SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA CHEMICKEJ A POTRAVINÁRSKEJ TECHNOLÓGIE
ÚSTAV INFORMATIZÁCIE, AUTOMATIZÁCIE A MATEMATIKY

Návrh regulátorov pre riadenie nestabilných systémov

DIPLOMOVÁ PRÁCA

FCHPT-5414-50891

2013 **Bc. Adam Baluch**

SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA CHEMICKEJ A POTRAVINÁRSKEJ TECHNOLÓGIE
ÚSTAV INFORMATIZÁCIE, AUTOMATIZÁCIE A MATEMATIKY

Návrh regulátorov pre riadenie nestabilných systémov

DIPLOMOVÁ PRÁCA

FCHPT-5414-50891

Študijný program: automatizácia a informatizácia v chémii a potravinárstve

Číslo študijného odboru: 2621

Názov študijného odboru: 5.2.14 Automatizácia

Školiace pracovisko: Ústav informatizácie, automatizácie a matematiky

Vedúci záverečnej práce/školiteľ: Ing. Anna Vasičkaninová, PhD

Bratislava 2013 **Bc. Adam Baluch**

Vyhlásenie:

Čestne vyhlasujem, že bakalársku prácu som spracoval samostatne, pomocou použitej literatúry, ktorá je uvedená v závere diplomovej práce.

V Bratislave, 25.05.2013 ....

Poďakovanie:

Touto cestou vyslovujem poďakovanie vedúcemu mojej diplomovej práce, Ing. Anne Vasičkaninovej, PhD., za odbornú pomoc, cenné rady a pripomienky pri vypracovaní mojej diplomovej práce.

Abstrakt

Táto diplomová práca sa zaoberá problematikou návrhu regulátorov pre nestabilné systémy pomocou moderných metód akými sú H_2 a H_∞ riadenie, polynomické metódy a riadenie s vnútorným modelom, IMC. Cieľom diplomovej práce je tvorba grafického užívateľského rozhrania na návrh regulátorov pomocou vybraných metód. Použitím vytvoreného GUI sú navrhnuté viaceré regulátory, ktorých kvalita a vlastnosti sa overujú simulačne a následne vyhodnocujú pomocou integrálnych a časových kritérií kvality.

Abstract

This master's thesis deals with the design of controllers for unstable systems using modern methods like H_2 a H_∞ control, polynomial control and internal model control. The aim of this thesis is to create graphical user interface for design of controllers using introduced methods. Several controllers are designed using created GUI, which quality and properties are evaluated by integral and time based criteria.

Obsah

1 Úvod

Pre mnoho procesov najmä v chemickom priemysle je typické, že sú nestabilné. Jedná sa napríklad o vsádzkové reaktory, chemické reaktory s kontinuálnym premiešavaním reaktantov, bioreaktory, či polymerizačné reaktory. Riadiť takéto procesy je väčšinou podstatne zložitejšie ako tie stabilné a pri výbere toho správneho regulátora, ktorý nám nestabilný systém stabilizuje treba byť omnoho dôkladnejší a opatrnejší. Pre tieto procesy platí mnoho obmedzení a väčšina metód návrhu regulátorov používaných pri stabilných systémoch pre ne neplatí. Výskum riadenia nestabilných procesov bol však stále aktívnejší (najmä v posledných dvadsiatich rokoch) a priniesol mnohé zaujímavé metódy a postupy, ako uriadiť aj nestabilné systémy s dopravným oneskorením.

Diplomová práca sa zameriava na moderné metódy návrhu regulátorov pre nestabilné systémy. V teoretickej časti sa oboznámim s metódami H_2 a H_∞ riadenia, polynomickými metódami návrhu regulátorov a modifikovanou IMC metódou pre návrh PID regulátorov.

Pre tieto metódy bude mojou úlohou vytvoriť grafické užívateľské rozhranie, ktoré umožní jednoduchý návrh regulátorov bez potreby hlbších teoretických poznatkov o vybraných metódach.

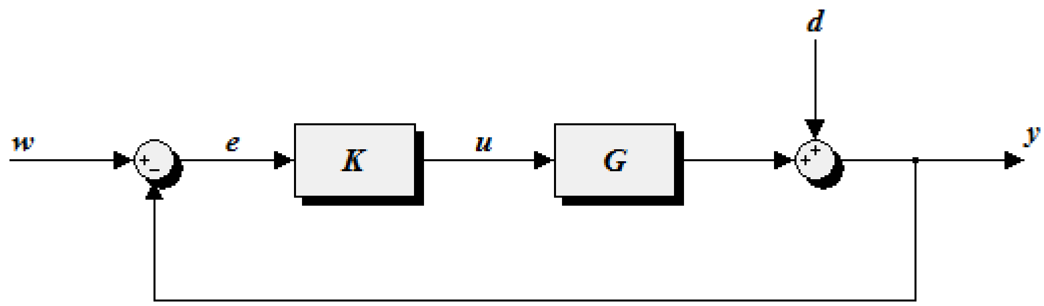
Nakoniec sa pokúsim pre nestabilné systémy prvého a druhého rádu navrhnúť niekoľko regulátorov, ktorých funkčnosť a vlastnosti budem simulačne overovať.

2 H_2 a H_∞ riadenie

Od šesťdesiatych rokov minulého storočia malo v metódach optimálneho riadenia najväčší úspech tzv. LQG (linear quadratic gaussian) riadenie, ktoré bolo využívané v USA a bývalom Sovietskom zväze pre ich vesmírne programy. Problém nastal, keď sa inžinieri pokúšali aplikovať LQG riadenie na každodenné problémy v priemysle. Presný model riadeného systému nebol vždy k dispozícii a tak sa vyskytovali situácie, kedy LQG riadenie nebolo dostatočne robustné pre použitie v praxi. Z tohto dôvodu sa začiatkom osemdesiatych rokov 20. storočia začala čoraz viac rozvíjať H_∞ optimalizácia v robustnom riadení, ktorá bola v inžinierskom poňatí prvý krát spomenutá J. W. Heltonom roku 1976 v práci „Systems with infinite-dimensional state space; the Hilbert space approach," a ďalej rozvinutá roku 1981 G. Zamesom v jeho publikáciách. [1]

2.1 Prenosové funkcie uzavretého regulačného obvodu

Na obrázku 2.1 je klasické spätnoväzbové zapojenie s jedným stupňom voľnosti.



Obr. 2.1: Regulačný obvod s jedným stupňom voľnosti

Signály, pôsobiace v schéme, sú žiadaná hodnota w, porucha d, riadená (výstupná) veličina y, akčná veličina u, regulačná odchýlka e, ktorá je vstupom regulátora K a je daná ako rozdiel medzi hodnotou žiadanej a výstupnej veličiny:

$$e = w - y \tag{2.1}$$

G je prenos riadeného procesu.

Skutočný výstup riadeného systému je:

$$y = Gu + d \tag{2.2}$$

Akčný zásah regulátora K je:

$$u = K(w - y) \tag{2.3}$$

Dosadením akčného zásahu do rovnice (2.2) je výstup vyjadrený vzťahom:

$$y = GK(w - y) + d \tag{2.4}$$

Po úprave:

$$y = (I + GK)^{-1} GKw + (I + GK)^{-1} d \tag{2.5}$$

Pri použití terminológie:

$$L = GK \qquad \text{prenos otvorenej slučky} \tag{2.6}$$

$$S = (I + GK)^{-1} = (I + L)^{-1} \qquad \text{citlivostná funkcia} \tag{2.7}$$

$$T = (I + GK)^{-1} GK = (I + L)^{-1} L \qquad \text{komplementárna citlivostná funkcia} \tag{2.8}$$

Platí:

$$S + T = (I + L)^{-1} + (I + L)^{-1} L = I \tag{2.9}$$

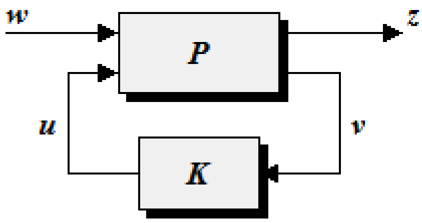
Použitím zavedenej substitúcie možno regulačnú odchýlku e vyjadriť v tvare:

$$e = w - y = (I - T)w - Sd = Sw - Sd \tag{2.10}$$

Vlastnosti citlivostnej a komplementárnej citlivostnej funkcie vyplývajú z fyzikálnych vlastností reálnych regulačných obvodov. Frekvenčná charakteristika citlivostnej funkcie S má tvar hornofrekvenčnej priepustnosti a vypovedá o schopnosti regulačného obvodu potlačiť poruchy. V oblasti, kde je $S(j\omega) < 1$, dochádza k potlačeniu vstupujúceho poruchového signálu a naopak kde je $S(j\omega) > 1$, dochádza k jeho zosilneniu. Cieľom je, aby hodnota $S(j\omega)$ bola menšia než jedna do čo najvyšších frekvencií. Naopak, komplementárna citlivosť, ktorá vypovedá o schopnosti regulačného obvodu rýchlo sledovať žiadanú hodnotu w, má tvar dolnofrekvenčnej priepustnosti. Keďže k najlepšiemu sledovaniu žiadanej hodnoty dochádza na nízkych frekvenciách kedy $T(j\omega) = 1$, je cieľom zabezpečiť, aby komplementárna citlivostná funkcia $T(j\omega)$ bola do čo najvyšších frekvencií rovná jednej. Keďže medzi S a T platí vzťah daný rovnicou (2.9), nikdy nemožno meniť S bez toho, aby to neovplyvnilo aj T, avšak vhodným kompromisom medzi nimi je možné dosiahnuť uzavretý regulačný obvod s požadovanými vlastnosťami. [1,2]

2.2 Formulácia štandardného H_2 a H_∞ problému

V roku 1988 J.C. Doyle a kolektív uviedli všeobecnú metódu formulovania problémov riadenia v práci „State-space solutions to standard H_2 and H_∞ control problems“. Podľa tejto formulácie sa využíva všeobecnú konfigurácia riadenia uvedená na Obr. 2.2.



Obr. 2.2: Štandardná konfigurácia riadenia

Celková úloha riadenia je minimalizovať niektorú z noriem napr. H_∞ prenosovej funkcie medzi vonkajšími výstupmi (odchýlkami) z a vonkajšími vstupmi w (referenčný signál, poruchy procesu, šumy merania). Úlohou navrhnutého regulátora K je na základe meraných výstupov v z riadeného objektu P generovať riadiaci signál u, ktorý neutralizuje vplyv vonkajších vstupov w na vonkajšie výstupy z, čím minimalizuje normu prenosu medzi z a w.

Matematicky možno systém opísať:

$$\begin{bmatrix} z \\ v \end{bmatrix} = P(s)\begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \tag{2.11}$$

$$u = K(s)v \tag{2.12}$$

Závislosť výstupu z od vstupu v je možné vypočítať pomocou LFT (linear fractional transformation) v tvare:

$$z = F_l(P, K)w \tag{2.13}$$

$$T_{zw} = F_l(P, K) = P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21} \tag{2.14}$$

H_2 a H_∞ riadenie v sebe zahŕňa minimalizáciu príslušnej normy prenosu $F_l(P,K)$. [1,2,3]

2.3 H_2 a H_∞ norma

Pre rýdzi stabilný SISO (single input single output) systém opísaný prenosovou funkciou $F(s)$ H_∞ norma vyjadruje maximálnu hodnotu amplitúdy amplitúdovej frekvenčnej charakteristiky a je definovaná v tvare:

$$\|F(j\omega)\|_\infty = \sup_{\omega \in R} |F(j\omega)| \tag{2.15}$$

V jej označení symbol ∞ pochádza zo skutočnosti, že maximálna hodnota amplitúdy v závislosti od frekvencie môže byť zapísaná tiež ako:

$$\max_\omega |F(j\omega)| = \lim_{p \to \infty} \left(\int_{-\infty}^{\infty} |F(j\omega)|^p d\omega \right)^{1/p} \tag{2.16}$$

Symbol H označuje názov Hardyho priestoru, pomenovaný po rovnomennom matematikovi. Do H_∞ priestoru patria funkcie, ktoré sú analytické a ohraničené v pravej otvorenej polrovine.

Podobne H_2 norma symbolizuje Hardyho priestor prenosovej funkcie s ohraničenou 2-normou, ktorá je pre striktne rýdzu stabilnú prenosovú funkciu definovaná vzťahom: [1,3]

$$\|F(s)\|_2 = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(j\omega)|^2 d\omega \right)^{1/2} \tag{2.17}$$

2.4 H_2 a H_∞ optimálne riadenie

Štandardnou úlohou optimálneho H_2 riadenia je nájsť stabilizujúci regulátor K, ktorý minimalizuje:

$$\|F(s)\|_2 = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} tr\left[F^T(-j\omega)F(j\omega)\right] d\omega \right)^{1/2} \qquad F \equiv F_l(P,K) \tag{2.18}$$

Podobne je to aj v prípade H_∞ riadenia, kedy je potrebné nájsť stabilizujúci regulátor, ktorý minimalizuje:

$$\|F_l(P,K)\|_\infty = \sup_\omega \overline{\sigma}\left(F_l(P,K)(j\omega)\right) \tag{2.19}$$

kde $\overline{\sigma}$ označuje najväčšiu singulárnu hodnotu danej matice (platí vo všeobecnom prípade aj pre MIMO systémy).

Nájdenie optimálneho H_∞ regulátora je numericky a analyticky pomerne náročne riešiteľné a v praxi zvyčajne ani nie je nevyhnutné takýto regulátor nájsť. Preto sa v praxi väčšinou využívajú regulátory sub-optimálne, ktoré získame jednoduchšie a svojimi vlastnosťami sa blížia k optimálnym v zmysle H_∞ normy. [1,2]

2.5 Sub-optimálne H_∞ riadenie

Stavová reprezentácia riadeného objektu P z obrázku 2.2 je:

$$P(s) = \left[\begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{array}\right] \tag{2.20}$$

Nech γ_{min} je minimálna hodnota normy $\|F_l(P,K)\|_\infty$ zodpovedajúca H_∞ optimálnemu regulátoru K. Cieľom sub-optimálneho H_∞ riadenia je nájsť všetky stabilizujúce regulátory K, aby pre dané $\gamma > \gamma_{min}$ platilo:

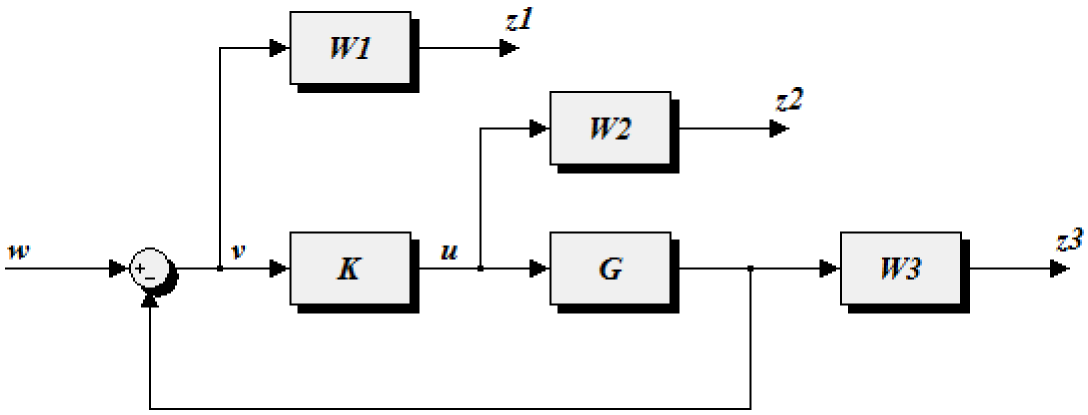
$$\|F_l(P,K)\|_\infty < \gamma \tag{2.21}$$

O stavovej realizácii $P(s)$ sa predpokladá:

- dvojica (A, B_1) je stabilizovateľná, dvojica (A, C_1) je detekovateľná
- dvojica (A, B_2) je stabilizovateľná, dvojica (A, C_2) je detekovateľná
- $D_{11} = 0$, $D_{22} = 0$, $C_1^T D_{12} = 0$, $B_1 D_{21}^T = 0$
- D_{12} má plnú stĺpcovú hodnosť a $D_{12}^T D_{12} = I$, D_{21} má plnú riadkovú hodnosť a $D_{21} D_{21}^T = I$

2.6 H_∞ riadenie pomocou zmiešanej citlivosti

Zmiešaná citlivosť je názov prenosovej funkcie, ktorej úlohou je tvarovať frekvenčnú charakteristiku citlivostnej a komplementárnej citlivostnej funkcie. Využívajú sa pritom váhové funkcie, ktoré predstavujú šablóny vymedzujúce priestor, v ktorom sa frekvenčné charakteristiky citlivostnej a komplementárnej citlivostnej funkcie musia nachádzať. Na Obr**.** 2.**3** je spätnoväzbový regulačný obvod v spojení s váhovými funkciami.



Obr. 2.3: Spätnoväzbový regulačný obvod s váhovými funkciami

Váhová funkcia W_1 pripojená na regulačnú odchýlku predstavuje šablónu citlivostnej funkcie S. Jej voľbou môže užívateľ ovplyvniť vplyv poruchy na riadený systém, alebo sledovanie žiadanej hodnoty. Voľbou váhovej funkcie W_2 užívateľ ovplyvňuje veľkosť akčného zásahu a teda aj energetické náklady spojené s reguláciou. Posledná váhová funkcia W_3 je šablónou komplementárnej citlivostnej funkcie T, ktorá je dôležitá pre vplyv šumu merania.

Analýza výsledného systému vychádza zo štandardnej konfigurácie riadenia uvedenej na obrázku 2.2. Spätnoväzbový regulačný obvod s váhovými funkciami je pomocou LFT prevedený na požadovanú štandardnú štruktúru. Rovnice výsledného systému sú

$$\begin{aligned} z_1 &= W_1(w - Gu) \\ z_2 &= W_2 u \\ z_3 &= W_3 G u \\ v &= w - Gu \end{aligned} \tag{2.22}$$

V maticovom prepise

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1 & -W_1 G \\ 0 & W_2 \\ 0 & W_3 G \\ 1 & -G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \tag{2.23}$$

Závislosť výstupov z od vstupu w je daná ako

$$T_{zw} = F_l(P, K) = \begin{bmatrix} W_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -W_1 G \\ W_2 \\ W_3 G \end{bmatrix} K(1 + GK)^{-1} = \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_2 KS \\ W_3 T \end{bmatrix} \tag{2.24}$$

Cieľom pri návrhu riadenia je nájsť regulátor, ktorý minimalizuje

$$\|T_{zw}\|_\infty = \|F_l(P,K)\|_\infty = \left\| \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_2 KS \\ W_3 T \end{bmatrix} \right\|_\infty \tag{2.25}$$

Správnou voľbou váh je možné dosiahnuť požadované vlastnosti regulačného obvodu. Voľba jednotlivých váh je kompromisom medzi robustnosťou, stabilitou a rýchlosťou riadeného systému a taktiež nákladmi spojenými s reguláciou, pretože čím väčší akčný zásah povolíme regulátoru, o to viacej energie spotrebujeme a tiež dochádza k rýchlejšiemu opotrebovaniu zariadenia. Je nutné poznamenať, že ak niektorá z požiadaviek na regulačný obvod nie je stanovená, môže byť príslušná váha s výnimkou váhy pre citlivosť pri návrhu vypustená. [1,2]

3 Polynomické metódy návrhu regulátorov

Pri polynomických metódach sa využívajú dve základne konfigurácie systému riadenia, a to 1DoF (z angl. one degree of freedom) a 2DoF (z angl. two degree of freedom).

Všeobecne platí aby regulátor, dokázal spoľahlivo riadiť riadený systém, musia byť zabezpečené štyri hlavné požiadavky pre daný systém riadenia, ktoré možno formulovať nasledovne:

1.) Stabilita systému riadenia

2.) Rýdzosť systému riadenia (všetky prenosové funkcie v ňom musia byť rýdze)

3.) Asymptotické sledovanie žiadanej hodnoty

4.) Úplná kompenzácia poruchy vstupujúcej do systému

Prenosové funkcie pri polynomických metódach sú uvažované ako podiel dvoch polynómov. Pre prenos riadeného systému teda platí:

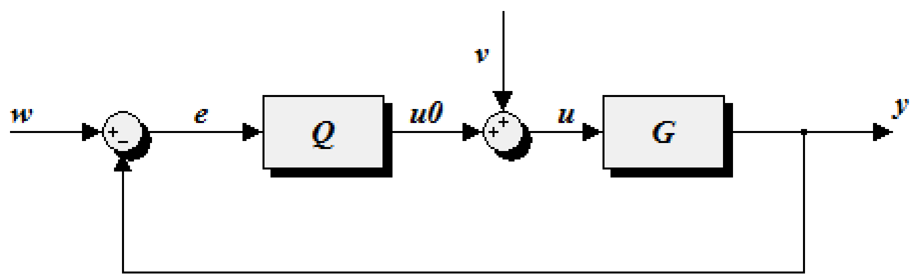
$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b(s)}{a(s)} \tag{3.1}$$

Polynómy $a(s)$ a $b(s)$ sú nedeliteľné a splňujú podmienku:

$$\deg a(s) > \deg b(s) \tag{3.2}$$

3.1 1DoF konfigurácia systému riadenia

Konfigurácia *one degree of freedom*, založená na klasickom spätnoväzbovom systéme riadenia s jedným regulátorom v spätnej väzbe, je znázornená na Obr. 3.**1**.



Obr. 3.1: 1DoF konfigurácia systému riadenia

Schéma je takmer totožná so schémou na obrázku 2.1, iba signál poruchy je označený symbolom v (písmenom d je pri polynomických metódach označovaný charakteristický polynóm URO) a prenos spätnoväzbového regulátora je v tomto prípade označovaný ako Q. V jeho čitateli vystupuje polynóm $q(s)$, v menovateli $p(s)$ a musí pre nich platiť podmienka rýdzosti:

$$\deg p(s) \geq \deg q(s) \tag{3.3}$$

Pre Laplaceové obrazy základných signálov platí (z dôvodu skrátenia je v nasledujúcich vzorcoch argument s pri niektorých polynómoch vynechaný):

$$Y(s) = \frac{b}{d}\left[qW(s) + pV(s)\right] \tag{3.4}$$

$$E(s) = \frac{p}{d}\left[aW(s) - bV(s)\right] \tag{3.5}$$

$$U_0(s) = \frac{q}{d}\left[aW(s) - bV(s)\right] \tag{3.6}$$

Polynóm d je charakteristický polynóm uzavretého regulačného obvodu:

$$d(s) = a(s)p(s) + b(s)q(s) \tag{3.7}$$

Použitím vzťahu (3.7) je možné definovať prvú z požiadaviek na systém riadenia. Systém riadenia je stabilný v prípade, že polynómy spätnoväzbového regulátora q a p sú riešením diofantickej rovnice (3.7) so stabilným polynómom d.

Druhá požiadavka na systém riadenia je splnená v prípade, že platí rovnica (3.3).

Ak uvažujeme žiadanú hodnotu aj poruchovú veličinu ako skokové funkcie, pre ich Laplaceové obrazy platí:

$$W(s) = \frac{w_0(s)}{s}; \quad V(s) = \frac{v_0(s)}{s} \tag{3.8}$$

Dosadením týchto vzťahov do rovnice obrazu pre regulačnú odchýlku možno rovnicu (3.5) prepísať do tvaru:

$$E(s) = \frac{p}{d}\left[a\frac{w_0(s)}{s} - b\frac{v_0(s)}{s}\right] \tag{3.9}$$

Z rovnice (3.9) vyplýva, že podmienka asymptotického sledovania žiadanej hodnoty a zároveň aj podmienka úplnej kompenzácie poruchy, vstupujúcej do systému, budú zabezpečené v prípade, že polynóm p bude deliteľný s s, čo bude splnené v prípade, že platí rovnica:

$$p(s) = s\tilde{p}(s) \tag{3.10}$$

Dosadením tohto vzťahu do rovnice (3.7) pre upravenú diofantickú rovnicu platí:

$$d(s) = a(s)s\tilde{p}(s) + b(s)q(s) \tag{3.11}$$

Stupne polynómov d, $\tilde{p}$ a q, potrebných pre vyriešenie diofantickej rovnice, je možné odvodiť v tvare:

$$\deg(q) = \deg(a) \tag{3.12}$$

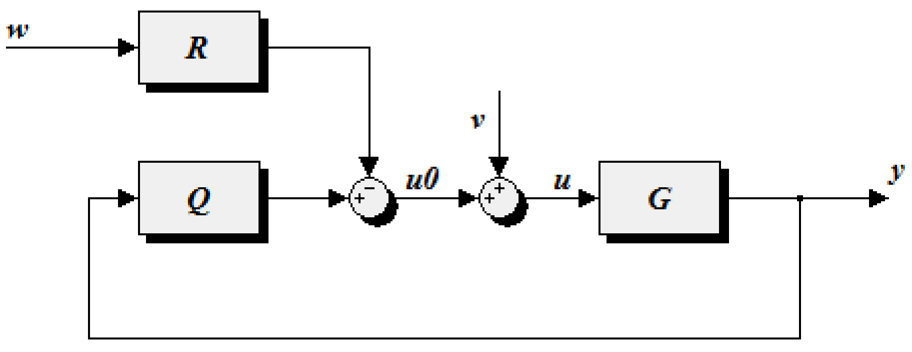
$$\deg(\tilde{p}) \geq \deg(a) - 1 \tag{3.13}$$

$$\deg(d) \geq 2\deg(a) \tag{3.14}$$

V prípade, že v rovniciach (3.13) a (3.14) bude platiť nerovnosť, prenosová funkcia výsledného regulátora bude striktne rýdza, v opačnom prípade bude prenos navrhnutého regulátora nestriktne rýdzi. [3,4]

3.2 2DoF konfigurácia systému riadenia

Konfigurácia 2DoF obsahuje okrem spätnoväzbovej časti so spätnoväzbovým regulátorom Q aj priamoväzbovú časť s regulátorom R. Jej presná schéma je znázornená na Obr. 3.**2**.



Obr. 3.2: 2DoF konfigurácia systému riadenia

Význam symbolov pre jednotlivé signály je rovnaký, ako v prípade 1DoF konfigurácie a pre ich Laplaceové obrazy je možné odvodiť vzťahy:

$$Y(s) = \frac{b}{d}\left[rW(s) + pV(s)\right] \tag{3.15}$$

$$E(s)=\frac{1}{d}\left[(d-br)W(s)-bpV(s)\right] \tag{3.16}$$

$$U_0(s)=\frac{1}{d}\left[arW(s)+qbV(s)\right] \tag{3.17}$$

d je charakteristický polynóm uzavretého regulačného obvodu, ktorý je opísaný rovnicou (3.7) a r je polynóm priamoväzbového regulátora R, ktorého prenosová funkcia má tvar:

$$R(s)=\frac{r(s)}{p(s)} \tag{3.18}$$

pričom polynómy r a p sú navzájom nedeliteľné a pri zabezpečení podmienky fyzikálnej realizovateľnosti regulátora musí platiť:

$$\deg p(s) \geq \deg r(s) \tag{3.19}$$

Podmienka pre rýdzosť systému riadenia bude splnená v prípade, že budú platiť obe rovnice (3.3) a (3.19).

Podmienky asymptotického sledovania žiadanej hodnoty a úplnej kompenzácie poruchy, vstupujúcej do systému, dostaneme dosadením rovníc (3.8) do rovnice obrazu regulačnej odchýlky (3.16), pre ktorú potom platí:

$$E(s)=\frac{1}{d}\left[(d-br)\frac{w_0(s)}{s}-bp\frac{v_0(s)}{s}\right] \tag{3.20}$$

Postačujúca podmienka asymptotického sledovania žiadanej veličiny potom vyžaduje, aby s delilo polynóm (d - br), čo bude splnené v prípade že:

$$(d-br)=ts \tag{3.21}$$

kde t predstavuje zatiaľ neznámy polynóm.

Postačujúcou podmienkou úplnej kompenzácie poruchy je v tomto prípade, aby s delilo polynóm p, čo bude zabezpečené, ak platí rovnica (3.10).

Výsledný regulátor je riešením dvoch diofantických rovníc:

$$a(s)s\tilde{p}(s)+b(s)q(s)=d(s) \tag{3.22}$$

$$t(s)s+b(s)r(s)=d(s) \tag{3.23}$$

Stupne polynómov d, $\tilde{p}$, q, t a r potrebných pre vyriešenie diofantickej rovnice sa dajú odvodiť v tvare:

$$\deg(q) = \deg(a) \tag{3.24}$$

$$\deg(r) = 0 \tag{3.25}$$

$$\deg(\tilde{p}) = \deg(a) - 1 + k \tag{3.26}$$

$$\deg(d) = 2\deg(a) + k \tag{3.27}$$

$$\deg(t) = \deg(d) - 1 \tag{3.28}$$

kde $k \geq 0$ a od jeho rovnosti resp. nerovnosti nule záleží, či navrhnutý regulátor bude rýdzi striktne, alebo nestriktne, tj. ak $k = 0$, navrhnutý regulátor je nestriktne rýdzi a opačne.

