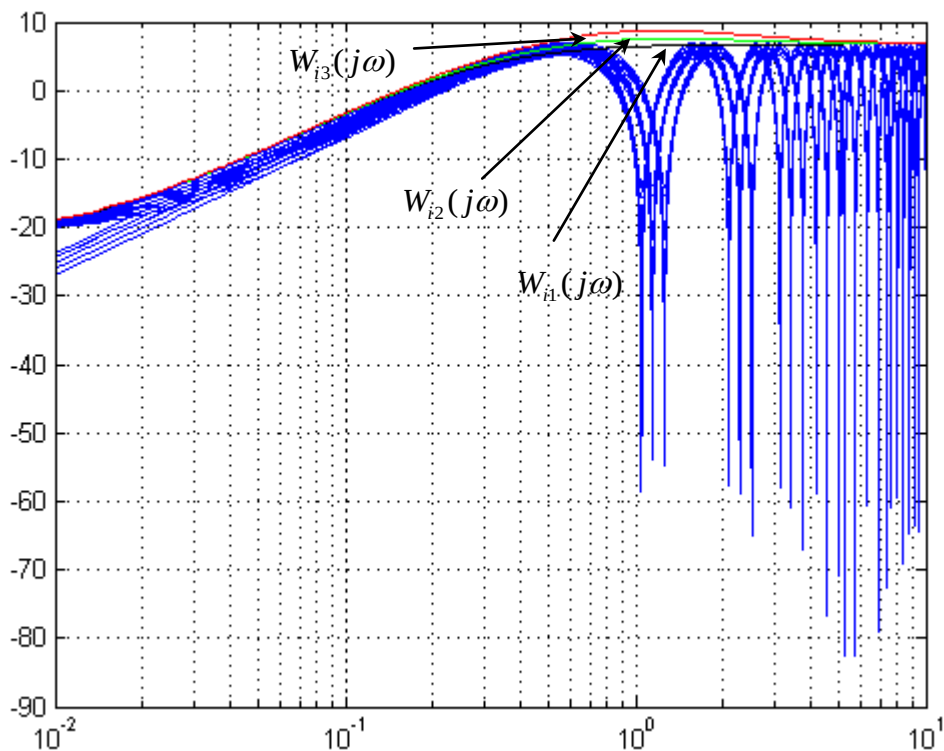
Zvolenú váhovú funkciu skorigujem sústavou druhého rádu:

$$W_{i2}(s) = \frac{7s + 0,09}{3,2s + 1} \frac{s^2 + 1,2s + 1}{s^2 + 0,5s + 1} = \frac{7s^3 + 8,49s^2 + 7,108s + 0,09}{3,2s^3 + 2,6s^2 + 3,7s + 1}$$

ktorá ale opäť nevyhovuje, preto hľadám ďalej a opäť korigujem sústavou druhého rádu:

$$W_{i3}(s) = \frac{7s + 0,09}{3,2s + 1} \frac{s^2 + 2,1s + 1}{s^2 + s + 1} = \frac{7s^3 + 14,79s^2 + 7,189s + 0,09}{3,2s^3 + 4,2s^2 + 4,2s + 1}$$

Červená frekvenčná charakteristika $W_{i3}(j\omega)$ už spĺňa danú požiadavku (II-5) pre všetky frekvencie.



Obr. 3 Amplitúdové charakteristiky rodiny systémov $G(s)$ a váhových funkcií

2.1.2 Analýza stability URO

2.1.2.1 Nominálna stabilita

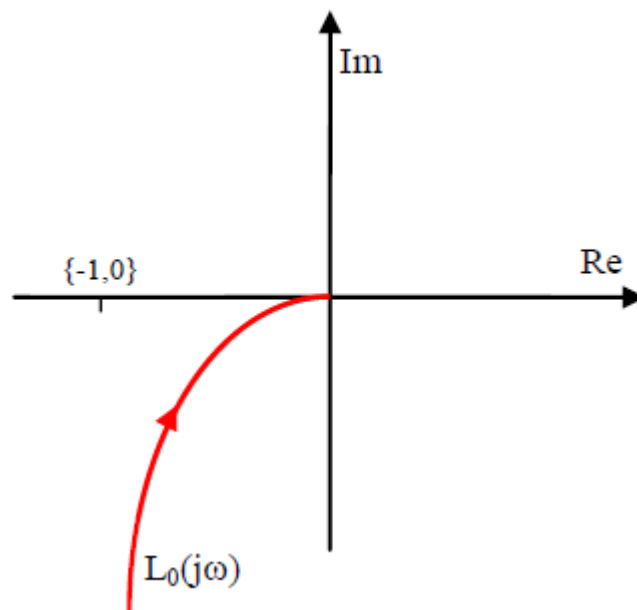
Otvorený regulačný obvod (ORO) s nominálnym systémom je

$$L_0(s) = G_0(s)K(s) \quad (\text{II-6})$$

a uzavretý regulačný obvod (URO)

$$T_0(s) = \frac{G_0(s)K(s)}{1 + G_0(s)K(s)} = \frac{L_0(s)}{1 + L_0(s)} \quad (\text{II-7})$$

Nyquistovo kritérium stability rozhoduje o nominálnej stabilite URO $T_0(s)$ na základe priebehu Bodeho charakteristiky ORO $L_0(s)$. URO v zmysle Nyquistovho kritéria stability bude stabilný vtedy a len vtedy, ak charakteristika ORO pri zvyšovaní hodnoty ω , zanechá kritický bod -1 zľava.[6]



Obr. 4 Grafická prezentácia podmienok nominálnej stability

2.1.2.2 Robustná stabilita

Jednou z podmienok robustnosti systému je robustná stabilita, ktorá je definovaná tak, že regulačný obvod musí byť stabilný pre všetky prípustné zmeny parametrov sústavy, ktoré sú definované rozsahom neurčitostí systému. Rozsah alebo veľkosť neurčitostí môžeme opísať pomocou aditívnej alebo multiplikatívnej neurčitosti.

Predpokladám regulačný obvod s multiplikatívnym modelom neurčitostí uvedený na obr. 2. Prenosová funkcia otvoreného regulačného obvodu je:

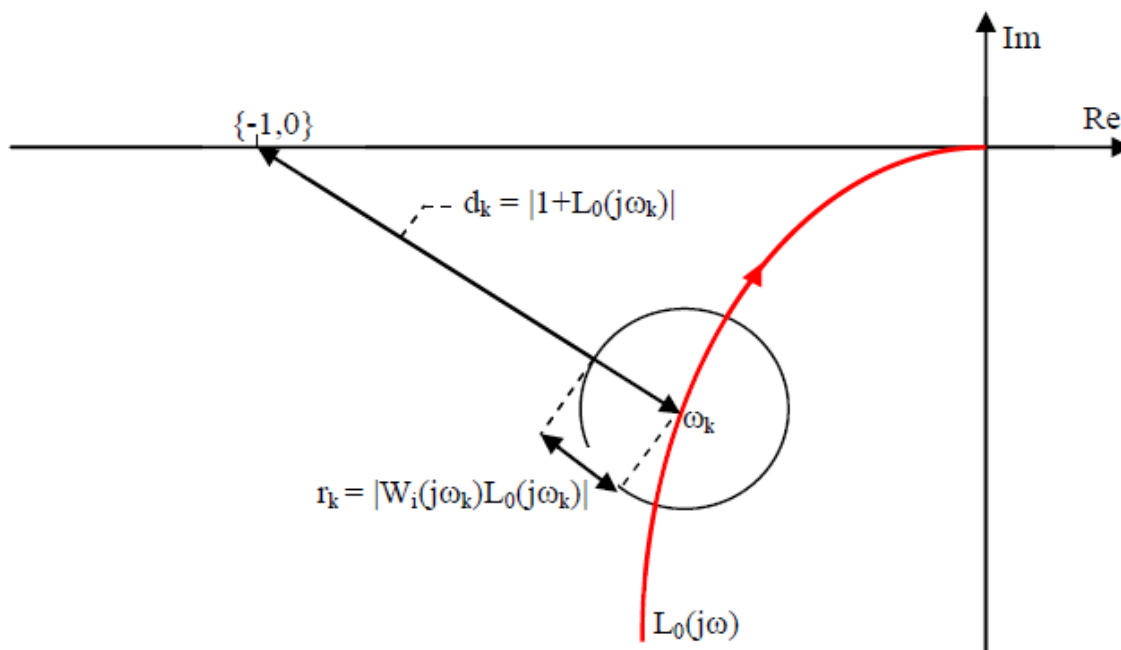
$$L(s) = G_0(s)[1 + W_i(s)\Delta_i(s)]K(s) = L_0(s) + L_0(s)W_i(s)\Delta_i(s) \quad (\text{II-8})$$

kde

$K(s)$ – prenosová funkcia regulátora

$L_0(s)$ – prenosová funkcia ORO s nominálnym systémom

Bodeho krivka $L_0(j\omega)$ ORO spolu s množinou multiplikatívnej neurčitosti pri frekvencii ω_k je znázornená na obr. 5.



Obr.5 Grafická prezentácia podmienok robustnej stability

Opäť aj v prípade robustnej stability musí platiť, že Bodeho krivka aj kruhová množina so stredom v bode $L_0(j\omega_k)$ a polomerom $r_k = |W_i(j\omega_k)L_0(j\omega_k)|$ nesmú obklopovať kritický bod -1. Vzdialenosť medzi bodmi $\{-1, j0\}$ a $L_0(j\omega_k)$ je

$$d_k = |(-1 + j0) - L_0(j\omega_k)| = |1 + L_0(j\omega_k)| \quad (\text{II-9})$$

Na to, aby platilo Nyquistovo kritérium stability, musí byť splnená podmienka pre každé ω , $\omega \in \langle 0, \infty \rangle$. Vo všeobecnosti:

$$|W_i(j\omega)L_0(j\omega)| < |1 + L_0(j\omega)| \quad (\text{II-10})$$

$$\left| \frac{W_i(j\omega)L_0(j\omega)}{1 + L_0(j\omega)} \right| < 1 \quad (\text{II-11})$$

$$|T_0(j\omega)| < \frac{1}{|W_i(j\omega)|} \quad \omega \in \langle 0, \infty \rangle \quad (\text{II-12})$$

To znamená, že na zabezpečenie robustnej stability URO má byť modul nominálnej prenosovej funkcie URO $T_0(j\omega)$ pre každé ω menší ako inverzná hodnota absolútnej hodnoty modulu prenosovej funkcie $W_i(j\omega)$. Podmienka (II-12) je postačujúca podmienka robustnej stability URO [6].

Pre aditívny model neurčitostí platí podmienka:

$$|T_0(j\omega)| < \frac{|G_0(j\omega)|}{|W_a(j\omega)|} \quad \omega \in \langle 0, \infty \rangle \quad (\text{II-13})$$

Robustná stabilita je minimálna podmienka pre reálne riadiace systémy. Aj keď je URO robustne stabilný, nezaručuje to požadovanú kvalitu regulácie.

2.1.3 Analýza kvality URO

2.1.3.1 Nominálna kvalita

Na zabezpečenie nominálnej kvality (obr. 6) musí platiť nerovnosť, vo všeobecnosti pre frekvenciu $\omega \in \langle 0, \infty \rangle$

$$|W_p(j\omega)| < |1 + L_0(j\omega)| \quad (\text{II-14})$$

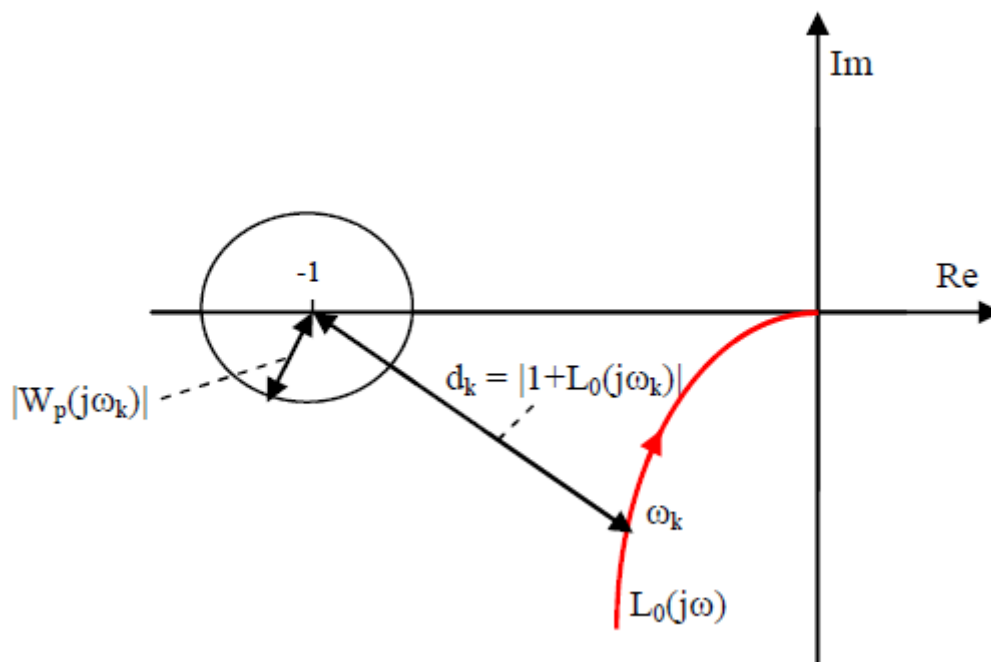
$$|W_p(j\omega)| \frac{1}{|1+L_0(j\omega)|} < 1 \quad (\text{II-15})$$

$$|W_p(j\omega)S_0(j\omega)| < 1 \quad (\text{II-16})$$

kde $S_0(j\omega)$ je citlivostná funkcia

$$|S_0(j\omega)| = \frac{1}{|1+L_0(j\omega)|} \quad (\text{II-17})$$

a $W_p(j\omega)$ je prenosová funkcia, ktorá v komplexnej rovine vymedzuje oblasť, do ktorej Bodeho krivka $L_0(j\omega)$ nesmie vojsť. Táto podmienka v sebe zahŕňa podmienku bezpečnosti v amplitúde a podmienku bezpečnosti vo fáze.



Obr. 6 Grafická prezentácia nominálnej kvality

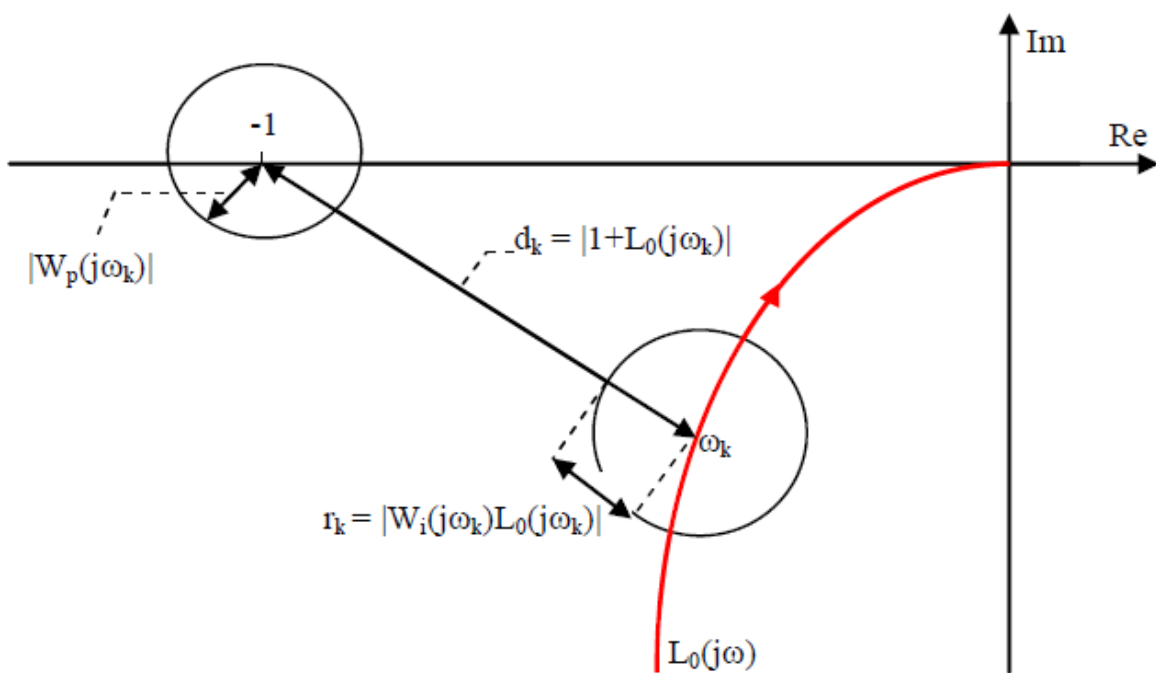
2.1.3.2 Robustná kvalita

Podmienku robustnej kvality pre $\omega \in \langle 0, \infty \rangle$ podľa obr. 7 možno zabezpečiť takto:

$$|W_p(j\omega)| + |W_i(j\omega)L_0(j\omega)| < |1 + L_0(j\omega)| \quad (\text{II-18})$$

$$|W_p(j\omega)| \frac{1}{|1 + L_0(j\omega)|} + |W_i(j\omega)| \frac{|L_0(j\omega)|}{|1 + L_0(j\omega)|} < 1 \quad (\text{II-19})$$

$$|W_p(j\omega)S_0(j\omega)| + |W_i(j\omega)T_0(j\omega)| < 1 \quad (\text{II-20})$$



Obr.7 Grafická prezentácia podmienok robustnej kvality

2.2 Syntéza systémov s neštruktúrovanými neurčitost'ami

2.2.1 Návrh robustného regulátora metódou teórie malého zosilnenia

V tejto kapitole sa budem zaoberať návrhom robustného PI a PID regulátora pre spojitý SISO systém, pričom využijem získané poznatky z kapitoly 2.1.

