SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE

FAKULTA CHEMICKEJ A POTRAVINÁRSKEJ TECHNOLÓGIE

Evidenčné číslo: FCHPT 5414-58721

STATICKÁ A DYNAMICKÁ OPTIMALIZÁCIA SIEŤOVÝCH SYSTÉMOV

DIPLOMOVÁ PRÁCA

2013 **Bc. Ján Pačesa**

SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE

FAKULTA CHEMICKEJ A POTRAVINÁRSKEJ TECHNOLÓGIE

STATICKÁ A DYNAMICKÁ OPTIMALIZÁCIA SIEŤOVÝCH SYSTÉMOV

DIPLOMOVÁ PRÁCA

Evidenčné číslo: FCHPT 5414-58721

Študijný program:	automatizácia a informatizácia v chémií a potravinárstve
Číslo študijného odboru:	2621
Názov študijného odboru:	5.2.14 automatizácia
Školiace pracovisko:	ÚIAM FCHPT STU v Bratislave
Vedúci záverečnej práce/školiteľ:	doc. Ing. Michal Kvasnica, PhD.

Bratislava 2013 **Bc. Ján Pačesa**

Slovenská technická univerzita v Bratislave
Ústav informatizácie, automatizácie a matematiky

Fakulta chemickej a potravinárskej technológie
Akademický rok: 2012/2013
Evidenčné číslo: FCHPT-5414-58721

STU
FCHPT

ZADANIE DIPLOMOVEJ PRÁCE

Študent:	**Bc. Ján Pačesa**
ID študenta:	58721
Študijný program:	automatizácia a informatizácia v chémii a potravinárstve
Študijný odbor:	5.2.14 automatizácia
Vedúci práce:	doc. Ing. Michal Kvasnica, PhD.

Názov práce: **Statická a dynamická optimalizácia sieťových systémov**

Špecifikácia zadania:

Projektu je zameraný na optimalizáciu sieťových systémov, ktoré obsahujú viacero výrobných kapacít, prepravných kanálov, skladov a odberných miest. Úlohou je navrhnúť optimálnu alokáciu výroby, prepravy a skladovania tak, aby boli zakaždým splnené zákaznícke požiadavky a súčastne minimalizované výrobné a prepravné náklady.

Čiastkové ciele projektu sú nasledovné:

* vytvorenie matematickej reprezentácie jednotlivých komponentov
* formulovanie optimalizačnej úlohy, určenie vhodného tvaru účelovej funkcie a ohraničení
vytvorenie matematickej formy optimalizačnej úlohy pomocou moderných modelovacích jazykov
* vytvorenie a realizácia simulačných scenárov

Rozsah práce: 40

Riešenie zadania práce od: 18. 02. 2013
Dátum odovzdania práce: * 25. 05. 2013

L. S.

Slovenská technická univerzita v Bratislave, Fakulta chemickej a potravinárskej technológie, dekanát, 5

J. Pačesa
Bc. Ján Pačesa
študent

prof. Ing. Miroslav Fikar, DrSc.
vedúci pracoviska

prof. Ing. Miroslav Fikar, DrSc.
garant študijného programu

Poďakovanie

Touto cestou by som rád úprimne poďakoval doc. Ing. Michalovi Kvasnicovi, PhD., za cenné informácie, odbornú pomoc a podnety, ktoré mi pomohli pri vypracovaní záverečnej práce. Taktiež by som rád vyslovil moje srdečné poďakovanie Bratislavskej vodárenskej spoločnosti, a.s. za informácie ktoré vniesli do mojej diplomovej práce nádych reality, predovšetkým pracovníkovi tejto spoločnosti Ing. Karolovi Kalmárovi.

Súhrn

Diplomová práca sa zaoberá statickou a dynamickou optimalizáciou sieťových systémov. Najskôr je podaný stručný prehľad optimalizačných metód a úloh s dôrazom na prediktívne riadenie. Následne je ako príklad optimalizácie distribučného systému vybraný distribučný systém pitnej vody pre bratislavské mestské časti Rusovce a Jarovce. Pre túto distribučnú sieť sú vytvorené matematické reprezentácie jednotlivých komponentov siete, ktoré odzrkadľujú realitu pomocou moderných modelovacích jazykov, umožňujúcich pracovať s hybridnými systémami. Je tu tiež navrhnutý algoritmus, slúžiaci na linearizáciu nelineárnych modelov zásobníkov kvapaliny.

Po formulácií optimalizačnej úlohy sú realizované jednotlivé simulačné scenáre pre riadenie dodávok pitnej vody v otvorenej aj v uzavretej slučke. Úlohou je minimalizovať náklady na chod tejto distribučnej siete, čo je reprezentované minimalizáciou času chodu čerpadla.

Práca sa zaoberá aj možnosťou inštalácie frekvenčného meniča a jeho vplyvu na minimalizáciu nákladov na chod siete. V diskusií sú zhrnuté hlavné výhody aj nevýhody optimálneho prístupu k riadeniu dodávok pitnej vody a taktiež sú vyhodnotené jednotlivé simulačné scenáre.

Kľúčové slová: optimalizácia, distribučný systém pitnej vody, riadenie procesov, prediktívne riadenie.

Abstract

This diploma thesis deals with static and dynamic optimization of networked systems. Firstly a short overview of optimization methods and tasks is given, with emphasis on model predictive control. The delivery system of drinking water for Bratislava districts Jarovce and Rusovce was chosen as a networked system. Secondly, mathematical representations of components of this system were created, with a use of modern modeling languages which allows to work with hybrid systems. An algorithm for linearization of non-linear models of water tanks is also presented.

After formulation of optimization task, the control of water delivery simulations for open loop and closed loop was simulated. The main goal was to minimalize the operation cost for this networked system, which was mainly represented by minimization of pump work time.

Thesis deals also with possibility of installing the frequency changer on the pump. Main advantages and disadvantages of optimal control of water delivery system are summarized in the discussion and also the results of simulations are evaluated.

Key words: optimization, delivery system of drinking water, process control, model predictive control.

Obsah

Zoznam príloh ... 9
Zoznam ilustrácií a tabuliek ... 12
Úvod ... 14
1. Základné pojmy ... 16
1.1.1 Definícia optimalizácie ... 16
1.1.2 Rozdelenie optimalizačných úloh ... 17
1.1.3 Rozdelenie optimalizačných metód ... 18
1.2 Lineárne programovanie ... 19
1.2.1 Všeobecná formulácia lineárneho programovania ... 19
1.2.2 Grafická interpretácia lineárneho programovania ... 20
1.3 Kvadratické programovanie ... 22
1.3.1 Všeobecná formulácia kvadratického programovania ... 22
1.3.2 Grafická interpretácia kvadratického programovania ... 23
1.4 Konvexný optimalizačný problém ... 24
1.4.1 Konvexná účelová funkcia ... 24
1.4.2 Normy ... 25
1.5 Prediktívne riadenie ... 29
1.5.1 Vznik prediktívneho riadenia ... 29
1.5.2 Hlavné črty prediktívneho riadenia ... 30
1.5.3 Matematické modely využívané v prediktívnom riadení ... 34
1.5.4 Všeobecná formulácia prediktívneho riadenia ... 35
2. Opis sieťového systému a vytvorenie matematických modelov ... 37
2.1. Potrebné softvérové vybavenie a ich syntax ... 37
2.1.1 Programový balík YALMIP ... 37
2.1.2 Programový balík HYSDEL ... 37
2.1.3 Syntax modelovacieho jazyka HYSDEL ... 37
2.2 Opis distribučnej siete pitnej vody v Bratislave ... 39
2.2.1 Teoretická motivácia ... 39
2.2.2 História Bratislavskej vodárne ... 39
2.2.3 Aktuálna distribučná sieť pitnej vody v Bratislave ... 41
2.2.4 Distribučná sieť pitnej vody v obciach Rusovce a Jarovce ... 43
2.2.5 Vodný zdroj Rusovce ... 43