Pri návrhu 2DoF regulátora je potrebné dávať si pozor na stabilitu regulátora. Zatiaľ čo pri 1DoF konfigurácii platí, že aj nestabilný regulátor môže riadenie stabilizovať, pri 2DoF konfigurácii z dôvodu výskytu priamoväzbovej časti, nestabilný regulátor vždy vedie k nestabilnému regulačnému pochodu. [3,4]

3.3 Výber charakteristického polynómu *d*(*s*)

Výber správneho charakteristického polynómu patrí medzi zásadne a najväčšie problémy pri návrhu polynomických regulátorov. Aj keď je vypracované pomerne značne množstvo metód návrhu charakteristického polynómu $d(s)$, nedá sa vopred povedať, ktorá z daných metód je najlepšia. Preto výber toho najlepšieho polynómu $d(s)$ ostáva väčšinou otázkou experimentu.

3.3.1 Všeobecné podmienky pre voľbu pólov polynómu *d*(*s*)

Polynóm $d(s)$ možno všeobecne zapísať v tvare:

$$d(s) = \prod_{i=1}^{\deg d} (s - s_i) \tag{3.29}$$

kde s_i sú póly a môžu byť buď reálne, alebo komplexne združené ($s_i = \alpha_i + j\beta_i$). Polynóm $d(s)$ je stabilný iba v prípade, že reálne zložky jednotlivých pólov sú záporne, tj. $\alpha_i < 0$ pre $i = 1, \ldots, \deg(d)$.

Pre voľbu pólu platia všeobecne podmienky:

- V prípade že všetky póly polynómu $d(s)$ budú reálne ($\beta_i = 0$), bude priebeh výstupnej veličiny aperiodický.
- Ak v polynóme $d(s)$ vystupuje aspoň jedna dvojica komplexne združených pólov, priebeh výstupnej veličiny bude kmitavý.

Rýchlosť regulácie ovplyvňuje vzdialenosť reálnych častí pólov od nuly. To znamená, že čím ďalej v súradnicovej sústave naľavo od nuly reálne častí pólov sú, tým rýchlejší je čas regulácie, avšak za cenu väčších akčných zásahov.

3.3.2 Metóda priradenia (umiestnenia) pólov

Najjednoduchší a pravdepodobne aj najpoužívanejší spôsob výberu polynómu $d(s)$ je voľbou viacnásobného reálneho pólu v tvare:

$$d(s) = (s+\alpha)^{\deg d} \tag{3.30}$$

kde $\alpha > 0$.

Táto metóda je síce jednoduchá, avšak takto navrhnutý polynóm nemusí vždy vyhovovať pre riadený systém. Častým problémom pri takto navrhnutom polynóme $d(s)$ býva príliš veľký akčný zásah regulátora pri zmene žiadanej veličiny.

Výhodnejšia sa preto zdá byť voľba polynómu $d(s)$ tak, aby časť jeho pólov súvisela s riadeným systémom. Najjednoduchšie je teda rozdeliť polynóm $d(s)$ na dvojicu polynómov v tvare:

$$d(s) = n(s)(s+\alpha)^{\deg d - \deg n} \tag{3.31}$$

kde α je ako v predchádzajúcom prípade ľubovoľný kladný viacnásobný reálny pól a $n(s)$ je výsledok spektrálnej faktorizácie polynómu $a(s)$:

$$n^*(s)n(s) = a^*(s)a(s) \tag{3.32}$$

Napr. pre nestabilný polynóm druhého rádu $a(s) = s^2 + a_1 s + a_0$ je postup nasledujúci:

$$a^*(s)a(s) = (s^2 - a_1 s + a_0)(s^2 + a_1 s + a_0) = s^4 - (a_1{}^2 - 2a_0)s^2 + a_0^2 \tag{3.33}$$

Rovnako postupujeme aj pri zavedení polynómu $n(s) = s^2 + n_1 s + n_0$:

$$n^*(s)n(s) = (s^2 - n_1 s + n_0)(s^2 + n_1 s + n_0) = s^4 - (n_1{}^2 - 2n_0)s^2 + n_0^2 \tag{3.34}$$

Z porovnania koeficientov pri rovnakých mocninách s na pravých stranách vyplýva:

$$n_0 = \sqrt{a_0^2} \tag{3.35}$$

$$n_1 = \sqrt{a_1^2 + 2n_0 - 2a_0} \tag{3.36}$$

Z rovníc (3.35) a (3.36) je zrejmé, že vždy bude platiť $n_0 > 0$, $n_1 > 0$ z čoho vyplýva, že polynóm $d(s)$ bude za každých okolnosti stabilný.

3.3.3 Výber polynómu *d*(*s*) pomocou metód LQ riadenia

Pri tejto metóde je polynóm $d(s)$ opäť rozdelený na dva polynómy v tvare:

$$d(s) = g(s)m(s) \tag{3.37}$$

kde polynóm $g(s)$ predstavuje stabilný polynóm daný spektrálnou faktorizáciou:

$$[s.a(s)]^* \varphi.s.a(s) + b^*(s)b(s) = g^*(s)g(s) \tag{3.38}$$

$\varphi > 0$ predstavuje váhový koeficient, ktorého voľbou ovplyvňujeme najmä rýchlosť regulácie. Spektrálna faktorizácia (3.38) je známa z LQ riadenia, kde je použitá pri minimalizácii kvadratického funkcionálu:

$$J = \int_0^\infty \left[e^2(t) + \varphi\dot{u}^2(t)\right]dt \tag{3.39}$$

pričom $\varphi > 0$ predstavuje váhový koeficient u kvadrátu akčnej veličiny.

Napr. spektrálna faktorizácia pre systém druhého rádu, s prenosovou funkciou v tvare: $G(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)} = \dfrac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$, bude ľavá strana rovnice 3.10 v tvare:

$$\begin{aligned}&[s.a(s)]^* \varphi.s.a(s) + b^*(s)b(s) = (-s)(s^2 - a_1 s + a_0)\varphi.s.(s^2 + a_1 s + a_0) + \\ &+ (-b_1 s + b_0)(b_1 s + b_0) = -\varphi.s^6 + \varphi(a_1^2 - 2a_0)s^4 - \left(\varphi.a_0^2 + b_1^2\right)s^2 + b_0^2\end{aligned} \tag{3.40}$$

Polynóm $g(s)$ musí byť potom tretieho stupňa v tvare: $g(s) = g_3 s^3 + g_2 s^2 + g_1 s + g_0$, a tak pravá strana rovnice 3.10 bude mať tvar:

$$\begin{aligned}&g^*(s)g(s) = (-g_3 s^3 + g_2 s^2 - g_1 s + g_0)(g_3 s^3 + g_2 s^2 + g_1 s + g_0) = \\ &= -g_3^2 s^6 + (g_2^2 - 2g_1 g_3)s^4 - (g_1^2 - 2g_0 g_2)s^2 + g_0^2\end{aligned} \tag{3.41}$$

Z porovnania koeficientov pri rovnakých mocninách s na pravých stranách tak vyplýva:

$$\begin{aligned}g_3 &= \sqrt{\varphi} \\ g_2 &= \sqrt{2g_1 g_3 + \varphi(a_1^2 - 2a_0)} \\ g_1 &= \sqrt{2g_0 g_2 + \varphi a_0^2 + b_1^2} \\ g_0 &= \sqrt{b_0^2}\end{aligned} \tag{3.42}$$

Polynóm $m(s)$ v rovnici (3.37) môže byť volený viacerými spôsobmi. Ak užívateľ požaduje aby navrhnutý regulátor bol striktne rýdzi, môže polynóm $m(s)$ voliť ako $m(s) = n(s)$ kde $n(s)$ je daný spektrálnou faktorizáciou polynómu $a(s)$, ako v predchádzajúcej kapitole. Viď. rovnica (3.32). V prípade, že užívateľovi stačí nestriktne rýdzi regulátor môže polynóm $m(s)$ voliť v tvare: [3,4]

$$m(s) = (s + \alpha)^{\deg d - \deg g} \tag{3.43}$$

Ďalšou možnosťou ako voliť polynóm $m(s)$, je rozdeliť nestabilný polynóm $a(s)$ na stabilnú a nestabilnú časť:

$$a(s) = a^{+}(s)a^{-}(s) \tag{3.44}$$

kde $a^{+}(s)$ predstavuje stabilnú časť a ak je splnená podmienka $\deg(a^{+}) = \deg(a) - 1$ je možné polynóm $m(s)$ prepísať do tvaru:

$$m(s) = \alpha^{+}(s) \tag{3.45}$$

V prípade, že by sa vyskytla situácia, že platí nerovnosť $\deg(d) > \deg(g) + \deg(a^{+})$, môžeme za predpokladu, že $\deg(a^{+}) = 1$ napísať:

$$m(s) = \left[\alpha^{+}(s)\right]^{\deg d - \deg g} \tag{3.46}$$

Prípadne ak $\deg(a^{+}) > 1$

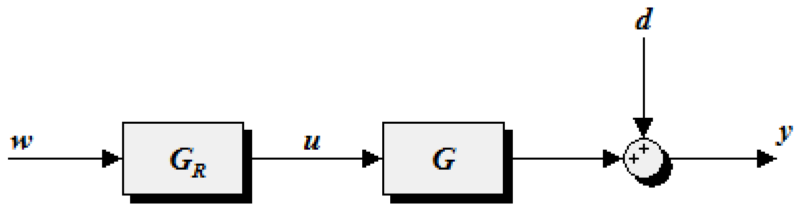
$$m(s) = \left[\alpha^{+}(s)\right]^{\frac{\deg d - \deg g}{\deg a^{+}}} \tag{3.47}$$

ak platí že podiel $(\deg(d) – \deg(g)) / \deg(a^{+})$ je celé číslo. V ostatných prípadoch:

$$m(s) = \alpha^{+}(s)(s + \alpha)^{\deg d - \deg g - \deg a^{+}} \tag{3.48}$$

4 IMC-PID riadenie

Metóda IMC (Internal Model Control) spája výhody priamoväzbového (Obr. 4.1) a spätnoväzbového riadenia (obr. 2.1).



Obr. 4.1: Schéma priamoväzbového riadenia

Spätnoväzbový regulátor je schopný reagovať na nemerateľné poruchy (aj keď s určitým oneskorením, keď sa ich vplyv prejaví na výstupe) a jeho návrh nie je podmienený dokonalou znalosťou modelu sústavy (postačujúci je aj hrubý opis systému). V tomto prípade však existuje riziko nestability po uzatvorení spätnoväzbovej slučky. Pri priamoväzbovom riadení nemôže byť obvod nestabilný, keď sú sústava aj regulátor stabilné. Takýto regulátor však neodstraňuje nemerateľné poruchy a kvalita jeho regulácie je závislá na presnosti modelu sústavy. [5]

4.1 Návrh IMC regulátora

Spätnoväzbový obvod na obrázku 2.1 v kapitole dva má dve prenosové funkcie (uvažujme označenie prenosu regulátora G_R). Prvou z nich je prenosová funkcia vzhľadom na žiadanú veličinu a má tvar:

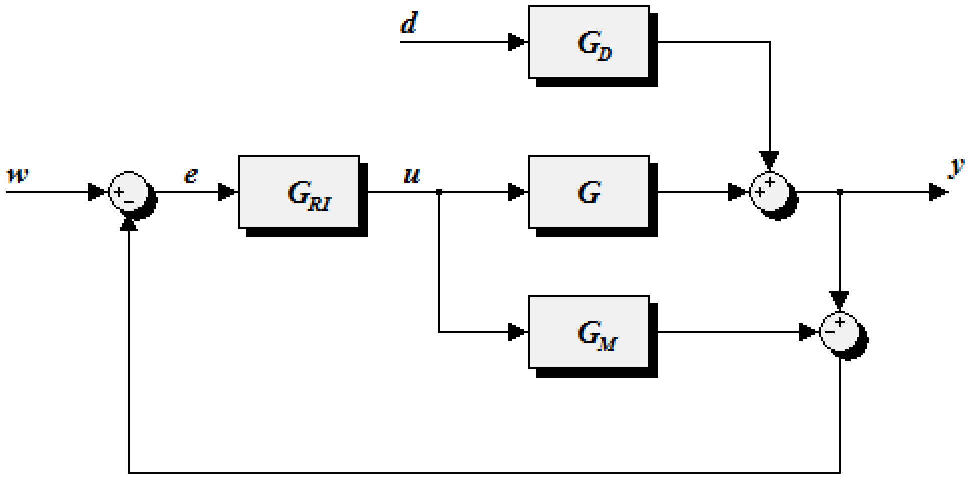
$$G_{yw}(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{G_R(s)G(s)}{1+G_R(s)G(s)} \tag{4.1}$$

Druhú prenosovú funkciu vzhľadom na poruchu možno vyjadriť v tvare:

$$G_{yd}(s) = \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G_D(s)}{1+G_R(s)G(s)} \tag{4.2}$$

Úlohou klasického spätnoväzbohého regulátora je zabezpečiť stabilitu oboch prenosových funkcií (4.1) a (4.2).

Na Obr. 4.**2** je uvedená schéma IMC riadenia, v ktorej vystupuje okrem riadeného systému G a IMC regulátora G_{RI} aj prenos G_M, ktorý reprezentuje model riadeného systému G a prenos poruchy G_D. [4]



Obr. 4.2: Schéma IMC riadenia

Prvá prenosová funkcia vzhľadom na žiadanú veličinu pre tento URO má tvar:

$$G_{yw}(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{G_{RI}(s)G(s)}{1 + G_{RI}(s)[G(s) - G_M(s)]} \tag{4.3}$$

Pre prenosovú funkciu vzhľadom na poruchu platí vzťah:

$$G_{yd}(s) = \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{[1 - G_M(s)G_{RI}(s)]G_D(s)}{1 + G_{RI}(s)[G(s) - G_M(s)]} \tag{4.4}$$

Za predpokladu, že model riadeného systému je presný ($G_M(s) = G(s)$), možno rovnice (4.3) a (4.4) prepísať na tvar:

$$G_{yw}(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = G_{RI}(s)G(s) \tag{4.5}$$

$$G_{yd}(s) = \frac{Y(s)}{D(s)} = [1 - G_M(s)G_{RI}(s)]G_D(s) \tag{4.6}$$

Pre model nestabilného systému v tvare:

$$G(s) = P_M(s)P_A(s) \tag{4.7}$$

kde $P_M(s)$ predstavuje časť prenosu, ktorá obsahuje stabilné aj nestabilné póly systému a $P_A(s)$ obsahuje nuly a dopravné oneskorenie. Aby bol uzavretý regulačný obvod stabilný, musia byť splnené dve podmienky:

1. Ak model systému $G(s)$ má nestabilné póly $u_{p1}, u_{p2}, \ldots, u_{pk}$ regulátor $G_{RI}(s)$ by mal mať nuly k $u_{p1}, u_{p2}, \ldots, u_{pk}$.

2. Ak model systému $G_D(s)$ má nestabilné póly $du_{p1}, du_{p2}, ..., du_{pk}$ potom $1 - G_M(s)G_{RI}(s)$ by mal mať nuly k $du_{p1}, du_{p2}, ..., du_{pk}$.

Vyplýva to z princípu návrhu regulátora pre priamoväzbový obvod, kde prenos regulátora je rovný prevrátenej hodnote prenosu sústavy. Ak sú obidve podmienky splnené, môžeme pre IMC regulátor napísať:

$$G_{RI}(s) = P_M^{-1}(s) f \tag{4.8}$$

kde P_M^{-1} je prevrátená hodnota k P_M a zabezpečuje splnenie prvej podmienky. Na splnenie druhej podmienky sa zavádza filter f, ktorý môže byť zložený z dvoch častí:

$$f = f_s f_d \tag{4.9}$$

Filter f_s zabezpečuje zvýšenie robustnosti a f_d ruší nestabilné alebo stabilné póly v blízkosti nuly systému $G_D(s)$.

$$f_s = \frac{1}{(\lambda s + 1)^n} \tag{4.10}$$

$$f_d = \frac{\sum_{i=1}^{m} \alpha_i s^i + 1}{(\lambda s + 1)^m} \tag{4.11}$$

Rád menovateľa n zaistí žiadaný rád prenosu regulátora, α_i je určené tak, aby sa v zlomku skrátili nestabilné póly systému $G_D(s)$, m udáva počet nestabilných pólov a λ je užívateľom volená časová konštanta filtra.

Dosadením rovníc (4.10) a (4.11) do rovnice (4.8) je dostaneme vzťah pre výpočet IMC regulátora:

$$G_{RI}(s) = \frac{P_M^{-1}(s)}{(\lambda s + 1)^n} \frac{\left(\sum_{i=1}^{m} \alpha_i s^i + 1 \right)}{(\lambda s + 1)^m} \tag{4.12}$$

Dosadením vzťahu (4.12) v rovniciach (4.5) a (4.6) dostaneme pre prenosy riadenia a poruchy vzťahy:

$$G_{yw}(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = G_{RI}(s) G(s) = \frac{P_A(s)}{(\lambda s + 1)^n} \frac{\left(\sum_{i=1}^{m} \alpha_i s^i + 1 \right)}{(\lambda s + 1)^m} \tag{4.13}$$

$$G_{yd}(s)=\frac{Y(s)}{D(s)}=\left[1-G_M(s)G_{RI}(s)\right]G_D(s)=\left(1-\frac{P_A(s)}{(\lambda s+1)^n}\frac{\left(\sum_{i=1}^{m}\alpha_i s^i+1\right)}{(\lambda s+1)^m}\right)G_D(s) \tag{4.14}$$

Pri zmene žiadanej veličiny sa vplyvom člena regulátora $\left(\sum_{i=1}^{m}\alpha_i s^i+1\right)$ obyčajne objavuje prekmit. Na jeho odstránenie sa zavádza filter žiadanej veličiny f_R, ktorý má tvar: [6]

$$f_R=\frac{1}{\sum_{i=1}^{m}\alpha_i s^i+1} \tag{4.15}$$

4.2 Transformácia IMC regulátora na PID regulátor

Schému riadenia na obrázku 4.2, možno interpretovať aj ako klasický spätnoväzbový systém. Pre jeho regulátor platí:

$$G_R(s)=\frac{G_{RI}(s)}{1-G(s)G_{RI}(s)} \tag{4.16}$$

Dosadením rovnice pre výpočet IMC regulátora (4.12) do tohto vzťahu platí:

$$G_R(s)=\frac{\dfrac{P_M{}^{-1}(s)}{(\lambda s+1)^n}\dfrac{\left(\sum_{i=1}^{m}\alpha_i s^i+1\right)}{(\lambda s+1)^m}}{1-\dfrac{P_A(s)}{(\lambda s+1)^n}\dfrac{\left(\sum_{i=1}^{m}\alpha_i s^i+1\right)}{(\lambda s+1)^m}} \tag{4.17}$$

Tento regulátor je možné previesť na PID regulátor s využitím Maclaurinovho rozvoja. Pre $G_R(s)$ v tvare:

$$G_R(s)\equiv\frac{f(s)}{s} \tag{4.18}$$

pri aplikácii Maclaurinovho rozvoja v s platí:

$$G_R(s)=\frac{1}{s}\left(f(0)+f'(0)s+\frac{f''(0)}{2!}s^2+\dots\right) \tag{4.19}$$

Prvé tri členy rozvoja môžu byť interpretované ako PID regulátor, ktorého štruktúra je opísaná rovnicou:

$$G_R(s) = Z_R\left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right) \quad (4.20)$$

Parametre regulátora v tvare (4.20) vypočítame podľa vzťahov:

$$Z_R = f'(0) \quad (4.21)$$

$$T_I = \frac{f'(0)}{f(0)} \quad (4.22)$$

$$T_D = \frac{f''(0)}{2f'(0)} \quad (4.23)$$

V niektorých prípadoch sa môže stať, že po dosadení regulátora v tvare (4.20) do prenosu (4.1) nedokáže PID regulátor stabilizovať URO nestabilného systému. Štúdiom sa zistilo, že PID regulátor dokáže stabilizovať systém opísaný prenosovou funkciou (4.1) a (4.2), ale len v prípade že je splnená nasledujúca podmienka: [6]

$$0 \leq \frac{D}{T} < 2 \quad (4.24)$$

4.2.1 Výpočet parametrov PID regulátora pre nestabilný systém prvého rádu s dopravným oneskorením

Uvažujme nestabilný systém prvého rádu s dopravným oneskorením opísaný prenosovou funkciou v tvare:

$$G(s) = \frac{Z}{Ts - 1} e^{-Ds} \quad (4.25)$$

kde *Z* je zosilnenie, *T* predstavuje časovú konštantu a *D* dopravné oneskorenie.

Použitím vzťahov (4.8) až (4.11) pre IMC regulátor platí:

$$G_{RI}(s) = \frac{(\alpha s + 1)(Ts - 1)}{Z(\lambda s + 1)^2} \quad (4.26)$$

Po dosadení IMC regulátora do rovnice (4.16) dostávame po úprave pre klasický spätnoväzbový regulátor vzťah:

$$G_R(s) = \frac{(\alpha s + 1)(Ts - 1)}{Z\left[(\lambda s + 1)^2 - (\alpha s + 1)e^{-Ds}\right]} \quad (4.27)$$

Použitím Maclaurinovho rozvoja dostaneme pre jednotlivé parametre PID regulátora nasledujúce vzťahy:

$$Z_R = \frac{T_I}{-Z(2\lambda + D - \alpha)} \tag{4.28}$$

$$T_I = -T + \alpha - \frac{\lambda^2 + \alpha D - \dfrac{D^2}{2}}{2\lambda + D - \alpha} \tag{4.29}$$

$$T_D = \frac{-T\alpha - \dfrac{\left(\dfrac{D^3}{6} - \dfrac{\alpha D^2}{2}\right)}{(2\lambda + D - \alpha)}}{T_I} - \frac{\lambda^2 + \alpha D - \dfrac{D^2}{2}}{2\lambda + D - \alpha} \tag{4.30}$$

kde α je riešením rovnice:

$$1 - \left.\frac{(\alpha s + 1)e^{-Ds}}{(\lambda s + 1)^2}\right|_{s=1/T} \tag{4.31}$$

$$\alpha = T\left[\left(\frac{\lambda}{T} + 1\right)^2 e^{\frac{D}{T}} - 1\right] \tag{4.32}$$

S takto navrhnutým regulátorom má prenosová funkcia riadenia tvar:

$$G_{yw}(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{(\alpha s + 1)e^{-Ds}}{(\lambda s + 1)^2} \tag{4.33}$$

Pre prenos filtrovanej žiadanej veličiny W' platí vzťah: [6]

$$W'(s) = \frac{1}{\alpha s + 1} W(s) \tag{4.34}$$

5 Ukazovatele kvality riadenia

Jednou z hlavných požiadaviek pri riadení je dosiahnuť, aby riadená veličina čo najpresnejšie sledovala žiadanú veličinu. Na vyhodnotenie tejto požiadavky používame rôzne kritériá resp. ukazovatele kvality.

5.1 Ukazovatele kvality v časovej oblasti

Ukazovatele kvality riadenia v časovej oblasti zväčša vypovedajú o rýchlosti riadenia. Priebeh výstupnej veličiny sa najčastejšie vyhodnocuje z prechodovej charakteristiky riadeného systému, teda jeho odozvy na jednotkovú skokovú zmenu vstupnej veličiny. Najčastejšie používané ukazovatele v časovej oblasti sú:

- Čas regulácie t_{reg} – je čas za ktorý sa žiadaná veličina natrvalo dostane do δ – okolia žiadanej veličiny. δ – okolie predstavuje pásmo so stredom v novej ustálenej hodnote výstupu a udáva sa obvykle v percentách. Úlohou regulácie je dosiahnuť čo najmenšiu hodnotu t_{reg}.

- Maximálne preregulovanie σ_{max} – udáva v percentách normovanú veľkosť maximálnej regulačnej odchýlky po prvom prekročení žiadanej veličiny. Matematicky ho môžeme zapísať:

  $$\sigma_{max} = \frac{y_{max} - y_{\infty}}{y_{\infty} - y_0} 100\% \tag{5.1}$$

  Pre aperiodicné deje bez prekmitu platí $\sigma_{max} = 0$. Odporúčaná hodnota maximálneho preregulovania je väčšinou menšia ako 25%.

- Trvalá regulačná odchýlka $e(\infty)$ – predstavuje rozdiel medzi žiadanou a riadenou veličinou v novom ustálenom stave. [7]

  $$e(\infty) = w(\infty) - y(\infty) \tag{5.2}$$

5.2 Základné integrálne kritéria kvality

Výhodou integrálnych kritérií kvality riadenia je, že pomocou nich dokážeme ohodnotiť kvalitu riadenia nielen v určitých bodoch regulačného pochodu, ale aj na celkom jeho intervale.

Z matematického hľadiska môžeme integrálne kritéria všeobecne vyjadriť v tvare

$$I_k = \int_0^{\infty} f_k[e(t)]dt \tag{5.3}$$

kde funkcia f_k, môže obsahovať rôzne výrazy.

Najčastejšie používané integrálne kritéria sú:

- IAE (integral absolute value of error) vyjadruje plochu medzi reálnym a ideálnym priebehom prechodovej prechodovej charakteristiky.

$$IAE = \int_0^{\infty} f_k(e(t))dt \tag{5.4}$$

- ISE (integral squared value of error) predstavuje druhú mocninu plochy medzi reálnym a ideálnym priebehom prechodovej charakteristiky. [7]

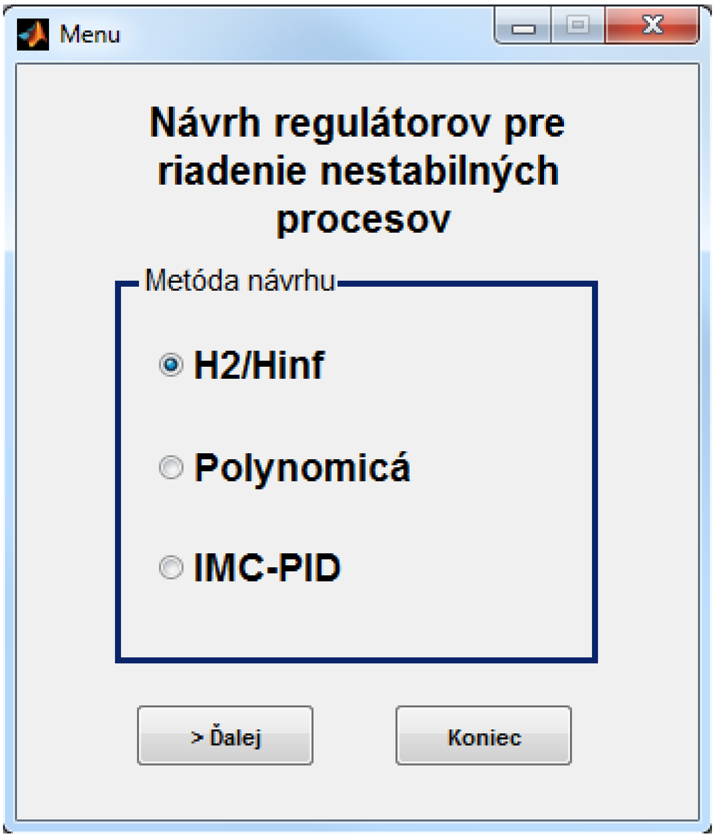
$$ISE = \int_0^{\infty} e(t)^2\,dt \tag{5.5}$$

6 GUI pre syntézu regulátorov pre riadenie nestabilných procesov

Metódy návrhu regulátorov pre nestabilné systémy, spomínane v predchádzajúcich kapitolách, majú v mnohých prípadoch zložité, alebo zdĺhavé postupy riešenia. V niektorých prípadoch obsahuje MATLAB funkcie, ktoré parametre požadovaného regulátora dokážu vypočítať, avšak ich užívateľ musí poznať a navyše potrebuje vykonať často mnoho operácií, aby takúto funkciu mohol pre svoj proces použiť. Z tohto dôvodu bolo mojou úlohou navrhnúť a vytvoriť grafické užívateľské rozhranie (GUI), ktoré jeho užívateľovi rýchlo a pohodlne pomôže navrhnúť regulátor vhodný pre jeho systém, bez nutnosti oboznamovať sa s rozsiahlou teóriou.