Ako som už uviedla, na zabezpečenie robustnej stability URO má byť modul nominálnej prenosovej funkcie URO $T_0(j\omega)$ pre každé ω menší ako inverzná hodnota absolútnej hodnoty modulu prenosovej funkcie $W_i(j\omega)$:

$$|T_0(j\omega)| < \frac{1}{|W_i(j\omega)|} \quad (\text{II-21})$$

Pre systém s aditívnou neurčitost'ou je:

$$|T_0(j\omega)| < \left| \frac{G_0(j\omega)}{W_a(j\omega)} \right| \quad (\text{II-22})$$

Predpokladá sa, že $|W_i(j\omega)| = l_i(\omega)$, kde

$$l_i(\omega) = \max_{G(s)} \left| \frac{G(j\omega) - G_0(j\omega)}{G_0(j\omega)} \right| \quad (\text{II-23})$$

resp.

$$l_a(\omega) = \max_{G(s)} |G(j\omega) - G_0(j\omega)| \quad (\text{II-24})$$

potom platí

$$|T_0(j\omega)| < \frac{1}{|l_i(\omega)|} \quad (\text{II-25})$$

resp.

$$|T_0(j\omega)| < \left| \frac{G_0(j\omega)}{l_a(\omega)} \right| \quad (\text{II-26})$$

Rovnica (II-25) a (II-26) je upravená podmienka robustnej stability URO, ktorej platnosť zabezpečím správnou voľbou štruktúry a parametrov $T_0(s)$.

Z rovnice

$$T_0(s) = \frac{K(s)G_0(s)}{1 + K(s)G_0(s)} \quad (\text{II-27})$$

môžem vypočítať prenosovú funkciu regulátora

$$K(s) = \frac{T_0(s)}{G_0(s)[1 - T_0(s)]} \quad (\text{II-28})$$

Ak rovnicu (II-28) uvediem ako podiel polynómov príslušných prenosových funkcií, dostanem:

$$K(s) = \frac{K_\varepsilon(s)}{K_m(s)} = \frac{\frac{T_{0\varepsilon}(s)}{T_{0m}(s)}}{\frac{G_{0\varepsilon}(s)}{G_{0m}(s)} \left[1 - \frac{T_{0\varepsilon}(s)}{T_{0m}(s)} \right]} = \frac{G_{0m}(s)T_{0\varepsilon}(s)}{G_{0\varepsilon}(s)[T_{0m}(s) - T_{0\varepsilon}(s)]} \quad (\text{II-29})$$

Podobnou úpravou prenosovej funkcie (II-27) dostanem:

$$T_0(s) = \frac{T_{0\varepsilon}(s)}{T_{0m}(s)} = \frac{K_\varepsilon(s)G_{0\varepsilon}(s)}{K_m(s)G_{0m}(s) + K_\varepsilon(s)G_{0\varepsilon}(s)} = \frac{G_{0\varepsilon}(s)}{K_m(s)D_{0m}(s) + G_{0\varepsilon}(s)} \quad (\text{II-30})$$

z čoho

$$T_{0\varepsilon}(s) = G_{0\varepsilon}(s) \quad (\text{II-31})$$

$$T_{0m}(s) = K_m(s)D_{0m}(s) + G_{0\varepsilon}(s) \quad (\text{II-32})$$

$$D_{0m}(s) = \frac{G_{0m}(s)}{K_\varepsilon(s)} \quad (\text{II-33})$$

Ak dosadím výraz (II-31) do rovnice (II-29) dostanem:

$$K(s) = \frac{K_\varepsilon(s)}{K_m(s)} = \frac{G_{0m}(s)}{T_{0m}(s) - T_{0\varepsilon}(s)} \quad (\text{II-34})$$

Vo všeobecnosti prenosová funkcia PID regulátora je

$$K(s) = \frac{K_\varepsilon(s)}{K_m(s)} = \frac{1}{K} \frac{c_2 s^2 + c_1 s + c_0}{s} \quad (\text{II-35})$$

kde

K – voliteľný koeficient

$\frac{c_0}{K}, \frac{c_1}{K}, \frac{c_2}{K}$ - koeficienty PID regulátora

Z rovníc (II-33) a (II-35) vyplýva

$$G_{0m}(s) = D_{0m}(s)K_\varepsilon(s) = D_{0m}(s)(c_2 s^2 + c_1 s + c_0) \quad (\text{II-36})$$

Polynóm $D_{0m}(s)$ sa volí tak, aby jeho stupeň dopĺňal stupeň polynómu $c_2s^2 + c_1s + c_0$ na stupeň polynómu $G_{0m}(s)$. Z rovnice (II-36) vypočítam koeficienty polynómu $D_{0m}(s)$ a koeficienty c_0, c_1, c_2 .

Prenosovú funkciu $T_0(s)$ získam z rovníc (II-30) a (II-35)

$$T_0(s) = \frac{T_{0\varepsilon}(s)}{T_{0m}(s)} = \frac{G_{0\varepsilon}(s)}{G_{0\varepsilon}(s) + D_{0m}(s)Ks} \quad (\text{II-37})$$

Modul nominálnej prenosovej funkcie URO $T_0(j\omega)$ je možné meniť pomocou voliteľného koeficienta K , až kým nie je zabezpečená robustná stabilita URO, to znamená, pre každé ω je $T_0(j\omega)$ menšie ako inverzná hodnota absolútnej hodnoty modulu prenosovej funkcie $|l_i(\omega)|$ resp. menšie ako absolútnej hodnoty modulu prenosovej funkcie $\left| \frac{G_0(j\omega)}{l_a(\omega)} \right|$.

3 Robustné riadenie chemicko - technologických procesov

3.1 Robustné riadenie zásobníkov kvapaliny

3.1.1 Robustná stabilita URO

Úlohou bude navrhnuť taký robustný PID regulátor $K(s)$, ktorý bude stabilizovať systém $G(s)$ s multiplikatívnym modelom neurčitostí, teda nominálny systém $G_0(s)$ a súčasne aj rodinu

$$G(s) = G_0(s)[1 + W_i(s)\Delta_i(s)] \quad (\text{III-1})$$

Riadeným systémom $G(s)$ budú tri zásobníky kvapaliny zapojené za sebou. Neurčitosti v systéme budú spôsobovať zmeny koeficientov ventilov k_{11} , k_{22} , k_{33} .

Parametre v 1., 2. a 3. zásobníku sú:

plocha prierezu 1. zásobníka $F_1 = 0,5m^2$,

plocha prierezu 2. zásobníka $F_2 = 0,1m^2$,

plocha prierezu 3. zásobníka $F_3 = 0,1m^2$,

objemový prietok vstupného prúdu do 1. zásobníka v ustálenom stave $q_0^s = 1,0m^3 \text{ min}^{-1}$.

Prenosové funkcie v troch zvolených pracovných bodoch sú:

$$G_1(s) = \frac{0,8544}{0,004272s^3 + 0,1159s^2 + 0,8525s + 1} \quad (\text{III-2})$$

$$G_2(s) = \frac{1,062}{0,005312s^3 + 0,1145s^2 + 0,7143s + 1} \quad (\text{III-3})$$

$$G_3(s) = \frac{1,638}{0,00819s^3 + 0,1957s^2 + 1,188s + 1} \quad (\text{III-4})$$

Vybraný nominálny systém, ktorý reprezentuje strednú hodnotu z uvedených prenosových funkcií je:

$$G_0(s) = \frac{G_{0c}(s)}{G_{0m}(s)} = \frac{1,062}{0,005312s^3 + 0,1145s^2 + 0,7143s + 1} \quad (\text{III-5})$$

Podľa rovnice (II-25) bude URO robustne stabilný vtedy a len vtedy, keď platí:

$$|T_0(j\omega)| < \frac{1}{|l_i(\omega)|} \quad \omega \in (0, \infty) \quad (\text{III-6})$$

Podľa metódy teórie malého zosilnenia je prenos $T_0(s)$ uzavretého regulačného obvodu s nominálnym modelom

$$T_0(s) = \frac{G_{0c}(s)}{G_{0c}(s) + D_{0m}(s)Ks} \quad (\text{III-7})$$

a prenos PID regulátora

$$K(s) = \frac{1}{K} \frac{c_2 s^2 + c_1 s + c_0}{s} \quad (\text{III-8})$$

kde

$G_{0c}(s), G_{0m}(s)$ sú polynómy čitateľa a menovateľa nominálneho prenosu $G_0(s)$

c_0, c_1, c_2 sú koeficienty hľadaného PID regulátora

$D_{0m}(s)$ voliteľný polynóm

K voliteľný koeficient

Koeficienty c_0, c_1, c_2 určíme z rovnice:

$$G_{0m}(s) = D_{0m}(s)(c_2 s^2 + c_1 s + c_0)$$

$$0,005312s^3 + 0,1145s^2 + 0,7143s + 1 = D_{0m}(s)(c_2 s^2 + c_1 s + c_0)$$

a polynóm $D_{0m}(s)$ sa volí tak, aby jeho stupeň dopĺňal stupeň polynómu $c_2 s^2 + c_1 s + c_0$ na stupeň polynómu $G_{0m}(s)$, v tomto prípade

$$0,005312s^3 + 0,1145s^2 + 0,7143s + 1 = (d_1 s + 1)(c_2 s^2 + c_1 s + c_0)$$

$$0,005312s^3 + 0,1145s^2 + 0,7143s + 1 = c_2 d_1 s^3 + (c_1 d_1 + c_2)s^2 + (c_0 d_1 + c_1)s + c_0$$

Porovnaním koeficientov pri rovnakých mocninách dostanem sústavu rovníc a vypočítam:

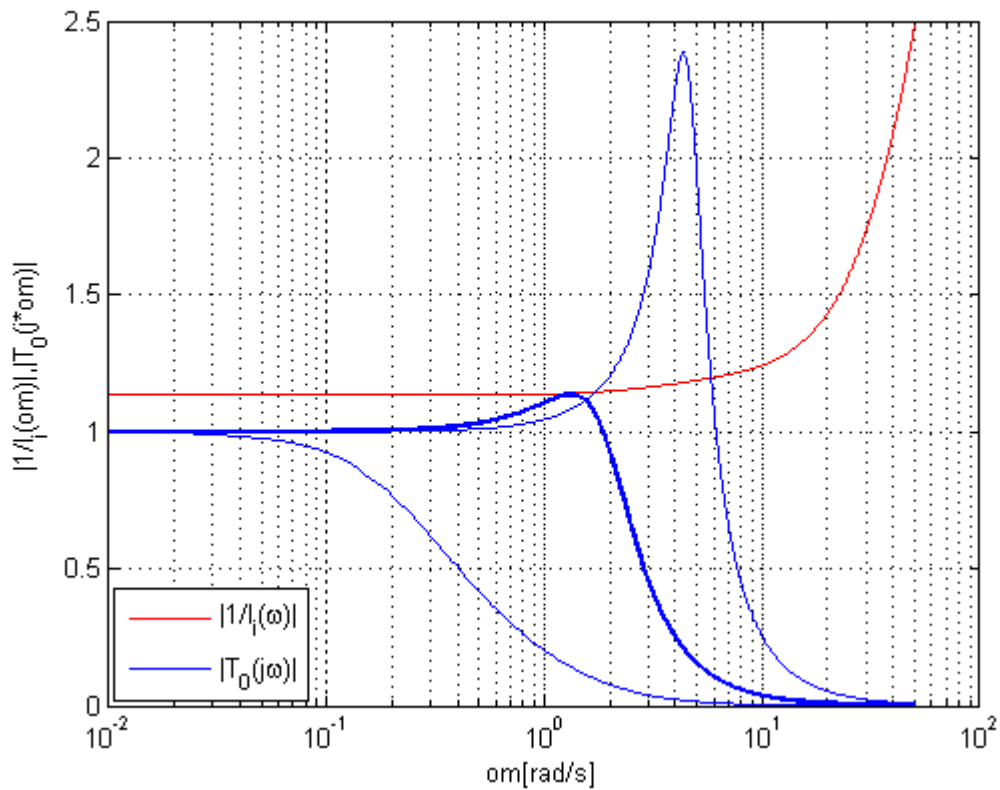
$$c_0 = 1$$

$$c_1 = 0,2035$$

$$c_2 = 0,0104$$

$$d_1 = 0,5108$$

Potom prenos $T_0(s)$ má tvar:



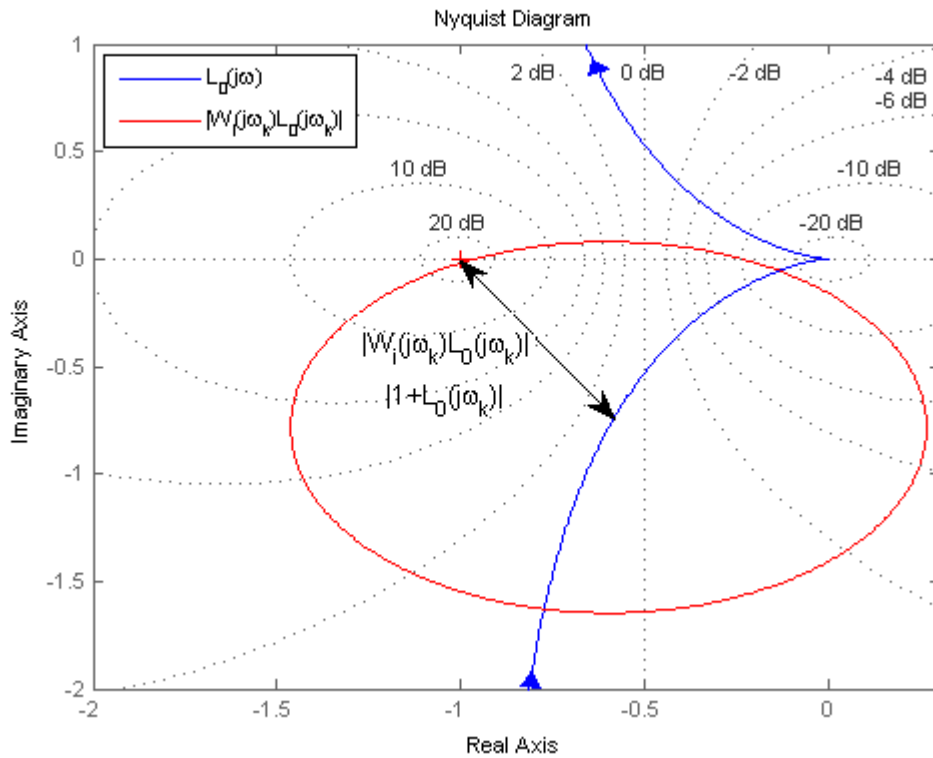
Obr. 8 Amplitúdové charakteristiky funkcií $\left| \frac{1}{l_i(\omega)} \right|$ a $|T_0(j\omega)|$ pre rôzne K

$$T_0(s) = \frac{1,062}{0,5108Ks^2 + Ks + 1,062} \quad (\text{III-9})$$

Robustná stabilita uzavretého regulačného obvodu je zabezpečená vtedy a len vtedy, ak modul nominálnej prenosovej funkcie URO $|T_0(j\omega)|$ na obr. 8 bude ležať pre každé ω pod krivkou $\frac{1}{|l_i(\omega)|}$. V rovnici (III-9) mením koeficient K dovtedy, kým nezabezpečím splnenie podmienky robustnej stability URO (III-6). Platí, že pre malé hodnoty koeficientu K zasahuje $|T_0(j\omega)|$ do oblasti nad krivkou $\frac{1}{|l_i(\omega)|}$. Naopak, pre veľké hodnoty K je modul funkcie $|T_0(j\omega)|$ pod krivkou $\frac{1}{|l_i(\omega)|}$. Pre hraničnú hodnotu koeficientu $K = 0,57$, ktorú na obr. 8 prezentuje hrubšie vyznačená amplitúdová charakteristika $|T_0(j\omega)|$, je prenos PID regulátora:

$$K(s) = \frac{0,01827s^2 + 0,358s + 1,754}{s}$$

Keď zapojíme takto zvolený regulátor s riadeným systémom zásobníkov, ORO aj URO by mal byť na hranici robustnej stability. Na overenie správnosti úsudku som použila Nyquistov diagram na obr. 9. Veľkosť multiplikatívnej neurčitosti som vykreslila pri frekvencii $\omega_k = 1,4 \text{ rad/s}$, ktorú som určila z obr. 8 pri maximálnej hodnote amplitúdovej charakteristiky $|T_0(j\omega)|$ pre hraničné $K = 0,57$, t.j. keď sa práve dotýka krivky $\frac{1}{|l_i(\omega)|}$.