2.2.6 Vodojemy v obciach Rusovce a Jarovce a prístup k riadeniu výšok hladín 43
2.2.7 Model zákazníckej referencie 45
2.3 Modelovanie distribučnej siete pomocou softvérového balíka HYSDEL 46
2.3.1 Matematický model čerpadla 46
2.3.2 Odvodenie diskrétnej rovnice dynamiky vodojemov 48
2.3.3 Matematický model jednoduchého vodojemu 49
2.3.4 Matematický model vodojemov a funkcie slúžiace na ich opis 50
2.3.5 Model zákazníckej referencie 57
3 Optimalizácia sieťového systému 58
3.1 Statická optimalizácia dodávok pitnej vody v otvorenej slučke 58
3.1.1 Finalizácia distribučnej siete v prostredí HYSDEL 58
3.2.1 Hlavné výhody dynamickej optimalizácie 62
3.2.2 Nájdenie optimálneho horizontu predikcie pre dynamickú optimalizáciu 63
3.2.3 Výsledky simulácie prediktívneho riadenia dodávok pitnej vody v uzavretej slučke 64
3.2.5 Výsledky simulácie optimálneho riadenia v otvorenej slučke s použitím frekvenčného meniča 68
3.2.6 Výsledky simulácie optimálneho riadenia v uzavretej slučke s použitím frekvenčného meniča 71
4 Diskusia k získaným výsledkom 73
4.1 Zhrnutie dosiahnutých výsledkov 73
Záver 76
Literatúra 78

Zoznam príloh

Príloha A 80

Príloha B 82

Príloha C 84

Príloha D 85

Zoznam symbolov, skratiek a značiek

Kurzívou vytlačené písmená označujú skalárne veličiny:

Príklad: čas – t, skalárna funkcia –f.

Kurzívou a tučne vytlačené malé písmená označujú stĺpcové vektory, riadkové vektory sú označené operátorom transpozície:

Príklad: stĺpcový vektor –$\boldsymbol{x}$, riadkový vektor $\boldsymbol{x^t}$.

Kurzívou vytlačené veľké tlačené písmená označujú matice:

Príklad: matica – $\boldsymbol{Q}$.

Kvôli zjednodušeniu zápisu je občas vynechané značenie závislosti vektora od času:

Príklad: vektor $\boldsymbol{x}(\boldsymbol{t})$ je analogický k vektoru $\boldsymbol{x}$.

Symbol	**Názov**	**Fyzikálna jednotka**
P	výkon	W
$\dot{m}$	hmotnostný prietok	$kg.s^{-1}$
ρ	hustota	$kg.m^{-3}$
$\dot{q}$	objemový prietok	m^3s^{-1}
t	čas	s
h	výška vodného stĺpca	m
F	plocha	m^2
E	elektrická energia	Wh
V	objem	m^3
r	polomer	m
k	operátor diskrétneho posunutia	

N	predikčný horizont	h
w	žiadaná veličina	
y	výstupná veličina	
$\hat{y}$	predpokladaná hodnota výstupnej veličiny	
e	regulačná odchýlka	
u	akčný zásah	
r	porucha	
ε_r	relatívna chyba	%

Skratky	**Význam**
MPC	Model Predictive Control – prediktívne riadenie
LSO	Lineárny stavový opis
MIMO	Multiple-input Multiple-output – viacrozmerný vstupno-výstupný systém
BVS	Bratislavská vodárenská spoločnosť, a.s.
VZ	Vodný zdroj
VDJ	Vodojem
ČS	Čerpacia stanica

Zoznam ilustrácií a tabuliek

Obr. 1 Znázornenie ohraničujúcich podmienok ako polrovín a množiny prípustných riešení 21
Obr. 2 Vrstevnica účelovej funkcie problému lineárneho programovania 22
Obr. 3 Grafická interpretácia kvadratického programovania.. 23
Obr. 4 Príklad grafu konvexnej funkcie 24
Obr. 5 Graf nekonvexnej funkcie. 25
Obr. 6 Mapa Manhattanu. 27
Obr. 7 Grafická interpretácia štandardných noriem 27
Obr. 8 Príklady typických konvexných množín 28
Obr. 9 Príklady nekonvexných množín. 28
Obr. 10 Riadiaca schéma riadenia fluidného katalytického kraku rafinérie v New Orleanse.. 29
Obr. 11 Schéma URO 31
Obr. 12 Schéma prediktívneho riadenia 31
Obr. 13 Interpretácia predikčného horizontu. 32
Obr. 14 Distribučná sieť pitnej vody pre oblasť Bratislava – Východ 42
Obr. 15 Vodojemy v Rusovciach a Jarovciach. 44
Obr. 16 Dvojpolohové riadenie výšky hladiny vodného stĺpca vo vodojeme Rusovce. 45
Obr. 17 Reálny odber pitnej vody v mestskej časti Rusovce, 29.3.2012 46
Obr. 18 Ideálny tvar vodojemu 51
Obr. 19 Zjednodušený tvar vodojemu v Rusovciach 51
Obr. 20 Zjednodušený tvar vodojemu v Jarovciach. 52
Obr. 21 Rozdelenie prednej strany vodojemu na tri časti. 52
Obr. 22 Znázornenie polytopu, ktorý ohraničuje tvar vodojemu v Rusovciach. 54
Obr. 23 Finálny tvar aproximačného kvádra. 55
Obr. 24 Znázornenie polytopu, ktorý ohraničuje tvar vodojemu v Jarovciach. 57
Obr. 25 Spotreba vody v Rusovciach počas dňa. 57
Obr. 26 Distribučná sieť pitnej vody pre mestské časti Rusovce a Jarovce 59
Obr. 27 Optimálny chod čerpadla pre riadenie v otvorenej slučke 61
Obr. 28 Vodojem v Jarovciach počas optimálneho riadenia v otvorenej slučke 61
Obr. 29 Vodojem v Rusovciach počas optimálneho riadenia v otvorenej slučke 61
Obr. 30 Vizuálny dôkaz uspokojenia zákazníckej referencie v mestskej časti Rusovce pre riadenie v otvorenej slučke 62

Obr. 31 Závislosť času potrebného na získanie optimálneho riadenia v uzavretej slučke a optimálneho chodu čerpadla od voľby veľkosti predikčného horizontu. 64
Obr. 32 Vývin výšky vodného stĺpca vo vodojeme v Rusovciach pri aplikácií prediktívneho riadenia v uzavretej slučke. 65
Obr. 33 Vývin výšky vodného stĺpca vo vodojeme v Jarovciach pri aplikácií prediktívneho riadenia v uzavretej slučke. 65
Obr. 34 Vizuálny dôkaz uspokojenia zákazníckej referencie v mestskej časti Rusovce pre prediktívne riadenie v uzavretej slučke 65
Obr. 35 Výkonová charakteristika reálneho čerpadla. 66
Obr. 36 Graf aproximovanej výkonovej charakteristiky čerpadla 67
Obr. 37 Optimálny chod čerpadla s frekvenčným meničom pre riadenie v otvorenej slučke s použitím frekvenčného meniča. 69
Obr. 38 Vodojem v Rusovciach počas optimálneho riadenia v otvorenej slučke s použitím čerpadla s frekvenčným meničom 70
Obr. 39 Vodojem v Jarovciach počas optimálneho riadenia v otvorenej slučke s použitím čerpadla s frekvenčným meničom 70
Obr. 40 Vývin výšky vodného stĺpca vo vodojeme v Rusovciach pri aplikácií prediktívneho riadenia v uzavretej slučke s použitím čerpadla s frekvenčným meničom. 71
Obr. 41 Vývin výšky vodného stĺpca vo vodojeme v Jarovciach pri aplikácií prediktívneho riadenia v uzavretej slučke s použitím čerpadla s frekvenčným meničom 72
Obr. 42 Optimálny chod čerpadla pre prediktívne riadenie v uzavretej slučke s použitím čerpadla s frekvenčným meničom 72