6.1 Spustenie programu a úvodne menu

Navrhnuté GUI bolo vytvorené v prostredí MATLAB/Simulink, odkiaľ sa aj spúšťa jednoducho pomocou príkazu *„guius"*. Zadaním tohto príkazu sa otvorí úvodne okno s názvom „*Menu*", ktoré je zobrazené na Obr. 6.1

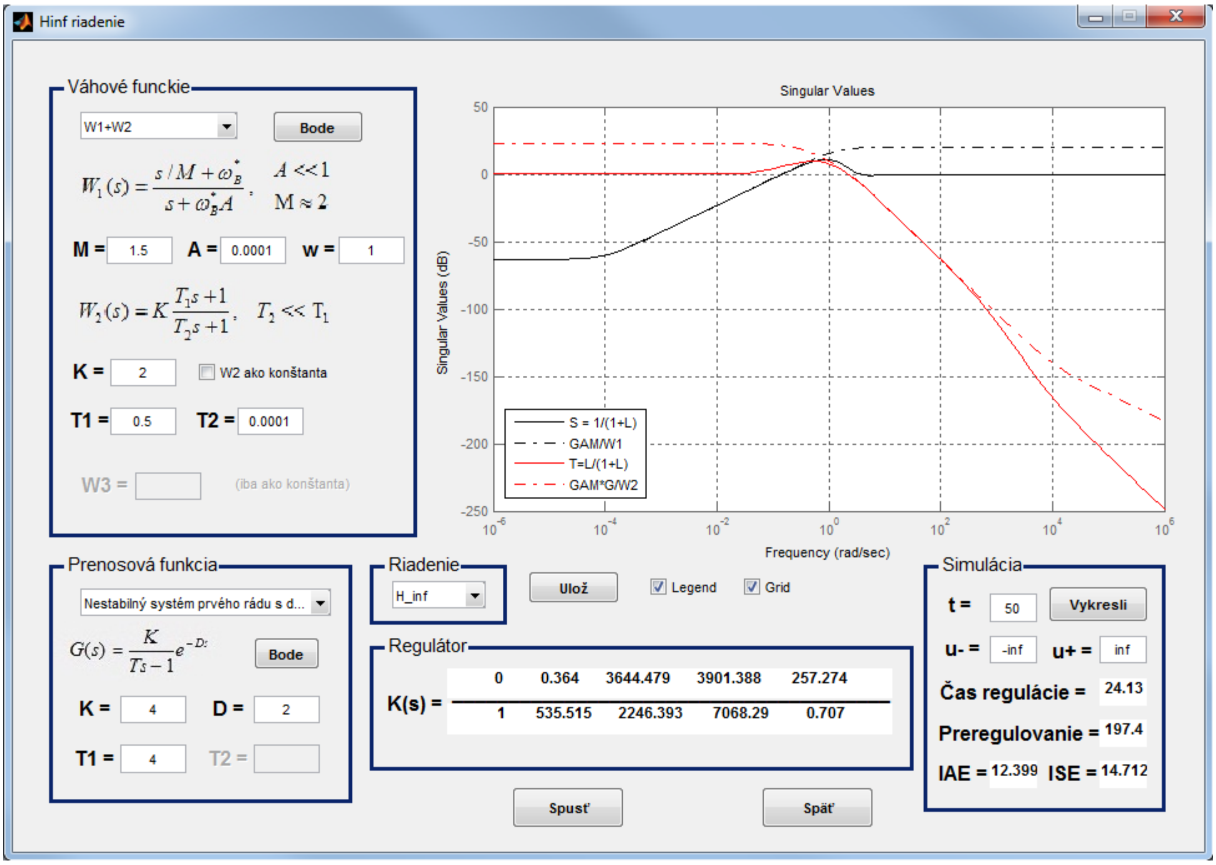


Obr. 6.1: Úvodne menu programu

V tomto okne sa volí jedna z troch vybraných metód návrhu regulátora.

6.2 Grafické rozhranie pre riadenie H_2 a H_∞

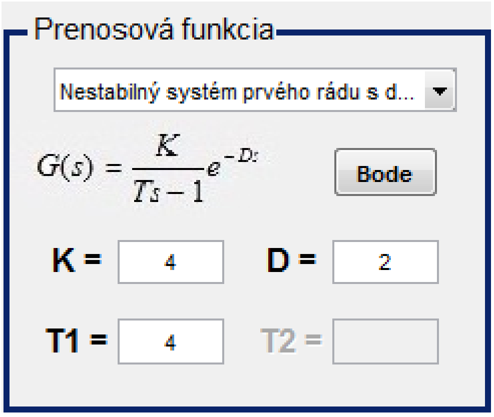
Ak si užívateľ zvolí prvú metódu zoznamu na Obr. 6.1 a stlačí tlačidlo „> *Ďalej*“ otvorí sa okno pre H_2 a H_∞ riadenie, ktoré je zobrazené na Obr. 6.2.



Obr. 6.2: Okno pre H_2 a H_∞ riadenie

Dané okno sa skladá z piatich panelov a jedného grafu. V prvom rade je potrebné zadať prenos modelu riadeného systému. Na túto možnosť je určený panel s názvom „*Prenosová funkcia*“, podrobnejšie zobrazený na Obr. 6.**3**.V danom paneli je najskôr potrebné zvoliť rád riadeného systému. Na túto možnosť slúži rozbaľovacia lišta, v ktorej je možné si vybrať, či riadený systém je prvého alebo druhého rádu. Pod lištou je znázornený uvažovaný tvar prenosovej funkcie.

Vedľa znázornenej prenosovej funkcie sa nachádza tlačidlo „*Bode*“, ktorého použitím sa v priestore hlavného okna, určenom pre graf, vykreslí amplitúdovo – fázová frekvenčná charakteristika tzv. Bodeho diagram.



Obr. 6.3: Panel pre zadávanie parametrov riadeného systému

V spodnej časti panela sa nachádzajú vstupné parametre programu:

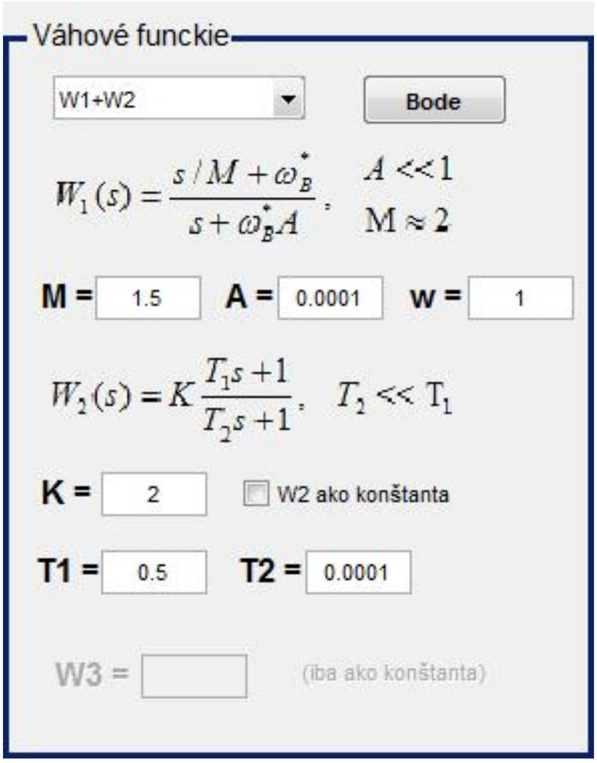
K – zosilnenie modelu procesu,

T1 – časová konštanta modelu procesu, v prípade systému druhého rádu, predstavuje prvú časovú konštantu,

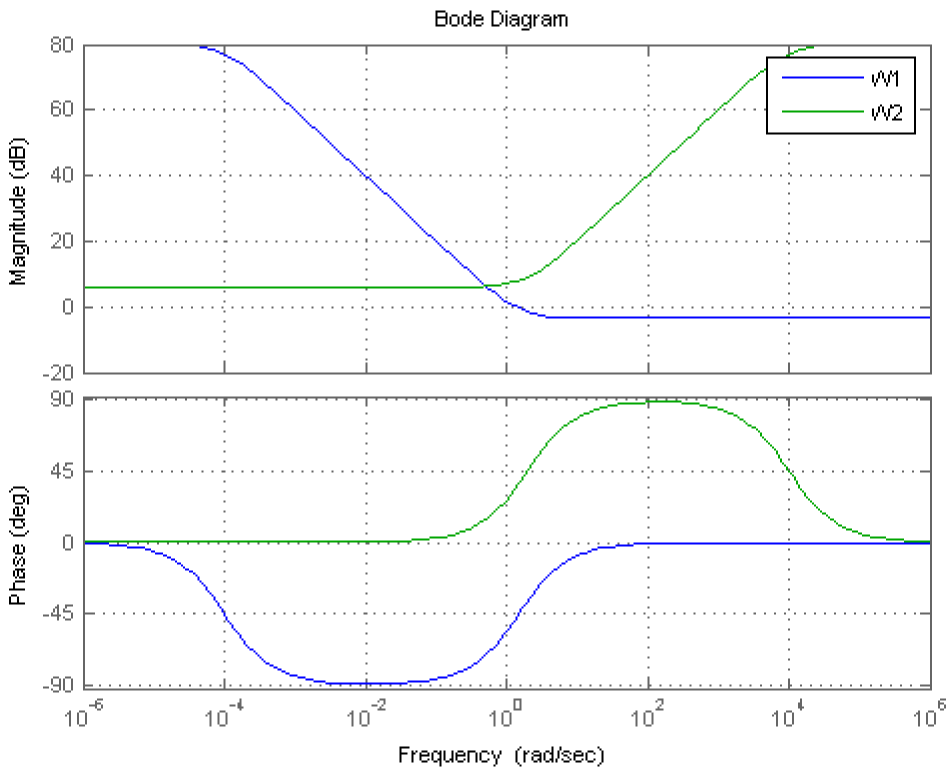
T2 – druhá časová konštanta modelu procesu, v prípade systému prvého rádu je táto možnosť vypnutá a zvoliť ju je možné, až keď užívateľ vyberie systém druhého rádu.

D – dopravné oneskorenie modelu procesu.

Druhý panel, ktorý je nutné vyplniť, ma názov „*Váhové funkcie*“ a užívateľ si v ňom volí váhy, tvarujúce citlivostnú a komplementárnu citlivostnú funkciu. Kvôli sprehľadneniu je tento panel osobitne zobrazený na Obr. 6.**4**. V rozbaľovacej lište si užívateľ volí, ktoré váhové funkcie budú pri návrhu regulátora zahrnuté. Keďže váha citlivostnej funkcie W_1 musí byť pri návrhu pomocou zmiešanej citlivosti zvolená vždy, ma užívateľ na výber medzi váhovou funkciou citlivostnej funkcie s váhovou funkciou akčného zásahu (W_1,W_2), alebo váhovou funkciou citlivostnej funkcie s váhovou funkciou komplementárnej citlivosti (W_1,W_3), prípadne môže voliť návrh použitím všetkých troch váh (W_1,W_2,W_3). Váha, s ktorou sa pri syntéze regulátora nepočíta, sa automaticky vypne. V tomto ilustračnom príklade boli zvolené váhy W_1 a W_2. Vedľa rozbaľovacej lišty sa nachádza tlačidlo „*Bode*“, ktorým sa vykreslia amplitúdovo – fázové frekvenčné charakteristiky zvolených váh viď. Obr. 6.**5**.



Obr. 6.4: Výber váhových funkcií pre riadenie pomocou zmiešanej citlivosti



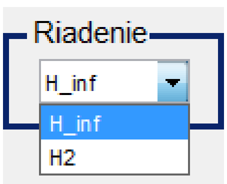
Obr. 6.5: Amplitúdovo – fázová frekvenčná charakteristika váhových funkcií

Konštanty váhových funkcií si volí užívateľ. Pre niektoré z nich však platia isté pravidla:

- Pre konštantu M, platí $\|S(j\omega)\|_\infty \leq M$, a jej význam je najmä v potlačovaní šumu pri vysokých frekvenciách. Väčšinou ju volíme okolo hodnoty dva.
- Konštanta A ovplyvňuje integračnú činnosť regulátora. Musíme však splniť podmienku, aby prenos váhovej funkcie W1 bol stabilný. Z tohto dôvodu aproximujeme prenos $\frac{1}{s}$, prenosom $\frac{1}{s+A}$, kde A << 0.
- Podobný systém bol zavedený aj pre konštantu T2 váhovej funkcie W2. Tu by sa zišlo, aby W2 nebola rýdza funkcia, ktorá by zabezpečila malý akčný zásah regulátora mimo šírky pásma priepustnosti (bandwidth). Avšak váhová funkcia musí byť rýdza a preto jej menovateľ aproximujeme $\frac{T_1 s+1}{T_2 s+1}$, kde T2 << T1.

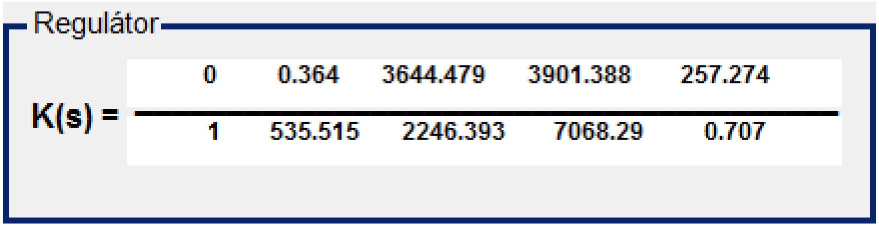
Treba mať na pamäti, že váhové funkcie môžu byť aj prenosy vyšších rádov, s ktorými niekedy môžeme pre daný systém dosiahnuť lepšie výsledky riadenia ako s váhami nižšieho rádu, ale so zvyšujúcim sa rádom váhových funkcií sa zvyšuje aj konečný rád regulátora. Návrhy regulátorov pomocou H_2 a H_∞ riadenia vedú vo všeobecnosti k regulátorom vysokých rádov. Z tohto dôvodu sa volí váhova funkcia W_3 ako konštanta a taktiež ak užívateľ chce regulátor nižšieho rádu, môže si ako konštantu zvoliť aj váhovú funkciu W_2 zaškrtnutím políčka „W_2 *ako konštanta*“.

Po zadefinovaní modelu procesu a váhových funkcií je posledným vstupným parametrom programu typ riadenia. Na paneli „*Riadenie*“ zobrazenom na Obr. 6.**6**, si užívateľ volí medzi H_2 a H_∞ riadením.



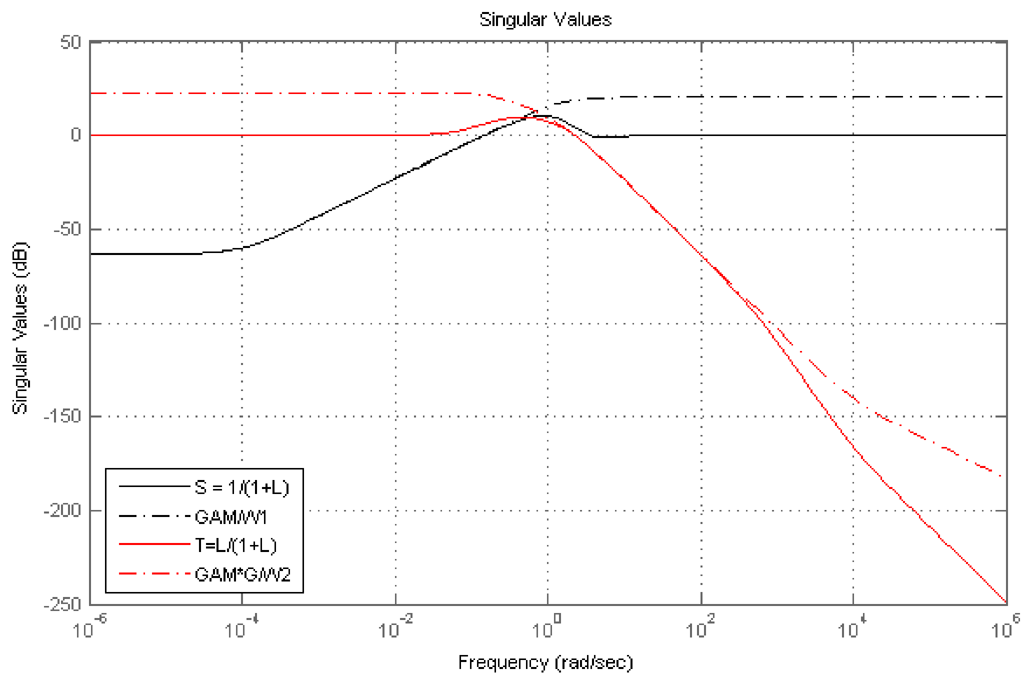
Obr. 6.6: Panel pre výber typu riadenia

Spustenie výpočtu regulátora sa realizuje prostredníctvom tlačidla „*Spusť*“. Po jeho stlačení MATLAB použitím funkcií „`hinfsyn`“ prípadne „`h2syn`“ vypočíta regulátor K. Ten je následne v podobe prenosovej funkcie zobrazený na paneli „*Regulátor*“ (Obr. 6.7.) vytvoreného GUI.



Obr. 6.7: Panel s navrhnutým regulátorom

Zároveň s vypočítaným regulátorom program zobrazí aj graf váhových funkcií a nimi tvarovanej citlivostnej a komplementárnej citlivostnej funkcie, zobrazený na Obr. 6.**8**.

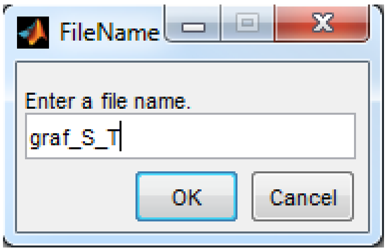


Obr. 6.8: Nastavenie váhových funkcií, tvarujúcich citlivostnú a komplementárnu citlivostnú funkciu

Pod grafom sa nachádzajú tri tlačidlá, slúžiace k jeho obsluhe (Obr. 6.**9**).

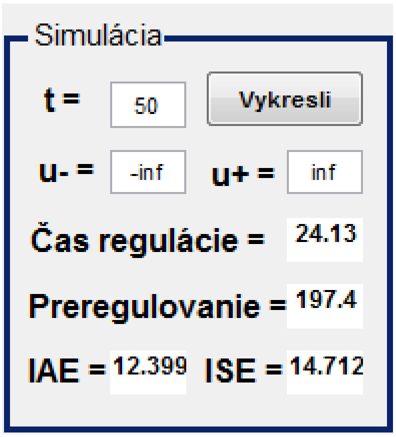
Obr. 6.9: Tlačidla na obsluhu grafu

Prostredníctvom tlačidla „*Ulož*“, je možné si graf hlavného okna uložiť vo formáte *png*. Po jeho stlačení sa zobrazí nové okno (Obr. 6.**10**), kde si užívateľ zvolí názov pod akým chce daný graf uložiť a následne pre vykonanie operácie stlačí tlačidlo „*OK*“.

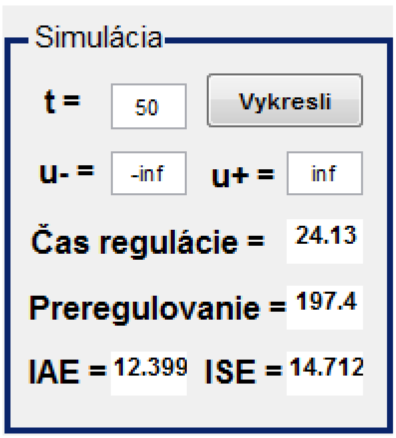


Obr. 6.10: Okno pre uloženie grafu

Kvalitu navrhnutého regulátora je možné overiť prostredníctvom panela „Simulácia“, ktorý



zobrazený na Obr. **6.11** a slúži na vyhodnotenie kvality regulácie daným regulátorom.



Obr. 6.11: Panel pre simuláciu a test kvality

Okrem vyhodnotenia kvality program po stlačení tlačidla „*Vykresli*“ vykreslí graf prechodovej charakteristiky URO vyobrazený na Obr. 6.**12** a taktiež aj graf akčného zásahu daného regulátora, ktorý je zobrazený na Obr. 6.**13**.

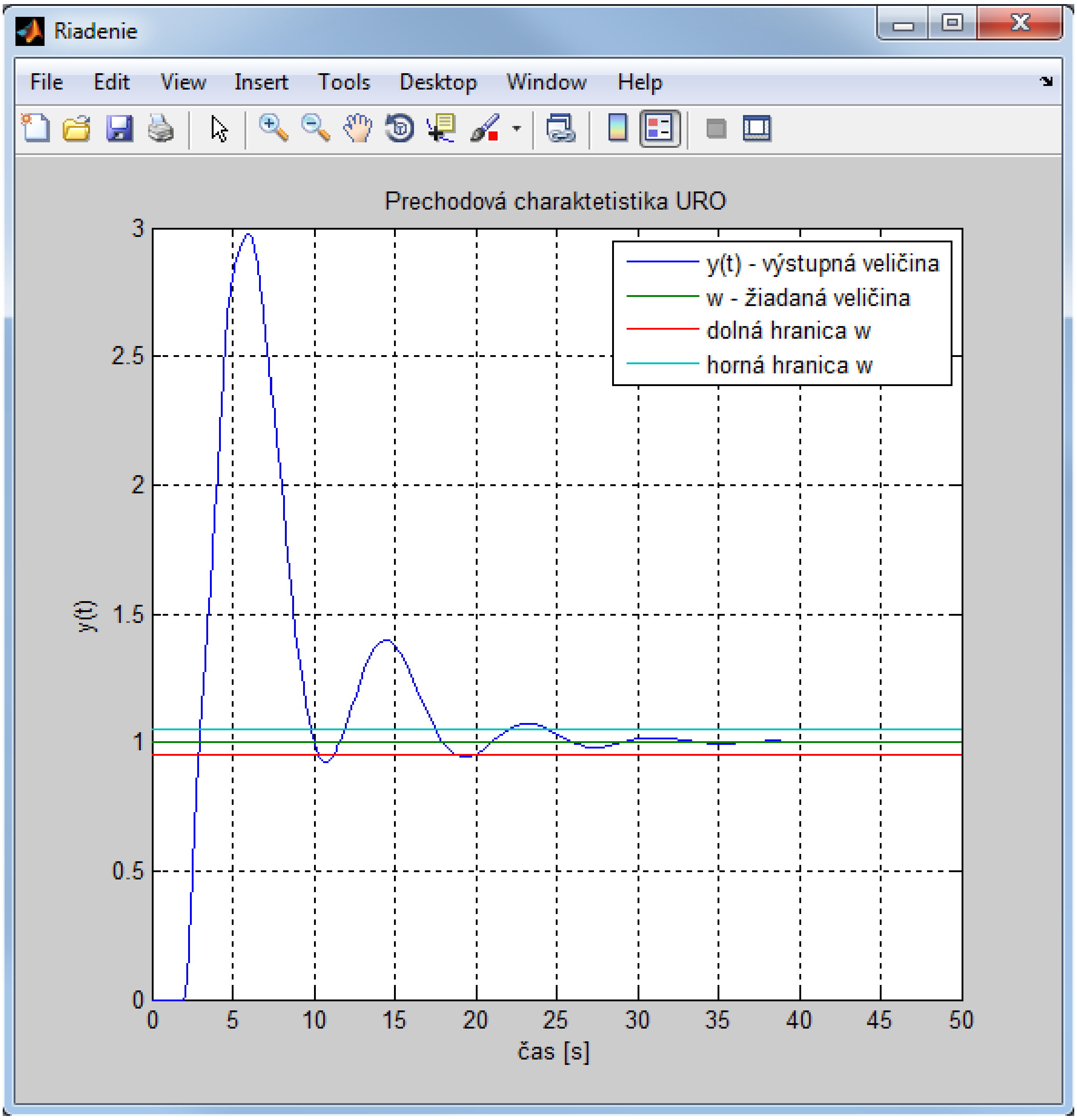
Vstupné parametre tohto panela sú:

t – predstavuje čas simulácie

u- – dolné ohraničenie akčného zásahu regulátora

u+ – horné ohraničenie akčného zásahu

Obe ohraničenia sú prednastavené na hodnoty nekonečno, teda sú neaktívne.



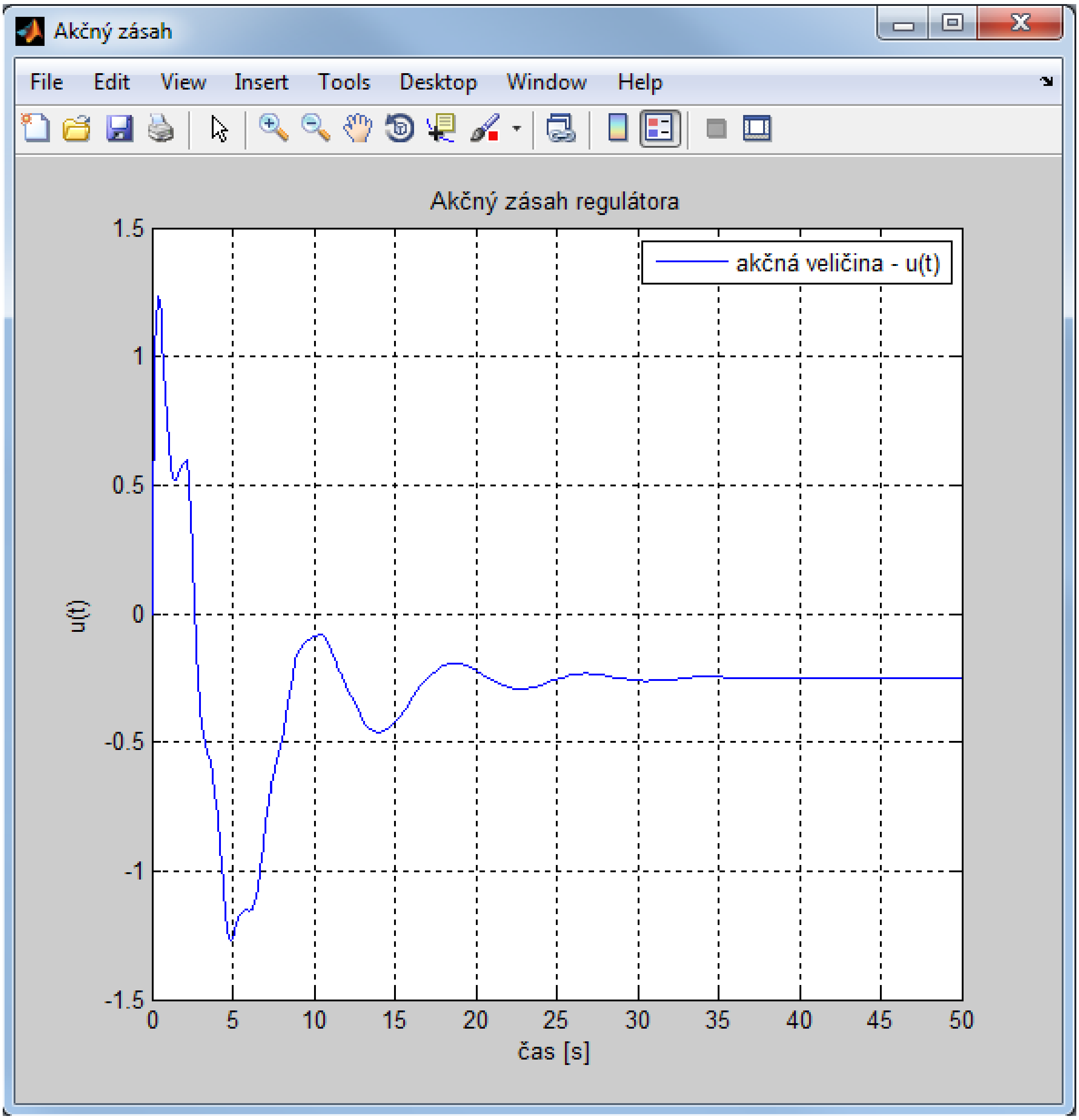
Obr. 6.12: Graf prechodovej charakteristiky URO

Okrem toho, že tlačidlo „*Vykresli*“ vykreslí uvedené grafy do okna panelu „*Simulácia*“, vyhodnotí aj kvalitu riadenia pomocou jednotlivých kritérií, ktoré sú výstupnými parametrami panela. Sú to:

Čas regulácie – je čas regulácie, teda čas kedy sa žiadaná hodnota natrvalo dostane do okolia žiadanej veličiny. Okolie som zadal ako ±*5 %* z žiadanej veličiny.