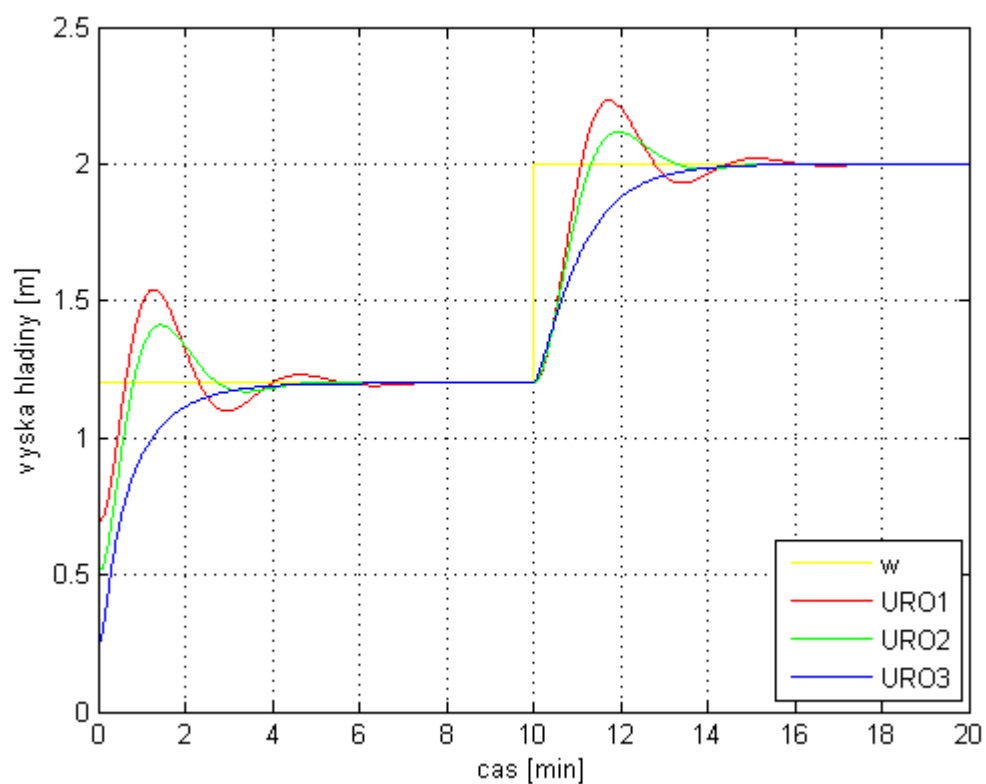


Obr. 9 Nyquistov diagram – hranica robustnej stability

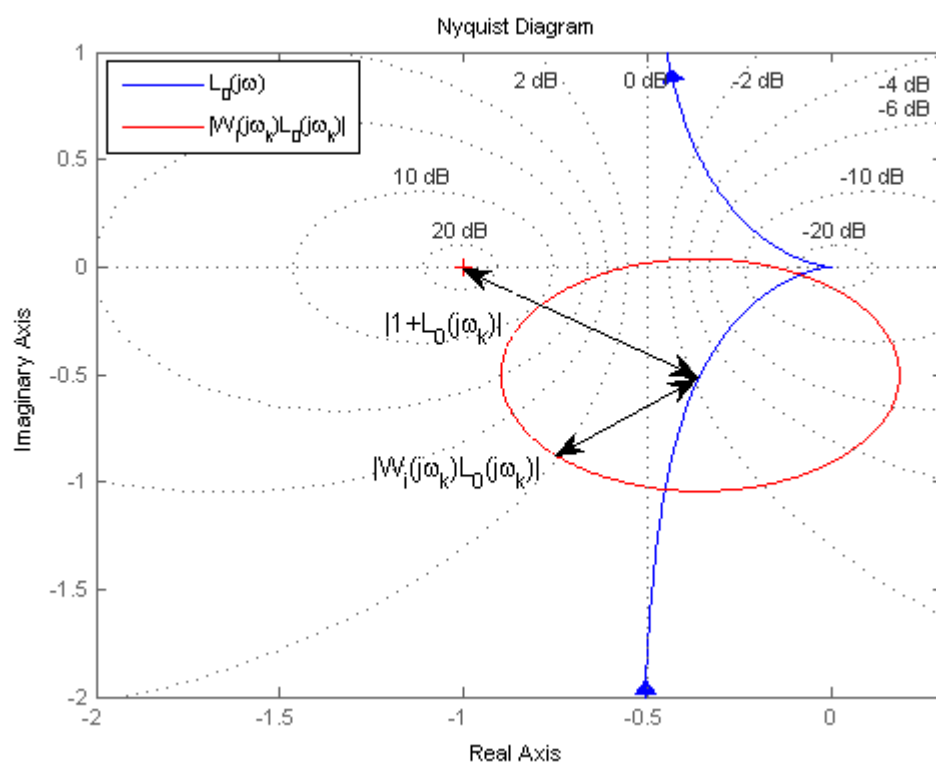
Z obr. 9 je zrejmé, že platí

$$|W_i(j\omega_k)L_0(j\omega_k)| = |1 + L_0(j\omega_k)|$$

Podľa Nyquistovho kritéria stability je ORO aj URO pre takto zvolený koeficient K na hranici robustnej stability.



Obr. 10 Prechodové charakteristiky URO s robustným PID regulátorom pre $K = 0,57$

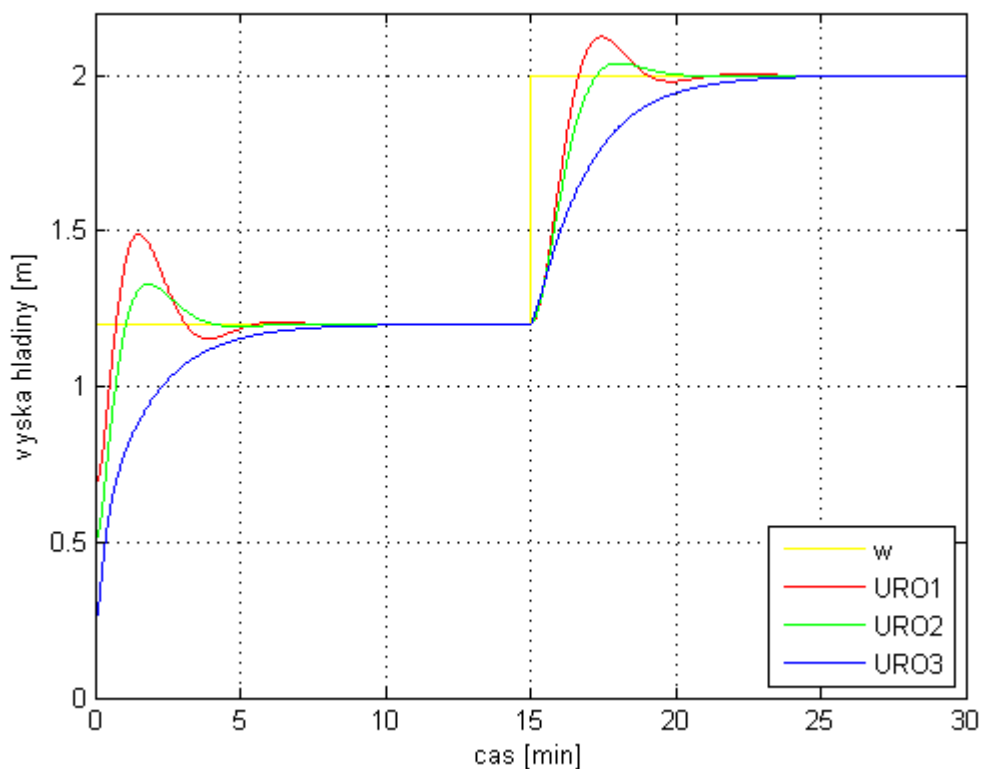


Obr. 11 Nyquistov diagram – robustná stabilita pre $K = 1$

Prechodové charakteristiky URO v troch pracovných bodoch s navrhnutým PID regulátorom pre $K = 0,57$ sú na obr. 10. Pre každé K väčšie ako $K = 0,57$ bude URO robustne stabilný vid'. obr. 11. Z obrázku je viditeľne splnená podmienka robustnej stability

$$|W_i(j\omega_k)L_0(j\omega_k)| < |1 + L_0(j\omega_k)| \quad (\text{III-10})$$

Prechodové charakteristiky URO v troch pracovných bodoch s navrhnutým PID regulátorom pre $K = 1$ sú na obr. 12.

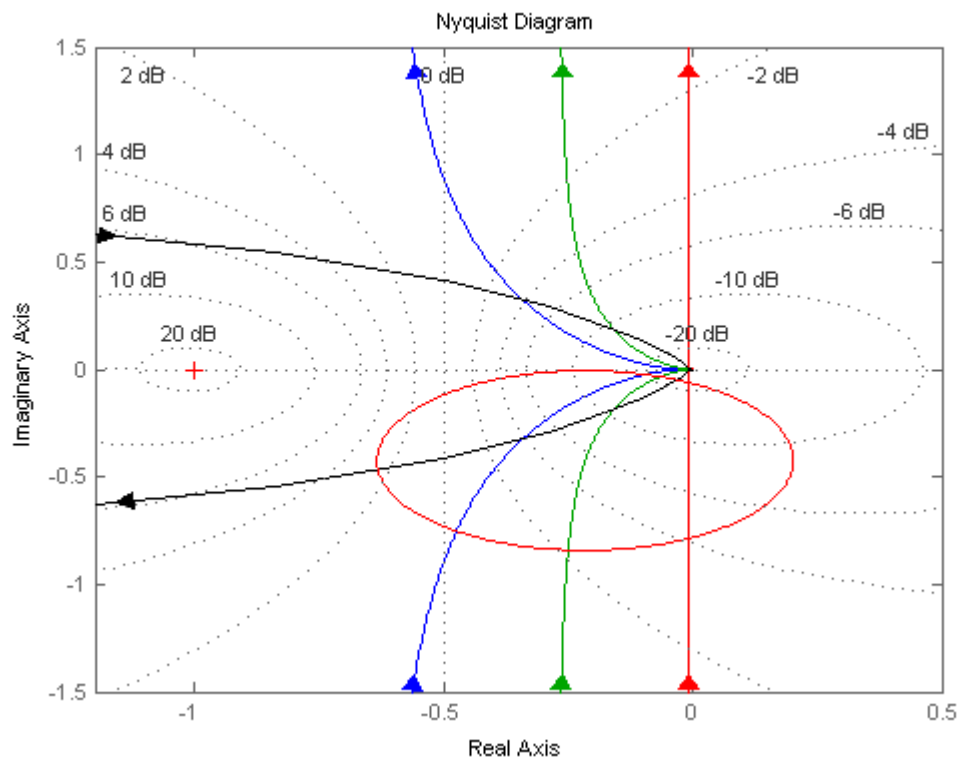


Obr. 12 Prechodové charakteristiky URO s robustným PID regulátorom pre $K = 1$

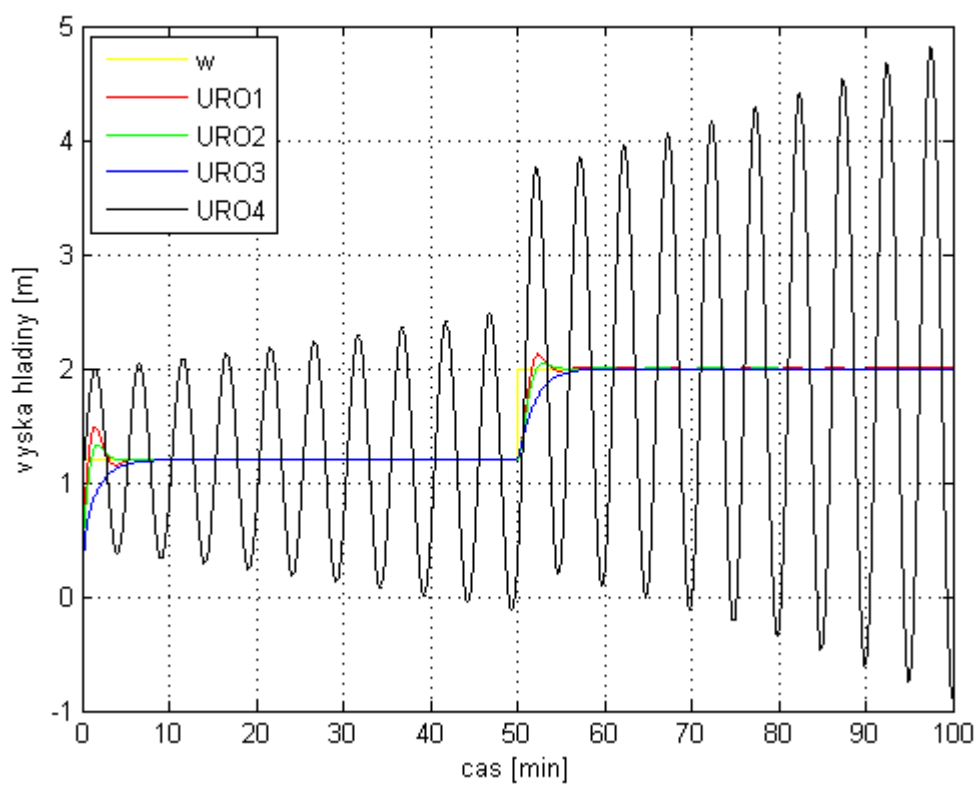
Ak bude zmena koeficientov ventilov v zásobníku taká, že prenos systému v danom pracovnom bode nebude patriť do rodiny

$$G(s) = G_0(s)[1 + W_i(s)\Delta_i(s)] \quad (\text{III-11})$$

URO s navrhnutým PID regulátorom nebude stabilný. Z obr. 13 je zrejmé, že tri prenosy, ktoré patria do rodiny (III-11), sú so zapojeným PID regulátorom stabilné a prenos, ktorý nepatrí do rodiny, je nestabilný. Priebehy štyroch prechodových charakteristík sú na obr. 14.



Obr. 13 Nyquistov diagram – kontrola hraníc robustnosti



Obr. 14 Prechodové charakteristiky URO – kontrola hraníc robustnosti

3.1.2 Robustna kvalita URO

Kapitola 3.1.1 bola zameraná na zabezpečovanie podmienok robustnej stability a syntézy takého spätnoväzbového regulačného obvodu, ktorý tieto podmienky spĺňa. Samozrejme, že stabilita URO je minimálna požiadavka pri riadení akéhokoľvek procesu. Ďalšou úlohou robustného riadenia je zabezpečenie požadovanej kvality pre všetky možné realizácie dynamiky systému. Požiadavky regulácie (napr. maximálne preregulovanie, doba regulácie) sú často protichodné a preto sa volí kompromis. Kritéria sa vyberajú podľa účelu regulácie. Pri chemických procesoch nesmie maximálne preregulovanie prekročiť určitú hodnotu, naopak pri regulácii pohonu musí byť čas regulácie minimálny.

Podmienka robustnej kvality je podľa kap. 2.1

$$|W_p(j\omega)| + |W_i(j\omega)L_0(j\omega)| < |1 + L_0(j\omega)| \quad (\text{III-12})$$

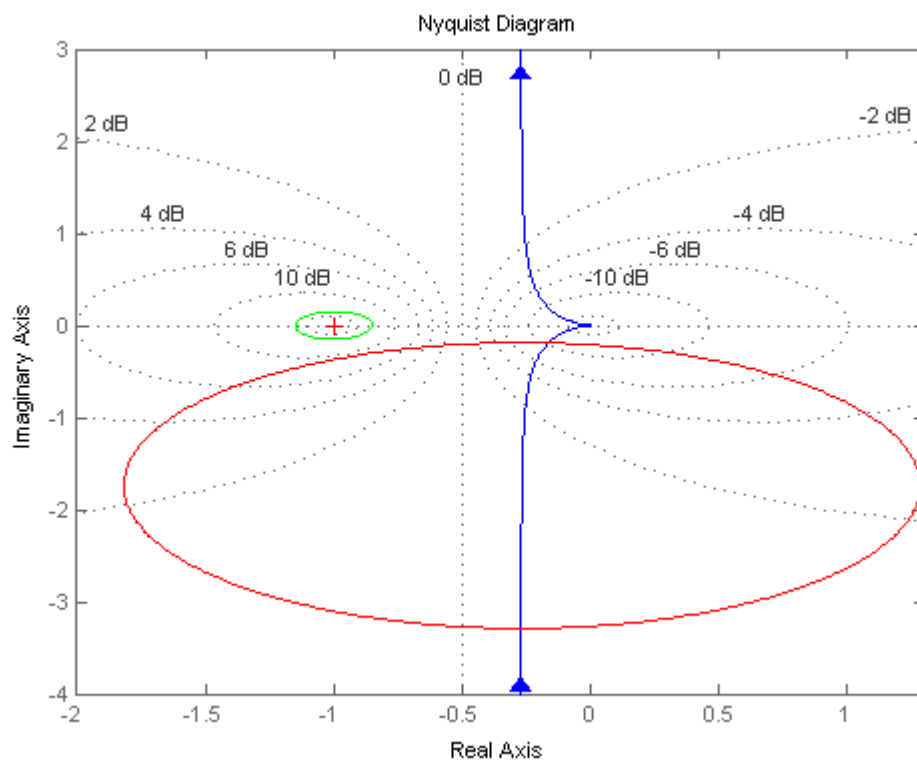
kde $W_p(j\omega)$ je váhová funkcia, ktorá v komplexnej rovine vymedzuje oblasť okolo kritického bodu -1

$$W_p(j\omega) = \frac{j\omega}{j\omega + K} \quad (\text{III-13})$$

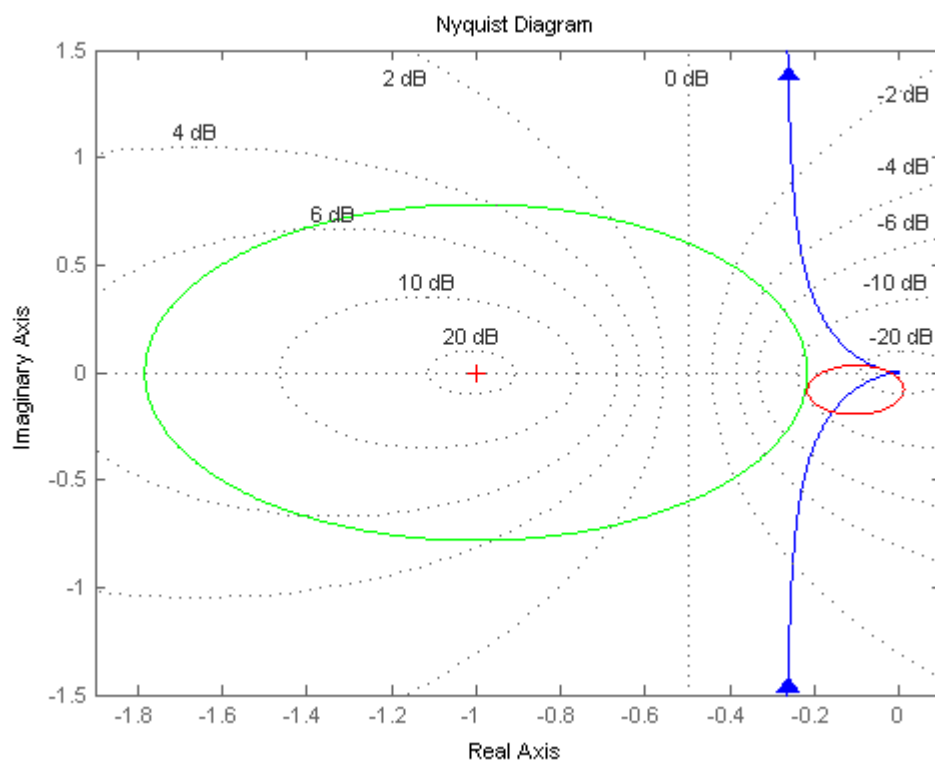
a koeficient K je ten istý koeficient, ktorý som použila pri návrhu robustného regulátora prostredníctvom teórie malého zosilnenia..