Úvod

V dnešnej dobe je viac než kedykoľvek predtým potrebné snažiť sa o dosiahnutie minimalizácie nákladov akejkoľvek ľudskej produkcie. Ľudstvo si začína uvedomovať, že zdroje, ktoré nám planéta Zem poskytuje, nie sú neobmedzené. V podmienkach otvoreného trhu, keď hospodárstvo nie je plánované a riadené štátom, je schopnosť výrobných podnikov byť úspešnými na trhu determinovaná neustálym zlepšovaním troch základných faktorov: znižovaním nákladov produkcie, zvyšovaním kvality produkcie a rastom pružnosti riadenia podniku. Procesy, ktoré vykazujú na základe objektívnych kritérií znaky neefektívnosti, je potrebné dôkladne analyzovať a následne nájsť a uplatniť vhodný spôsob či metódu optimalizácie.

Prvá kapitola diplomovej práce je venovaná teoretickému výkladu problematiky optimalizácie a prediktívneho riadenia. Je tu poskytnuté základne delenie optimalizačných úloh a metód, s dôrazom na lineárne a kvadratické programovanie, čo sú optimalizačné úlohy, za pomoci ktorých je riešený problém prediktívneho riadenia. Kapitola sa ďalej zaoberá historickej motivácií vzniku prediktívneho riadenia. Následne sú v prvej kapitole práce podrobne opísané hlavné zložky prediktívneho riadenia ako sú druhy modelov systému, tvar účelovej funkcie a obmedzení, eliminácia porúch vzniknutých počas riadenia a podobne.

V druhej kapitole sa práca venuje najskôr softvérovému vybaveniu, ktoré bolo použité na vypracovanie diplomovej práce. Ako distribučný systém, ktorý bol v práci optimalizovaný, bol zvolený distribučný systém pitnej vody v Bratislave, pretože sa jedná o životne dôležitý distribučný systém, ktorý je navyše ľahko predstaviteľný pre ľudskú myseľ. Je tu stručne načrtnutá história dodávok pitnej vody v našom hlavnom meste, ako aj aktuálny stav distribučnej siete, ktorý bol získaný za odbornej pomoci pracovníkov Bratislavskej vodárenskej spoločnosti, a.s. Z veľkej rozvetvenej distribučnej siete pitnej vody v Bratislave je následne zvolená jedna menšia lokálna sieť dodávok pitnej vody pre mestské časti Rusovce a Jarovce, skladajúca sa z jedného vodného čerpadla a dvoch vodojemov.

Tretia kapitola pojednáva o matematických modeloch zvolenej časti distribučnej siete – jedného čerpadla a dvoch vodojemov. Je tu prezentovaný efektívny postup linearizácie matematických modelov vodojemov ako aj navrhnutie matematického modelu čerpadla s frekvenčným meničom. Všetky matematické modely boli získané na základe reálnych údajov z praxe. Sú uskutočnené simulácie dodávok pitnej vody pre optimálne riadenie

v otvorenej slučke a v uzavretej slučke (prediktívne riadenie). Pre prediktívne riadenie v uzavretej slučke je zvolený optimálny predikčný horizont s dôrazom na kvalitu riadenia, ktorá bola reprezentovaná najmä objemom peňažných prostriedkov, potrebných na prevádzku čerpadla, ale zároveň aj s ohľadom na časovú náročnosť optimalizácie.

Výsledky simulácií optimálneho riadenia v otvorenej a uzavretej slučke sú sumarizované vo štvrtej kapitole, ktorá pojednáva o všetkých výhodách ale aj nevýhodách daného prístupu k riadeniu.

1. Základné pojmy

Pre úplne pochopenie skúmanej problematiky je potrebné najskôr exaktne vymedziť pojem optimalizácia a podrobnejšie opísať matematický aparát tých optimalizačných metód, za pomoci ktorých boli neskoršie problémy dodávok pitnej vody a prediktívneho riadenia riešené.

1.1.1 Definícia optimalizácie

Odborná literatúra charakterizuje optimalizáciu z matematického hľadiska ako „*proces, pomocou ktorého sa hľadajú také hodnoty nezávislých premenných, aby pri určitých obmedzeniach na ne kladených, dosahovala závislá premenná extrémnu hodnotu*“ (Janíček, 2007, str. 234). Obmedzujúce podmienky nezávislých premenných $\boldsymbol{x}$ sú formulované v tvare nerovníc (1.1), rovníc (1.2), alebo vo forme prirodzených vedľajších podmienok (1.3). Vychádzajú z prírodných zákonov, z dostupnej pracovnej sily, z fyzikálno-chemických vlastností látok ale aj z technických noriem a reglementov.

$$g_k(\boldsymbol{x}) \leq 0 \tag{1.1}$$

$$h_k(\boldsymbol{x}) = 0 \tag{1.2}$$

$$\boldsymbol{x_{min}} \leq \boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{x_{max}} \tag{1.3}$$

Optimalizovaná závislá premenná sa označuje ako cieľová funkcia $F(\boldsymbol{x})$. Alternatívne názvy cieľovej funkcie sú aj účelová, kriteriálna alebo optimalizačná funkcia. Aby mala optimalizácia zmysel, musí mať cieľová funkcia viac ako jedno riešenie. Tu treba poznamenať, že z ekonomického hľadiska sa vo väčšine prípadov hľadá minimálna hodnota cieľovej funkcie, pretože najčastejšie nás zaujíma minimalizácia rôznych hodnôt výrobného procesu, ako napríklad nákladov na nákup vstupných surovín do sledovaného procesu, spotrebovanej energie, prejdenej cesty, výrobného času, produkovaného odpadu a podobne. Naopak, maximálna hodnota cieľovej funkcie sa spravidla hľadá vtedy, ak chceme maximalizovať zisk z predaja, maximalizovať výťažok produktu chemickej reakcie alebo zvýšiť životnosť výrobného zariadenia.

JANÍČEK, P. Systémové pojetí vybraných oborů pro techniky. 2007.

Vektoru (1.4)

$$\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \tag{1.4}$$

pozostávajúcemu z optimálnych hodnôt nezávislých premenných hovoríme aj vektor riešení (Borošová, 2007, s. 12). Vektor riešení je získaný aplikáciou optimalizačnej metódy na danú optimalizačnú úlohu.

1.1.2 Rozdelenie optimalizačných úloh

Rozdelenie optimalizačných úloh je dôležité, aby sme mohli uplatniť príslušnú metodiku na riešenie optimalizačného problému. Dôležitý je tvar účelovej funkcie a taktiež tvar obmedzení. Optimalizačné úlohy môžu byť rozdelené na základe viacerých charakteristických hľadísk a ich rozdelenie je zachytené v prehľadnej tabuľke č. 1.

Pri optimalizácií výrob bývajú premenné štandardne spojité – napríklad premenné ako teplota, prietok či tlak sú spojité procesné premenné. Typickým príkladom priemyselného odvetia, kde sa môžeme stretnúť s diskrétnym tvarom premenných, je strojárenský priemysel. Dôležité triedenie optimalizačných úloh je na základe typu účelovej funkcie. Poznáme triedu lineárnych optimalizačných úloh, ktoré sa vyznačujú lineárnou účelovou funkciou a obmedzeniami. Špecifická nelineárna účelová funkcia je kvadratická, pretože jej deriváciou dostávame lineárnu funkciu, a s lineárnou funkciou sa ľahko narába.