Preregulovanie – predstavuje percentuálnu hodnotu maximálneho preregulovania

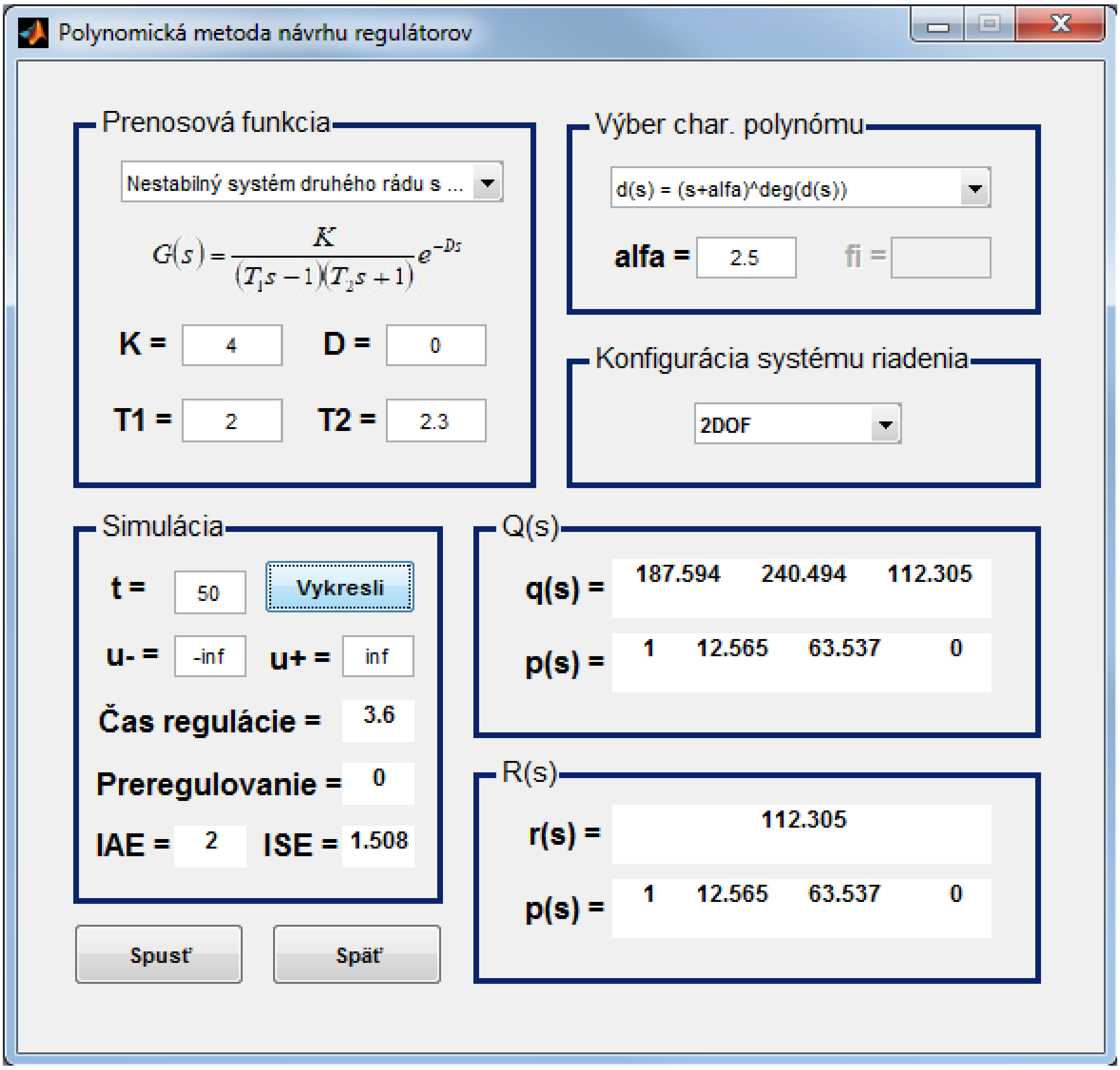
IAE a ISE – sú rovnomenné integrálne kritéria kvality



Obr. 6.13: Graf priebehu akčného zásahu regulátora

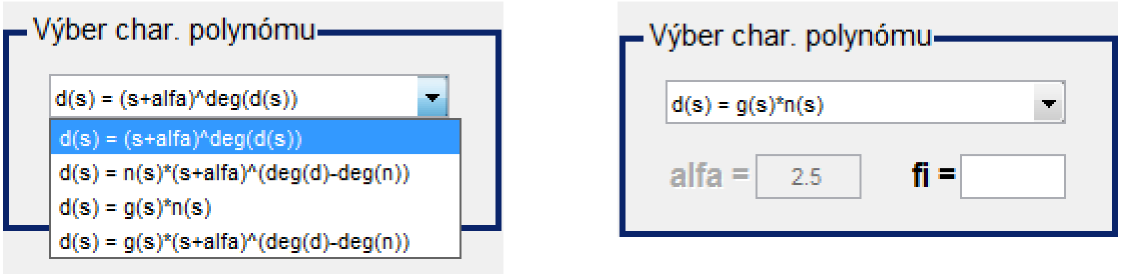
6.3 Grafické rozhranie pre návrh polynomických regulátorov

Prevedenie grafického rozhrania pre návrh polynomických regulátorov je zobrazené na Obr. 6.**14**. Okno je o niečo jednoduchšie, ako pre H_2 a H_∞. Spoločné dva bloky. Je to blok prenosovej funkcie z Obr. 6.**3** a taktiež blok simulácie vyobrazený na Obr. 6.**11**. Tieto bloky sú spoločné pre všetky metódy v mojom GUI a keďže sú podrobne opísané v predchádzajúcej kapitole, viac sa im venovať nebudem.



Obr. 6.14: Grafické rozhranie pre návrh polynomických regulátorov

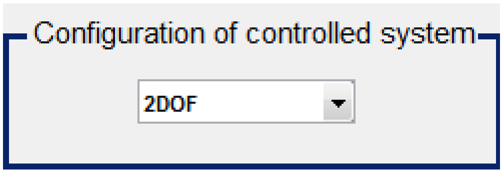
Blok „*Výber charakteristického polynómu*“ slúži na výber medzi jednotlivými typmi charakteristických polynómov. Pre detailnejší opis je tento blok zobrazený na Obr. 6.**15**.



Obr. 6.15: Blok pre výber typu charakteristického polynómu

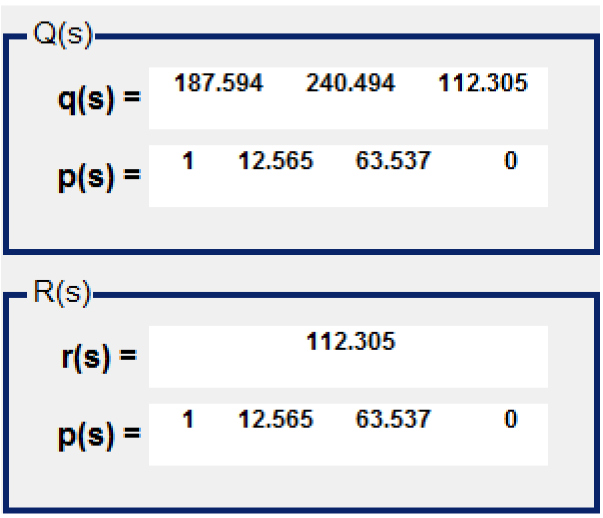
Konkrétne typy charakteristických polynómov ako aj vstupné parametre daného bloku, „*aplfa*“ a „*fi*“ sú podrobne popísane v kapitole 3.3. Ako vidieť z Obr. 6.**15**, blok je vytvorený tak, aby parameter, ktorý v danom type charakteristického polynómu nevystupuje bol vypnutý.

Konfiguráciu riadeného systému si užívateľ volí v bloku „*Konfigurácia systému riadenia*“ (Obr. 6.16). Na výber sú dve možnosti konfigurácie riadenia a to s jedným stupňom voľnosti a s dvoma stupňami voľnosti. Na obrázku je zvolená druhá možnosť 2DoF.



Obr. 6.16: Výber konfigurácie riadenia

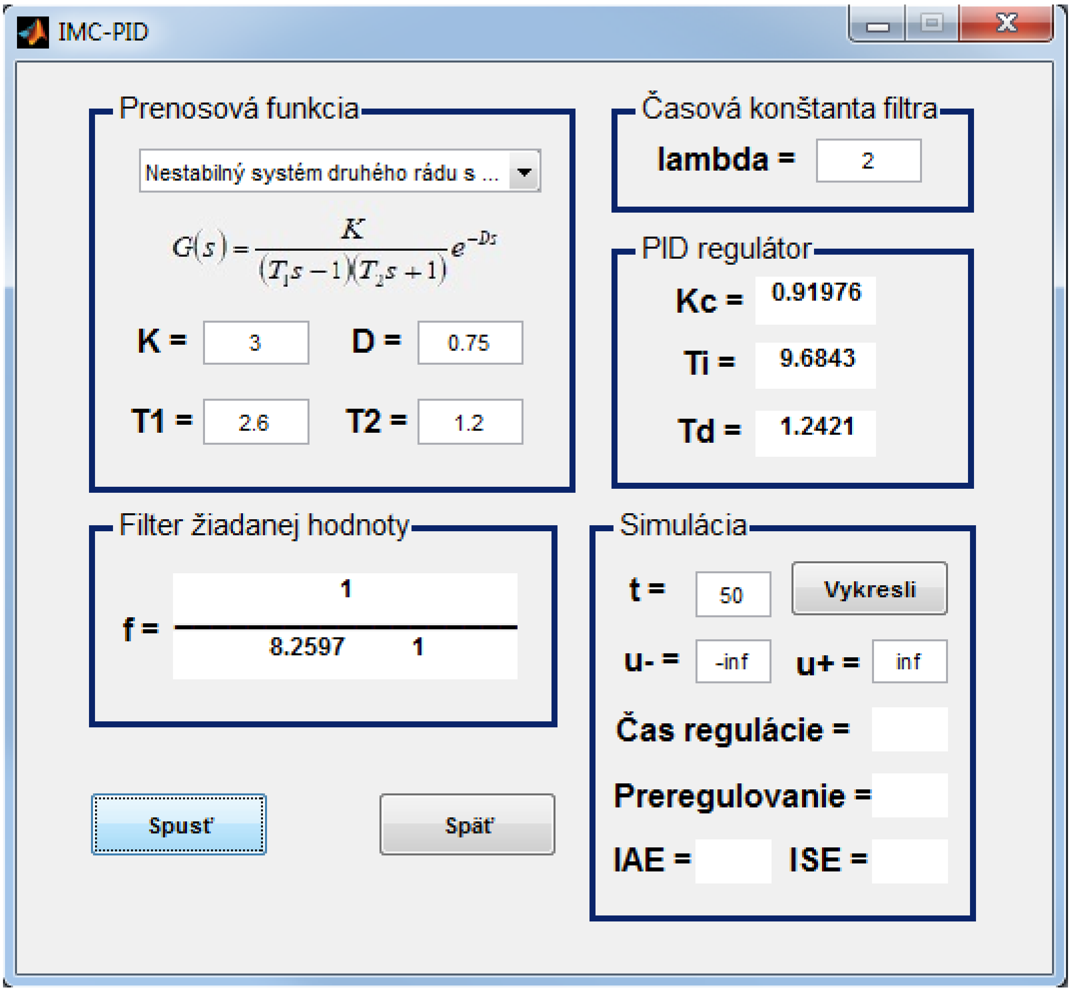
Posledné dva bloky „*Q*(*s*)“ a „*R*(*s*)“ zobrazené na Obr. 6.**17** reprezentujú prenosy polynomických regulátorov. Majú iba výstupne parametre *q*(*s*), *p*(*s*) a *r*(*s*), ktoré vo forme vektorov predstavujú čitatele a menovatele daných regulátorov. V prípade, že si užívateľ zvolí riadenie s jedným stupňom voľnosti blok regulátora „*R*(*s*)“ sa vypne.



Obr. 6.17: Bloky regulátorov *Q* a *R*

6.4 Grafické rozhranie pre návrh IMC-PID regulátorov

Okno GUI pre túto metódu je zobrazené na Obr. 6.**18**. Jeho obsluha je najjednoduchšia z uvádzaných metód, pretože má jediný užívateľom volený parameter, ktorým je časová konštanta filtra λ. Túto konštantu užívateľ zadáva ako vstupný parameter do bloku „*Časová konštanta filtra*“. V tomto prípade už nepripájam obrázky samostatných blokov, keďže sú dobre viditeľné na Obr. 6.**18**.



Obr. 6.18: Okno pre návrh IMC-PID regulátora

Výstupné parametre tohto okna sú filter žiadanej hodnoty *f*, zobrazený v rovnomennom bloku vo forme prenosovej funkcie a parametre PID regulátora ktoré predstavujú:

Kc – je zosilnenie regulátora

Ti – integračná konštanta regulátora

Td – predstavuje derivačnú konštantu PID regulátora

7 Návrh regulátorov pre riadenie nestabilných sústav a ich simulačné overenie.

V tejto kapitole je uvedené simulačné overenie riadenia nestabilného systému 1. rádu, nestabilného systému 1. rádu s dopravným oneskorením, nestabilného systému 2. rádu a nestabilného systému 2. rádu s dopravným oneskorením. Regulátory sú navrhnuté pomocou metód, ktoré boli uvedené v predchádzajúcich kapitolách. Pre vybrané procesy som navrhol regulátory uvádzanými metódami a simuláciu som uskutočnil pomocou vytvoreného GUI. Metódy som vyberal v poradí: IMC-PID, polynomické, a H_2/H_∞.

7.1 Nestabilný systém prvého rádu bez dopravného oneskorenia

Uvažovaný nestabilný proces je v tvare:

$$G(s) = \frac{4}{6s-1} \tag{7.1}$$

Žiadaná hodnota sa mení skokovo v čase t = 1 z hodnoty 0 na 1. V čase 10 je uvažovaná porucha, ktorá predstavuje 20% žiadanej veličiny.

7.1.1 Návrh regulátora pomocou IMC metódy

Pre systém prvého rádu bez dopravného oneskorenia som navrhol PI regulátory. Ich parametre pre jednotlivé časové konštanty filtra sa nachádzajú v tabuľke č.7.1.

λ	filter žiadanej veličiny	PI
0.1	$f_R = \frac{0.202+1}{0.01+0.2+1}$	$G_R = 30.25\left(1+\frac{1}{0.202s}\right)$
0.2	$f_R = \frac{0.407+1}{0.04+0.4+1}$	$G_R = 15.25\left(1+\frac{1}{0.407s}\right)$
0.4	$f_R = \frac{0.827+1}{0.16+0.8+1}$	$G_R = 7.75\left(1+\frac{1}{0.827s}\right)$
0.8	$f_R = \frac{1.7067+1}{0.64+1.6+1}$	$G_R = 4\left(1+\frac{1}{1.707s}\right)$

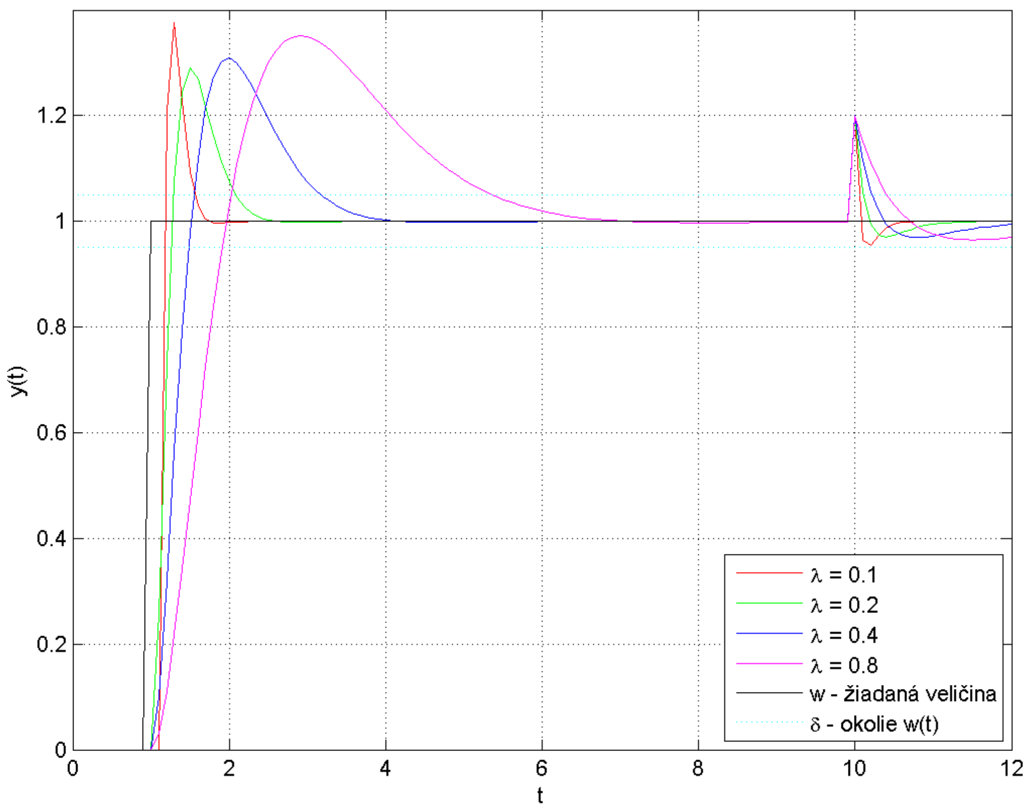
Tabuľka 7.1: Parametre PI regulátorov pre nestabilný systém prvého rádu

Hodnoty vybraných ukazovateľov kvality sú uvedené v tabuľke č.7.2.

λ	t_{reg} [s]	σ_{max} [%]	t_{reg} [s] (por.)	IAE	ISE
0.1	1.5	37.64	10	0.206	0.147
0.2	2	29.11	10.1	0.188	0.037
0.4	3.1	30.9	10.2	0.385	0.071
0.8	5.3	35.13	10.4	0.778	0.15

Tabuľka 7.2: Vyhodnotenie kvality riadenia IMC metódou pre nestabilný sys. prvého rádu

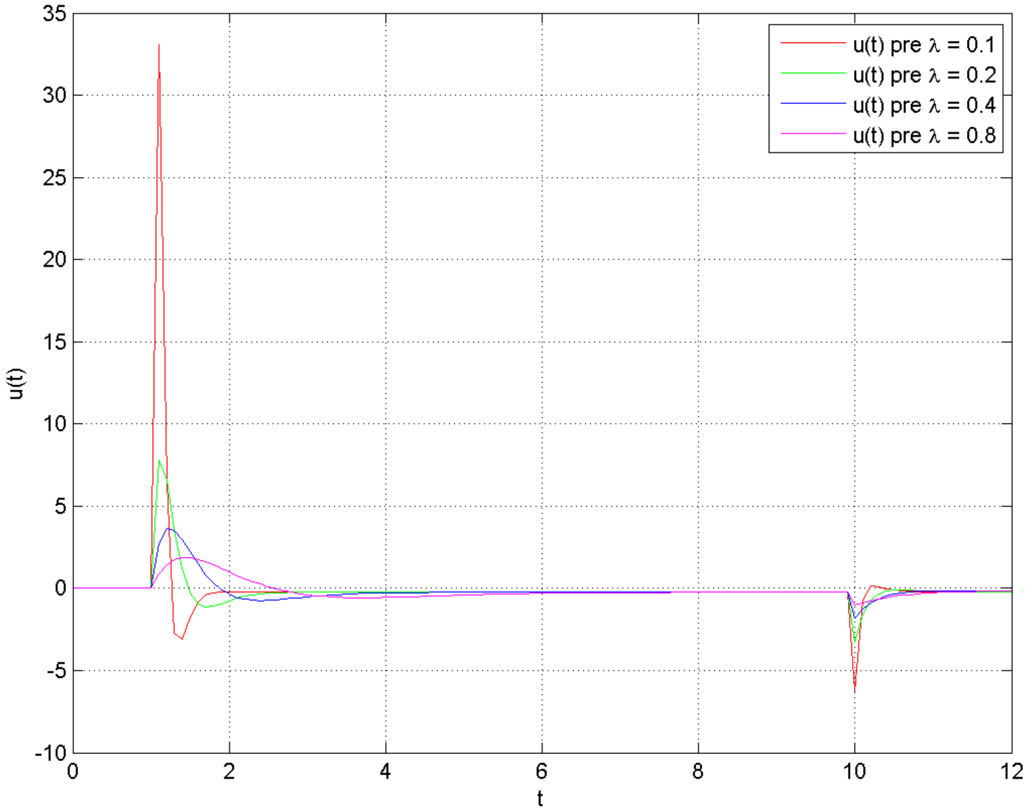
Priebeh riadených veličín je zobrazený na Obr. 7.**1**.



Obr. 7.1: Riadenie nestabilného systému prvého rádu IMC-PI regulátormi

.

Priebeh riadiacich veličín je zobrazený na Obr. 7.**2**



Obr. 7.2: Akčný zásah IMC-PI regulátorov pri riadení nestabilného systému prvého rádu

Z hodnôt ukazovateľov kvality v tabuľke č.7.2. je vidieť, že so zvyšujúcou sa konštantou filtra λ sa zhoršovala kvalita riadenia. V prvom prípade, kedy λ = 0,1, je čas regulácie najlepší, avšak za cenu veľkého akčného zásahu, ktorý je v porovnaní s ostatnými regulátormi oveľa vyšší, maximálne preregulovanie je v tomto prípade tiež najvyššie. Maximálne preregulovanie je vo všetkých prípadoch nad 25%. Najnižšie maximálne preregulovanie dosiahol regulátor s λ = 0,2.

7.1.2 Návrh polynomického regulátora

Pri tejto metóde môže užívateľ ovplyvniť riadenie výberom vhodného typu charakteristického polynómu a jeho pólu, váhového koeficienta prípadne oboch naraz. Kvôli prehľadnosti som zaviedol označenie charakteristických polynómov:

$$
\begin{aligned}
&d_1(s) = (s+\alpha)^{\deg d} \\
&d_2(s) = n(s)(s+\alpha)^{\deg d - \deg n} \\
&d_3(s) = g(s)n(s) \\
&d_4(s) = g(s)(s+\alpha)^{\deg d - \deg g}
\end{aligned}
\tag{7.2}
$$

Pre každý charakteristický polynóm bol navrhnutý jeden vhodný regulátor pre 1DoF aj 2DoF konfiguráciu riadenia.

Prenosy zvolených regulátorov pre 1DoF konfiguráciu riadenia sú uvedené v tabuľke 7.3.

d	α	φ	Q(s)
1	6.7	–	$\frac{207.072s+451.145}{s^2+20.267s}$
2	1.5	–	$\frac{352.583s+56.25}{s^2+30.334s}$
3	–	10^{-5}	$\frac{1.033s+0.167}{0.003s^2+0.066s}$
4	2.5	10^{-5}	$\frac{1.262s+2.5}{0.003s^2+0.073s}$

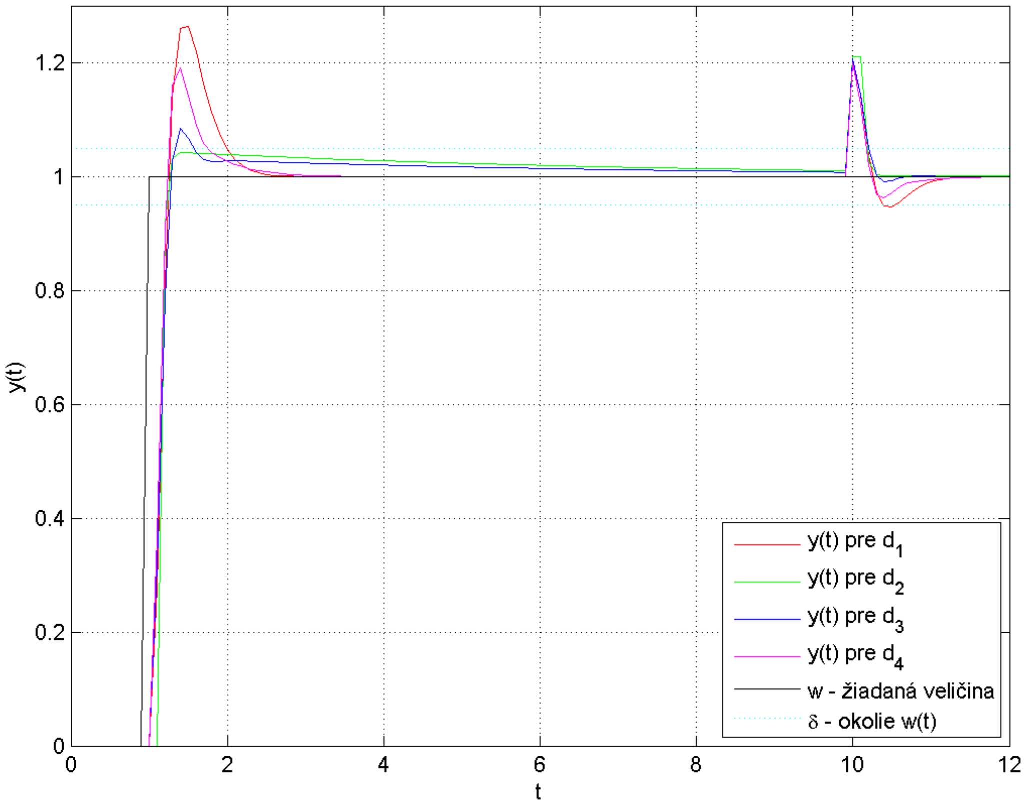
Tabuľka 7.3: Prenosy $Q(s)$ regulátorov pre nestabilný systém prvého rádu

Hodnoty ukazovateľov kvality pre 1DoF konfiguráciu riadenia sú zhrnuté v tabuľke 7.4.

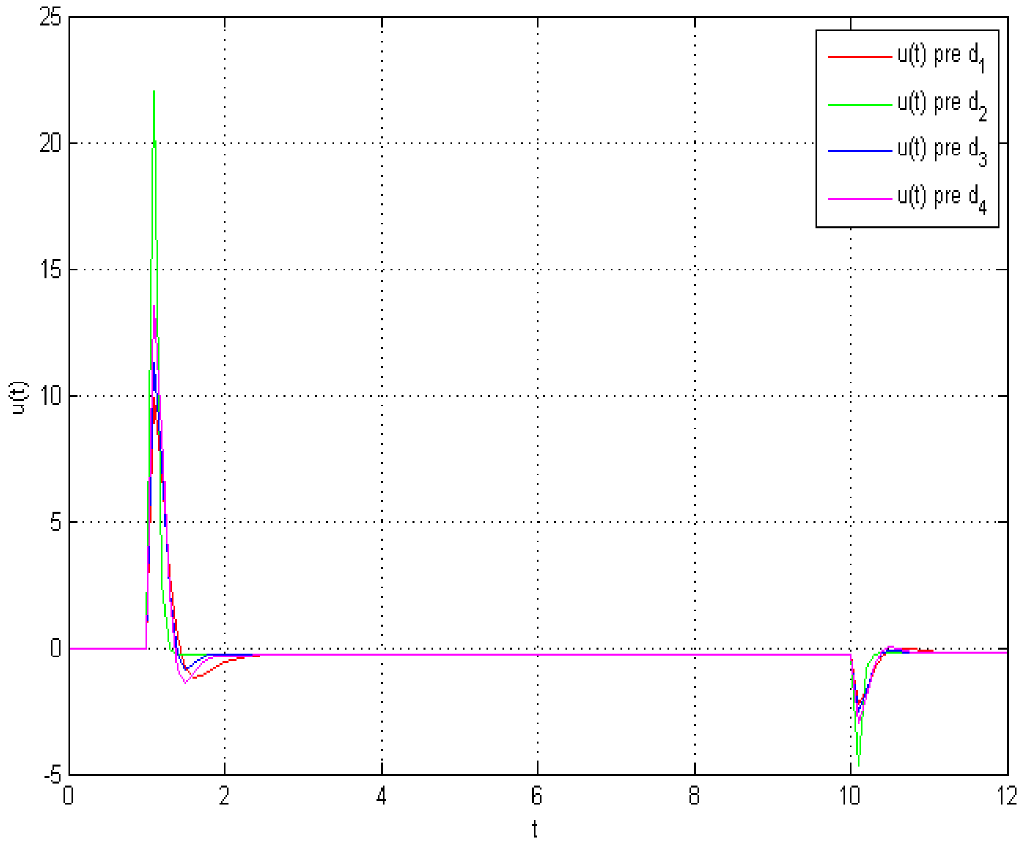
d	**α**	**φ**	**t_{reg} [s]**	**σ_{max} [%]**	**t_{reg} [s] (por.)**	**IAE**	**ISE**
1	6,7	–	1.9	26.43	0.5	0,306	0,115
2	15	–	1.2	4	0.1	0,358	0,111
3	–	10^{-5}	1.5	8.27	0.1	0,28	0,079
4	2,5	10^{-5}	1.7	19.13	0.1	0,196	0,078

Tabuľka 7.4: Hodnoty ukazovateľov kvality pre 1DoF konfiguráciu riadenia pre systém prvého rádu

Najhoršie výsledky boli dosiahnuté regulátorom s charakteristickým polynómom (CHP) d1, jeho jedinou výhodou bola regulácia s menším akčným zásahom ako mali ostatné regulátory. Regulátor s CHP d2 dosiahol najlepšie výsledky v kritériách kvality v časovej oblasti. Podarilo sa mu systém riadiť s minimálnym preregulovaním a za najkratší čas. Bolo to však za cenu mierne vyššieho akčného zásahu a slabšej integračnej činnosti. Najlepšie hodnoty integrálnych kritérií boli dosiahnuté s regulátorom s CHP d5. Tento regulátor mal najlepšiu integračnú činnosť, bolo to ale za cenu 19 % prekmitu. Regulátor s CHP d3 nebol síce najlepší ani v jednom z kritérií, ale vo všetkých dosahoval druhé najlepšie výsledky. Týmto regulátorom bol dosiahnutý krátky čas regulácie, ale odstrániť regulačnú odchýlku mu trvalo pomerne dlho. Priebeh riadenej veličiny pre jednotlivé CHP je na Obr. 7.**3**, priebehy akčných zásahov sú na Obr. 7.**4**.