Je zaujímavé uviesť, že v oblasti nízkych frekvencií ω na obr. 15, má kruhová množina malý polomerom $|W_p(j\omega)|$ a kruhová množina, ktorá vymedzuje rozsah multiplikatívnej neurčitosti, má veľký polomer $|W_i(j\omega)L_0(j\omega)|$.

Naopak, v oblasti vysokých frekvencií ω na obr. 16, má kruhová množina veľký polomerom $|W_p(j\omega)|$ a kruhová množina neurčitosti má malý polomer $|W_i(j\omega)L_0(j\omega)|$.

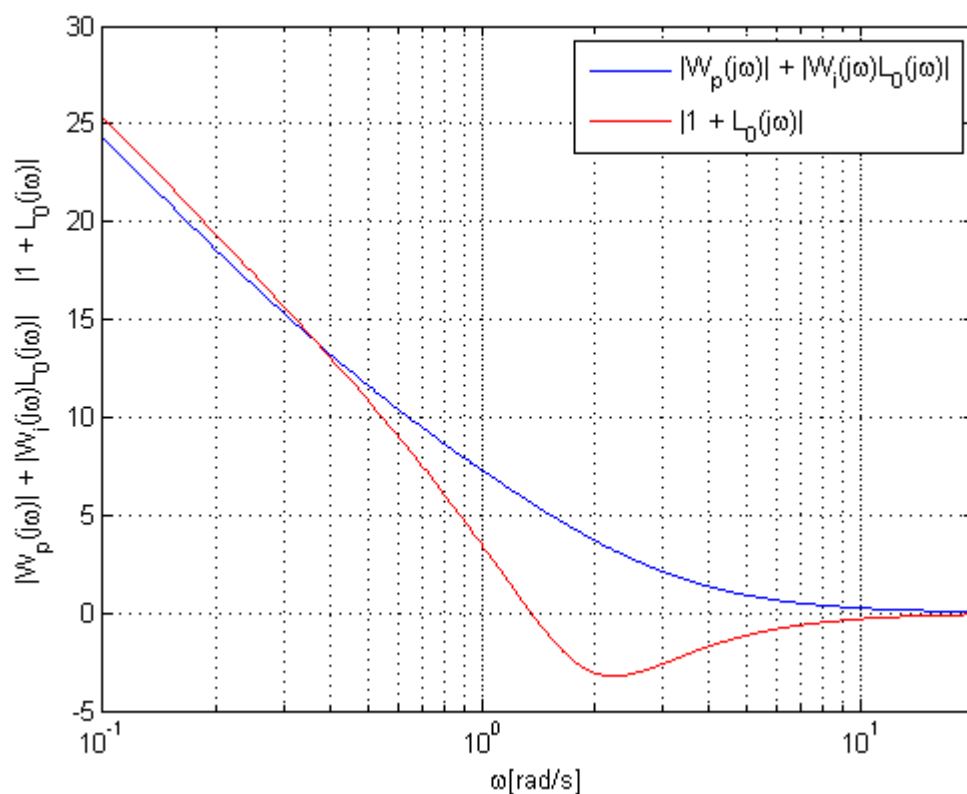


Obr. 15 Oblasť nízkych frekvencií



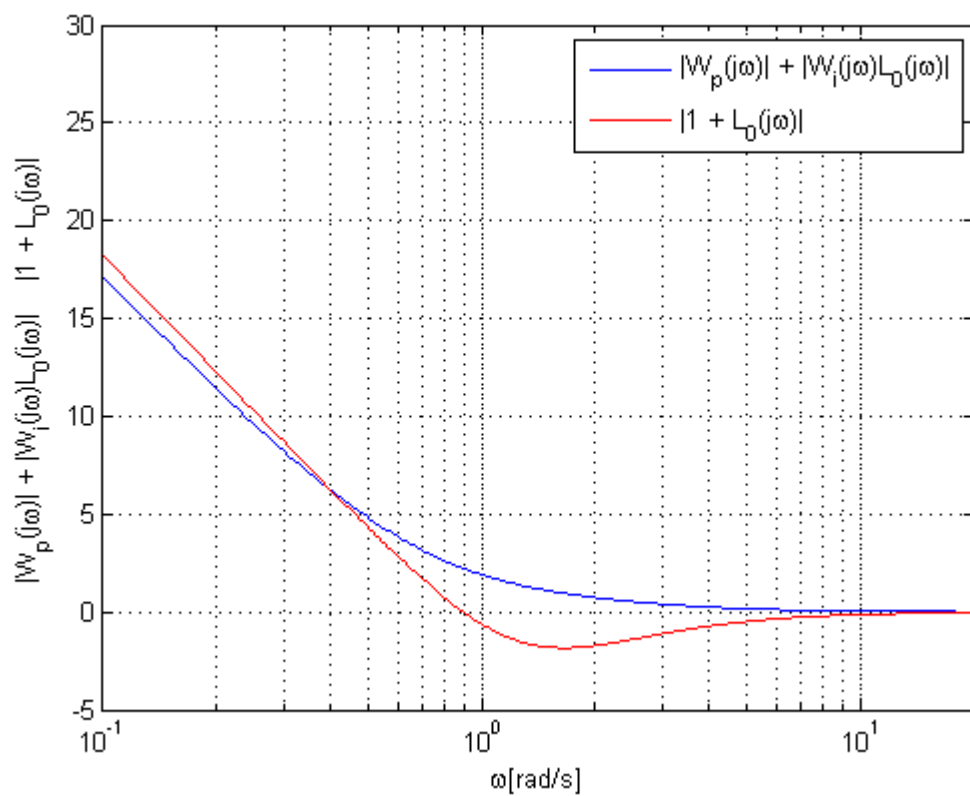
Obr. 16 Oblasť vysokých frekvencií

Kvalita regulácie riadeného URO sa mení v závislosti od koeficientu K , preto je cieľom nájsť takú hodnotu koeficientu, pre ktorú URO spĺňa podmienku robustnej kvality (III-12). Hraničná hodnota, ktorú som určila v kap. 3.1.1, bola $K = 0,57$. Pre túto hodnotu som opäť vykreslila amplitúdové frekvenčné charakteristiky (obr. 17), ale tentokrát pre podmienky robustnej kvality (III-12).

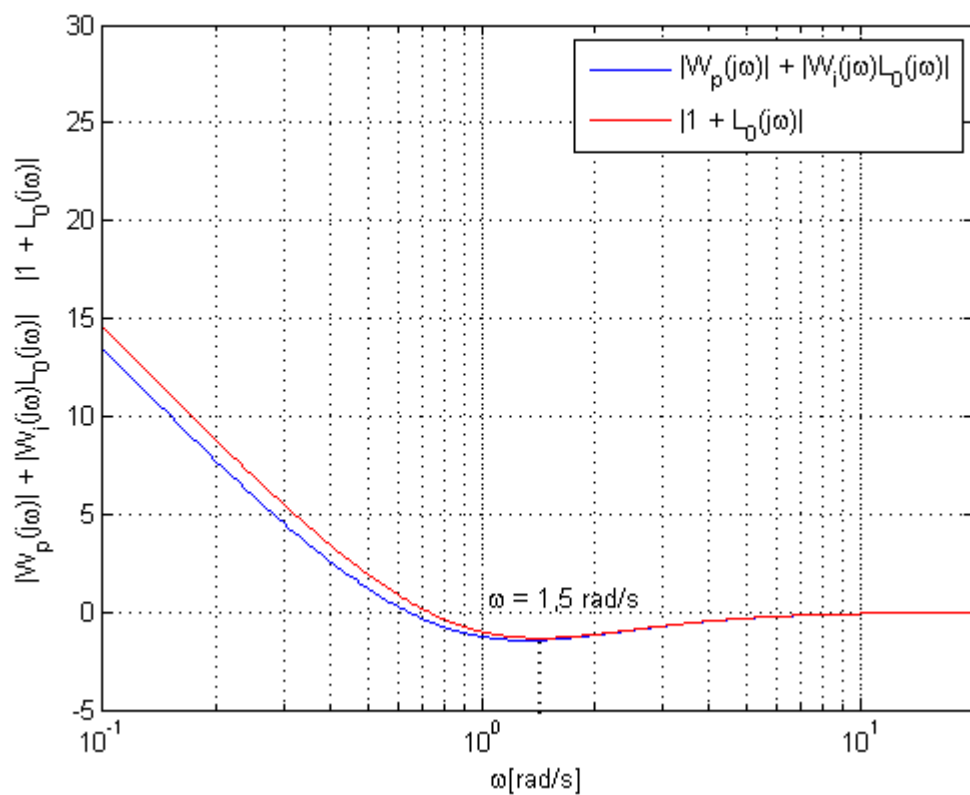


Obr. 17 Podmienka robustnej kvality pre $K = 0,57$

Z grafu obr. 17 je vidieť, že podmienka (III-12) nie je splnená. Modrá krivka, ktorá prezentuje ľavú stranu nerovnosti, má byť pre každé ω menšia ako pravá strana, ktorú znázorňuje červená krivka. Preto som hľadala väčšiu hodnotu K a overovala graficky (obr. 18). Najmenšia hodnota K , ktorá spĺňala podmienku robustnej kvality bola pre $K = 1,99$ (obr.19).



Obr. 18 Podmienka robustnej kvality pre $K = 1,3$

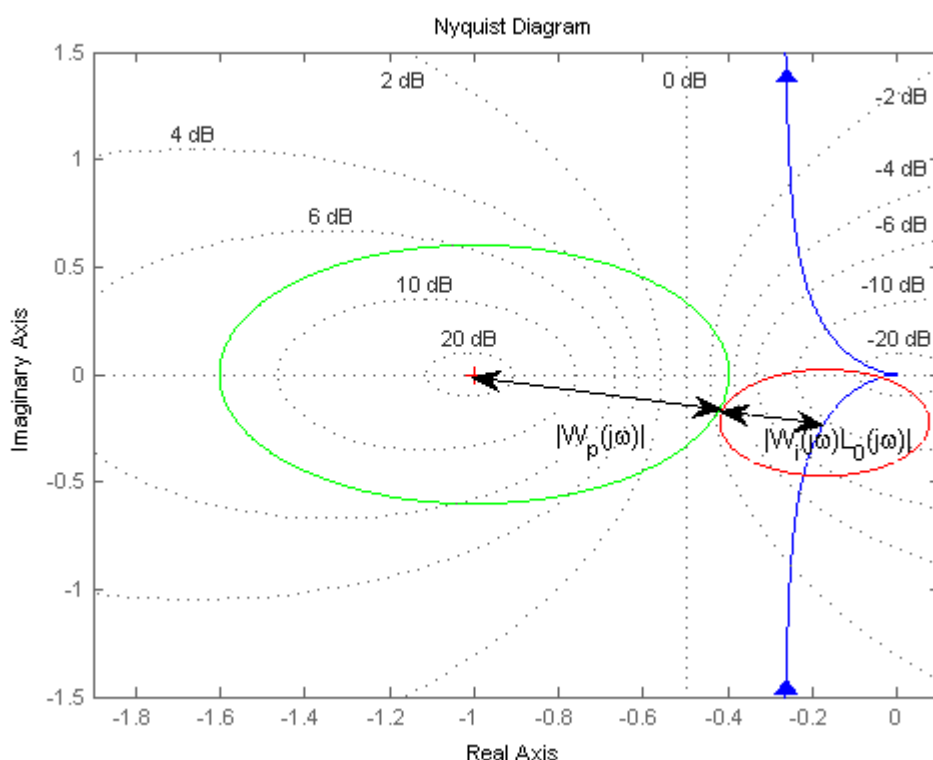


Obr. 19 Podmienka robustnej kvality pre $K = 1,99$

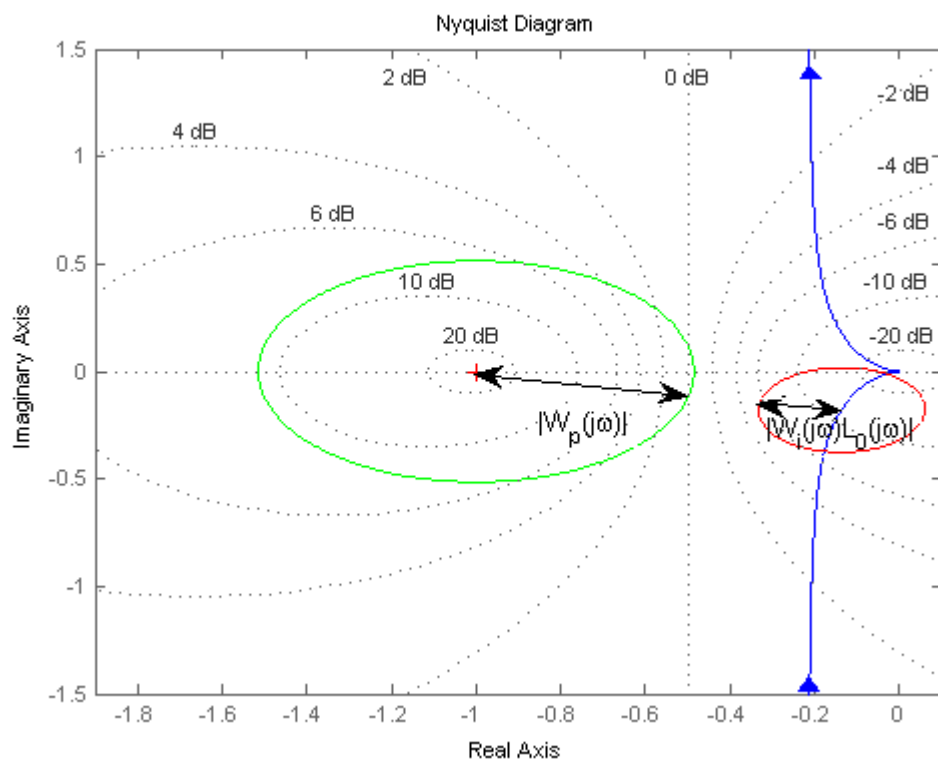
Z grafu obr. 19 je možné vyčítať frekvenciu $\omega = 1,5$, pri ktorej môže dochádzať k prelínaniu amplitúdových charakteristík. Pre kontrolu som vykreslila Nyquistov diagram s krivkou $L_0(j\omega)$, váhovou funkciou $W_p(j\omega)$ a neurčitosťou $W_i(j\omega)L_0(j\omega)$. Z diagramu obr. 20 vidieť, že nedochádza k prelínaniu množín. Pre každé K väčšie ako $K = 1,99$, bude splnená podmienka robustnej kvality (obr. 21). Pre $K = 1,99$ je prenos PID regulátora:

$$K(s) = \frac{0,005232s^2 + 0,1026s + 0,5025}{s}$$

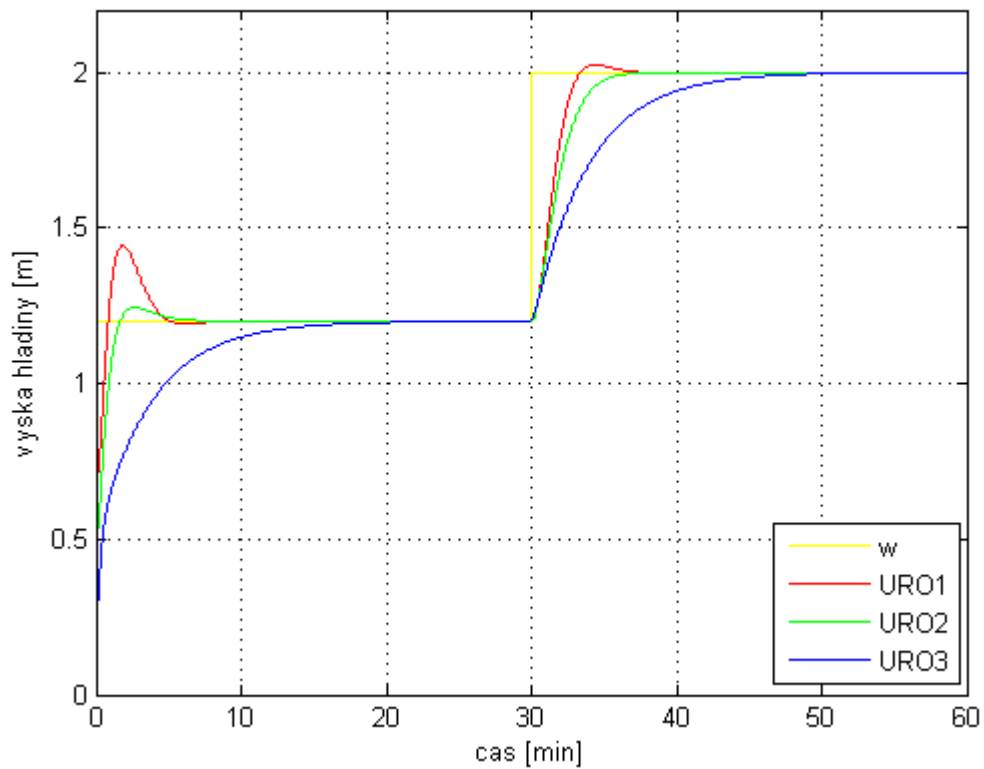
Prechodové charakteristiky URO v troch pracovných bodoch s PID regulátorom sú na obr. 22.



Obr. 20 Nyquistov diagram – robustná kvalita URO pre $K = 1,99$



Obr. 21 Nyquistov diagram – robustná kvalita URO pre $K = 2,5$



Obr. 22 Prechodové charakteristiky URO – robustná kvalita $K = 1,99$

3.2 Robustné riadenie výmenníkov tepla

3.2.1 Robustná stabilita URO

Úlohou bude navrhnuť taký robustný PI regulátor $K(s)$, ktorý bude stabilizovať systém $G(s)$ s multiplikatívnym modelom neurčitostí, teda nominálny systém $G_0(s)$ a súčasne aj rodinu

$$G(s) = G_0(s)[1 + W_i(s)\Delta_i(s)] \quad (\text{III-14})$$

Riadeným systémom $G(s)$ budú tri výmenníky tepla zapojené za sebou. Neurčitosti v systéme budú spôsobovať zmeny prietoku do prvého výmenníka tepla.