BOROŠOVÁ, Z. Výučbový systém pre predmet optimalizácia. 2007.

Tab. 1 Klasifikácia optimalizačných úloh (Dvoran, 2013).

Charakteristické hľadisko	Vlastnosť	Klasifikácia
Počet premenných	Jedna	Jednorozmerová
	Viac ako jedna	Mnohorozmerová
Typ premenných	Spojité reálne čísla	Spojitá
	Celé čísla	Celočíselná alebo diskrétna
	Spojité reálne čísla i celé čísla	Zmiešaná celočíselná
	Celé čísla v permutáciách	Kombinatorická
Typ účelovej funkcie	Lineárna funkcia	Lineárna
	Kvadratická funkcia	Kvadratická
	Iná nelineárna funkcia	Nelineárna
Formulácia problému	Bez obmedzení	Neohraničená
	S obmedzeniami	Ohraničená

1.1.3 Rozdelenie optimalizačných metód

Optimalizačné metódy definujú, akým spôsobom budeme riešiť optimalizačné úlohy. Tieto optimalizačné metódy sú rozdelené v prehľadnej tabuľke č.2. Špecifickými prípadmi optimalizačných metód je lineárne a kvadratické programovanie. Týmto metódam sa treba venovať podrobnejšie, pretože ich využívajú systémové nástroje (tzv. solvre) pri riešení problémov prediktívneho riadenia ktoré bolo v tejto diplomovej práci využité.

DVORAN, J. Úvod do problematiky optimalizácie [PowerPoint dokument]. 2013.

Tab. 2 Klasifikácia optimalizačných metód (Dvoran, 2013).

Vyhľadávanie extrémov funkcií bez obmedzení	**Analytické metódy riešenia voľného extrému**	Jednorozmerové
		Viacrozmerové
	Iteračné metódy optimalizácie	Komparatívne
		S využitím prvej derivácie
		S využitím druhej derivácie
Vyhľadávanie extrémov funkcií s obmedzením	**Obmedzenia v tvare rovnosti**	Analytické metódy (metóda Lagrangerovych multiplikátorov)
		Iteračné metódy
	Obmedzenia v tvare nerovnosti	Analytické metódy (Kuhn-Tuckerova veta)
		Penalizačné metódy
		Iteračné metódy

1.2 Lineárne programovanie

1.2.1 Všeobecná formulácia lineárneho programovania

Všeobecnú formuláciu úlohy lineárneho programovania možno zapísať v tvare účelovej funkcie (1.5) pri ohraničujúcich podmienkach (1.6)

$$f(x) = \boldsymbol{c}^T \boldsymbol{x} \rightarrow min \ (max) \tag{1.5}$$

$$\boldsymbol{A}.\boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{b}, \tag{1.6}$$

kde matica $\boldsymbol{A}$ (1.7) je matica o rozmere m krát n, $\boldsymbol{x}$ (1.8), $\boldsymbol{c}$ (1.9) a $\boldsymbol{b}$ (1.10) sú vektory príslušných rozmerov. Lineárne programovanie je konvexný optimalizačný problém. Z minimalizačnej úlohy lineárneho programovania sa ľahko môže stať úloha maximalizačná (ak účelovú funkciu vynásobíme mínus jednotkou).

DVORAN, J. Úvod do problematiky optimalizácie [PowerPoint dokument]. 2013.

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \tag{1.7}$$

$$\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \tag{1.8}$$

$$\boldsymbol{c} = (c_1, c_2, \dots, c_n)^T \tag{1.9}$$

$$\boldsymbol{b} = (b_1, b_2, \dots, b_n)^T \tag{1.10}$$

Z rovníc (1.5) a (1.6) vidíme, že o lineárnom programovaní môžeme hovoriť vtedy a len vtedy, ak je účelová funkcia vyjadrená iba za pomoci lineárnej funkcie a ak zároveň ohraničujúce podmienky tvoria sústavu lineárnych rovníc alebo nerovníc (Berežný & Kravecová, 2012, s. 12).

1.2.2 Grafická interpretácia lineárneho programovania

V tejto kapitole bude vysvetlená grafická interpretácia lineárneho programovania, pomocou ktorej sa dajú dané optimalizačné problémy ľahšie pochopiť. Obmedzenia v tvare nerovností vymedzujú polroviny a obmedzenia v tvare rovností priamky. Množina prípustných riešení bude prienikom týchto priamok a polrovín. Pre príklad:

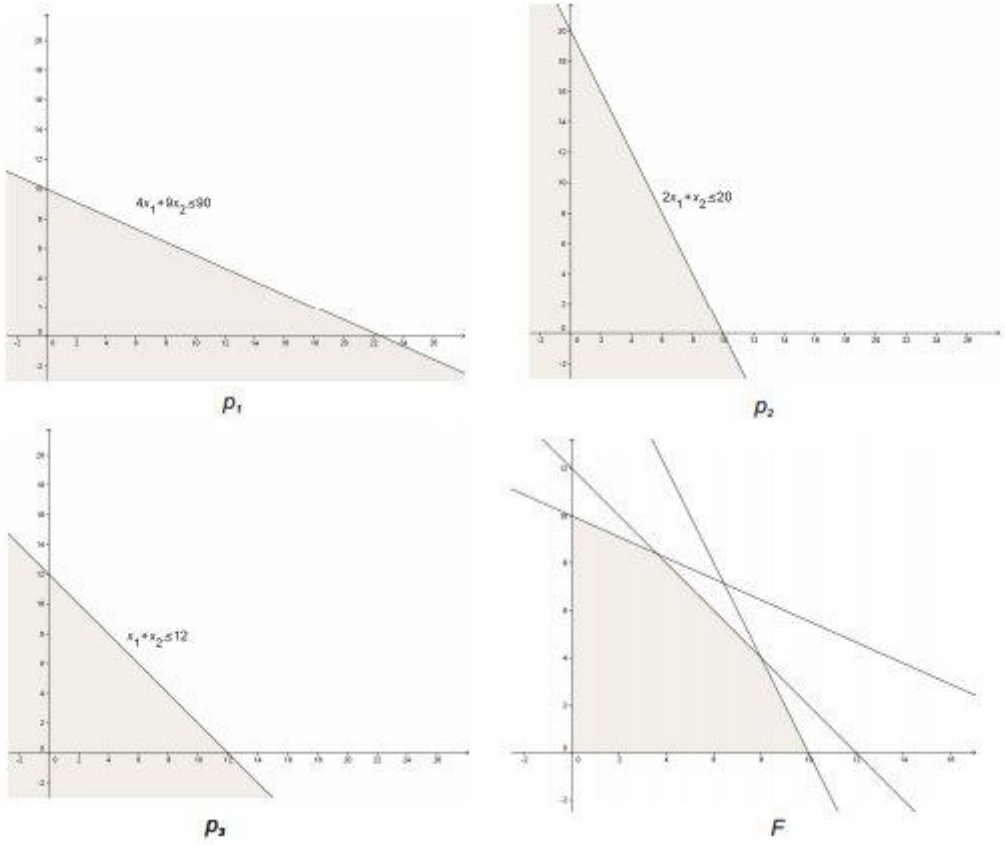
$$\boxed{\begin{gathered} \max f(\boldsymbol{x}) = 66x_1 + 48x_2 \\ 4x_1 + 9x_2 \ \leq 90 \\ 2x_1 + x_2 \ \leq 20 \\ x_1 + 9x_2 \ \leq 12 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{gathered}}$$

sú všetky ohraničujúce podmienky v tvare nerovníc a spolu s podmienkami nezápornosti premenných vymedzujú polroviny. Ich spoločným prienikom dostávame množinu prípustných riešení (tzv. polytop). Keďže sa jedná o lineárne programovanie, riešenie musí navyše ležať vo vrchole alebo v špeciálnom prípade na hrane polytopu (obr. 1). Vykreslením vrstevnice účelovej funkcie získame priamku, ktorú v prípade maximalizačnej úlohy posúvame do čo najväčších hodnôt optimalizovaných premenných (aby sa dosiahla aj maximálna funkčná hodnota účelovej funkcie) až sa zastavíme v bode, ktorý nazývame optimum. Nájdenie optima je vyobrazené na obr. 2. Pre takto zadaný problém lineárneho programovania má vektor optimálnych hodnôt optimalizovaných premenných tvar (1.11).