Obr. 7.3: Riadenie nestabilného systému prvého rádu 1DoF štruktúrou riadenia



Obr. 7.4: Priebeh riadiacich veličín 1DoF regulátorov pre nestabilný systém prvého rádu

Prenosy zvolených 2DoF regulátorov sú uvedené v tabuľke 7.5:

d	**α**	**φ**	Q(s)	R(s)
1	6.7	–	$\frac{316.272s+857.681}{s^2+25.067s}$	$\frac{857.681}{s^2+25.067s}$
2	1.5	–	$\frac{243.123s+38.44}{s^2+25.133s}$	$\frac{38.44}{s^2+25.133s}$
3	–	10^{-5}	$\frac{1.033s+0.167}{0.003s^2+0.066s}$	$\frac{0.167}{0.003s^2+0.066s}$
4	2.5	10^{-5}	$\frac{3.138s+12}{0.01s^2+0.237s}$	$\frac{12}{0.01s^2+0.237s}$

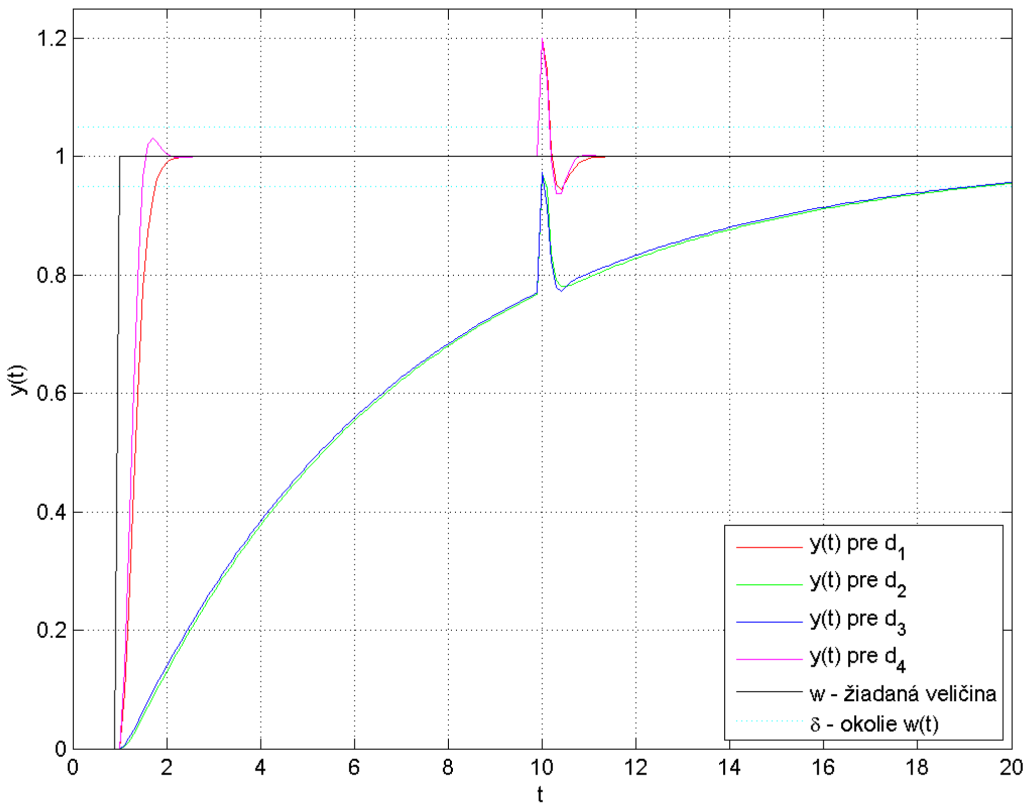
Tabuľka 7.5: Prenosy $Q(s)$ a $R(s)$ regulátorov pre nestabilný systém prvého rádu

Výsledky pre 2DoF štruktúru riadenia som zhrnul do tabuľky 7.6

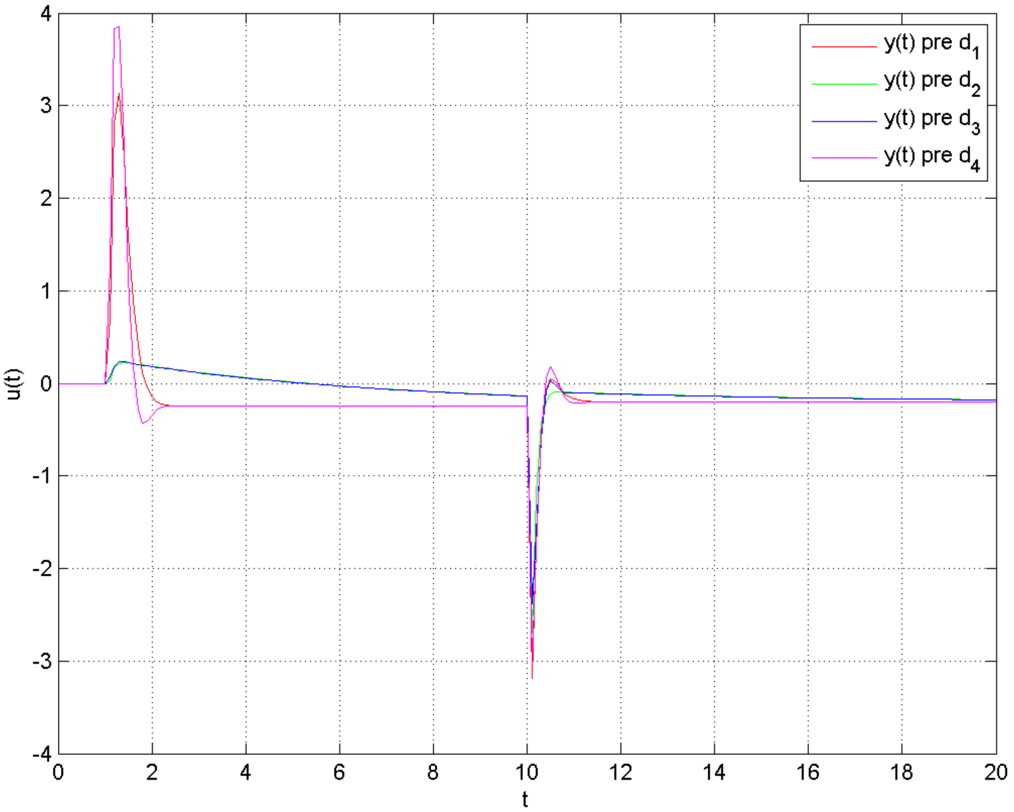
d	α	φ	t_{reg} [s]	σ_{max} [%]	t_{reg} [s] (por.)	IAE	ISE
1	8.3	_	1.7	0	0.4	0.402	0.252
2	12.4	_	19.1	0	9.4	6.194	3.164
3	_	10^{-5}	19	0	9.2	6.107	3.095
4	12	10^{-4}	1.4	3.14	0.4	0.312	0.199

Tabuľka 7.6: Hodnoty ukazovateľov kvality pre 2DoF štruktúru pre systém prvého rádu

Pri 2DoF štruktúre riadenia regulátory navrhnuté s CHP d_2 a d_3 mali podobné správanie. Oba regulovali veľmi pomaly, ale dobre si viedli pri odstránení vplyvu poruchy. Regulátory navrhnuté s CHP d_1 a d_4 však dokázali rýchlo riadiť na žiadanú hodnotu a pri odstránení vplyvu poruchy boli na tom podobne ako regulátory s CHP d_2 a d_3. Za najlepší regulátor som vybral ten, ktorý bol navrhnutý s CHP d_4, pretože za cenu mierneho preregulovania dokázal riadiť za najkratší čas a s minimálnymi integrálnymi kritériami kvality. Priebeh riadených veličín pre navrhnuté regulátory je na Obr. 7.**5**., ich akčné zásahy sú zobrazené na Obr. 7.**6**.



Obr. 7.5: 2DoF riadenie nestabilného systému prvého rádu



Obr. 7.6: Priebeh riadiacich veličín 2DoF regulátorov pre nestabilný systém prvého rádu

7.1.3 Návrh H_2 a H_∞ regulátorov

V tabuľke 7.7. sú uvedené tvarovacie filtre a výsledný prenos H_2 regulátora, navrhnutý pre riadenie systému (7.1).

W1	W2	Regulátor
$\frac{s/1.5+50}{s+0.005}$	0.05	$K_{21}=\frac{1018.59s+166.714}{s^2+37.915s+0.19}$

Tabuľka 7.7: Tvarovacie filtre a H_2 regulátor na riadenie systému prvého rádu

Pre H_∞ som navrhol regulátor zobrazený v tabuľke 7.8

W1	W2	Regulátor
$\frac{s/2+100}{s+0.01}$	0.2	$K_{\inf 1}=\frac{351988.9s^2+57664.2}{s^2+12774.278s+127.7}$

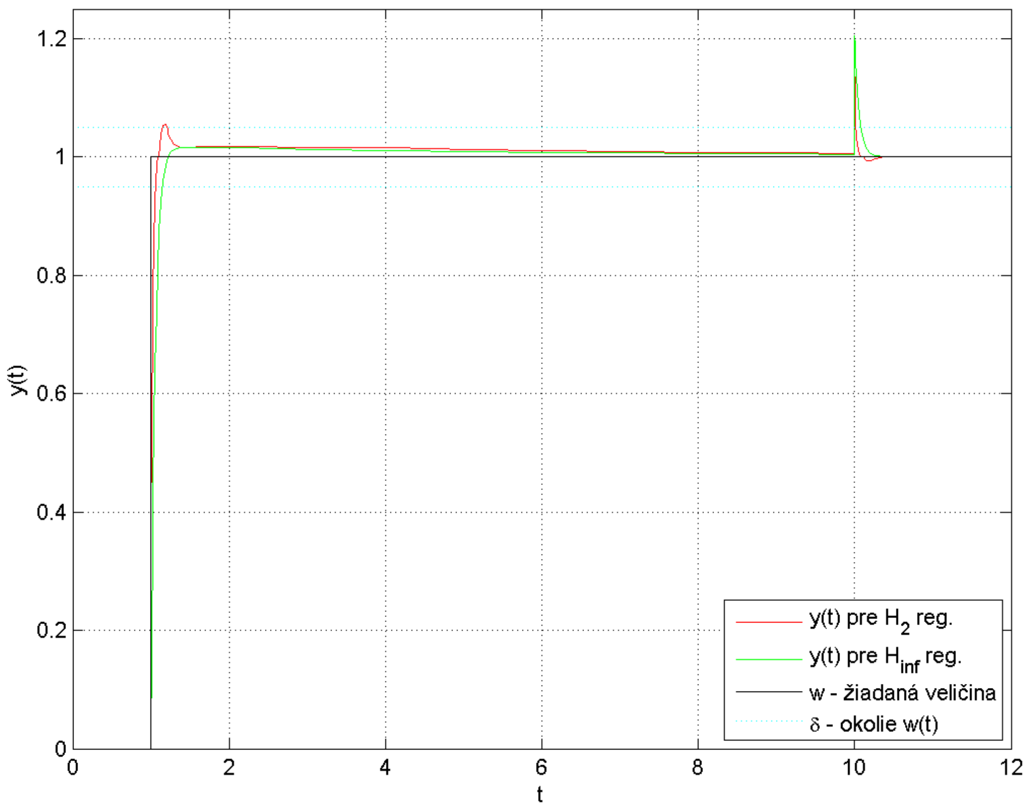
Tabuľka 7.8: Tvarovacie filtre a H_∞ regulátor na riadenie systému prvého rádu

Hodnoty ukazovateľov kvality pre uvedené regulátory sú v tabuľke 7.9.

metóda	t_{reg} [s]	σ_{max} [%]	t_{reg} [s] (por.)	IAE	ISE
H_2	1.19	5.45	0.08	0.172	0.044
H_∞	1.13	1.61	0.08	0.165	0.029

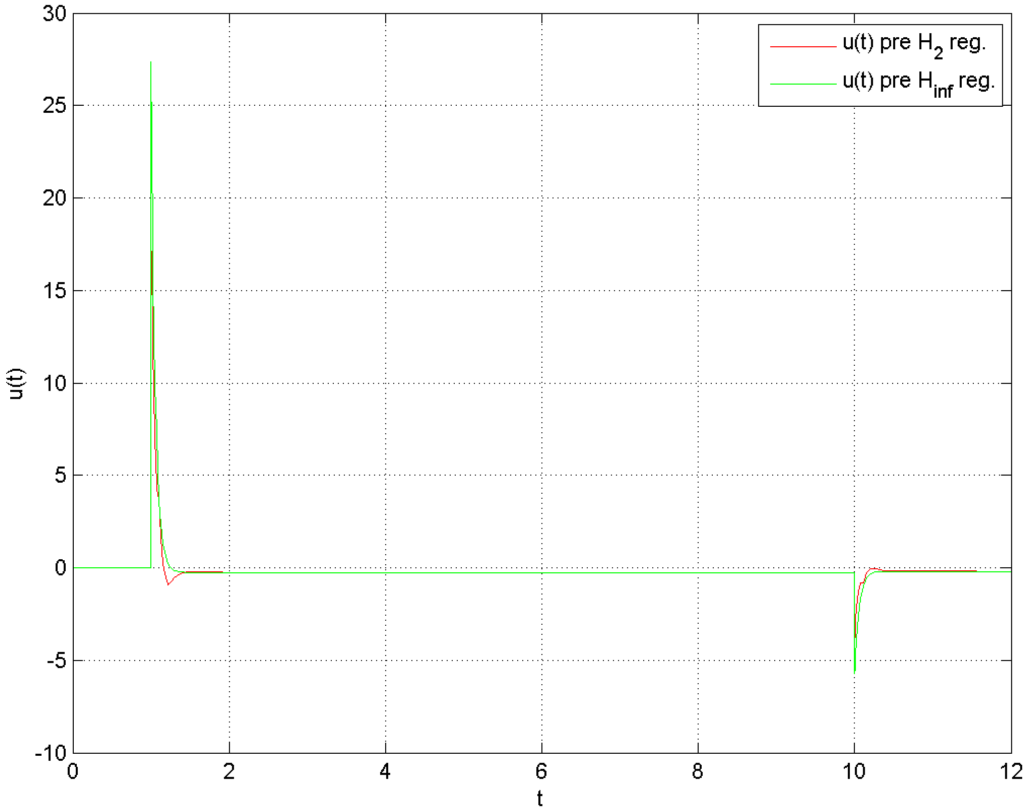
Tabuľka 7.9: Výsledky kvality regulácie H_2 a H_∞ regulátormi pre systém prvého rádu

Priebeh riadenia je zobrazený na obrázku Obr. 7.7



Obr. 7.7: Riadenie systému prvého rádu s H_2 a H_∞ regulátormi

Priebeh riadiacich veličín je na Obr. 7.**8**



Obr. 7.8: Akčný zásah vypočítanými H_2 a H_∞ regulátormi pri riadení systému prvého rádu

Výsledky riadenia H_2 a H_∞ regulátormi sú podobné, H_∞ regulátor dosiahol v testoch kvality síce trochu lepšie výsledky, alek bolo to za cenu väčšieho akčného zásahu.

7.1.4 Zhodnotenie výsledkov riadenia pre nestabilný systém prvého rádu

V tabuľke 7.10 sa nachádzajú vybrané najlepšie regulátory pre každú metódu.

regulátor	$t_{reg\ [s]}$	$\sigma_{max\ [\%]}$	$t_{reg\ [s]\ (por.)}$	IAE	ISE
IMC-PI	2	29.11	0.1	0.188	0.037
1DoF	1.5	8.27	0.1	0,28	0,079
2DoF	1.4	3.14	0.4	0.312	0.199
H_2	1.19	5.45	0.08	0.172	0.044
H_∞	1.13	1.61	0.08	0.165	0.029

Tabuľka 7.10: Hodnoty ukazovateľov kvality pre riadenie systému prvého rádu vybranými regulátormi

Z tabuľky vidieť, že najlepšie výsledky boli dosiahnuté *H* regulátormi, ktoré dosiahli najlepšie výsledky takmer vo všetkých kritériách kvality. Pri riadení na žiadanú hodnotu boli porovnateľné výsledky dosiahnuté aj polynomickými regulátormi v 1DoF a 2DoF štruktúre riadenia, avšak pri 2DoF boli generované podstatne menšie akčné zásahy regulátorov. pri použití IMC regulátorov boli najväčšie hodnoty preregulovania a času regulácie. Pri odstraňovaní poruchy boli hodnoty času regulácie pre všetky regulátory okrem 2DoF porovnateľné, v jeho prípade spôsoboval oneskorenie menší akčný zásah.

7.2 Nestabilný systém prvého rádu s dopravným oneskorením (DO)

Uvažovaný nestabilný proces je v tvare:

$$G(s) = \frac{4}{4s-1} e^{-2s} \tag{7.3}$$

Žiadaná hodnota sa mení skokovo v čase t = 1 z hodnoty 0 na 1. V čase 40 je uvažovaná porucha, ktorá predstavuje 20% žiadanej veličiny.

7.2.1 Návrh regulátora pomocou IMC metódy

Pre vybrané časové konštanty λ som navrhol štyri PID regulátory, ktorých parametre sú spolu s prenosovými funkciami filtra žiadanej veličiny uvedené v tabuľke 7.12. Vyhodnotenie jednotlivých kritérií kvality riadenia uvádzam v tabuľke č. 7.11.

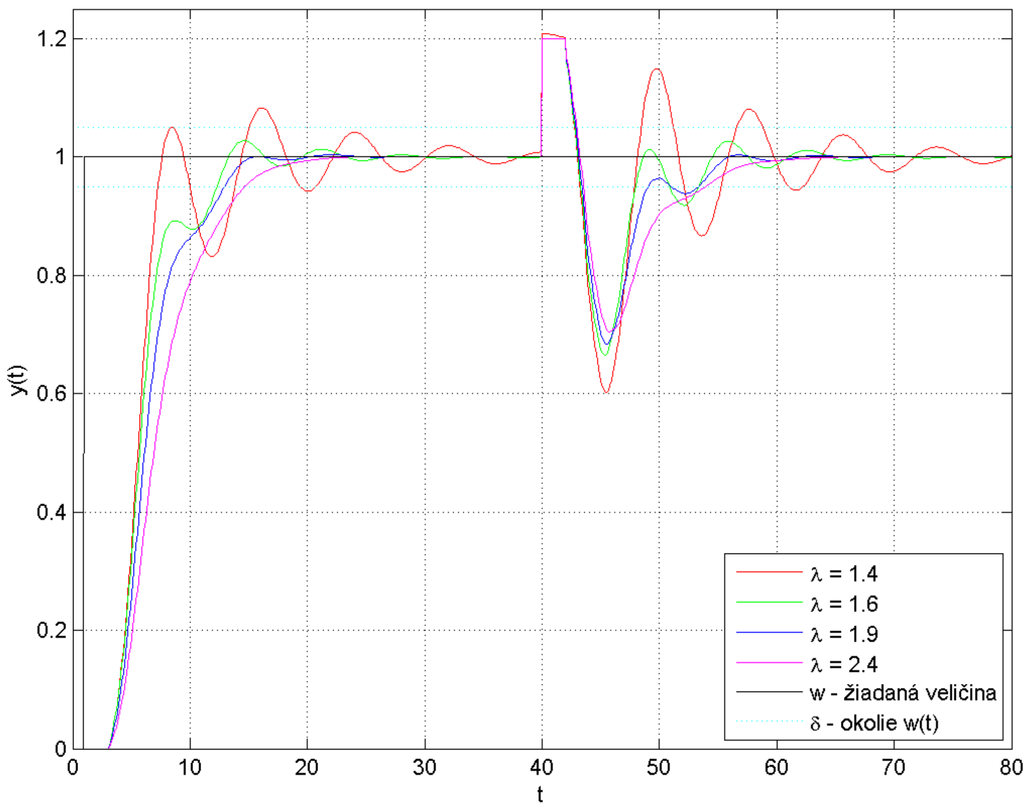
λ	t_{reg} [s]	σ_{max} [%]	t_{reg} [s] (por.)	IAE	ISE
1.4	14.8	6.49	15.9	6.541	1.257
1.6	12.2	2.75	13.3	6.595	1.273
1.9	12.9	0.37	13.3	7.206	1.403
2.4	14.6	0.02	13.9	8.493	1.722

Tabuľka 7.11.: Hodnoty ukazovateľov kvality riadenia IMC metódy pre nestebilný systém prvého rádu s DO

λ	filter žiadanej veličiny	PID regulátor
0.2	$f_R = \frac{1}{3.27s+1}$	$G_R = 1.3(1+\frac{1}{4.53s}+1.06s)$
0.3	$f_R = \frac{1}{3{,}62s+1}$	$G_R = 1.19(1+\frac{1}{4.84s}+1.04s)$
0.6	$f_R = \frac{1}{4.72s+1}$	$G_R = 0.96(1+\frac{1}{5.85s}+0.99s)$
1	$f_R = \frac{1}{6.31s+1}$	$G_R = 0.8(1+\frac{1}{7.34s}+0.94s)$

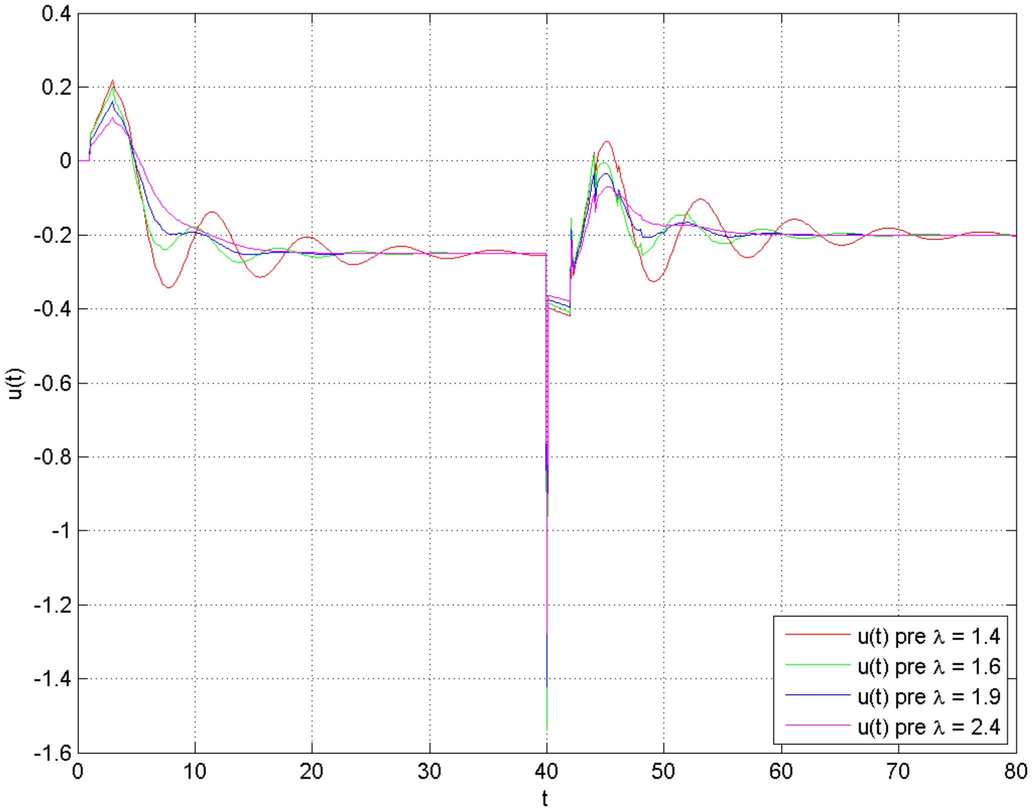
Tabuľka 7.12: Parametre navrhnutých IMC-PID regulátorov pre nestabilný systém prvého rádu s DO

Priebeh riadenia je uvedený na Obr. 7.**9**.



Obr. 7.9: Riadenie systému prvého rádu s dopravným oneskorením IMC-PID regulátormi

Na Obr. 7.**10** sa nachádza graf riadiacich veličín IMC-PID regulátorov



Obr. 7.10: Priebeh riadiacich veličín IMC-PID regulátorov pre systém prvého rádu s DO

Z výsledkov riadenia vyplýva, že regulátor navrhnutý pre $\lambda = 1{,}4$, dosiahol najmenšie hodnoty integrálnych kritérií kvality, ale kritériá kvality v časovej oblasti mali výsledky najhoršie. Riadenie týmto regulátorom malo dosť kmitavý priebeh a trvalo mu najdlhšie sa ustáliť. Regulátor navrhnutý pre $\lambda = 1{,}6$ som zvolil za najlepší, pretože mal najkratší čas regulácie, malé preregulovaniet a malé hodnoty integrálnych kritérií kvality. Pri hodnotách $\lambda \geq 1{,}9$ je riadenie bez preregulovania, ale je dlhší čas regulácie a vyššie hodnoty integrálnych kritérií kvality. Všetky navrhnuté regulátory mali pomerne veľké problémy pri odstránení vplyvu poruchy.

7.2.2 Návrh polynomického regulátora

Podobne ako pre systém bez dopravného oneskorenia som pre všetky typy charakteristických polynómov navrhol regulátory pre 1DoF a 2DoF štruktúru riadenia.

Prenosy regulátorov pre 1DoF štruktúru riadenia sú uvedené v tabuľke 7.13. Kvôli prehľadnosti je použité označenie CHP podľa vzťahu (7.2).

d	α	φ	Q(s)
1	0.8	_	$\frac{4.135s^2+4.462s+0.328}{s^3+3.25s^2+8.347s}$
2	1.15	_	$\frac{5.796s^2+6.177s+0.38}{s^3+3.95s^2+11.614s}$
3	_	0.3	$\frac{3.327s^2+3.577s+0.25}{0.548s^3+1.877s^2+6.253s}$
4	0.4	0.1	$\frac{2.108s^2+2.268s+0.16}{0.316s^3+1.131s^2+4.081s}$

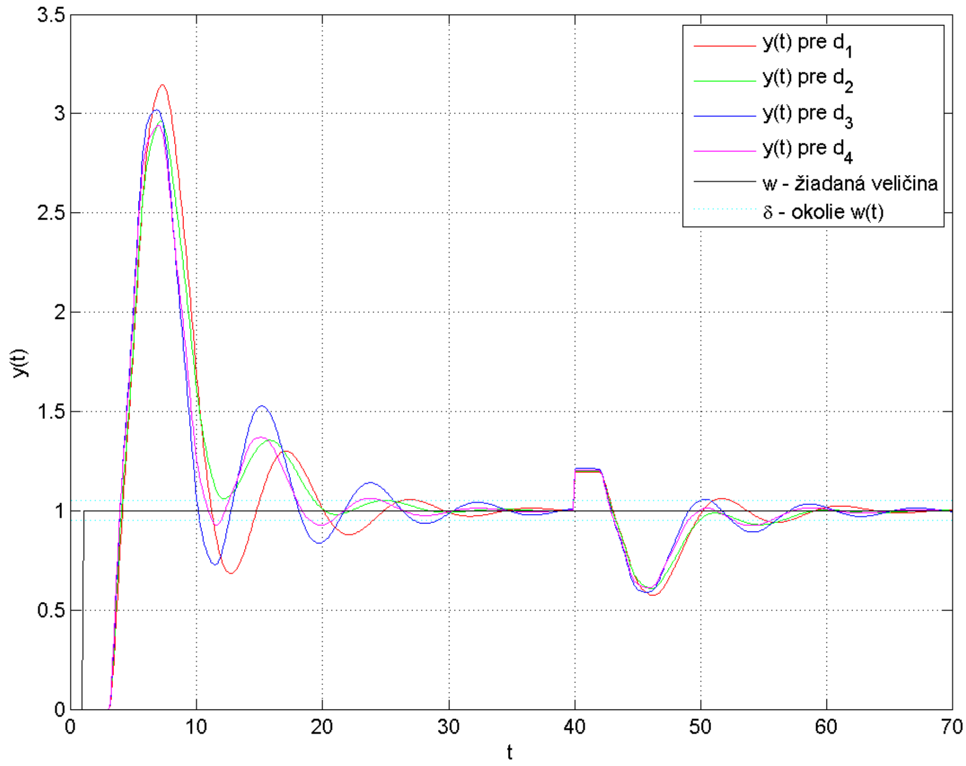
Tabuľka 7.13: Prenosy *Q*(*s*) regulátorov pre nestabilný systém prvého rádu s DO

Hodnoty ukazovateľov kvality riadenia uvedených regulátorov sú zhrnuté v tabuľke 7.14.