Parametre v 1., 2. a 3. výmenníku sú:

objem ohrievanej kvapaliny vo výmenníkoch $V_1 = 1,1m^3$, $V_2 = 2,6m^3$, $V_3 = 2,0m^3$,

teplovýmenná plocha $F_1 = 100m^2$, $F_2 = 150m^2$, $F_3 = 200m^2$,

koeficient prestupu tepla $\alpha = 9,3Wm^{-2}K^{-1}$,

hustota ohrievanej kvapaliny $\rho = 1000kgm^{-3}$,

tepelná kapacita kvapaliny $c_p = 4,2kJkg^{-1}K^{-1}$,

Prenosové funkcie v troch zvolených pracovných bodoch sú:

$$G_1(s) = \frac{0,5508}{0,9335s^3 + 3,025s^2 + 3,088s + 1} \quad (\text{III-15})$$

$$G_2(s) = \frac{0,6321}{0,452s^3 + 1,87s^2 + 2,429s + 1} \quad (\text{III-16})$$

$$G_3(s) = \frac{0,6889}{0,2522s^3 + 1,27s^2 + 2,002s + 1} \quad (\text{III-17})$$

Vybraný nominálny systém, ktorý reprezentuje strednú hodnotu z uvedených prenosových funkcií je:

$$G_0(s) = \frac{G_{0c}(s)}{G_{0m}(s)} = \frac{0,6321}{0,452s^3 + 1,87s^2 + 2,429s + 1} \quad (\text{III-18})$$

Podľa rovnice (II-26) bude URO robustne stabilný vtedy a len vtedy, keď platí:

$$|T_0(j\omega)| < \frac{1}{|l_i(\omega)|} \quad \omega \in (0, \infty) \quad (\text{III-19})$$

Podľa metódy teórie malého zosilnenia je prenos $T_0(s)$ uzavretého regulačného obvodu s nominálnym modelom

$$T_0(s) = \frac{G_{0c}(s)}{G_{0c}(s) + D_{0m}(s)Ks} \quad (\text{III-20})$$

a prenos PI regulátora

$$K(s) = \frac{1}{K} \frac{c_1 s + c_0}{s} \quad (\text{III-21})$$

Koeficienty c_0, c_1 určíme z rovnice:

$$G_{0m}(s) = D_{0m}(s)(c_1 s + c_0)$$

$$0,452s^3 + 1,87s^2 + 2,429s + 1 = D_{0m}(s)(c_1 s + c_0)$$

a polynóm $D_{0m}(s)$ sa volí tak, aby jeho stupeň dopĺňal stupeň polynómu $c_1 s + c_0$ na stupeň polynómu $G_{0m}(s)$, v tomto prípade

$$0,452s^3 + 1,87s^2 + 2,429s + 1 = (d_2 s^2 + d_1 s + 1)(c_1 s + c_0)$$

$$0,452s^3 + 1,87s^2 + 2,429s + 1 = c_1 d_2 s^3 + (c_0 d_2 + c_1 d_1) s^2 + (c_0 d_1 + c_1) s + c_0$$

Porovnaním koeficientov pri rovnakých mocninách dostanem sústavu rovníc a vypočítam:

$$c_0 = 1$$

$$c_1 = 1,1149$$

$$d_1 = 1,3139$$

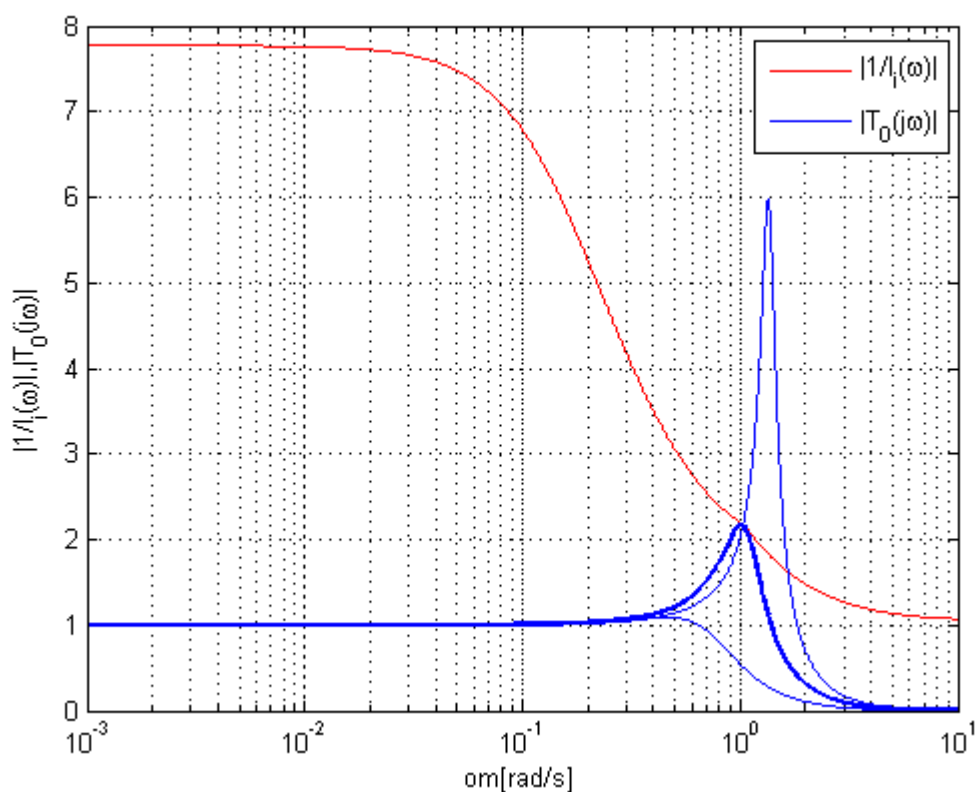
$$d_2 = 0,4054$$

Potom prenos $T_0(s)$ má tvar:

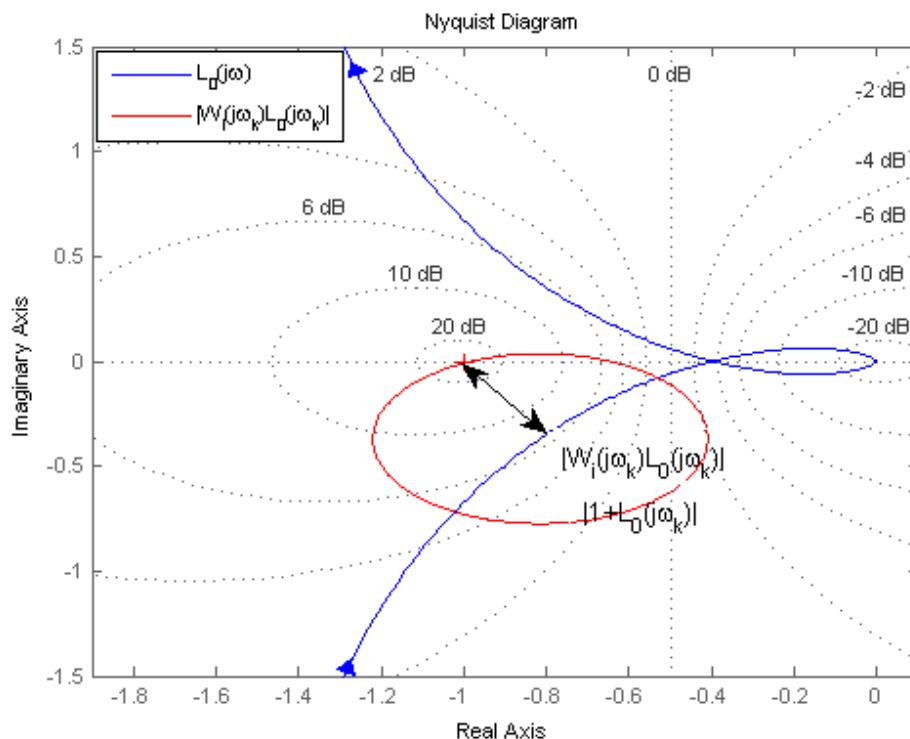
$$T_0(s) = \frac{0,6321}{0,4054Ks^3 + 1,3139Ks^2 + Ks + 0,6321} \quad (\text{III-22})$$

Robustná stabilita uzavretého regulačného obvodu je zabezpečená vtedy a len vtedy, ak modul nominálnej prenosovej funkcie URO $|T_0(j\omega)|$ na obr. 23 bude ležať pre každé ω pod krivkou $\frac{1}{|l_i(\omega)|}$. V rovnici (III-22) mením koeficient K dovedy, kým nezabezpečím splnenie podmienky robustnej stability URO (III-19). Pre hraničnú hodnotu koeficientu $K = 0,49$, ktorú na obr. 23 prezentuje hrubšie vyznačená amplitúdová charakteristika $|T_0(j\omega)|$, je prenos PI regulátora:

$$K(s) = \frac{2,275s + 2,041}{s}$$



Obr. 23 Amplitúdové charakteristiky funkcií $\frac{1}{|l_i(\omega)|}$ a $|T_0(j\omega)|$



Obr. 24 Nyquistov diagram – hranica robustnej stability

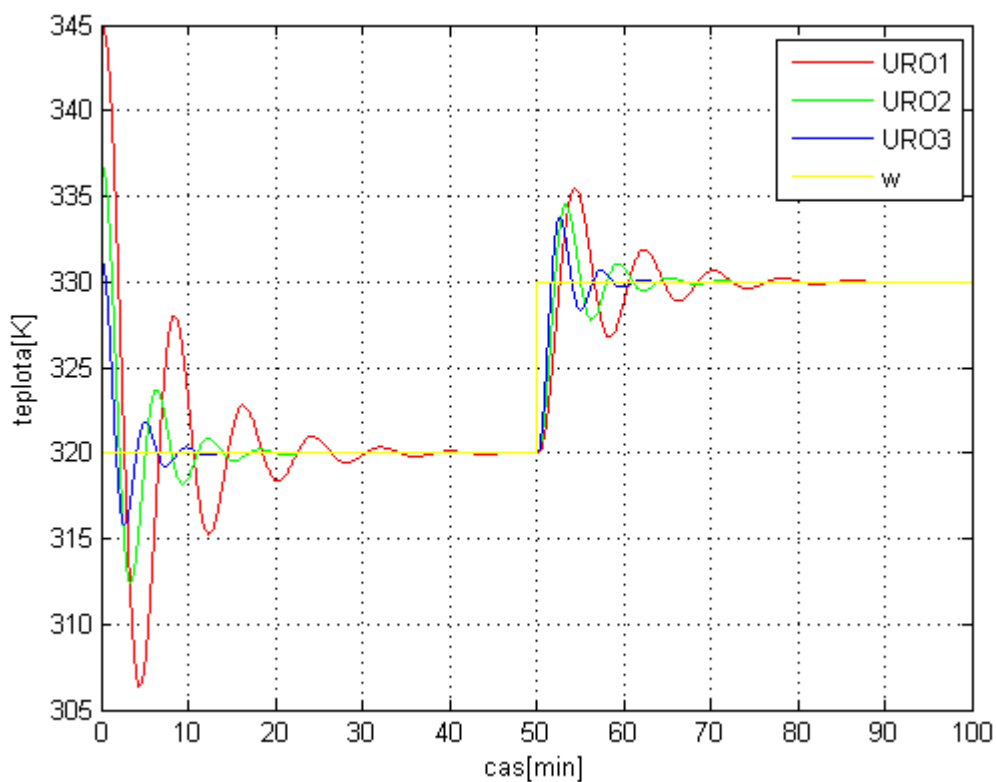
Ked' zapojíme takto zvolený regulátor s riadeným systémom zásobníkov, ORO aj URO by mal byť na hranici robustnej stability. Na overenie správnosti úsudku som použila Nyquistov diagram na obr. 24. Veľkosť multiplikatívnej neurčitosti som vykreslila pri frekvencii $\omega_k = 1 \text{ rad/s}$, ktorú som určila z obr. 23 pri maximálnej hodnote amplitúdovej charakteristiky

$|T_0(j\omega)|$ pre hraničné $K = 0,49$, t.j. keď sa práve dotýka krivky $\frac{1}{|l_i(\omega)|}$.

Z obr. 24 je zrejmé, že platí

$$|W_i(j\omega_k)L_0(j\omega_k)| = |1 + L_0(j\omega_k)|$$

Podľa Nyquistovho kritéria stability je ORO aj URO pre takto zvolený koeficient K na hranici robustnej stability.

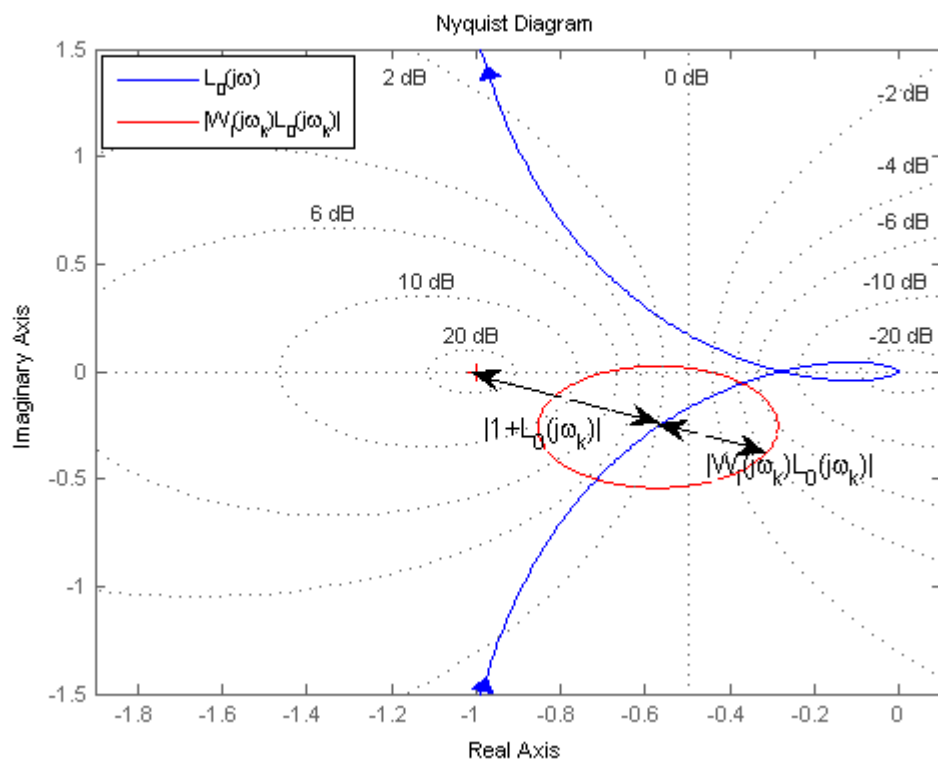


Obr. 25 Prechodové charakteristiky URO s robustným PI regulátorom pre $K = 0,49$

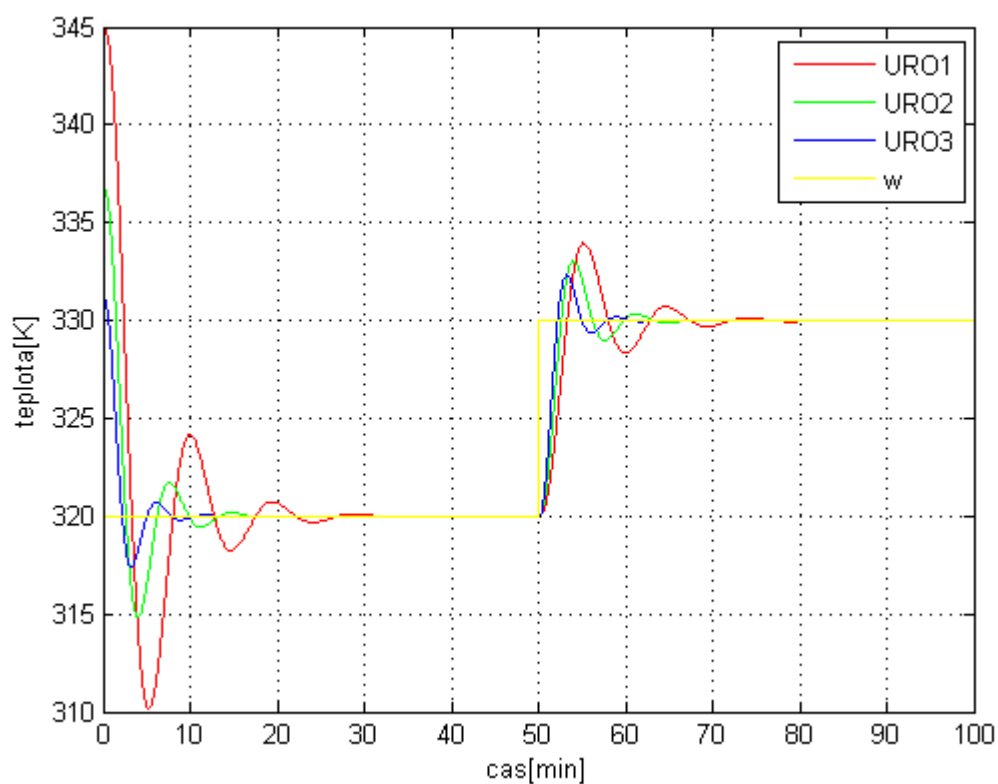
Prechodové charakteristiky URO v troch pracovných bodoch s navrhnutým PI regulátorom pre $K = 0,49$ sú na obr. 25. Pre každé K väčšie ako $K = 0,49$ bude URO robustne stabilný vid'. obr. 26. Z obrázku je viditeľne splnená podmienka robustnej stability

$$|W_i(j\omega_k)L_0(j\omega_k)| < |1 + L_0(j\omega_k)| \quad (\text{III-23})$$

Prechodové charakteristiky URO v troch pracovných bodoch s navrhnutým PI regulátorom pre $K = 0,7$ sú na obr. 27.