$$\boldsymbol{x}_{OPT} = (8,4)^T \tag{1.11}$$

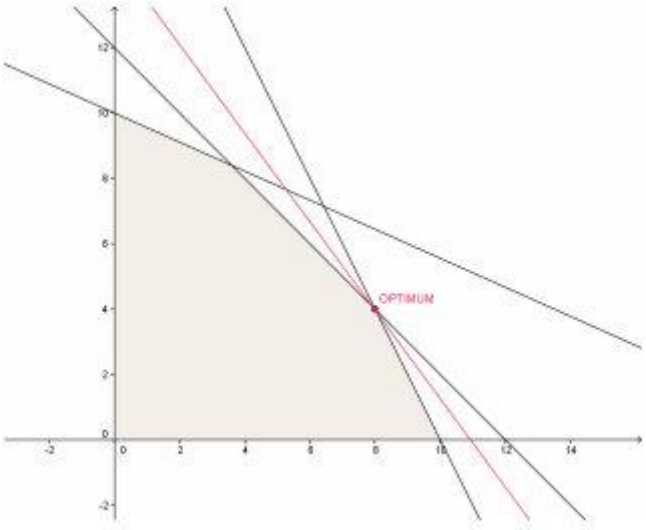
Optimálna hodnota účelovej funkcie je (1.12)

$$f_{OPT}(\boldsymbol{x}) = 720. \tag{1.12}$$



Obr. 1 Znázornenie ohraničujúcich podmienok ako polrovín (p1,p2,p3) a množiny prípustných riešení (šedá farba) (Berežný & Kravecová, 2012, s. 27).

BEREŽNÝ, Š. – KRAVECOVÁ, D. Lineárne programovanie - vysokoškolská učebnica. 2012.



Obr. 2 Vrstevnica účelovej funkcie problému lineárneho programovania prechádzajúca optimom (Berežný & Kravecová, 2012, s. 27).

1.3 Kvadratické programovanie

1.3.1 Všeobecná formulácia kvadratického programovania

Konvexný optimalizačný problém (viď. Kapitola 1.4.3) je úlohou kvadratického programovania, ak je účelová funkcia kvadratická a obmedzenia v tvare rovníc a nerovníc sú v tvare lineárnych rovníc (Boyd & Vandenberghe, Convex optimization, 2009, s. 152). To znamená, že ohraničenia v žiadnom prípade nemôžu byť v tvare kvadratickej funkcie. Existuje niekoľko štandardných zápisov účelovej funkcie (1.13) problému kvadratického programovania, častým je napríklad zápis za pomoci matice $\boldsymbol{P}$, vektora $\boldsymbol{q}$ a skalára r. Rovnice (1.14) a (1.15) opisujú ohraničujúce podmienky v tvare nerovností a rovností.

$$\min \boldsymbol{x}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{q}^{T}\boldsymbol{x} + r \tag{1.13}$$

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{B} \tag{1.14}$$

$$\boldsymbol{G}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{H} \tag{1.15}$$

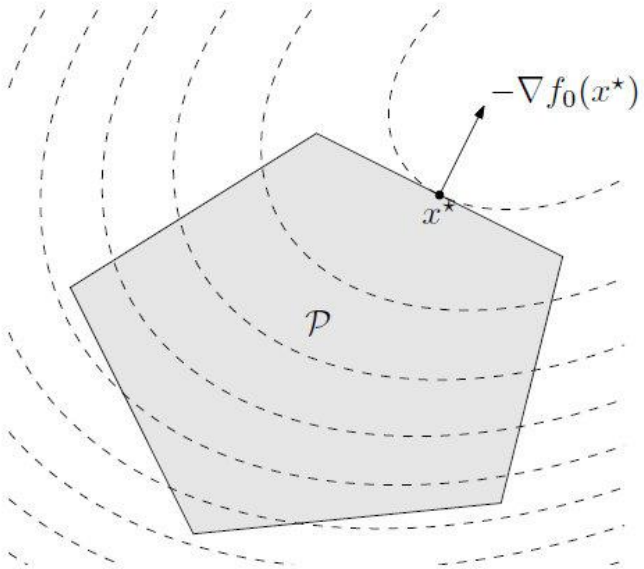
Na zabezpečenie ľahkej riešiteľnosti kvadratického programovania musí byť matica $\boldsymbol{P}$ pozitívne semidefinitná. Znamená to, že všetky vlastné čísla matice $\boldsymbol{P}$ musia byť väčšie alebo rovné ako nula. Táto vlastnosť matice $\boldsymbol{P}$ nám zaručuje, že vrstevnice kvadratickej funkcie

BEREŽNÝ, Š. – KRAVECOVÁ, D. Lineárne programovanie - vysokoškolská učebnica. 2012.
BOYD, S - VANDENBERGHE, L.Convex optimization. 2009.

budú eliptického tvaru a teda, že sa nebudú vlniť, čo by spôsobovalo obrovské problémy pri hľadaní globálneho optima.

1.3.2 Grafická interpretácia kvadratického programovania

Grafická interpretácia kvadratického programovania je z pohľadu množiny bodov, nad ktorými hľadáme optimálnu hodnotu kvadratickej funkcie, rovnaká ako pri lineárnom programovaní. To znamená, že obmedzenia v tvare nerovností a rovností nám vymedzujú nejaký dovolený priestor. Veľká zmena v kvadratickom programovaní je však v tvare účelovej funkcie. Pre rôzne hodnoty optimalizovaných premenných nadobúda účelová funkcia iné hodnoty. Spojením rôznych bodov pri ktorých účelová funkcia nadobúda rovnakú hodnotu dostaneme vrstevnicu účelovej funkcie. Ak sa pohybujeme proti smeru gradientu účelovej funkcie, tak vieme nájsť takú hodnotu vektora optimalizovaných premenných $\boldsymbol{x}$, pre ktorú bude nadobúdať účelová funkcia svoju minimálnu (maximálnu) hodnotu. Na rozdiel od lineárneho programovania, optimálne hodnoty nezávislých premenných pri ktorých nadobúda účelová funkcia svoju extrémnu hodnotu, nemusia a spravidla ani neležia na vrcholoch alebo hranách polytopu prípustných riešení. Graficky sa všetko vyššie uvedené dá vyjadriť obrázkom č. 3.



Obr. 3 Grafická interpretácia kvadratického programovania. Šedou farbou je vyobrazená množina prípustných hodnôt nezávislých premenných, ktorá je vytvorená spoločným prienikom obmedzení. Prerušovanou čiarou sú vyobrazené vrstevnice účelovej funkcie (Boyd & Vandenberghe, Convex optimization, 2009, s. 153).