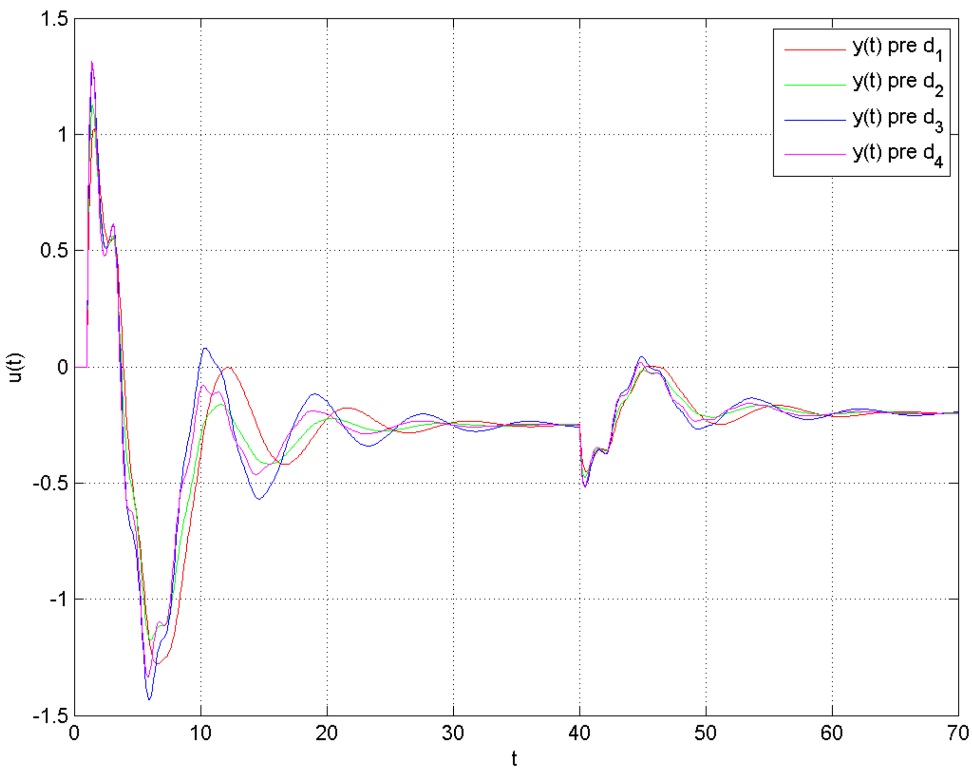
d	α	φ	t_{reg} [s]	σ_{max} [%]	t_{reg} [s] (por.)	IAE	ISE
1	0.8	_	24.5	214.55	17	16.719	18.407
2	1.15	_	18.3	196.29	16.4	15.419	15.852
3	_	0.3	20.8	201.98	16	16.118	15.836
4	0.4	0.1	20.4	194.19	15.5	14.353	14.692

Tabuľka 7.14: Vyhodnotenie kvality riadenia pre 1DoF systém

Všetky regulátory dosahovali až dvesto percentné preregulovanie pri riadení na žiadanú hodnotu a ich čas regulácie bol tiež podstatne väčší ako dosahovali IMC-PID regulátory. Pri odstraňovaní vplyvu poruchz sú hodnoty preregulovania a času regulácie lepšie. Priebehy riadenia týchto regulátorov sú zobrazené na Obr. 7.**11**, akčné veličiny sú na Obr. 7.**12**



Obr. 7.11 Priebeh riadených veličín pre 1DoFštruktúru riadenia



Obr. 7.12: Priebeh akčných veličín pre 1DoF štruktúru riadenia

Prenosy zvolených regulátorov pre 2DoF štruktúru riadenia sú uvedené v tabuľke 7.15.

d	α	φ	Q(s)	R(s)
1	0.85	_	$\dfrac{5.097s^2+5.54s+0.444}{s^3+3.5s^2+9.947s}$	$\dfrac{0.444}{s^3+3.5s^2+9.947s}$
2	1.8	_	$\dfrac{17.142s^2+18.6s+1.458}{s^3+5.9s^2+29.687s}$	$\dfrac{1.458}{s^3+5.9s^2+29.687s}$
3	_	1.2	$\dfrac{3.816s^2+4.066s+0.25}{1.095s^3+3.148s^2+7.759s}$	$\dfrac{0.25}{1.095s^3+3.148s^2+7.759s}$
4	8	15	$\dfrac{462.288s^2+526.288s+64}{3.873s^3+65.883s^2+774.778s}$	$\dfrac{64}{3.873s^3+65.883s^2+774.778s}$

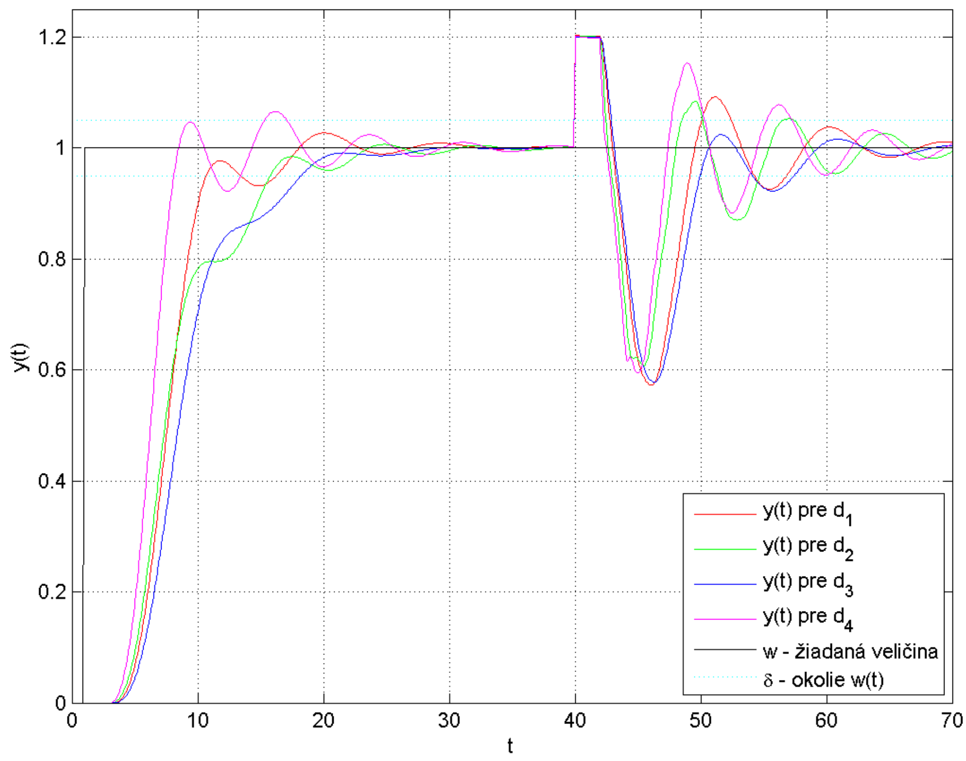
Tabuľka 7.15: Prenosy $Q(s)$ a $R(s)$ regulátorov pre nestabilný systém prvého rádu s DO

Výsledky pre 2DoF štruktúru riadenia som zhrnul do tabuľky 7.16

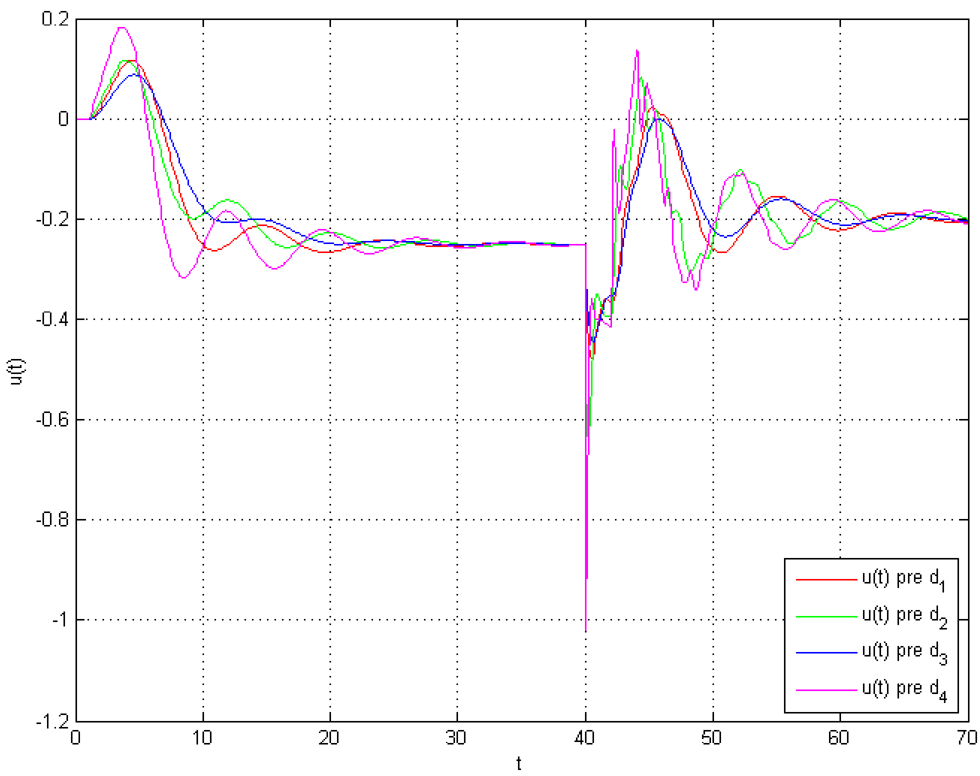
d	**α**	**φ**	**t_{reg} [s]**	**σ_{max} [%]**	**t_{reg} [s](s por.)**	**IAE**	**ISE**
1	0.85	_	16.2	2.57	16.8	9.934	6.335
2	1.8	_	15.7	0.65	17.4	10.385	6.175
3	_	1.2	18.2	0.11	17.4	11.298	7.141
4	8	15	17	6.57	17.2	8.562	5.088

Tabuľka 7.16: Hodnoty ukazovateľov kvality pre 2DoF štruktúru riadenia pre systém prvého rádu s DO

Pri 2DoF konfigurácií riadenia dokážeme riadiť systém bez preregulovania, čo sa však odzrkadlí na vyššom čase regulácie. 2DoF konfigurácia však taktiež nedokáže zaistiť dobrú kompenzáciu poruchy. Priebeh riadenia vybranými regulátormi je zobrazený na Obr. 7.**13**, priebeh akčných zásahov je na Obr. 7.**14**.



Obr. 7.13: Priebeh riadených veličín pre 2DoF štruktúru riadenia



Obr. 7.14: Priebeh riadiacich veličín pre 2DoF štruktúru riadenia

7.2.3 Návrh H_2 a H_∞ regulátorov

V tabuľke 7.17. sú uvedené tvarovacie filtre a výsledný prenos H_2 regulátora, navrhnutý pre riadenie systému (7.3).

W1	W2	Regulátor
$\frac{s/2+0.3}{s+0.00003}$	0.01	$K_{21}=\frac{112.37s^2+119.87s+7.5}{s^3+52.1s^2+218.89s+0.007}$

Tabuľka 7.17: Tvarovacie filtre a H_2 regulátor pre systém prvého rádu s DO

Pre H_∞ riadenie je výsledný regulátor spolu s váhovými funkciami uvedený v tabuľke 7.18

W1	W2	Regulátor
$\frac{s/2+0.2}{s+0.00001}$	0.07	$K_{\inf 1}=\frac{3327.6s^2+3569.9s+242.29}{s^3+217s^2+5950.8s+0.12}$

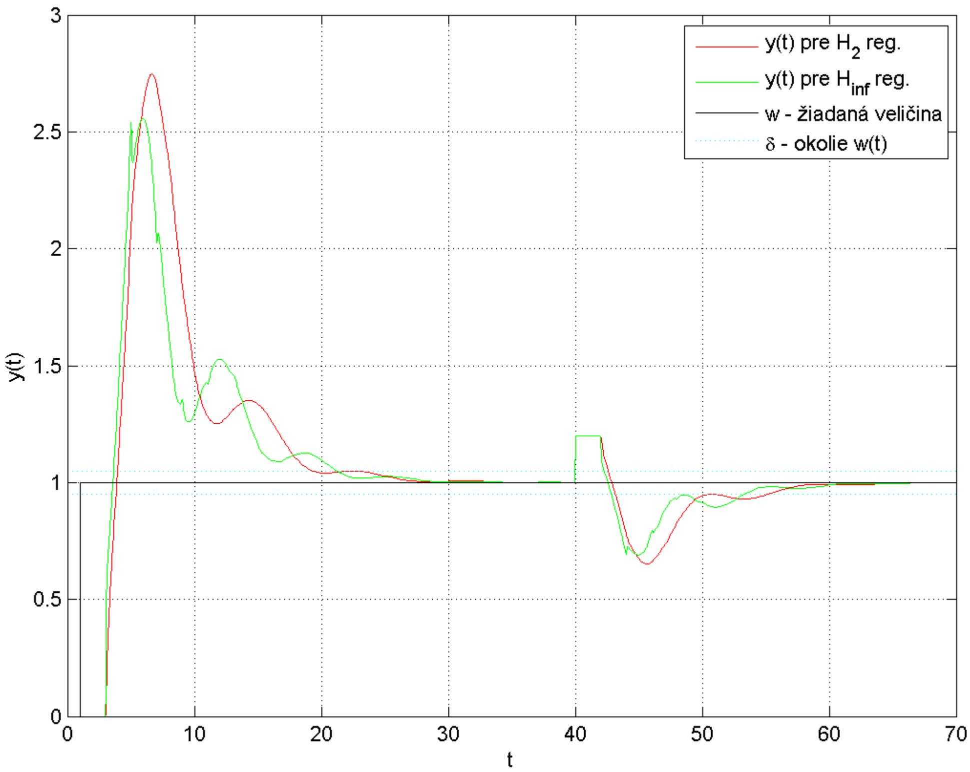
Tabuľka 7.18: Tvarovacie filtre a H_∞ regulátor pre systém prvého rádu s DO

Výsledky kvality riadenia týmito regulátormi sú uvedené v tabuľke 7.19.

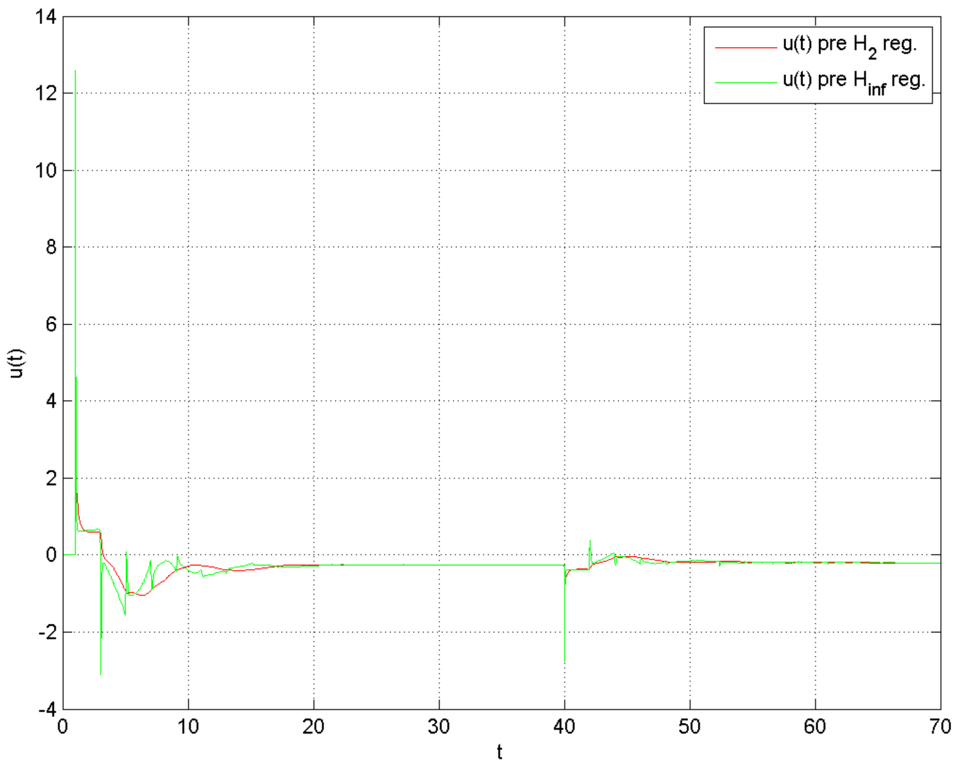
metóda	t_{reg} [s]	σ_{max} [%]	t_{reg} [s](s por.)	IAE	ISE
H_2	18.72	181.75	44.99	14.469	12.854
H_∞	21.22	155.63	43.29	12.545	9.558

Tabuľka 7.19: Hodnoty ukazovateľov kvality regulácie H_2 a H_∞ regulátormi pre systém prvého rádu s DO

Podľa výsledkov z tabuľky 7.19 je vhodnejší regulátor navrhnutý metódou H_∞, ktorý mal nižšie hodnoty všetkých kritérií okrem času regulácie. Aj pri tejto štruktúre riadenia sú vysoké hodnoty preregulovania. Priebeh riadených veličín je zobrazený na Obr. 7.**15**, akčné zásahy vypočítaných regulátorov sa nachádzajú na Obr. 7.**16**.



Obr. 7.15: Riadenie systému prvého rádu s dopravným oneskorením H_2 a H_∞ regulátormi



Obr. 7.16: Priebeh riadiacich veličín H_2 a H_∞ regulátorov

7.2.4 Zhodnotenie výsledkov pre nestabilný systém prvého rádu s dopravným oneskorením

V tabuľke 7.20 som zhrnul výsledky kvality riadenia z predchádzajúcich kapitol pre regulátory, ktoré sa javili ako najvhodnejšie.

regulátor	t_{reg} [s]	σ_{max} [%]	t_{reg} [s](s por.)	IAE	ISE
IMC-PID	12.2	2.75	43.3	6.595	1.273
1DoF	20.4	194.19	45.5	14.353	14.692
2DoF	15.7	0.65	47.4	10.385	6.175
H_2	18.72	181.75	44.99	14.469	12.854
H_∞	21.22	155.63	43.29	12.545	9.558

Tabuľka 7.20: Výsledky kvality najlepších regulátorov pre systém prvého rádu s dopravným oneskorením

Podľa získaných výsledkov sa ako najvhodnejší regulátor na riadenie systému prvého rádu s dopravným oneskorením javí regulátor navrhnutý metódou IMC-PID. Má najmenšie hodnoty v integrálnych kritériách kvality, najmenší čas regulácie. Pri riadení na žiadanú veličinu je celkom dobrou voľbou aj regulátor s 2DoF systémom riadenia, avšak pri odstránení vplyvu poruchy je podľa výsledkov najslabší. Je to však malý rozdiel pretože všetky z testovaných regulátorov mali pomerne veľké problémy pri odstraňovaní vplyvu poruchy. *H* regulátory, ktoré pre systém prvého rádu bez dopravného oneskorenia mali bezkonkurenčne najlepšie výsledky si v tomto prípade nedokázali poradiť s obrovským preregulovaním, ktoré dosahovali. Podobný priebeh mali opäť aj 1DoF, ktoré boli podľa získaných výsledkov najnevhodnejšími regulátormi na riadenie vybraného systému

7.3 .Nestabilný systém druhého rádu

Uvažovaný je nestabilný proces v tvare:

$$G(s) = \frac{1.5}{(9s-1)(3s+1)} \tag{7.4}$$

Žiadaná hodnota sa mení skokovo v čase t = 1 z hodnoty 0 na 1.

7.3.1 Návrh regulátora pomocou IMC metódy

Pre prípad IMC-PID regulátorov bola uvažovaná porucha v čase t = 14, ktorá predstavovala 20% žiadanej hodnoty.

V tabuľke 7.21 uvádzam hodnoty filtra žiadanej veličiny pre zvolené časové konštanty λ, a vypočítané parametre navrhnutých PID regulátorov.

λ	filter žiadanej veličiny	PID regulátor
0.2	$f_R = \dfrac{1}{0{,}002 + 0{,}032 + 0{,}24 + 0{,}8 + 1}$	$G_R = 455{,}72(1 + \dfrac{1}{0{,}8s} + 0{,}29s)$
0.3	$f_R = \dfrac{1}{0{,}008 + 0{,}108 + 0{,}54 + 1{,}2 + 1}$	$G_R = 204{,}06(1 + \dfrac{1}{1{,}2s} + 0{,}43s)$
0.6	$f_R = \dfrac{1}{0{,}13 + 0{,}864 + 2{,}16 + 2{,}4 + 1}$	$G_R = 52{,}39(1 + \dfrac{1}{2{,}43s} + 0{,}81s)$
1	$f_R = \dfrac{1}{1 + 4 + 6 + 4 + 1}$	$G_R = 19{,}73(1 + \dfrac{1}{4{,}14s} + 1{,}26s)$

Tabuľka 7.21: Parametre navrhnutých PID regulátorov pre nestabilný systém druhého rádu

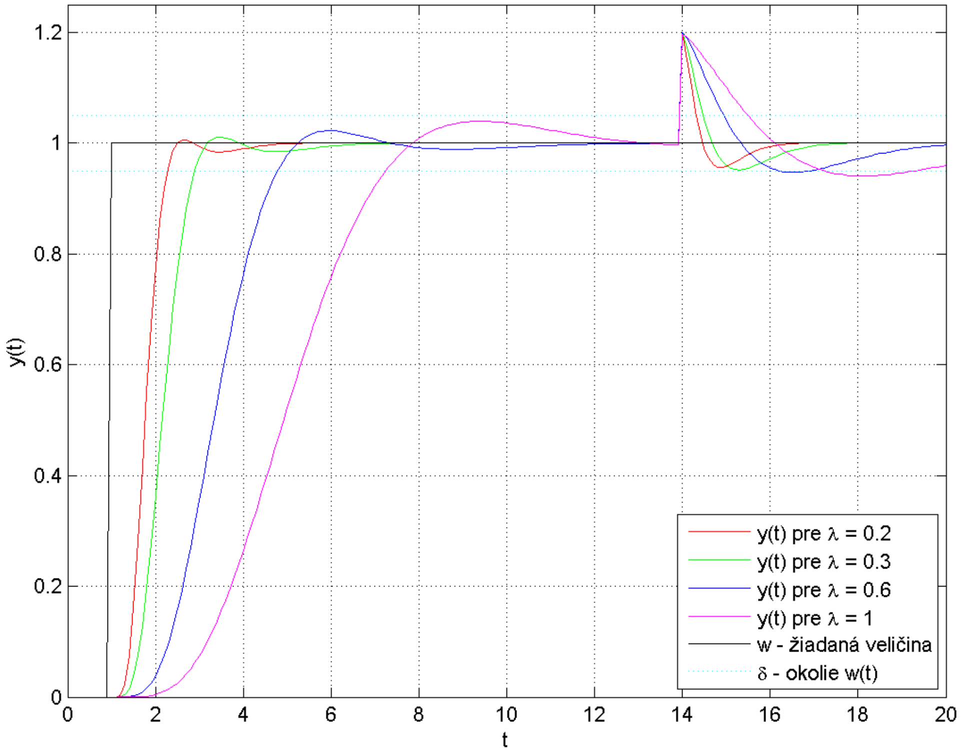
Kvalita nahrnutých regulátorov je vyhodnotená v tabuľke 7.22.

λ	t_{reg} [s]	σ_{max} [%]	t_{reg} [s] (por.)	IAE	ISE
0.2	2.2	0.54	0.3	0.184	0.012
0.3	2.8	1.07	0.4	0.286	0.019
0.6	4.7	2.23	2.9	0.591	0.042
1	7.2	3.96	5.2	0.974	0.077

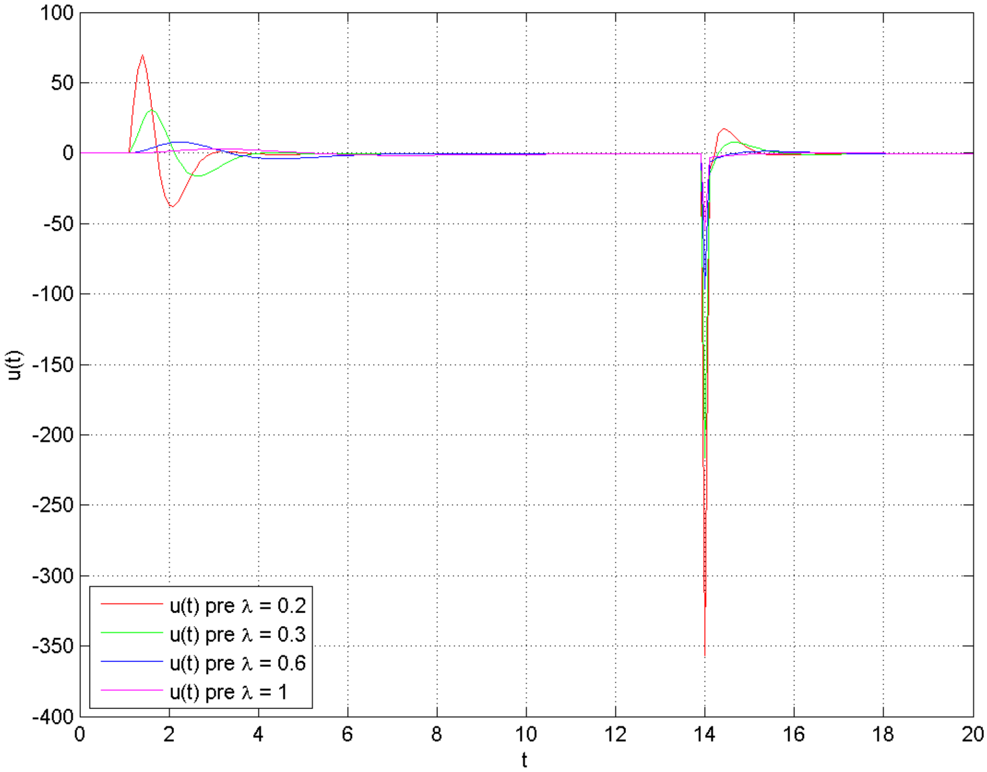
Tabuľka 7.22: Hodnoty ukazovateľov kvality pri riadení IMC-PID regulátormi pre nestabilný systém druhého rádu

Z výsledkov sa dá pozorovať, že so zvyšujúcim sa λ sa zhoršujú všetky kritéria kvality. Najlepšie hodnoty boli dosiahnuté pre regulátor, navrhnutý pre λ = 0,2. Jeho jedinou nevýhodou bol obrovský akčný zásah generovaný pri potlačení poruchy.