Obr. 26 Nyquistov diagram – robustná stabilita



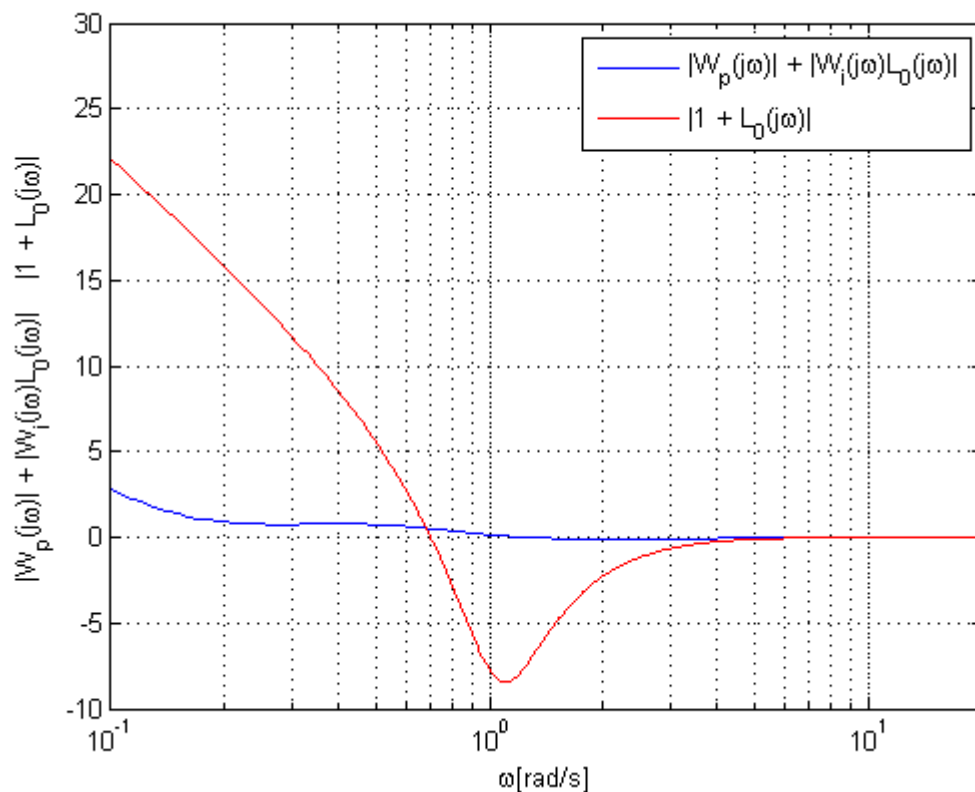
Obr. 27 Prechodové charakteristiky URO s robustným PI regulátorom pre $K = 0,7$

3.2.2 Robustná kvalita URO

Kvalita regulácie riadeného URO sa mení v závislosti od koeficientu K , preto cieľom je nájsť takú hodnotu koeficientu, pre ktorú URO spĺňa podmienku robustnej kvality

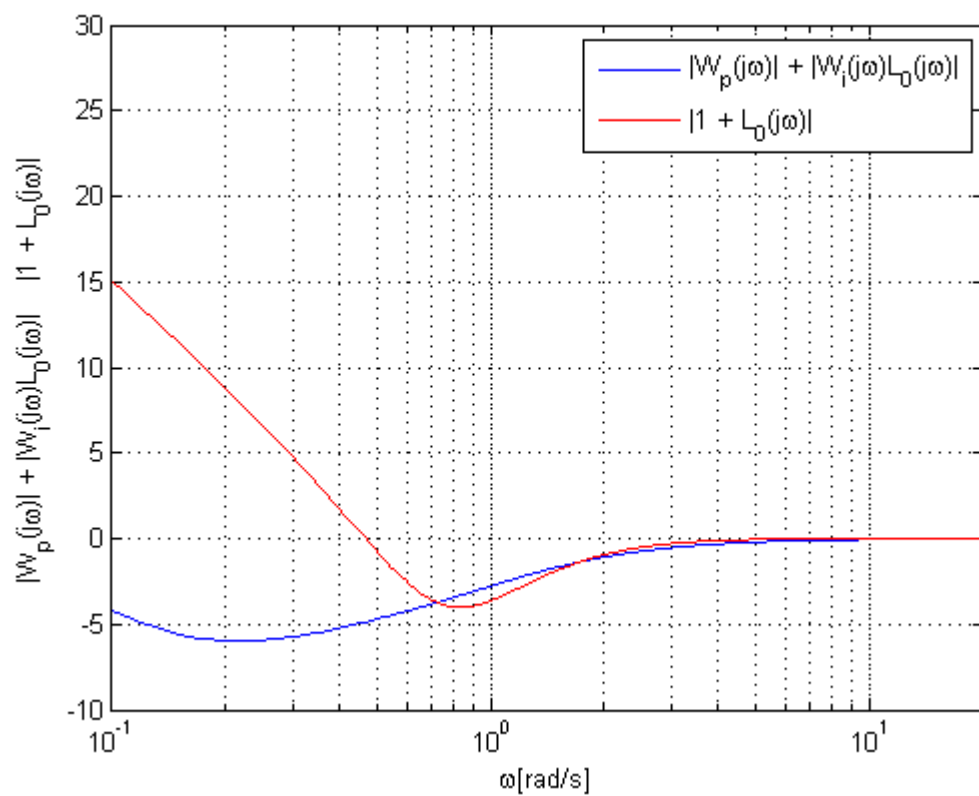
$$|W_p(j\omega)| + |W_i(j\omega)L_0(j\omega)| < |1 + L_0(j\omega)| \quad (\text{III-24})$$

Hraničná hodnota, ktorú som určila v kap. 3.2.1, bola $K = 0,49$. Pre túto hodnotu som vykreslila amplitúdové frekvenčné charakteristiky (obr. 28), ale tentokrát pre podmienky robustnej kvality (III-24).

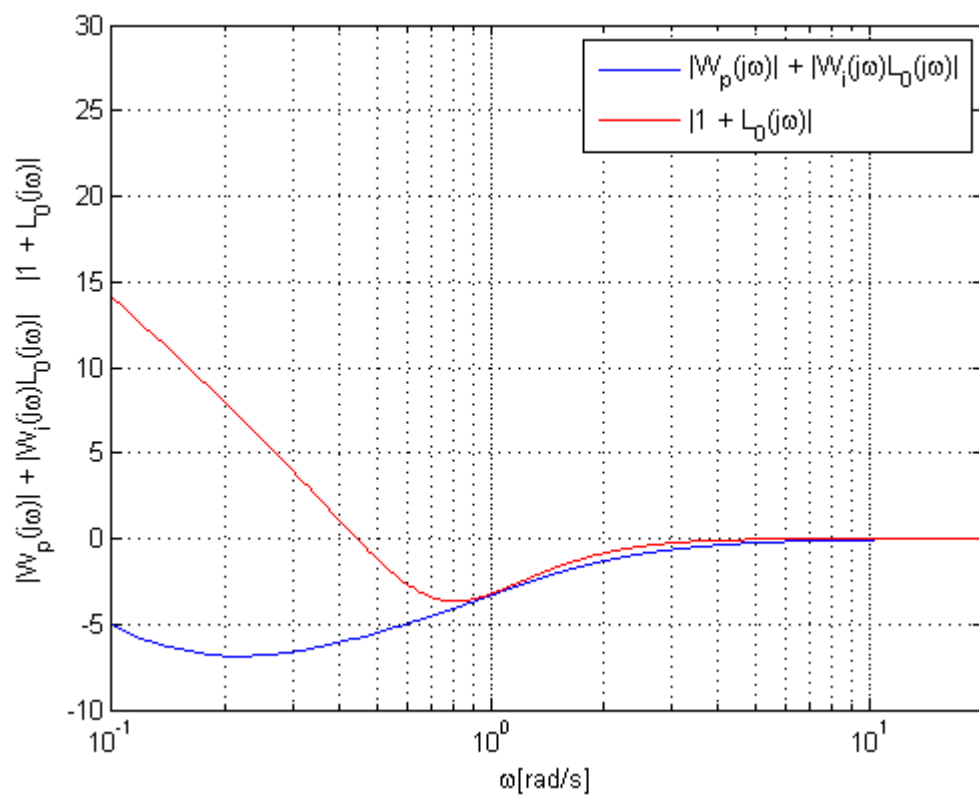


Obr. 28 Podmienka robustnej kvality pre $K = 0,49$

Z grafu obr. 28 je vidieť, že podmienka (III-24) nie je splnená. Modrá krivka, ktorá prezentuje ľavú stranu nerovnosti, má byť pre každé ω menšia ako pravá strana, ktorú znázorňuje červená krivka. Preto som hľadala väčšiu hodnotu K a overovala graficky (obr. 29). Najmenšia hodnota, ktorá spĺňala podmienku robustnej kvality bola pre $K = 1,4$ (obr.30).



Obr. 29 Podmienka robustnej kvality pre $K = 1,1$



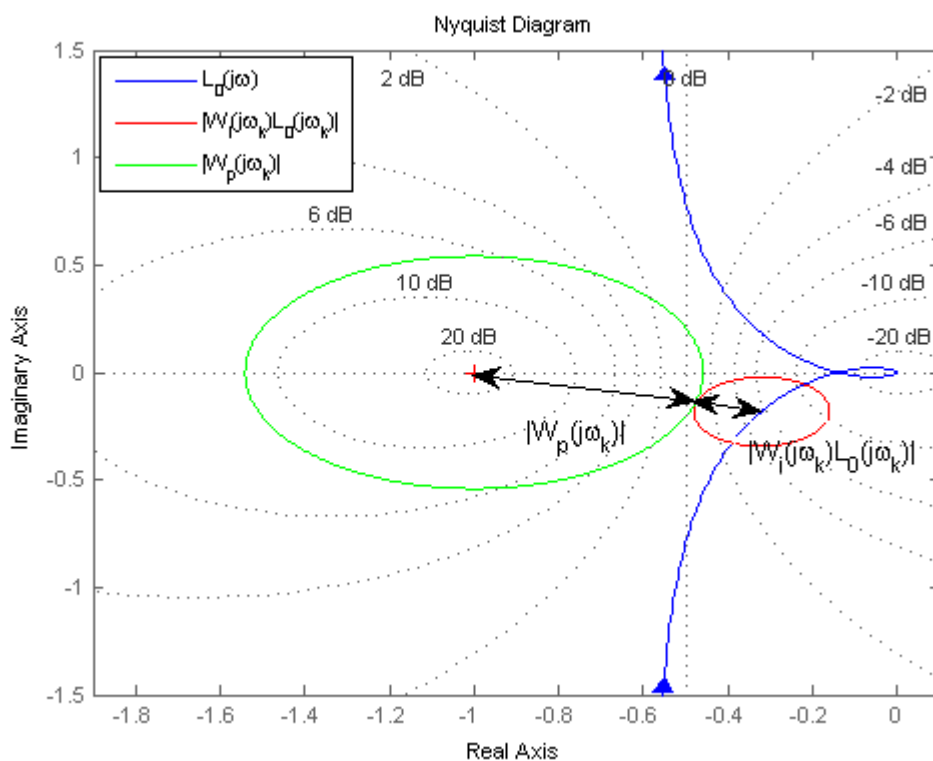
Obr. 30 Podmienka robustnej kvality pre $K = 1,4$

Z grafu obr. 30 je možné vyčítať frekvenciu $\omega = 0,9$, pri ktorej môže dochádzať k prelínaniu amplitúdových charakteristík. Pre kontrolu som vykreslila Nyquistov diagram s krivkou $L_0(j\omega)$, váhovou funkciou $W_p(j\omega)$ a neurčitotou $W_i(j\omega)L_0(j\omega)$. Z diagramu obr. 31 vidieť, že nedochádza k prelínaniu množín. Pre $K = 1,4$ je prenos PI regulátora:

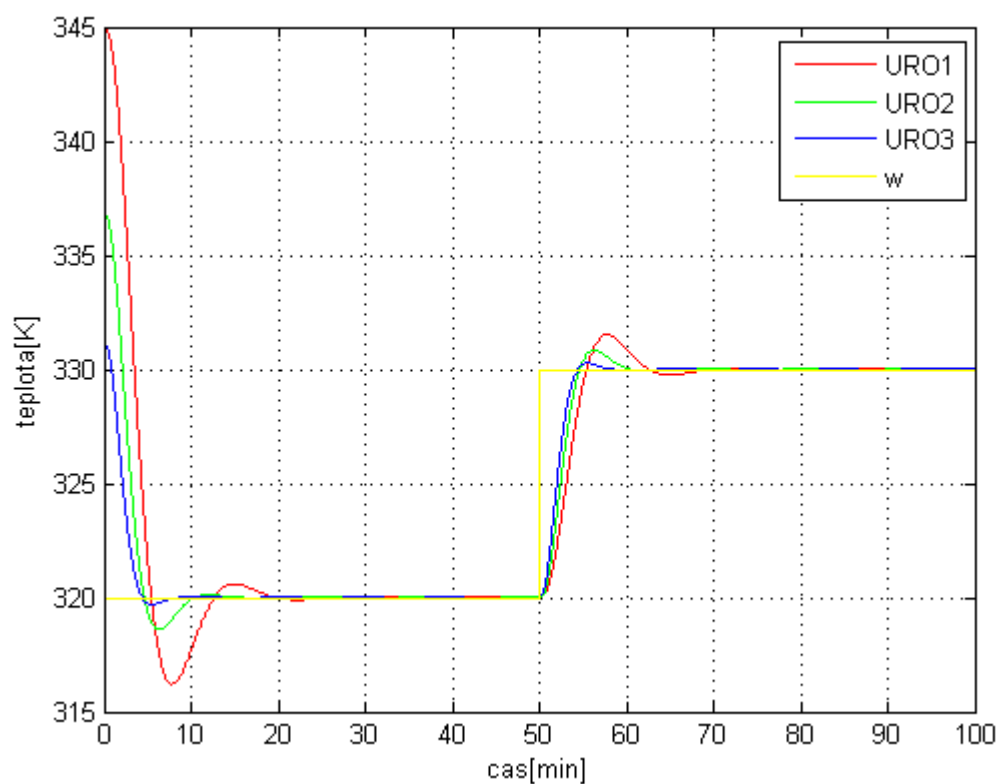
$$K(s) = \frac{0,7963s + 0,7143}{s}$$

Prechodové charakteristiky URO v troch pracovných bodoch s PI regulátorom sú na obr. 32.

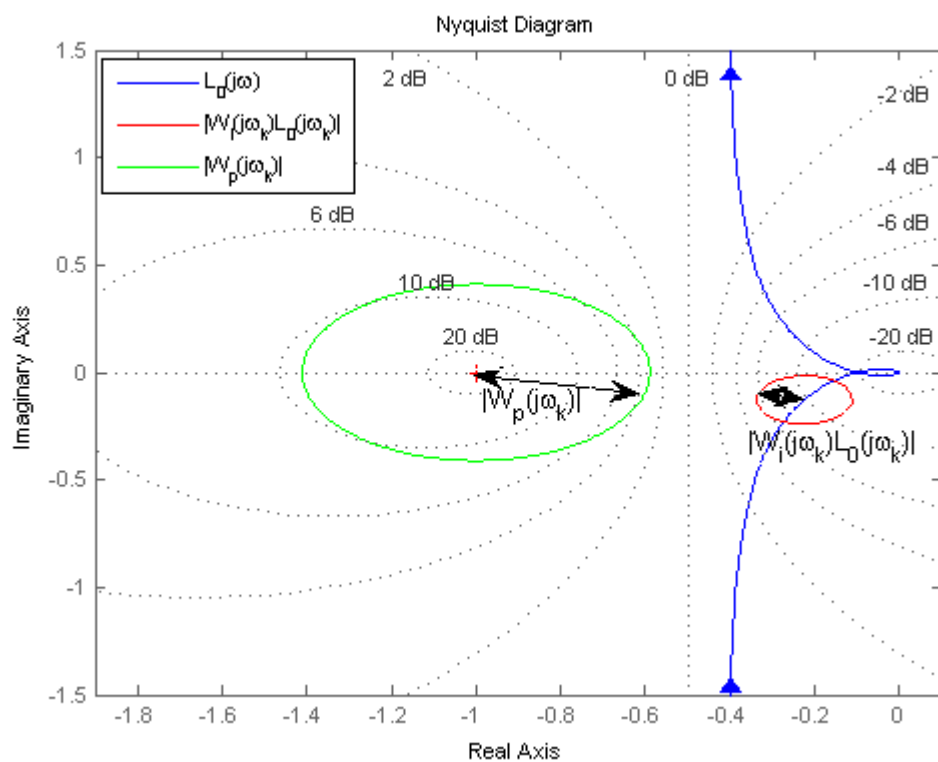
Pre každé K väčšie ako $K = 1,4$ bude splnená podmienka robustnej kvality (obr. 33).



Obr. 31 Nyquistov diagram – robustná kvalita pre $K = 1,4$



Obr. 32 Prechodové charakteristiky URO – robustná kvalita $K = 1,4$



Obr. 33 Nyquistov diagram – robustná kvalita URO pre $K = 2$

3.3 Robustné riadenie chemického reaktora

3.3.1 Robustná stabilita URO

Úlohou bude navrhnuť taký robustný PI regulátor $K(s)$, ktorý bude stabilizovať systém $G(s)$ s multiplikatívnym modelom neurčitostí, teda nominálny systém $G_0(s)$ a súčasne aj rodinu

$$G(s) = G_0(s)[1 + W_i(s)\Delta_i(s)] \quad (\text{III-25})$$

Riadeným systémom $G(s)$ bude prietokový chemický reaktor. V prietokovom chemickom reaktore prebiehajú dve paralelné exotermické reakcie prvého poriadku a to tak, že z východiskovej látky A vzniká produkt B pri optimálnej teplote. Pri vyššej teplote než je optimálna vzniká z látky A nežiaduci produkt C. Aby neprebíhala nežiaduca chemická reakcia, treba v reaktore zabezpečiť udržiavanie optimálnej teploty reakčnej zmesi, čo bude riadená veličina v systéme. Riadiacou veličinou je teplota chladiaceho média. Neurčitosti v systéme budú spôsobovať zmeny hodnôt predexponenciálneho faktora k_0 a reakčnej entalpie $\Delta_r H$.