1.4 Konvexný optimalizačný problém

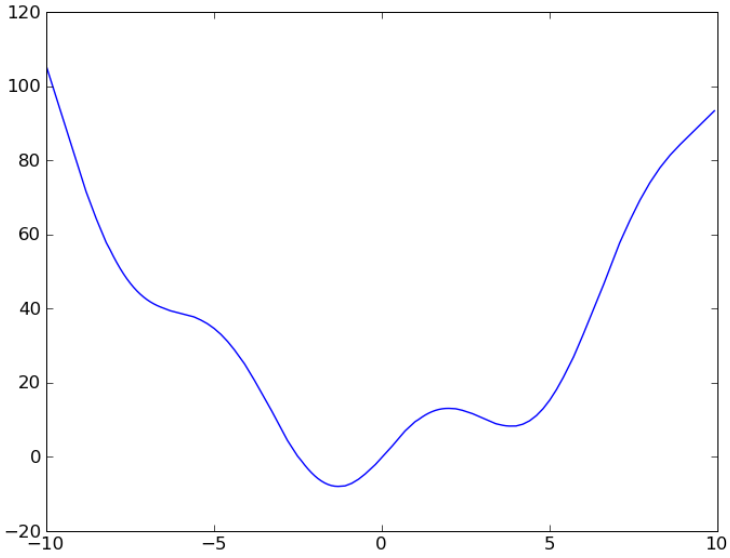
K tomu, aby bol optimalizačný problém riešiteľný v jednej perióde vzorkovania, je veľmi výhodné, ak sú obmedzenia a účelová funkcia jednoduché. Synonymom jednoduchosti v optimalizácií je pojem konvexný optimalizačný problém. Vo všeobecnosti sa teda snažíme formulovať prediktívne riadenie ako konvexný optimalizačný problém, pretože riešenie konvexných optimalizačných problémov sa opiera o solídne matematické aparáty, pomocou ktorých vieme s istotou nájsť globálne optimum. Jedná sa prevažne o iteračné metódy.

1.4.1 Konvexná účelová funkcia

Funkcia $f: R^n \rightarrow R$ sa nazýva rýdzo konvexná, ak množina R je konvexná a $\forall\, x, y \in R$, $\forall\, \lambda \in [0,1]$ platí $f(\lambda x + (1 - \lambda)y) < \lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y)$. Konvexná funkcia sa teda vyznačuje tým, že jej graf leží pod každou jej zostrojenou dotyčnicou, ako je to vyobrazené na obr. 4.

Obr. 4 Príklad grafu konvexnej funkcie (Boyd & Vandenberghe, Convex optimization, 2009, s. 67).

Dôležitá charakteristika z pohľadu optimalizácie je tá, že každé lokálne minimum konvexnej funkcie je zároveň aj jej globálnym minimom. Navyše rýdzo konvexná funkcia má nanajvýš jedno minimum. To, že opačne sa to tvrdiť nedá, je demonštrované na obr. 5, na ktorom je vykreslený graf nekonvexnej funkcie. Daná funkcia má na vykreslenom intervale minimá dve. Ak by sme teda problém prediktívneho riadenia formulovali za pomoci takejto nekonvexnej funkcie, optimalizačný algoritmus by nám mohol vrátiť hodnoty optimalizovaných premenných, ktoré by systém dostali do stavu lokálneho minima, ale nemali by sme garanciu, že sa jedná zároveň aj o minimum globálne.



Obr. 5 Graf nekonvexnej funkcie.

Ľahký test vyšetrenia konvexity funkcie sa dá uskutočniť, ak je funkcia hladká a má spojité druhé derivácie v jej ľubovoľnom bode, pričom ide o jednorozmerovú funkciu, ktorá má argumenty vo forme skalára a vracia výsledok ktorý je tiež skalár (1.16).

$$f: R^1 \rightarrow R^1 \tag{1.16}$$

Táto funkcia je konvexná, ak jej druhá derivácia je kladná (1.79).

$$f'' > 0 \tag{1.17}$$

1.4.2 Normy

Typickým príkladom konvexných funkcií sú normy. Normy nám indikujú, ako ďaleko je bod od počiatku karteziánskej súradnicovej osi. Ak máme vektor, (1.18) tak vo všeobecnosti existuje nekonečné množstvo noriem tohto vektora, ktoré sú definované vzťahom (1.19)

$$\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T, \tag{1.18}$$

$$||x||_p = \sqrt[p]{\sum |x_i|^p}. \tag{1.19}$$

V praxi sa najčastejšie používa dva norma (1.20), jedna norma (1.21) a nekonečno norma (1.22).

$$||x||_2 = \sqrt[2]{\sum_{i=1}^{n} x_i^2} \tag{1.20}$$

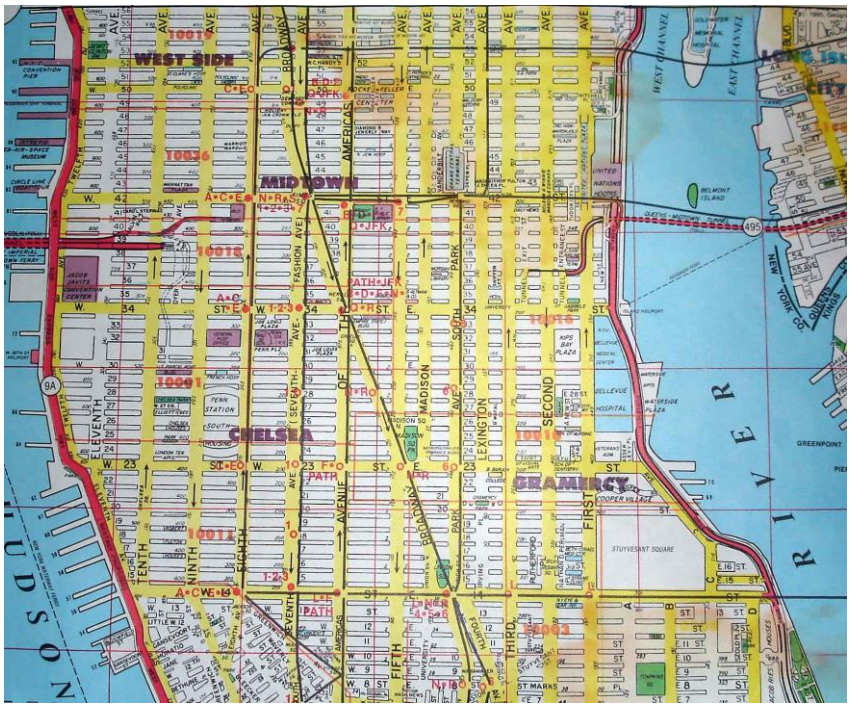
$$||x||_1 = \sum_{i=1}^{n} |x_i| \tag{1.21}$$