Priebeh riadenia navrhnutými regulátormi je zobrazený na Obr. 7.**17**, akčné zásahy pre dané regulátory sú uvedené na Obr. 7.**18**



Obr. 7.17: Priebeh riadenia nestabilného systému druhého rádu s PID regulátormi



Obr. 7.18: Akčný zásah PID regulátorov pri riadení nestabilného systému druhého rádu

7.3.2 Návrh polynomického regulátora

Pre prípade 1DoF konfigurácie riadenia je uvažovaná porucha v čase 25 a predstavuje 20% žiadanej hodnoty. Navrhnuté regulátory sú uvedené v tabuľke 7.23. Označenie charakteristických polynómov je podľa vzťahu z rovnice (7.2).

d	α	φ	Q(s)
1	1.3	–	$\frac{337.477s^2+267.41s+66.833}{s^3+6.278s^2+15.542s}$
2	4.5	–	$\frac{1889.3s^2+812.016+60.75}{s^3+13.722s^2+63.775s}$
3	–	10^{-5}	$\frac{1.179s^2+0.504s+0.037}{0.003s^3+0.017s^2+0.047s}$
4	0.25	10^{-5}	$\frac{1.225s^2+0.58s+0.063}{0.003s^3+0.017s^2+0.048s}$

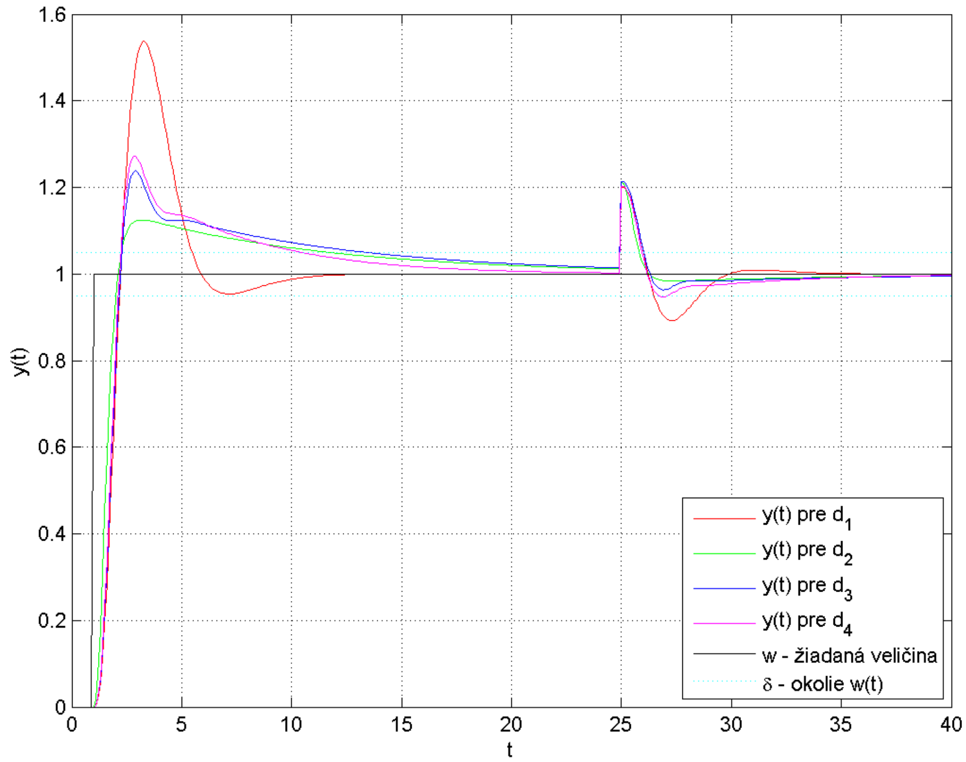
Tabuľka 7.23.: Prenosy $Q(s)$ regulátorov pre nestabilný systém druhého rádu

Hodnoty ukazovateľov kvality riadenia pre 1DoF štruktúru riadenia sú zhrnuté v tabuľke 7.24.

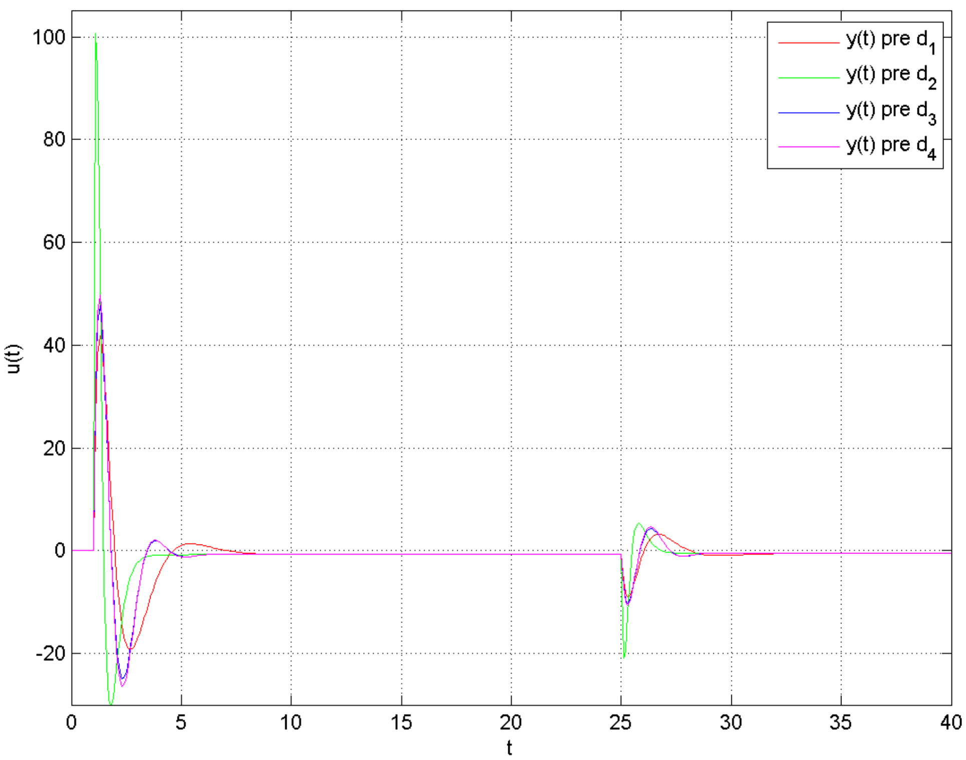
d	α	φ	t_{reg} [s]	σ_{max} [%]	t_{reg} [s] (por.)	IAE	ISE
1	1.3	–	5.4	53.69	3.5	2.368	1.085
2	4.5	–	11.6	12.4	0.8	1.988	0.516
3	–	10^{-5}	13.3	23.72	1	2.551	0.757
4	0.25	10^{-5}	10.4	27.17	2	2.313	0.748

Tabuľka 7.24: Hodnoty ukazovateľov kvality pre 1DoF štruktúru riadenia pre nestabilný systém druhého rádu

Regulátor navrhnutý pre CHP d_1 dosiahol opäť najhoršie výsledky riadenia a to takmer vo všetkých kritériách kvality. Čas regulácie bol najkratší, ale preregulovanie bolo najväčšie. Najlepšie dosiahnuté výsledky sú pri použití regulátora s CHP d_2. Všetky hodnoty ukazovateľov kvality sú najmenšie, okrem času regulácie. Priebehy jednotlivých riadiacich a akčných veličín sú na obrázkoch Obr. 7.**19** a Obr. **7.20**.



Obr. 7.19: Riadenie 1DoF nestabilného systému druhého rádu polynomickým regulátorom



Obr. 7.20: Priebehy akčných veličín regulátorov pri riadení 1DoF systému druhého rádu

Pre riadenie s dvoma stupňami voľnosti som navrhol regulátory uvedené v tabuľke 7.25.

d	α	φ	Q(s)	R(s)
1	5	–	$\frac{21538.4s^2+56413s+56250}{s^3+24.778s^2+244.531s}$	$\frac{56250}{s^3+24.778s^2+244.531s}$
2	8	–	$\frac{9994.7s^2+4355.6s+341.34}{s^3+24.22s^2+197.358s}$	$\frac{341.34}{s^3+24.22s^2+197.358s}$
3	–	10^{-4}	$\frac{1.268s^2+0.534s+0.037}{0.01s^3+0.038s^2+0.071s}$	$\frac{0.037}{0.01s^3+0.038s^2+0.071s}$
4	4	10^{-5}	$\frac{11.076s^2+20.472s+16}{0.003s^3+0.041s^2+0.216s}$	$\frac{16}{0.003s^3+0.041s^2+0.216s}$

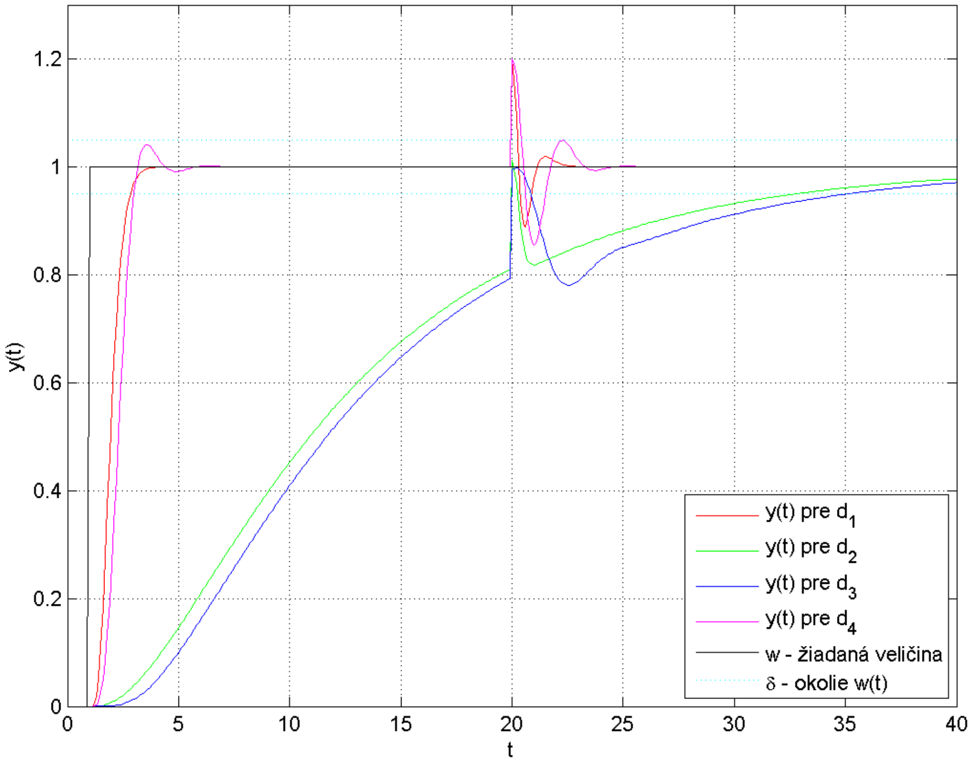
Tabuľka 7.25: Prenosy $Q(s)$ a $R(s)$ regulátorov pre nestabilný systém druhého rádu

V čase 20 bola do systému pre 2DoF štruktúru riadenia privedená porucha, ktorá predstavovala 20% žiadanej veličiny. Hodnoty ukazovateľov kvality som zhrnul do tabuľky 7.26.

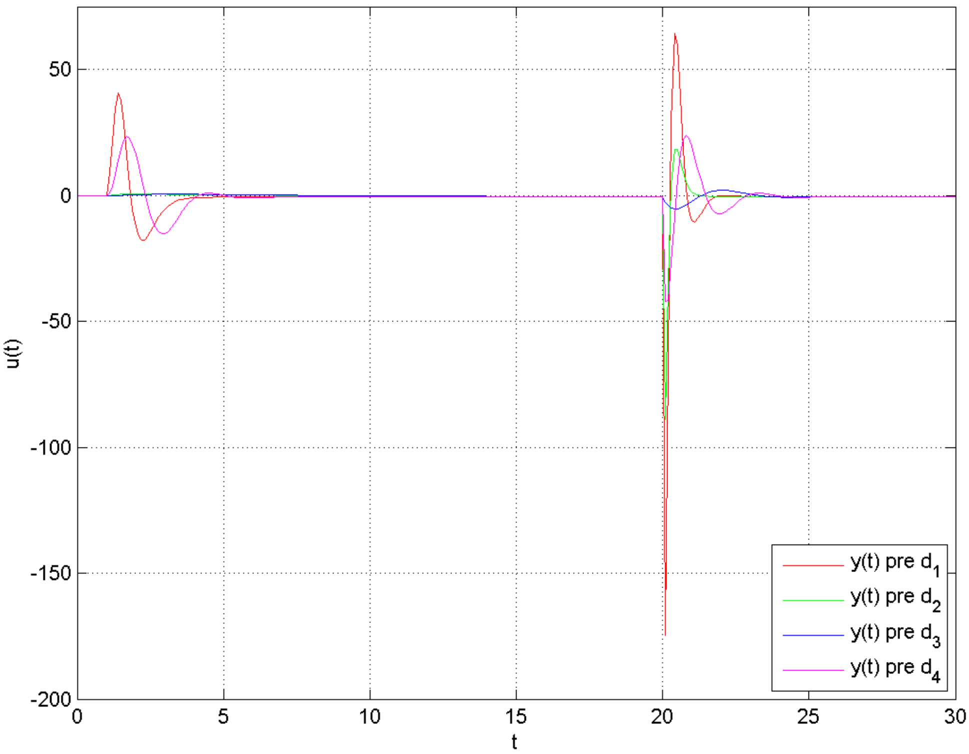
d	**α**	**φ**	**t_{reg} [s]**	**σ_{max} [%]**	**t_{reg} [s] (por.)**	**IAE**	**ISE**
1	5	–	2.8	0	0.8	1.106	0.764
2	8	–	31.9	0	5.4	12.579	7.509
3	–	10^{-4}	32.8	0	8.5	13.803	8.312
4	4	10^{-5}	2.9	4.1	1.5	1.558	1.079

Tabuľka 7.26: Vyhodnotenie kvality riadenia regulátormi pre 2DoF systém

Pri riadení s dvoma stupňami nastal rovnaký prípad ako pre nestabilný systém prvého rádu. Podarilo sa mi navrhnúť dva odlišné typy regulátorov. Regulátory pre CHP d_2 a d_3 riadili veľmi pomaly na žiadanú hodnotu a ani pri vplyve poruchy (údaje v zátvorkách boli simulačne overené aký čas regulácie by mali dané regulátory v prípade žeby boli v čase poruchy v ustálenom stave) nedokázali konkurovať, jednoznačne lepším regulátorom s CHP d_1 a d_4. Prvý spomínaný si dokonca viedol najlepšie vo všetkých kategóriách. Priebeh regulácie týmito regulátormi udávam na Obr. 7.**21** a ich akčné zásahy sú zobrazené na Obr. 7.**22**



Obr. 7.21: Priebeh riadenia 2DoF regulátormi pre nestabilný systém druhého rádu



Obr. 7.22: Priebehy riadiacich veličín pre 2DoF regulátory

7.3.3 Návrh H_2 a H_∞ regulátorov

Porucha bola do systému privedená v čase 25 o veľkosti 20% žiadanej veličiny

V tabuľke 7.27. sú uvedené tvarovacie filtre a výsledný prenos H_2 regulátora, navrhnutý pre riadenie systému (7.4)

W1	W2	Regulátor
$\frac{s/1.5+8}{s+0.0008}$	0.02	$K_{21}=\frac{466.2s^2+200s+14.8}{s^3+5.9s^2+17.3+0.01}$

Tabuľka 7.27: Tvarovacie filtre a H_2 regulátor pre systém druhého rádu

Pre H_∞ riadenie je výsledný regulátor spolu s váhovými funkciami uvedený v tabuľke 7.28

W1	W2	Regulátor
$\frac{s/2+40}{s+0.004}$	0.3	$K_{\inf 1}=\frac{570834.5s^2+245161.1s+18295.3}{s^3+5700s^2+20588.9s+82.3}$

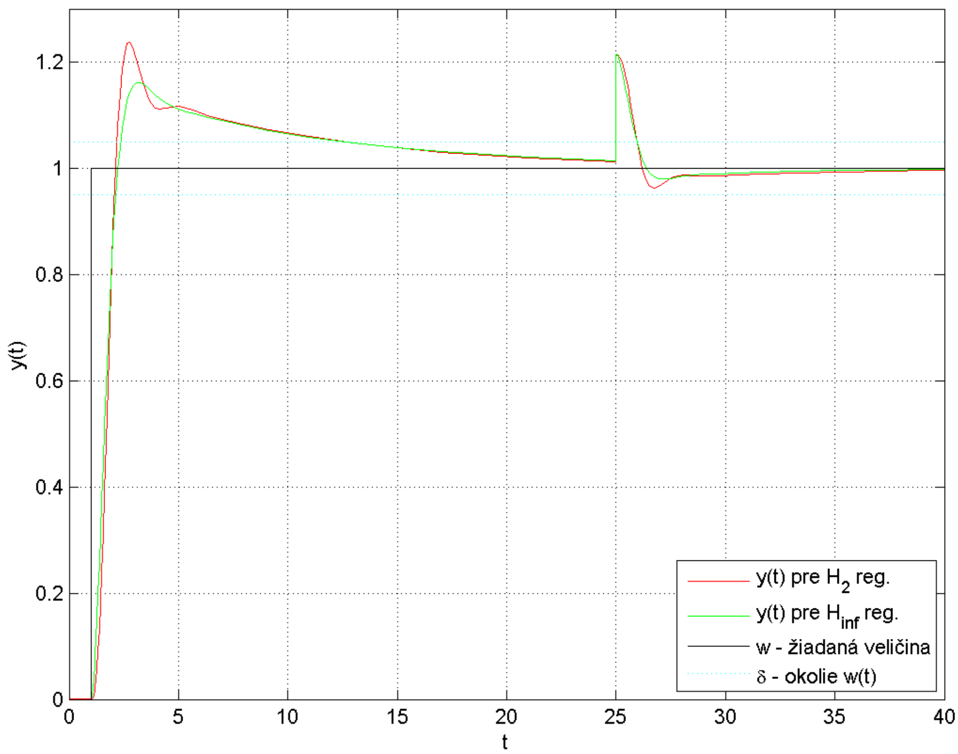
Tabuľka 7.28: Tvarovacie filtre a H_∞ regulátor pre systém druhého rádu

Hodnoty ukazovateľov kvality riadenia týmito regulátormi sú v tabuľke 7.19.

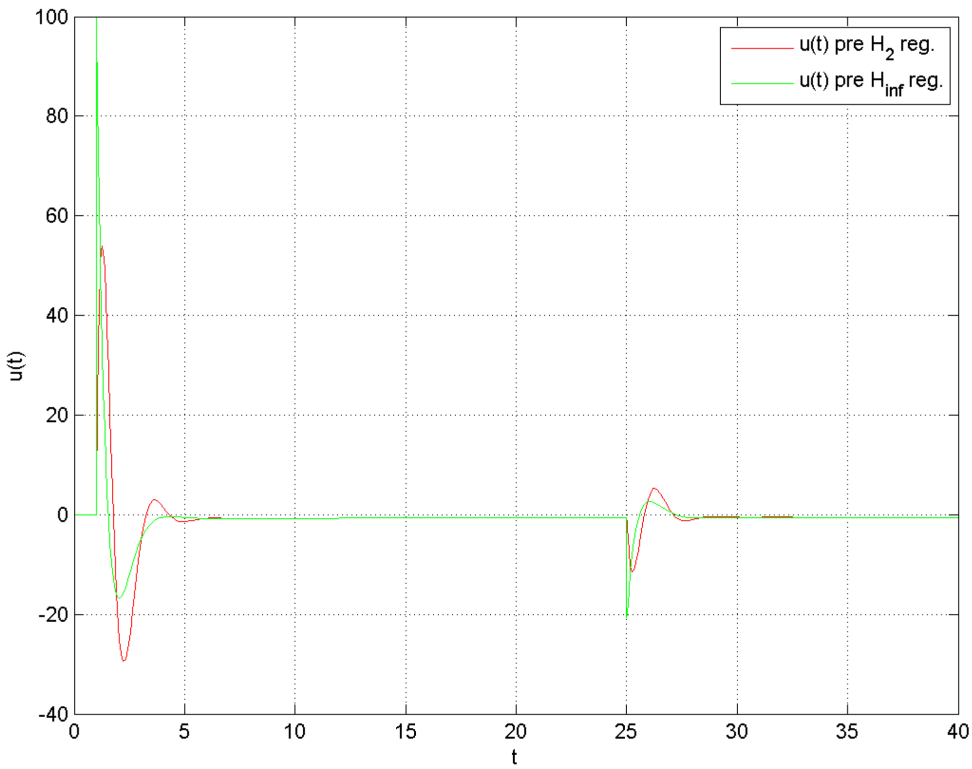
metóda	$t_{reg\ [s]}$	$\sigma_{max\ [\%]}$	$t_{reg\ [s]\ (por.)}$	IAE	ISE
H_2	12.5	23.5	0.9	2.373	0.701
H_∞	11.76	15.74	0.8	2.193	0.571

Tabuľka 7.29: Výsledky kvality regulácie H_2 a H_∞ regulátormi

Regulátor H_2 síce dosiahol aj v tomto prípade lepšie výsledky avšak opäť to bolo na úkor väčšieho akčného zásahu. V konečnom dôsledku majú oba regulátory veľmi podobný priebeh riadenia a záleží len na užívateľovi ako ohraničí akčný zásah. Grafické výsledky regulácie sú zobrazené na Obr. 7.23 a Obr. 7.**24**.



Obr. 7.23 Priebeh riadenej veličiny pri použití H_2 a H_∞ regulátorov



Obr. 7.24: Priebeh riadiacej veličiny pri použití H_2 a H_∞ regulátorov

7.3.4 Zhodnotenie výsledkov pre nestabilný systém druhého rádu

Vyhodnotenie najlepších regulátorov pre nestabilný systém druhého rádu sa nachádza v tabuľke 7.30.

regulátor	t_{reg} [s]	σ_{max} [%]	t_{reg} [s] (por.)	IAE	ISE
IMC-PID	2.2	0.54	0.3	0.184	0.012
1DoF	11.6	12.4	0.8	1.988	0.516
2DoF	2.8	0	0.8	1.106	0.764
H_2	12.5	23.5	0.9	2.373	0.701
H_∞	11.76	15.74	0.8	2.193	0.571

Tabuľka 7.30: Výsledky kvality najlepších regulátorov pre systém prvého rádu s dopravným oneskorením

Regulátory navrhnuté pre 1DoF štruktúru riadenia a H regulátory majú podobný priebeh ako hodnoty riadenej tak aj riadiacej veličiny. Potrebujú pomerne veľký akčný zásah pri riadení na žiadanú veličinu, naopak pri odstránení vplyvu porúch si poradia aj s menšími hodnotami akčného zásahu. Presne opačne sa správali regulátory navrhnuté IMC-PID metódou a taktiež 2DoF regulátory. Tie pri vplyve porúch potrebujú veľké akčné zásahy na stabilizáciu systému. Podľa kritérií kvality však IMC-PID a 2DoF regulátory dominujú nad 1DoF a H regulátormi.

7.4 Nestabilný systém druhého rádu s dopravným oneskorením

Uvažovaný nestabilný proces je v tvare:

$$G(s)=\frac{1}{(5s-1)(2{,}07s+1)}e^{-0{,}939s} \tag{7.5}$$

7.4.1 Návrh regulátora pomocou IMC metódy

Parametre navrhnutých PID regulátorov spolu s filtrami žiadanej veličiny uvádzam v tabuľke 7.31.

Kvalita nahrnutých regulátorov je vyhodnotená v tabuľke 7.32.

λ	filter žiadanej veličiny	PID regulátor
1.3	$f_R=\dfrac{1}{4.578+1}$	$G_R=6.726(1+\dfrac{1}{6.988s}+1.68s)$

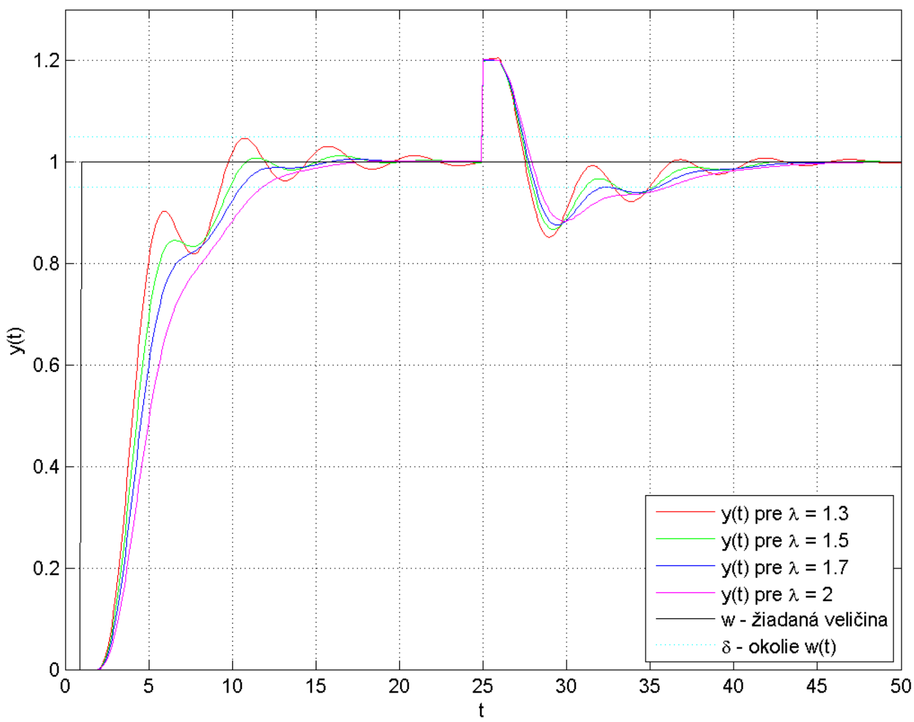
1.5	$f_R = \dfrac{1}{5.196+1}$	$G_R = 6.038(1+\dfrac{1}{7.588s}+1.173s)$
1.7	$f_R = \dfrac{1}{5.8328}$	$G_R = 5.495(1+\dfrac{1}{8.209s}+1.7649s)$
2	$f_R = \dfrac{1}{6.825+1}$	$G_R = 4.869(1+\dfrac{1}{9.181s}+1.815s)$

Tabuľka 7.31: Parametre navrhnutých PID regulátorov

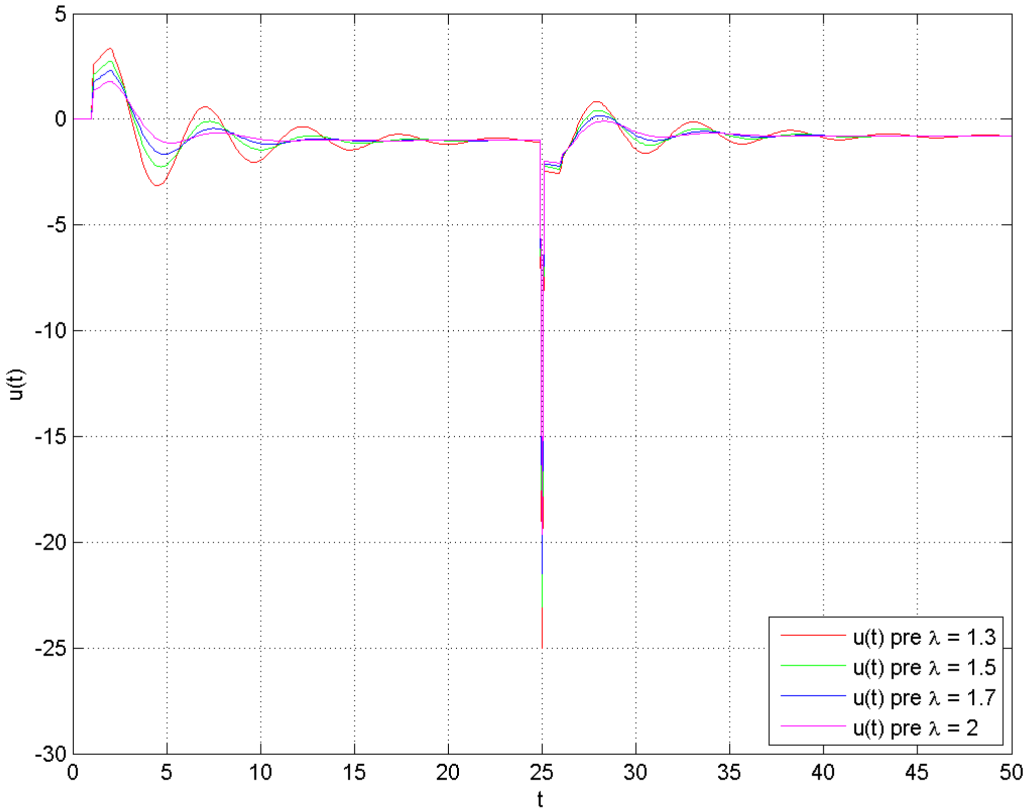
λ	t_{reg} [s]	σ_{max} [%]	t_{reg} [s] (por.)	IAE	ISE
1.3	9.3	4.63	9.9	2.925	0.407
1.5	9.8	1.18	10.1	3.109	0.391
1.7	10.5	0.52	10.4	3.34	0.407
2	11.8	0.19	11	3.677	0.454

Tabuľka 7.32: Hodnoty ukazovateľov kvality pri riadení IMC-PID regulátormi

So zvyšujúcim sa parametrom λ sa zvyšoval aj čas regulácie ale aj kmitavý priebeh riadenej veličiny. Všetky regulátory si pomerne dobre viedli aj pri riadení na žiadanú hodnotu tak aj odstránení vplyvu porúch. Priebehy riadených a riadiacich veličín sú na Obr. 7.**25**.