Prenosové funkcie v troch zvolených pracovných bodoch sú:

$$G_1(s) = \frac{0,301}{s^2 + 0,3672s + 0,01158} \quad (\text{III-26})$$

$$G_2(s) = \frac{0,301}{s^2 + 0,312s + 0,01119} \quad (\text{III-27})$$

$$G_3(s) = \frac{0,301}{s^2 + 0,2466s + 0,01056} \quad (\text{III-28})$$

Vybraný nominálny systém, ktorý reprezentuje strednú hodnotu z uvedených prenosových funkcií je:

$$G_0(s) = \frac{G_{0c}(s)}{G_{0m}(s)} = \frac{0,301}{s^2 + 0,312s + 0,01119} \quad (\text{III-29})$$

Podľa rovnice (II-26) bude URO robustne stabilný vtedy a len vtedy, keď platí:

$$|T_0(j\omega)| < \frac{1}{|l_i(\omega)|} \quad \omega \in (0, \infty) \quad (\text{III-30})$$

Podľa metódy teórie malého zosilnenia je prenos $T_0(s)$ uzavretého regulačného obvodu s nominálnym modelom

$$T_0(s) = \frac{G_{0\varepsilon}(s)}{G_{0\varepsilon}(s) + D_{0m}(s)Ks} \quad (\text{III-31})$$

a prenos PI regulátora

$$K(s) = \frac{1}{K} \frac{c_1 s + c_0}{s} \quad (\text{III-32})$$

Koeficienty c_0, c_1 určíme z rovnice:

$$G_{0m}(s) = D_{0m}(s)(c_1 s + c_0)$$

$$s^2 + 0,312s + 0,01119 = D_{0m}(s)(c_1 s + c_0)$$

a polynóm $D_{0m}(s)$ sa volí tak, aby jeho stupeň dopĺňal stupeň polynómu $c_1 s + c_0$ na stupeň polynómu $G_{0m}(s)$, v tomto prípade

$$s^2 + 0,312s + 0,01119 = (d_1 s + 1)(c_1 s + c_0)$$

$$s^2 + 0,312s + 0,01119 = c_1 d_1 s^2 + (c_0 d_1 + c_1)s + c_0$$

Porovnaním koeficientov pri rovnakých mocninách dostanem sústavu rovníc a vypočítam:

$$c_0 = 0,01119$$

$$c_1 = 0,0413$$

$$d_1 = 24,1840$$

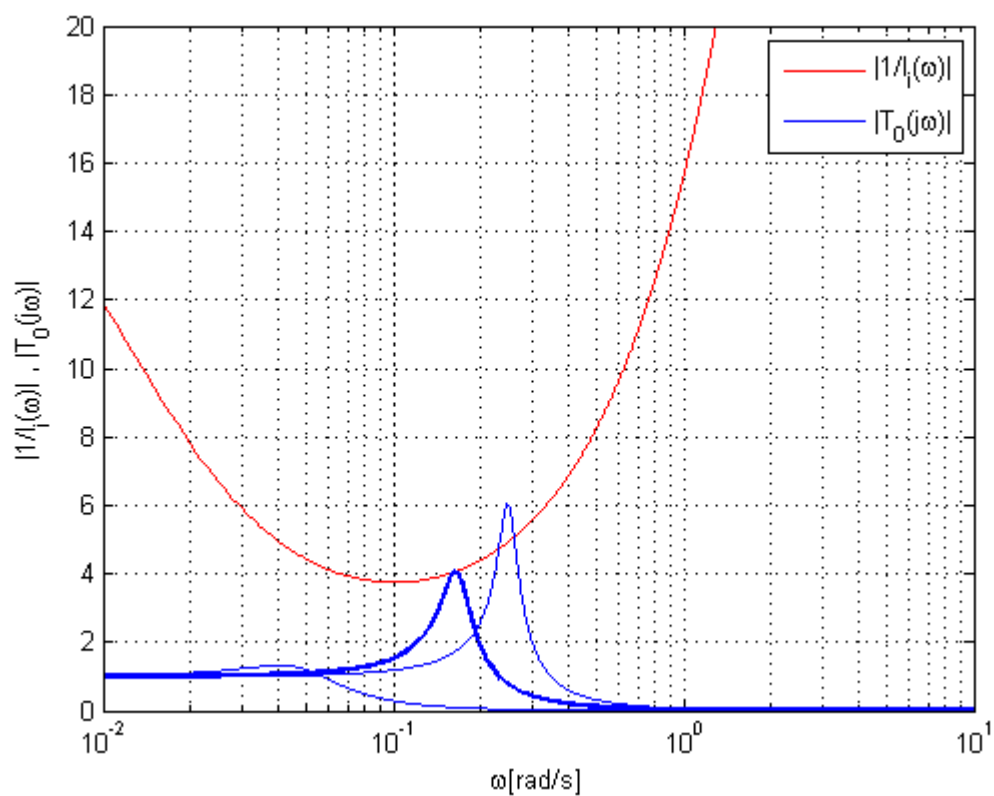
Potom prenos $T_0(s)$ má tvar:

$$T_0(s) = \frac{0,301}{24,1840Ks^2 + Ks + 0,301} \quad (\text{III-33})$$

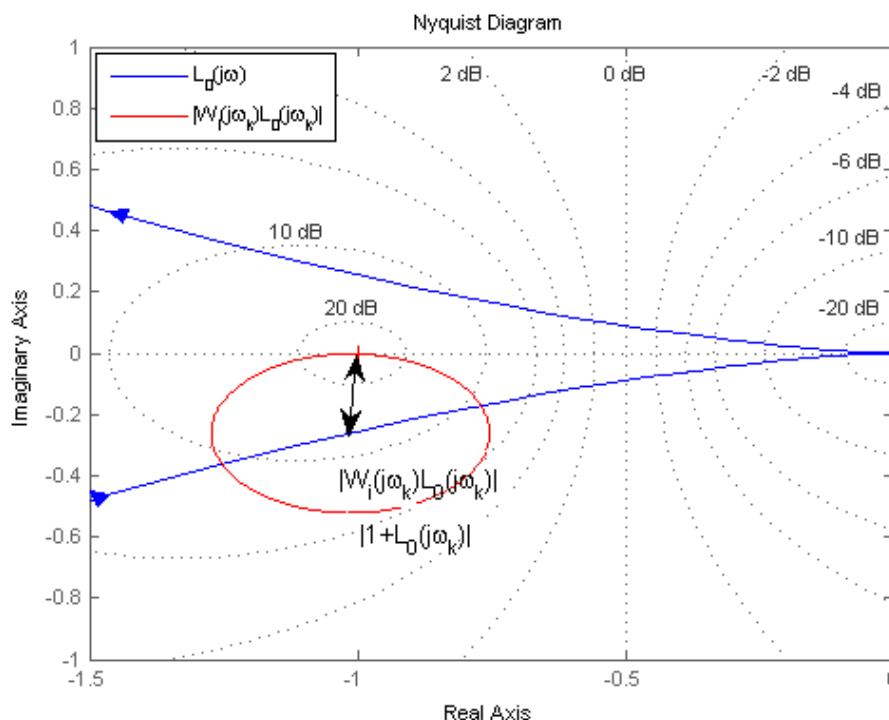
Robustná stabilita uzavretého regulačného obvodu je zabezpečená vtedy a len vtedy, ak modul nominálnej prenosovej funkcie URO $|T_0(j\omega)|$ na obr. 34 bude ležať pre každé ω pod krivkou $\frac{1}{|l_i(\omega)|}$. V rovnici (III-33) mením koeficient K dovtedy, kým nezabezpečím splnenie podmienky robustnej stability URO (III-30). Pre hraničnú hodnotu koeficientu $K = 0,45$,

ktorú na obr. 34 prezentuje hrubšie vyznačená amplitúdová charakteristika $|T_0(j\omega)|$, je prenos PI regulátora:

$$K(s) = \frac{0,09189s + 0,02487}{s}$$



Obr. 34 Amplitúdové charakteristiky funkcií $\frac{1}{|l_i(\omega)|}$ a $|T_0(j\omega)|$



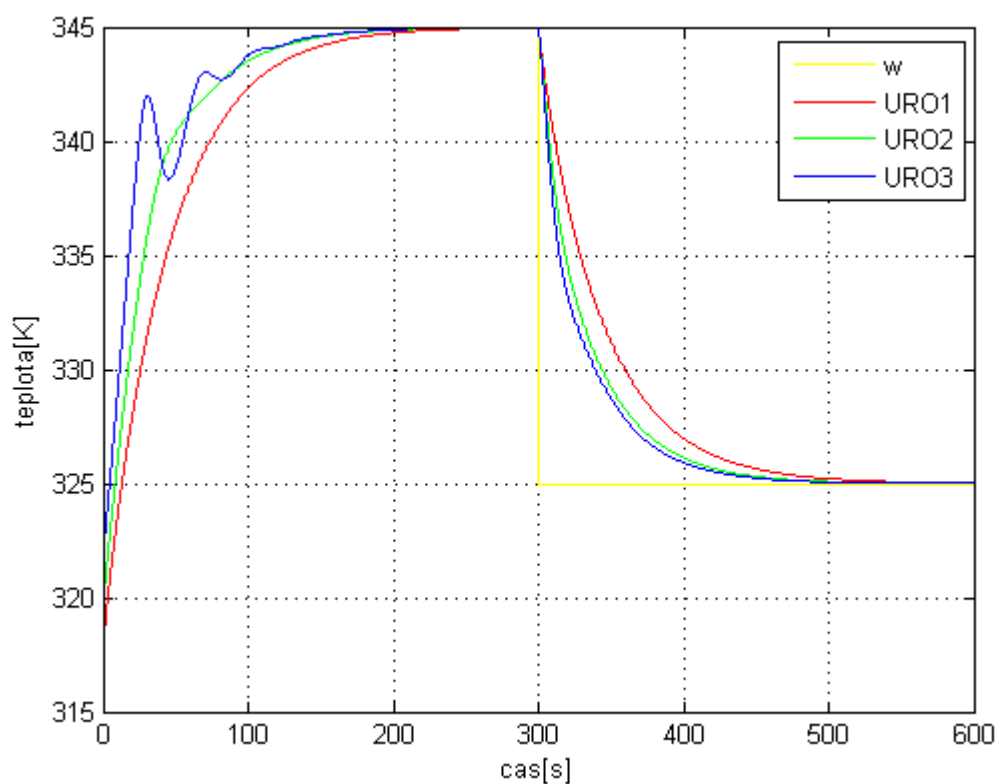
Obr. 35 Nyquistov diagram – hranica robustnej stability

Ked' zapojíme takto zvolený regulátor s riadeným systémom reaktora, ORO by mal byť na hranici robustnej stability. Na overenie správnosti úsudku som použila Nyquistov diagram na obr. 35. Veľkosť multiplikatívnej neurčitosti som vykreslila pri frekvencii $\omega_k = 0,16 \text{ rad/s}$, ktorú som určila z obr. 34 pri maximálnej hodnote amplitúdovej charakteristiky $|T_0(j\omega)|$ pre hraničné $K = 0,45$, t.j. keď sa práve dotýka krivky $\frac{1}{|l_i(\omega)|}$.

Z obr. 35 je zrejmé, že platí

$$|W_i(j\omega_k)L_0(j\omega_k)| = |1 + L_0(j\omega_k)|$$

Podľa Nyquistovho kritéria stability je ORO aj URO pre takto zvolený koeficient K na hranici robustnej stability.

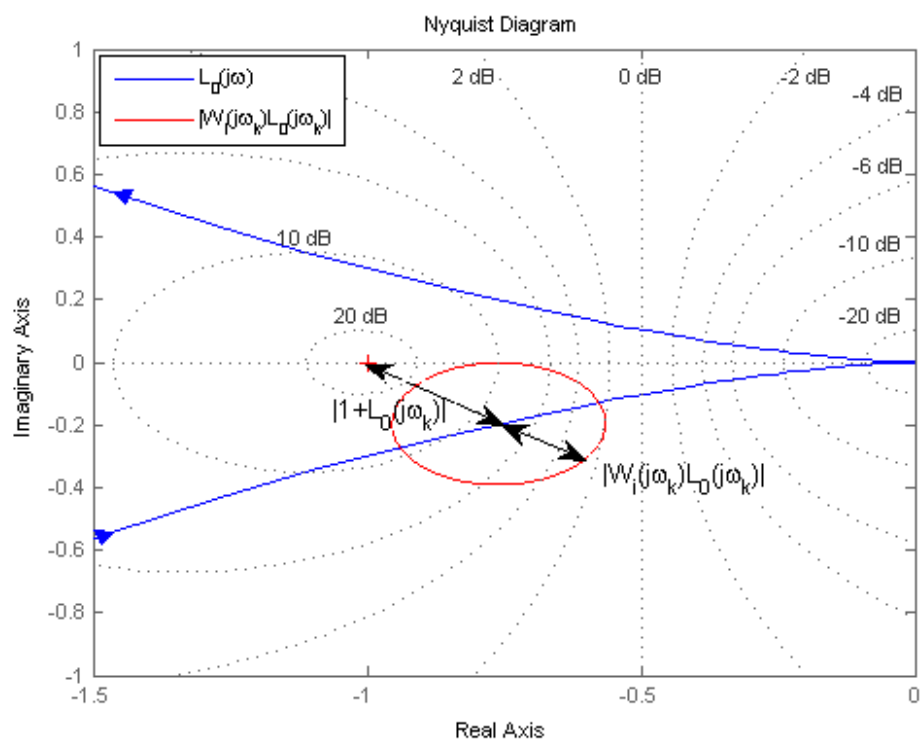


Obr. 36 Prechodové charakteristiky URO s robustným PI regulátorom pre $K = 0,45$

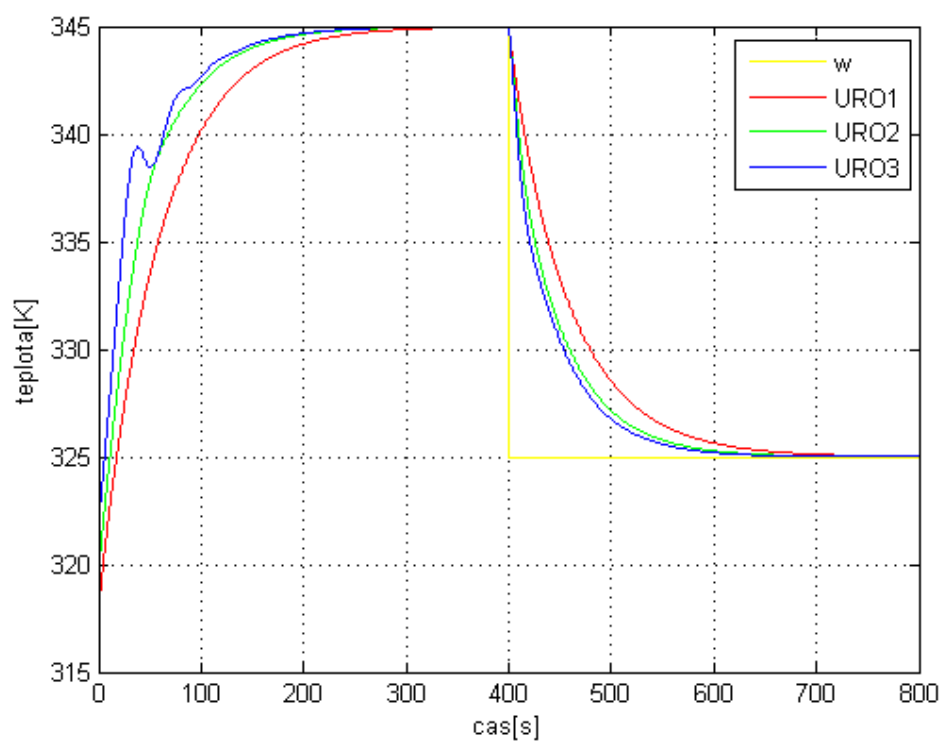
Prechodové charakteristiky URO v troch pracovných bodoch s navrhnutým PI regulátorom pre $K = 0,45$ sú na obr. 36. Pre každé K väčšie ako $K = 0,45$ bude URO robustne stabilný vid'. obr. 37. Z obrázku je viditeľne splnená podmienka robustnej stability

$$|W_i(j\omega_k)L_0(j\omega_k)| < |1 + L_0(j\omega_k)| \quad (\text{III-34})$$

Prechodové charakteristiky URO v troch pracovných bodoch s navrhnutým PI regulátorom pre $K = 0,6$ sú na obr. 38.