$$||x||_\infty = max_i |x_i| \tag{1.22}$$

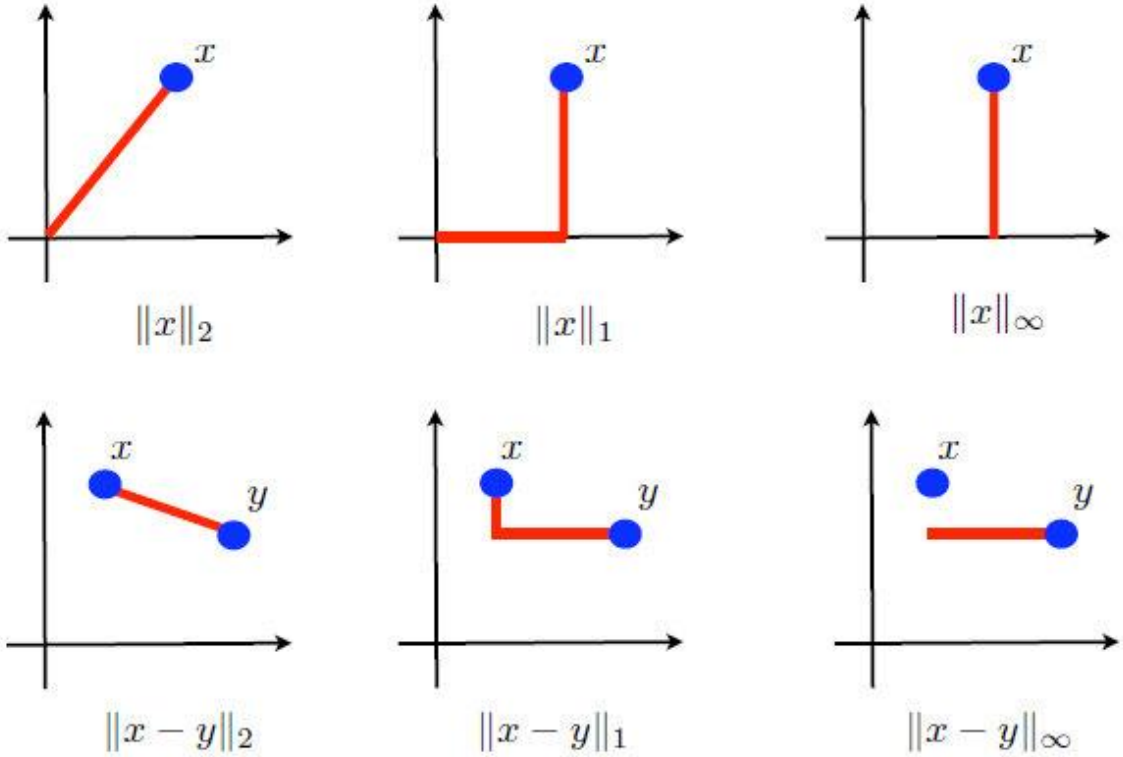
Dva norma je najčastejšie využívaná norma a je to štandardná Euklidovská norma. Kvôli eliminácií odmocniny v súvislosti s formulovaním optimalizačného problému ako problému kvadratického programovania v súlade s rovnicou 1.12 sa používa jednoduchý trik, keď miesto dva normy minimalizujeme kvadrát dva normy (1.23).

$$||x||^2{}_2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \tag{1.23}$$

Jedna norma predstavuje vzdialenosť dvoch bodov v priestore, ale iba za predpokladu, že sa môžeme pohybovať iba po horizontálnych a vertikálnych čiarach. Často sa táto norma nazýva aj Manhattanská norma, pretože ako je vidieť na obr. 10, ak sa chceme dostať autom z jedného miesta Manhattanu (Manhattan je štvrť v meste New York, ležiaca na ostrove rovnakého mena) na druhé tak pohyb po horizontálnych a vertikálnych cestách predstavuje najkratšiu možnosť jazdy automobilom. Nekonečno norma vyšetruje iba najhoršie položenú súradnicu v priestore. Grafická interpretácia týchto troch najdôležitejších noriem je uvedená na obr. 6. Ako sa môžeme pozrieť na vzdialenosť bodu od počiatku, tak sa môžeme pozrieť aj na vzdialenosť dvoch bodov v priestore, čoho dokladom je aj druhý riadok obr. 7.



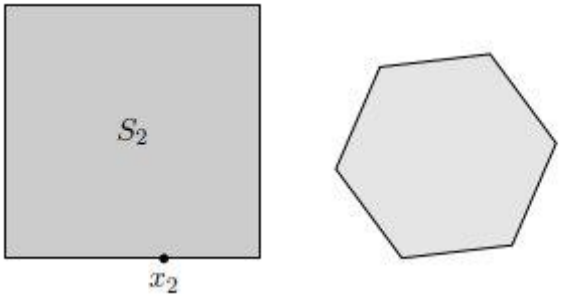
Obr. 6 Mapa Manhattanu ilustruje povolené pohyby jedna normy. Najkratšia vzdialenosť medzi dvoma bodmi dosiahnuteľná autom je definovaná iba po horizontálach a vertikálach. (Prokopenko, 2013).



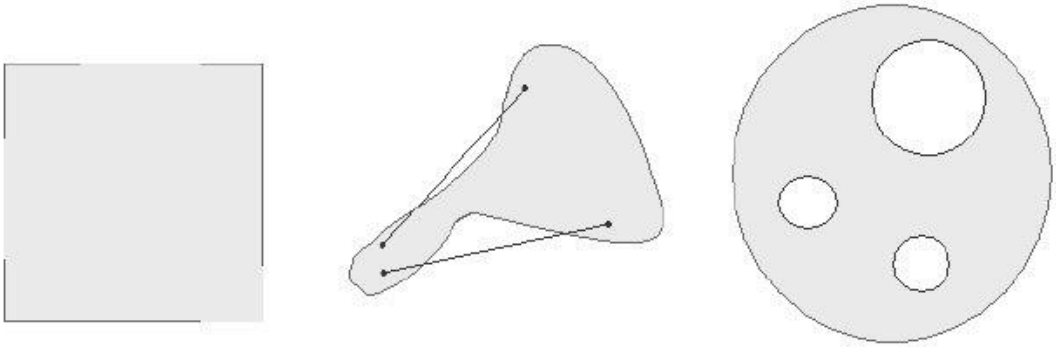
Obr. 7 Grafická interpretácia štandardných noriem (Kvasnica, 2013).

KVASNICA, M. Úvod do prediktívneho riadenia [PDF dokument]. 2013.

To, že účelová funkcia musí byť konvexná, je iba jedna nevyhnutnosť konvexného optimalizačného problému. Nemenej dôležité je však aj to, aby obmedzenia na stavy, vstupy a výstupy boli tiež v tvare konvexných množín. Pozitívnym prínosom je však fakt, že typické obmedzenia technologických procesov vytvárajú konvexné množiny. Príklady konvexných množín sú uvedené na obr. 8, naopak, nekonvexné množiny sú vyobrazené na obr. 13. V konvexnej množine môžeme spojiť ľubovoľné dva body úsečkou bez toho, aby sme museli z tejto množiny vybočiť. Pri útvaroch z obr. 9 je evidentné že vieme nájsť kombinácie takých bodov pre ktoré toto tvrdenie neplatí, a preto tieto množiny nie sú konvexné.



Obr. 8 Príklady typických konvexných množín (Boyd & Vandenberghe, Convex optimization, 2009, s. 24).