Obr. 7.25: Priebeh riadenia nestabilného systému druhého rádu s DO IMC-PID regulátormi



Obr. 7.26: Akčný zásah PID regulátorov pri riadení nestabilného systému druhého rádu s DO

7.4.2 Návrh polynomického regulátora

Značenie jednotlivých charakteristických polynómov je definované v rovnici (7.2)

Prenosy zvolených regulátorov sú uvedené v tabuľke 7.33:

d	α	φ	Q(s)	R(s)
1	1.1	–	$\frac{60.31s^3+165.8s^2+85.3s+9.47}{s^4+5.29s^3+12.15s^2+20.63s}$	–
2	3.8	–	$\frac{1732.6s^3+4729.9s^2+2312.2s+208.5}{s^4+15.6s^3+92.8s^2+422.8s}$	–
3	–	10^{-5}	$\frac{1.745s^3+4.759s^2+2.318s+0.206}{0.003s^4+0.028s^3+0.115s^2+0.441s}$	–
4	7.1	1.5	$\frac{2283.9s^3+6287.4s^2+3198.7s+357.9}{1.225s^4+27.03s^3+205.7s^2+809.7s}$	–

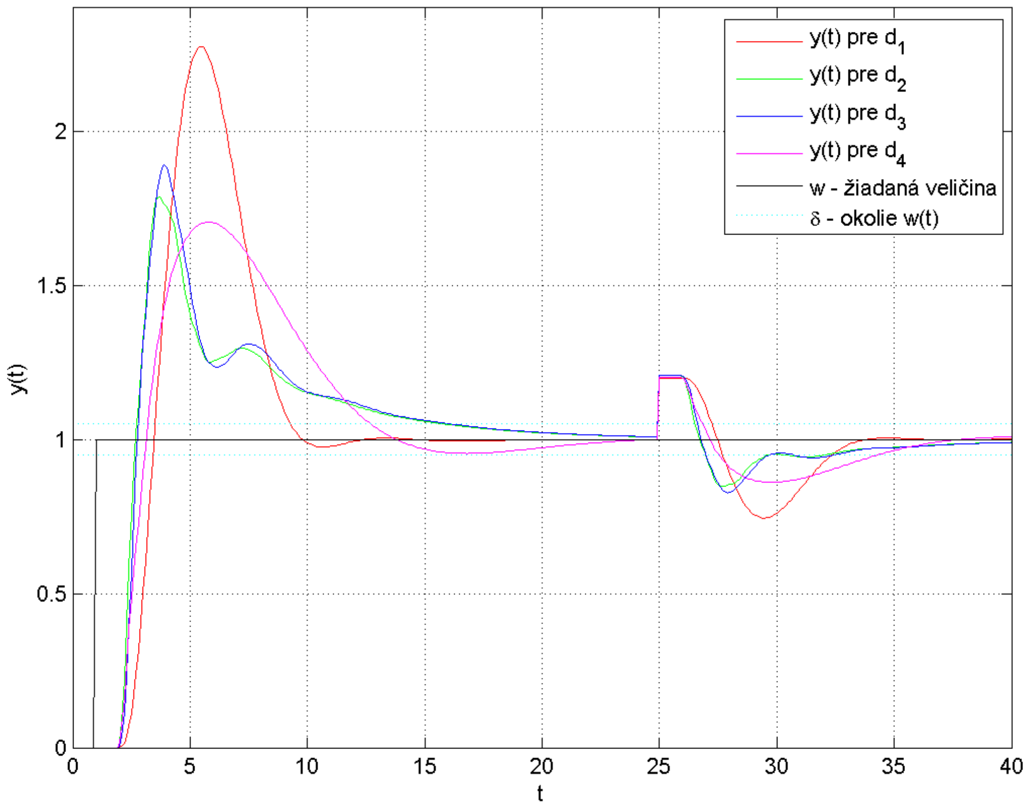
Tabuľka 7.33.: Prenosy $Q(s)$ regulátorov pre nestabilný systém druhého rádu s DO

Hodnoty ukazovateľov kvality riadenia pre 1DoF štruktúru riadenia sú zhrnuté v tabuľke 7.34.

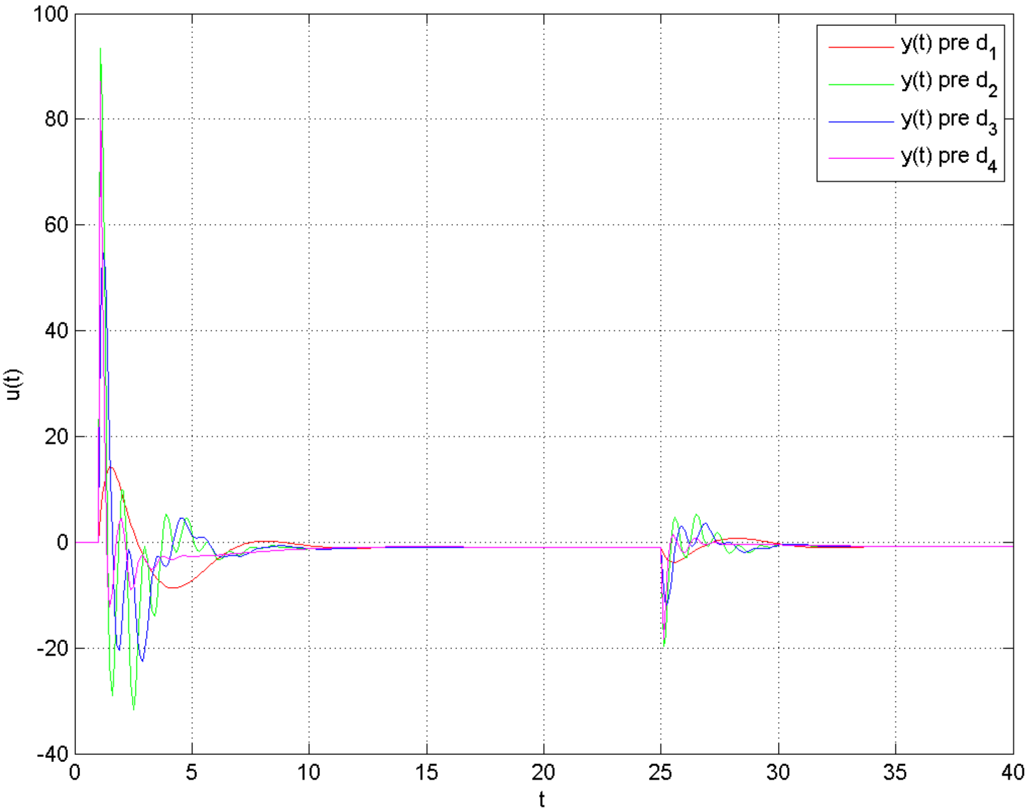
d	α	φ	t_{reg} [s]	σ_{max} [%]	t_{reg} [s] (por.)	IAE	ISE
1	1.1	_	9.2	127.48	7.3	7.443	5.985
2	3.8	_	15.8	78.61	7	5.618	2.605
3	_	10^{-5}	16.1	89.11	7.4	5.977	2.915
4	7.1	1.5	12.7	70.5	9.3	7.049	3.673

Tabuľka 7.34: Hodnoty ukazovateľov kvality pre 1DoF štruktúru riadenia pre nestabilný systém druhého rádu s DO

Regulátory pre 1DoF systém riadenia opäť generujú veľký prekmit pri riadení na žiadanú veličinu. Regulátor vtedy generuje aj pomerne veľké akčné zásahy. Na druhej strane menšie akčné zásahy sú potrebné pri odstraňovaní vplyvu porúch. Priebehy riadenej a riadiacej veličiny pre každý z regulátorov sú na Obr. 7.**27** a Obr. 7.**28**.



Obr. 7.27: Riadenie 1DoF nestabilného systému druhého rádu s DO polynomickým regulátorom



Obr. 7.28: Priebehy akčných veličín regulátorov pri riadení 1DoF systému druhého rádu s DO

Prenosy zvolených regulátorov sú uvedené v tabuľke 7.35:

d	α	φ	Q(s)	R(s)
1	2.2	–	$\frac{2157.9s^3+6597.6s^2+4832.1s+1212.1}{s^4+12.99s^3+69.8s^2+406.4s}$	$\frac{1212.1}{s^4+12.99s^3+69.8s^2+406.4s}$
2	5.4	–	$\frac{6416.4s^3+17592.5s^2+8761.5s+850.3}{s^4+22s^3+183.7s^2+1321.5s}$	$\frac{850.3}{s^4+22s^3+183.7s^2+1321.5s}$
3	–	10^{-5}	$\frac{1.745s^3+4.759s^2+2.318s+0.206}{0.003s^4+0.028s^3+0.115s^2+0.441s}$	$\frac{0.206}{0.003s^4+0.028s^3+0.115s^2+0.441s}$
4	10	0.008	$\frac{1513.2s^3+4656s^2+3521.55s+1000}{0.089s^4+2.85s^3+31.97s^2+290.155}$	$\frac{1000}{0.089s^4+2.85s^3+31.97s^2+290.155}$

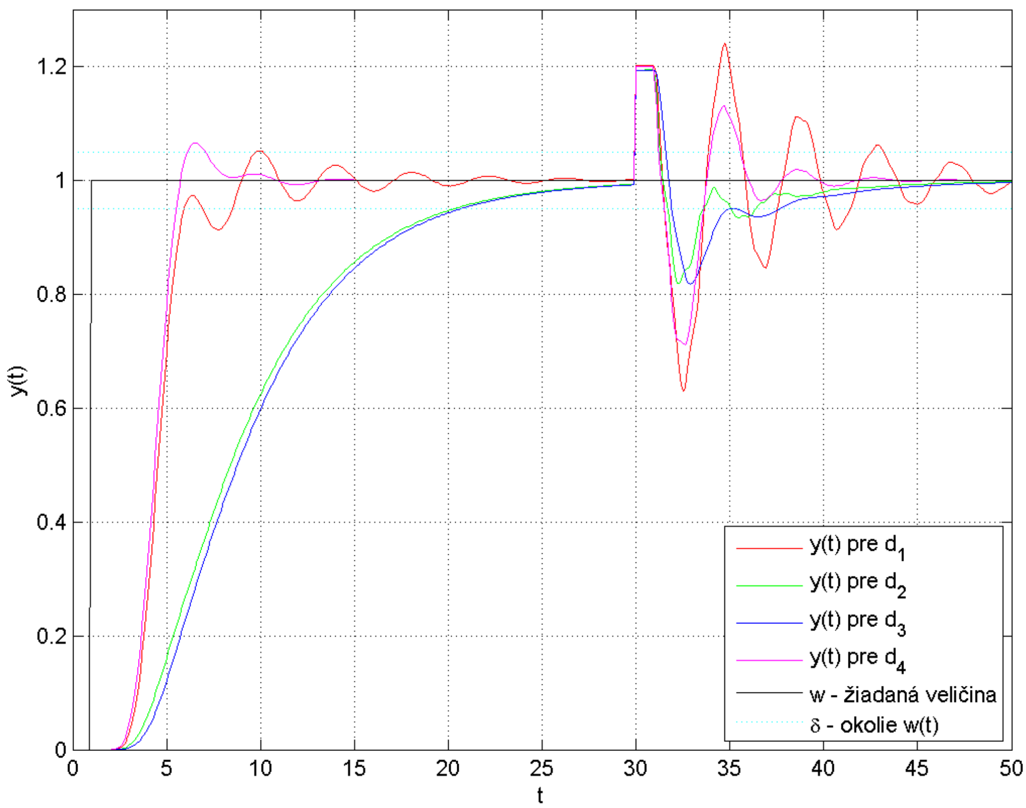
Tabuľka 7.35: Prenosy $Q(s)$ a $R(s)$ regulátorov pre jednotlivé voľby CHP

Hodnoty ukazovateľov kvality riadenia pre 2DoF štruktúru riadenia sú zhrnuté v tabuľke 7.36.

d	α	φ	$t_{reg\ [s]}$	$\sigma_{max\ [\%]}$	$t_{reg\ [s]\ (por.)}$	IAE	ISE
1	2.2	_	10.1	5.18	13.1	5.688	3.374
2	5.4	_	20.3	0	6.3	9.521	6.025
3	_	10^{-5}	20.6	0	7.6	10.093	6.41
4	10	0.008	7	6.57	5.5	4.384	3.071

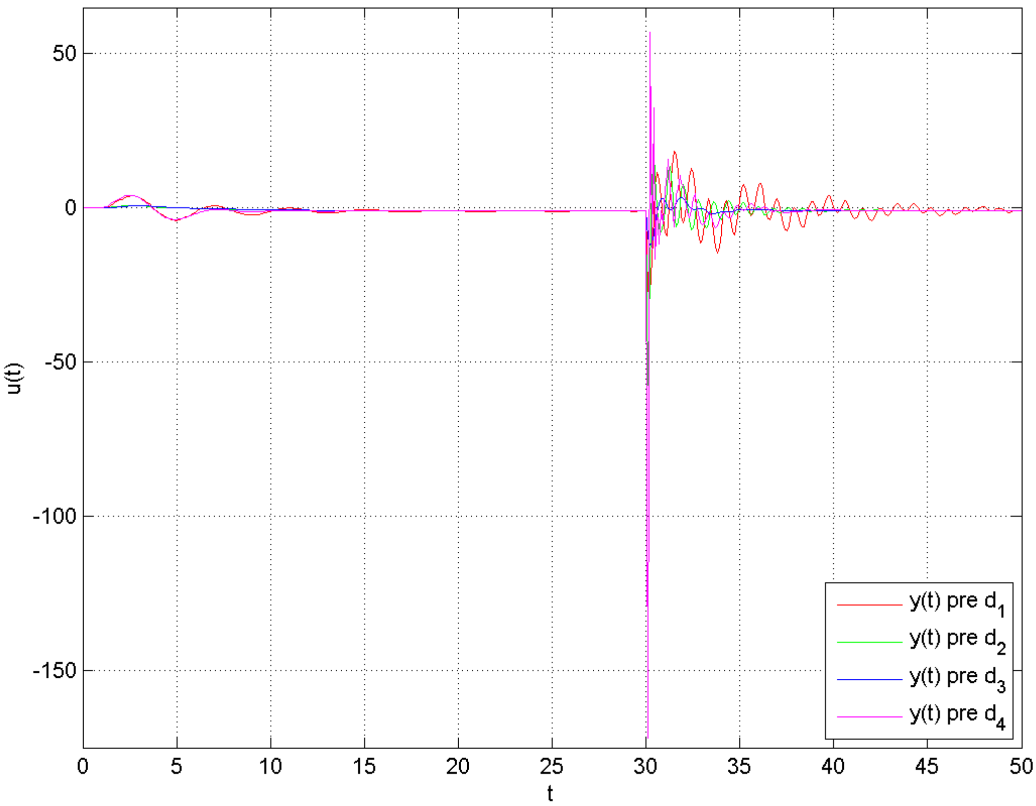
Tabuľka 7.36: Hodnoty ukazovateľov kvality pre 2DoF štruktúru riadenia

Pre túto konfigurácií vyšli opäť dva typy regulátorov. Prvý typ predstavujú regulátory d_2 a d_3, ktoré majú pomalý priebeh riadenia bez prekmitu. Druhý typ reprezentujú regulátory d_1 a d_4 dokážu riadiť na žiadanú hodnotu pomerne rýchlo s mierne kmitavým priebehom, ktorý sa zosilňuje v prípade prítomnosti poruchy. Taktiež tieto regulátory generujú veľké akčné zásahy pri kompenzácií vplyvu poruchy. Priebeh riadenia regulátormi pre 2DoF štruktúru je na Obr. 7.**29**.



Obr. 7.29: Riadenie 2DoF štruktúry polynomickým regulátorom

Priebeh akčných veličín navrhnutých regulátorov je uvedený na Obr. 7.**30**



Obr. 7.30: Akčné zásahy generované regulátormi pri 2DoF štruktúre riadenia

7.4.3 Návrh H_2 a H_∞ regulátorov

Pre H_2 riadenie sú váhové funkcie spolu s prenosom regulátora uvedené v tabuľke 7.37.

W1	W2	Regulátor
$\dfrac{s/2+20}{s+0.0002}$	0.035	$K_{21}=\dfrac{961.3s^3+2626s^2+1287s+117.6}{s^4+10.2s^3+49.3s^2+229s+0.05}$

Tabuľka 7.37: Návrh váh a regulátora pre H_2 riadenie

Pre H_∞ riadenie je výsledný regulátor spolu s váhovými funkciami uvedený v tabuľke 7.38

W1	W2	Regulátor
$\dfrac{s/1.8+4}{s+0.0004}$	0.1	$K_{\inf 1}=\dfrac{500273.3s^3+1366144.1s^2+668718.8s+60627.3}{s^4+6209.8s^3+33324.7s^2+122406.7s+49}$

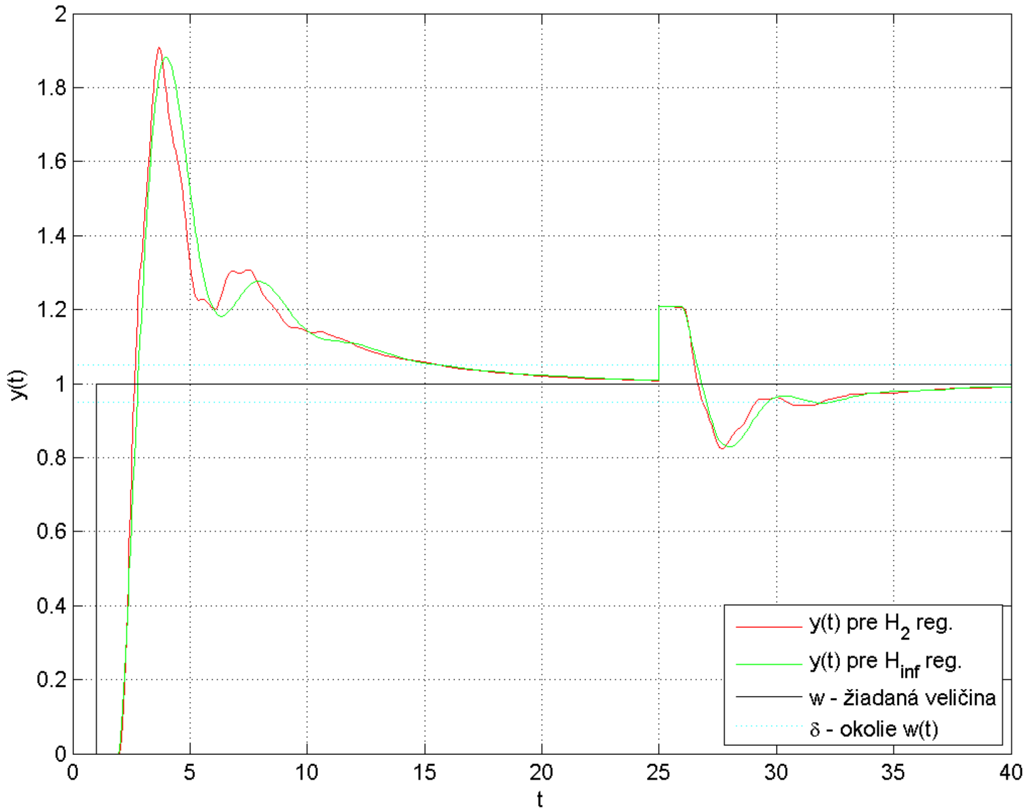
Tabuľka 7.38: Návrh váh regulátora pre H_∞ riadenie

Výsledky kvality riadenia týmito regulátormi sú uvedené v tabuľke 7.39.

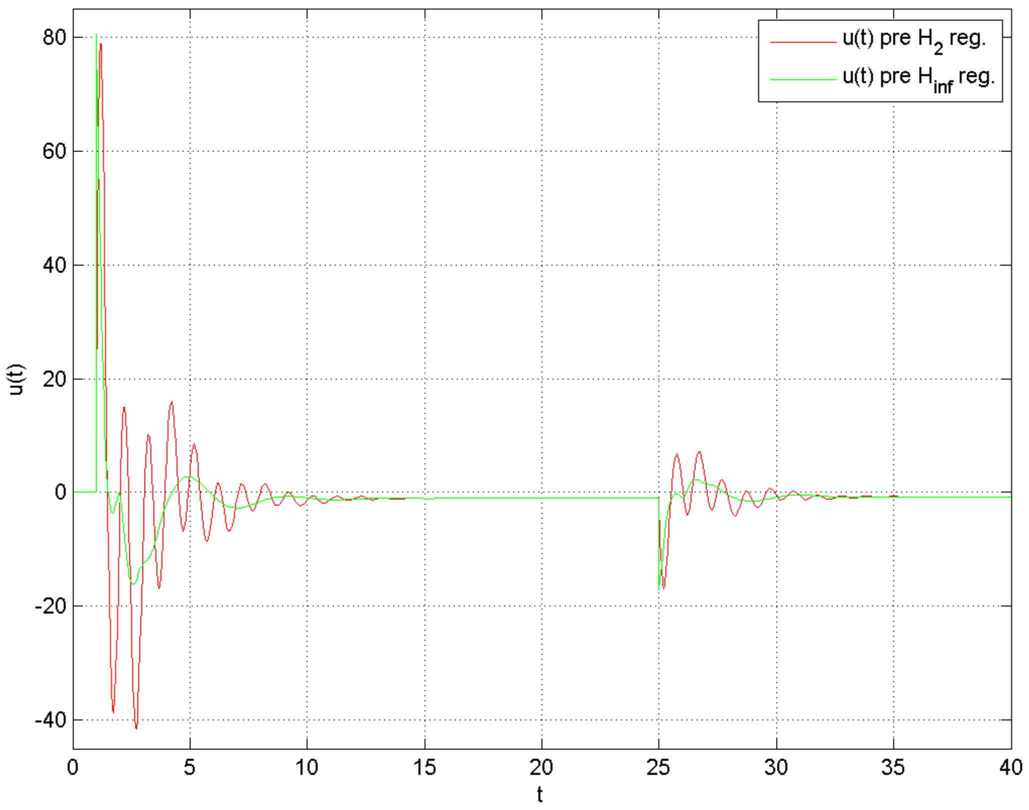
metóda	**t_{reg} [s]**	**σ_{max} [%]**	**t_{reg} [s] (por.)**	**IAE**	**ISE**
H_2	15.61	90.66	6.94	5.523	2.668
H_∞	15.53	87.91	6.94	5.716	2.843

Tabuľka 7.39: Výsledky kvality regulácie H_2 a H_∞ regulátormi

H regulátory som navrhol pre hornú hranicu akčnej veličiny osemdesiat. Z výsledkov je možné pozorovať, že oba regulátory majú veľmi podobný priebeh. Zatiaľ čo H_∞ regulátor, ma trošku lepšie výsledky v integrálnych kritériách kvality v časovej oblasti, H_2 regulátor dosahuje o čosi lepšie výsledky v integrálnych kritériách kvality. Mojou voľbou v tomto prípade je H_∞ regulátor a dôvodom je priebeh akčnej veličiny (obr), ktorý je podstatne plynulejší a menej kmitavý ako v prípade H_2 regulátora. Výsledky H_2 aj H_∞ riadenia sú grafický zobrazené na Obr. 7.**31**.



Obr. 7.31: Priebeh riadenej veličiny pri použití H_2 a H_∞ regulátorov pre nestabilný systém druhého rádu s DO



Obr. 7.32: Akčný zásah generovaný H_2 a H_∞ regulátormi pri riadení nestabilného systému druhého rádu s DO

7.4.4 Zhodnotenie výsledkov pre nestabilný systém druhého rádu s dopravným oneskorením

Výsledky pre vybrané regulátory sú uvedené v tabuľke 7.40.

regulátor	$t_{reg\ [s]}$	$\sigma_{max\ [\%]}$	$t_{reg\ [s](s\ por.)}$	IAE	ISE
IMC-PID	9.3	4.63	9.9	2.925	0.407
1DoF	15.8	78.61	7	5.618	2.605
2DoF	7	6.57	5.5	4.384	3.071
H_2	15.61	90.66	6.94	5.523	2.668
H_∞	15.53	87.91	6.94	5.716	2.843

Tabuľka 7.40: Vyhodnotenie kvality najlepších regulátorov pre systém druhého rádu s dopravným oneskorením

Z výsledkov vyplýva, že pre systém druhého rádu s dopravným oneskorením sa nejaví ako zlá voľba výber regulátora s 2DoF štruktúrou riadenia. Tento regulátor dokázal riadiť za najkratší čas pri miernom preregulovaní aj keď s mierne kmitavým priebehom riadenej veličiny. Jeho slabou stránkou bolo naopak integrálne kritérium kvality ISE a obrovské akčné zásahy pri odstraňovaní vplyvu porúch. Veľmi dobre riadil aj regulátor navrhnutý IMC-PID metódou. Za pomerne krátky čas dokázal riadiť s minimálnymi hodnotami integrálnych kritérií z pomedzi všetkých regulátorov. Taktiež generoval prijateľné akčné zásahy aj pri riadení na žiadanú veličinu aj pri odstránení vplyvu poruchy. 1DoF a H regulátory dosahovali opäť veľmi podobné výsledky. Tieto regulátory nie sú vhodné na riadenie na žiadanú veličinu, kedy dosahujú obrovských prekmitov spojených s veľkými akčnými zásahmi regulátora. Na riadenie za cieľom odstránenia vplyvu poruchy sú však vhodnou voľbou.

Ak chceme rýchlo riadiť na žiadanú veličinu a v systému nevystupujú poruchy je dobrá voľba 2DoF regulátor. V prípade že našim problémom je odstraňovanie porúch, ale nepotrebujeme opisovať žiadanú veličinu sú dobrou voľbou 1DoF a H regulátory. A v prípade systému kedy potrebujeme zabezpečiť obe požiadavky je určite najlepšie voliť IMC-PID regulátor.

8 Záver

Cieľom diplomového projektu bolo zamerať sa na moderné metódy návrhu regulátorov pre nestabilné systémy. Išlo konkrétne o metódu návrhu H_2 a H_∞ regulátorov pomocou zmiešanej citlivosti, polynomickú metódu syntézy regulátorov a modifikovanú IMC metódu pre návrh PID regulátorov.

Po nadobudnutí teoretického základu vybraných metód, bolo mojou úlohou vytvoriť prehľadné grafické užívateľské prostredie v prostredí MATLAB/Simulink, ktoré jeho užívateľovi umožní návrh regulátorov pre nestabilné systémy prvého a druhého rádu, bez nevyhnutnej potreby poznať teoretické princípy jednotlivých metód. Pri každej z metód si užívateľ môže voliť počnúc konštantou pri IMC metóde, cez polynóm a jeho pól pri polynomických metódach, až po funkcie pri H_2 a H_∞ riadení, ovplyvňujúce vlastnosti výsledného regulačného obvodu.

Pomocou vytvoreného GUI som pre štyri nestabilné systémy, systém prvého rádu bez dopravného oneskorenia, systém prvého rádu s dopravným oneskorením, systém druhého rádu bez dopravného oneskorenia a systém druhého rádu s dopravným oneskorením, navrhol každou metódou viacero regulátorov. Ich funkčnosť a vlastnosti som overil simulačne a vyhodnotil na základe integrálnych a časových kritérií kvality. V prípade systému prvého rádu sa ako najlepšie osvedčili regulátory navrhnuté metódami H_2 a H_∞ riadenia. Tieto metódy však viedli k regulátorom s horšími vlastnosťami v prípade, že v systéme vystupovalo dopravné oneskorenie. Pre ostatné systémy sa javila ako skvelá voľba metóda IMC, avšak vo väčšine prípadoch záležala správna voľba regulátora na požiadavke užívateľa či chce regulátor ktorý bude dobre sledovať žiadanú veličinu, alebo regulátor ktorý bude dobre odstraňovať vplyv porúch. Obe vlastnosti sa vo väčšine prípadoch docieliť nedajú.

9 Literatúra

[1] Skogestad, Sigurd; Postlethwaite, Ian (2005): Multivariable Feedback Control: Analysis and Design (2nd ed.), Wiley, ISBN 0-470-01167-X

[2] BUCHTA, L. Výkonnost, robustnost a implementace regulátorů pro průmyslové řízení.Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačníchtechnologií, 2012. 90s. Vedoucí diplomové práce byl prof. Ing. Petr Pivoňka, CSc.

[3] Dostál P., Gazdoš F., Bobál V.: Design of Controllers for Time Delay Systems: Integrating and Unstable Systems, Faculty of Applied Informatics, Tomas Bata University in Zlín

[4] Babík Z.: Metoda přiřazení pólů v řízení lineárních spojitých SISO systémů, STOČ 2009, Fakulta Aplikované Informatiky, Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně

[5] Macháček J., Havlíček L.: Metoda IMC pro nastavování PID regulátorú, Automatizace 47/2, 2004.

[6] Y. Lee, J. Lee, S. Park: PID controller tuning for integrating and unstable processes with time delay Chemical Engineering Science (September 2000), 55 (17), pg. 3481-3493

[7] Fikar, M. – Mikleš, J. 2004. Modelovanie, identifikácia a riadenie procesov 2. 1. vyd. Bratislava: Vydavateľstvo STU. ISBN 80–227–2134–4