Obr. 37 Nyquistov diagram – robustná stabilita



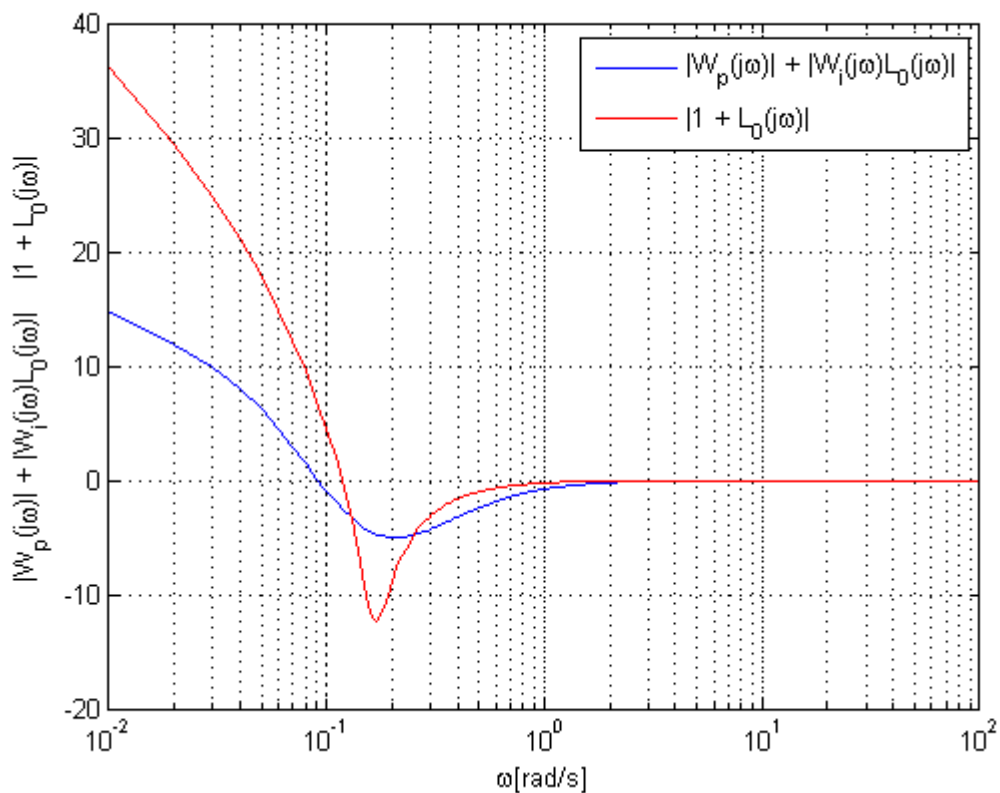
Obr. 38 Prechodové charakteristiky URO s robustným PI regulátorom pre $K = 0,6$

3.3.2 Robustná kvalita URO

Kvalita regulácie riadeného URO sa mení v závislosti od koeficientu K , preto cieľom je nájsť takú hodnotu koeficientu, pre ktorú URO spĺňa podmienku robustnej kvality

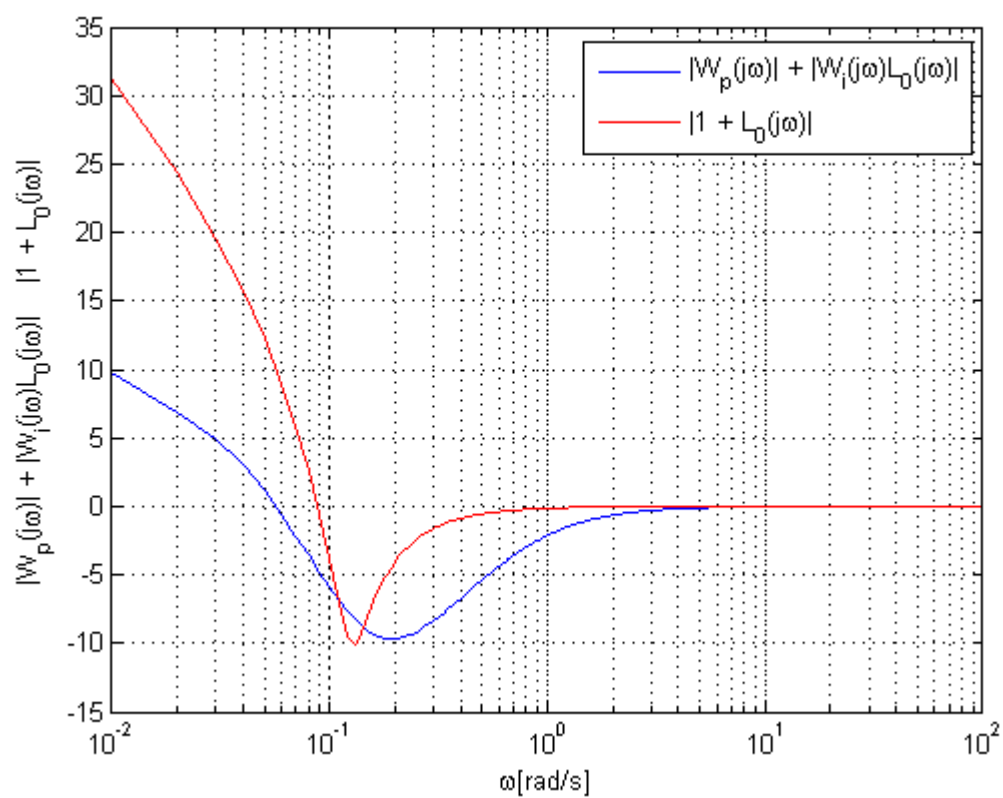
$$|W_p(j\omega)| + |W_i(j\omega)L_0(j\omega)| < |1 + L_0(j\omega)| \quad (\text{III-35})$$

Hraničná hodnota, ktorú som určila v kap. 3.3.1, bola $K = 0,45$. Pre túto hodnotu som vykreslila amplitúdové frekvenčné charakteristiky (obr. 39), ale tentokrát pre podmienky robustnej kvality (III-35).

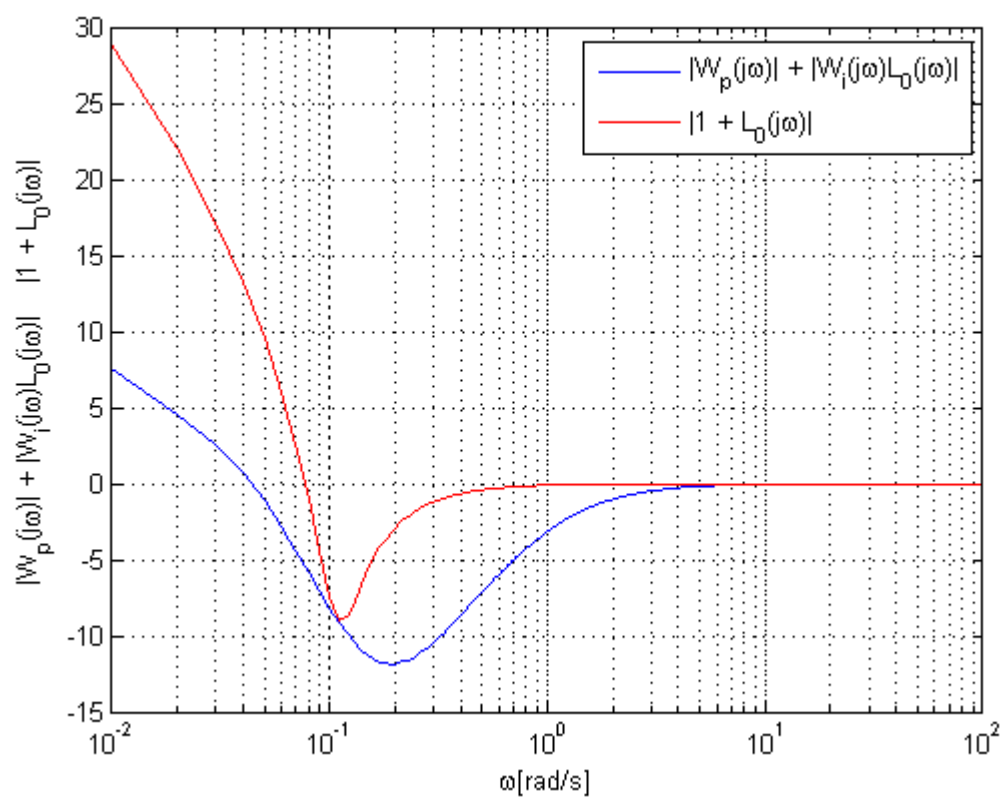


Obr. 39 Podmienka robustnej kvality pre $K = 0,45$

Z grafu obr. 39 je vidieť, že podmienka (III-35) nie je splnená. Modrá krivka, ktorá prezentuje ľavú stranu nerovnosti, má byť pre každé ω menšia ako pravá strana, ktorú znázorňuje červená krivka. Preto som hľadala väčšiu hodnotu K a overovala graficky (obr. 40). Najmenšia hodnota, ktorá spĺňala podmienku robustnej kvality bola pre $K = 1,04$ (obr.41).



Obr. 40 Podmienka robustnej kvality pre $K = 0,8$



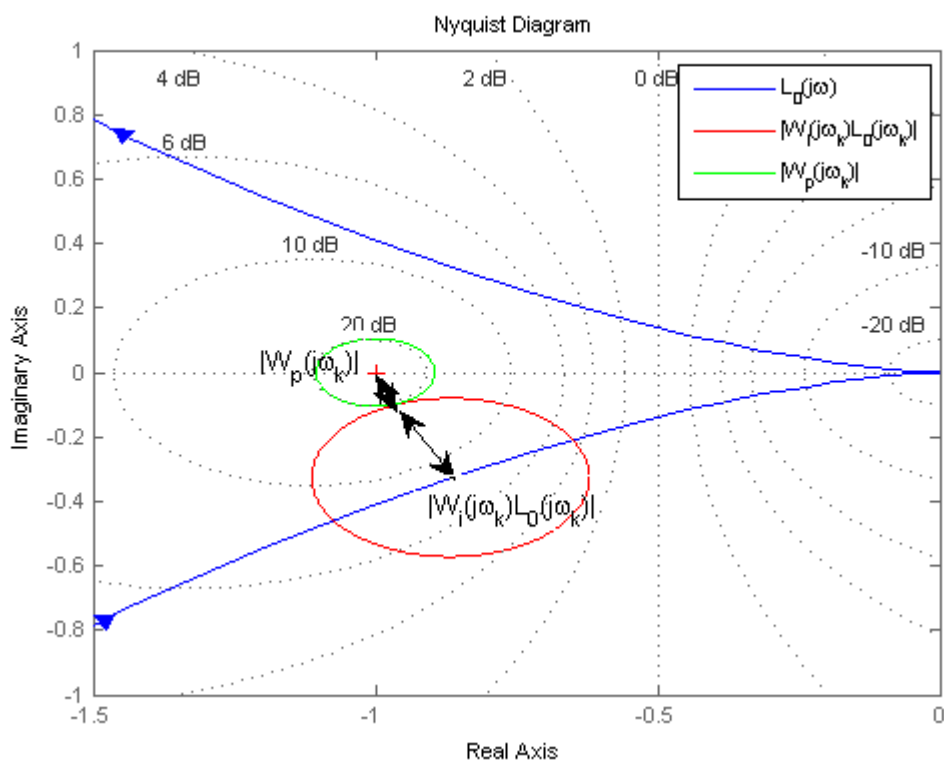
Obr. 41 Podmienka robustnej kvality pre $K = 1,04$

Z grafu obr. 41 je možné vyčítať frekvenciu $\omega = 0,1$, pri ktorej môže dochádzať k prelínaniu amplitúdových charakteristík. Pre kontrolu som vykreslila Nyquistov diagram s krivkou $L_0(j\omega)$, váhovou funkciou $W_p(j\omega)$ a neurčitotou $W_i(j\omega)L_0(j\omega)$. Z diagramu obr. 42 vidieť, že nedochádza k prelínaniu množín. Pre $K = 1,04$ je prenos PI regulátora:

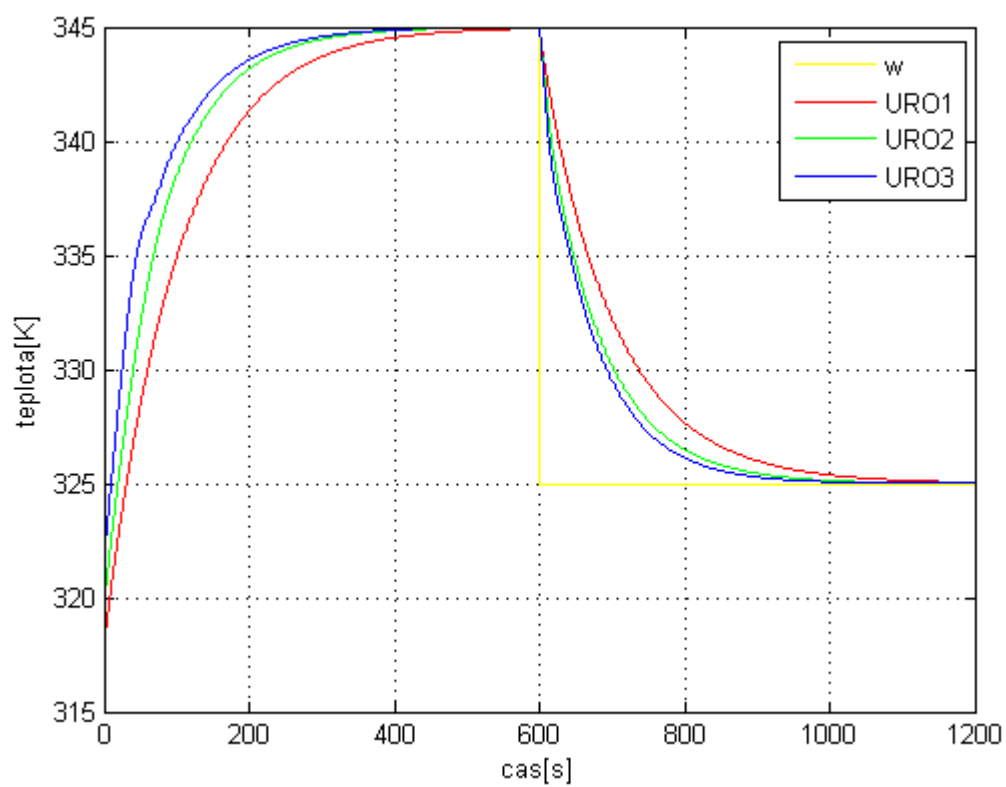
$$K(s) = \frac{0,03976s + 0,01076}{s}$$

Prechodové charakteristiky URO v troch pracovných bodoch s PI regulátorom sú na obr. 43.

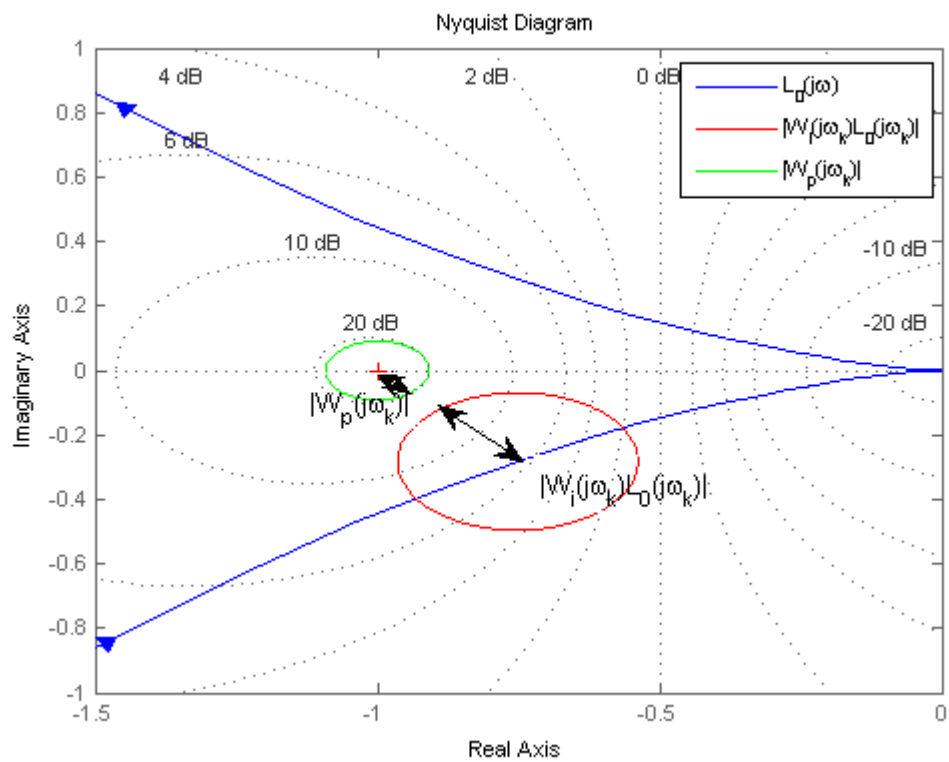
Pre každé K väčšie ako $K = 1,4$ bude splnená podmienka robustnej kvality (obr. 44).



Obr. 42 Nyquistov diagram – robustná kvalita pre $K = 1,04$



Obr. 43 Prechodové charakteristiky URO – robustná kvalita $K = 1,04$



Obr. 44 Nyquistov diagram – robustná kvalita URO pre $K = 1,2$

Záver

Úlohou diplomovej práce bolo oboznámiť sa so základmi robustného riadenia, ďalej analyzovať systémy s neštruktúrovanými neurčitostami a navrhnúť robustný regulátor, ktorý by bol schopný riadiť tieto systémy.

V prvej časti som sa zaoberala objasnením pojmov, čo je to váhová funkcia, ako ju vyjadriť v prípade systémov s aditívnou neurčitostou alebo v prípade multiplikatívnej neurčitosti. V zmysle Nyquistovho kritéria stability som posudzovala robustnú stabilitu a kvalitu týchto systémov a odvodila podmienky, kedy budú splnené požiadavky na robustnú stabilitu a robustnú kvalitu systémov s neštruktúrovanými neurčitostami tak, že som v komplexnej rovine znázornila Nyquistovu krivku ORO nominálneho systému a príslušnú kruhovú množinu neurčitosti pri danej frekvencii.

Robustný regulátor som navrhovala pomocou metódy založenej na teórii malého zosilnenia, ktorej podstatu vystihuje podmienka robustnej stability URO (II-12) a (II-13). Pomocou koeficientu K som hľadala takú štruktúru a parametre nominálnej prenosovej funkcie URO $T_0(s)$, aby bola splnená robustná požiadavka (II-12) alebo (II-13). Kvalitu regulácie bolo možné zlepšovať takou voľbou koeficientu K , aby platila nerovnosť (II-20). Pre rôzne systémy, kde neurčitosť systému bola reprezentovaná pomocou stabilných prenosových funkcií v troch pracovných bodoch, bol navrhnutý PI alebo PID regulátor. Robustnosť spätnoväzbového systému bola overená simulačne.

Uvedená metóda návrhu robustného PID regulátora je presná a preto ju môžeme zaradiť do skupiny inžinierskych metód, slúžiacich predovšetkým pre odborníkov činných v praxi. V ďalšej práci je možné nadviazať na získané poznatky a implementovať ich na širšiu skupinu systémov s rôznym opisom neurčitostí.

Literatúra

- [1] Bakošová, M- Prednášky z predmetu Robustné riadenie, Dostupné na: <http://www.kirp.chtf.stuba.sk/moodle/course/view.php?id=308>
- [2] DOBIAS, M. Robustnost regulátorů. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2009. 86 s. Vedoucí diplomové práce: prof. Ing. Petr Pivoňka, CSc.
- [3] Hurák, Z. – Hromčík: Robustního řízení- cvičení
- [4] KOZÁKOVÁ, A., Robust multivariable feedback control in the frequency domain, 1998, Dizertačná práca
- [5] Puna, Dalibor.: Robustné riadenie chemických reaktorov, Bratislava : Slovenská technická univerzita v Bratislave, 2009. Dizertačná práca
- [6] Veselý, V.- Harsányi, L.: Robustne riadenie dynamických systémov. Bratislava: Vydavateľstvo STU, 2007