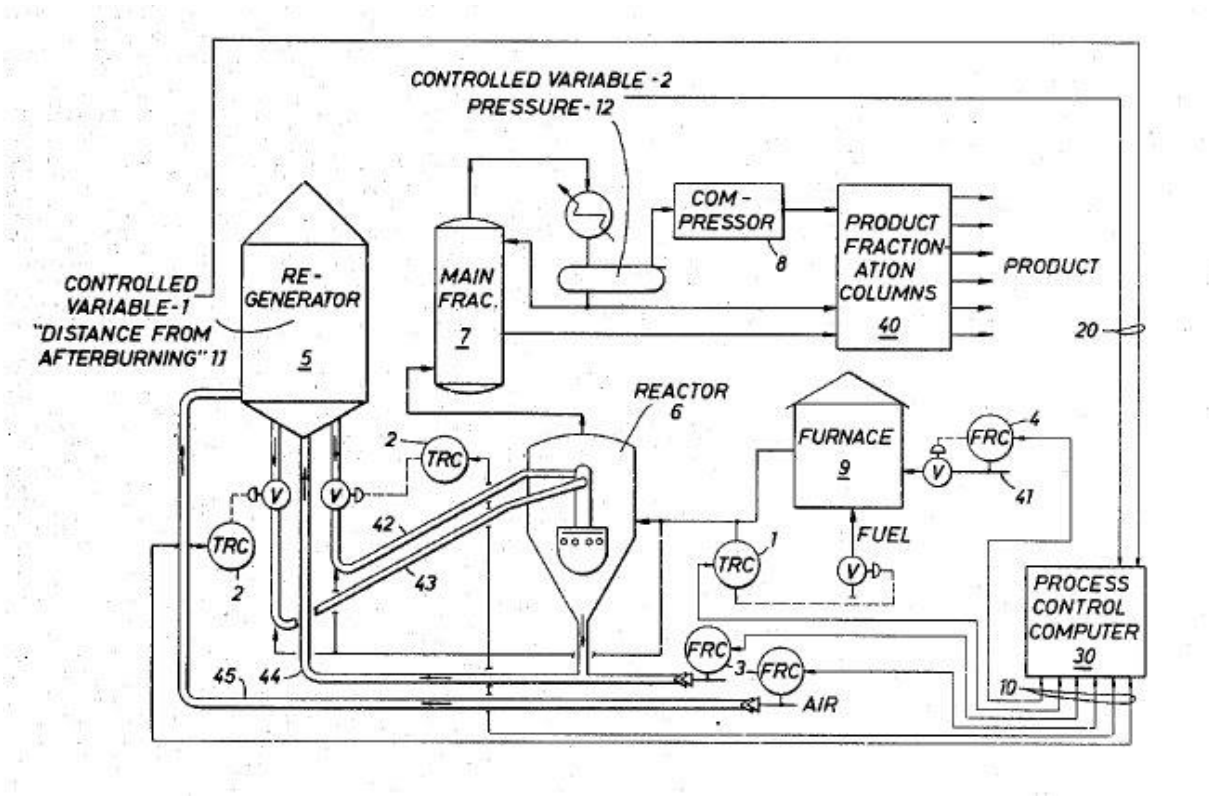
Obr. 9 Príklady nekonvexných množín (Mitterpach, 2009, s. 13).

BOYD S. - & VANDENBERGHE. Konvexná optimalizácia. 2009
MITTERPACH, B. Konvexná optimalizácia a prediktívne riadenie s modelom. 2009.

1.5 Prediktívne riadenie

1.5.1 Vznik prediktívneho riadenia

Prediktívne riadenie (v anglickom jazyku: model predictive control) patrí v súčasnosti k najviac využívaným novým metódam riadenia procesov. Jedná sa o pokročilú metódu riadenia procesov, ktorá operuje s pomerne zložitými matematickými nástrojmi. Počiatky tohto nového prístupu k riadeniu procesov siahajú do neskorších sedemdesiatych rokov 20. storočia. V tomto čase inžinieri firmy Shell riešili problém riadenia ropnej rafinérie. Počas šiestich rokov tvrdej práce vyvinuli úplne nový postup, ako riadiť procesy. O tom, že tento systém riadenia funguje aj v praxi, presvedčil tím odborníkov širokú verejnosť, keď bolo prediktívne riadenie (vtedy pracovne nazývané ako dynamické maticové riadenie – dynamic matrix control) implementované na riadenie fluidného katalytického kraku rafinérie v New Orleanse. Riadiaca schéma použitá v tomto prípade je vyobrazená na obr. 10.



Obr. 10 Riadiaca schéma riadenia fluidného katalytického kraku rafinérie v New Orleanse (Prett & Brian, 1982, s. 1).

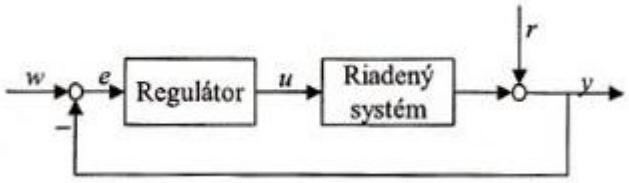
PRETT, D., & BRIAN, R. Patent č. 4,349,869. 1982.

Fluidný katalytický krak patrí k energeticky najnáročnejším operáciám v sekvencií krokov, ktoré transformujú surovú ropu na zužitkovateľné produkty, ako sú plynné palivá, automobilové benzíny, motorové nafty a pod. Vstupom do jednotky sú odsírené vákuové destiláty a pri teplote cca. 500 ℃ sa tieto destiláty transformujú na benzíny, stredné destiláty, ťažký zvyšok a plynné frakcie. Prediktívne riadenie dokázalo optimálne riadiť typický MIMO systém (multi-input and multi-output). Trvalo však ešte nejakú dobu, kým sa prediktívne riadenie stalo populárne, pretože moderné aplikácie prediktívneho riadenia počítajú s niekoľkonásobne vyššou výpočtovou kapacitou, aká bola k dispozícií v osemdesiatych rokoch minulého storočia. Tento nový prístup k riadeniu sa stal úspešným vďaka základným a prevratným odlišnostiam oproti štandardnému PID prístupu k riadeniu, ktoré bolo využívané v ropných rafinériách predtým (o týchto odlišnostiach pojednáva ďalšia podkapitola).

1.5.2 Hlavné črty prediktívneho riadenia

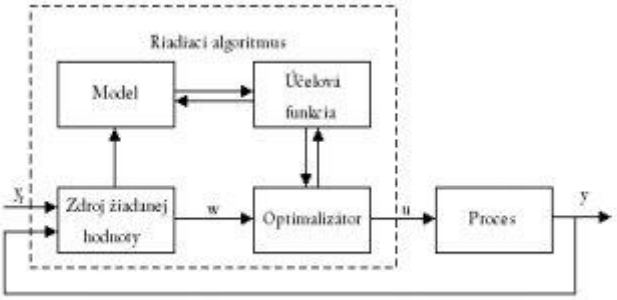
Prediktívne riadenie je pokročilý systém riadenia a môžeme ho odlíšiť od iných prístupom k riadeniu pomocou 4 (štyroch) hlavných vlastností, ktoré sú pre prediktívne riadenie jedinečné. Kvôli vyzdvihnutiu hlavných odlišností v prístupe k riadeniu je nevyhnuté v krátkosti opísať klasický prístup k riadeniu procesov reprezentovaný PID reguláciou v uzavretej slučke.

Klasický prístup k riadeniu procesov je v drvivej väčšine realizovaný pomocou PID regulácie. Princíp fungovania PID regulátora je založený na tom, že sa porovnáva rozdiel medzi žiadanou výstupnou veličinou w a aktuálnym výstupom y. Výsledok tohto rozdielu je označovaný ako regulačná odchýlka e, na základe ktorej je pomocou heuristických pravidiel vypočítaný akčný zásah u. Tento akčný zásah ako vstup do riadeného systému má za úlohu dostať výstup z riadeného systému čo najbližšie k žiadanej veličine. Často sa naviac môžu vyskytnúť rôzne merateľné aj nemerateľné poruchy r, ktoré nám riadenie môžu negatívne ovplyvniť. Takáto riadiaca slučka sa nazýva uzavretý regulačný obvod (URO) a jeho schematické zjednodušené vyobrazenie môžeme vidieť na obr. 11.



Obr. 11 Schéma URO (Bakošová & Fikar, 2008, s. 114).

Prediktívne riadenie je postavené na odlišnom princípe. Aj keď sa stále jedná o spätnoväzbový prístup k riadeniu, ako je vidieť na obr. 12, vyznačuje sa tento prístup k riadeniu procesov niekoľkými zásadnými zmenami. Na rozdiel od PID regulácie regulátor nie je dopredu daný nejakým vzťahom, ale akčné zásahy ktoré sú posielané do procesu, sú dané vyriešením optimalizačného problému, ktorého výpočet sa v každej perióde vzorkovania opakuje.



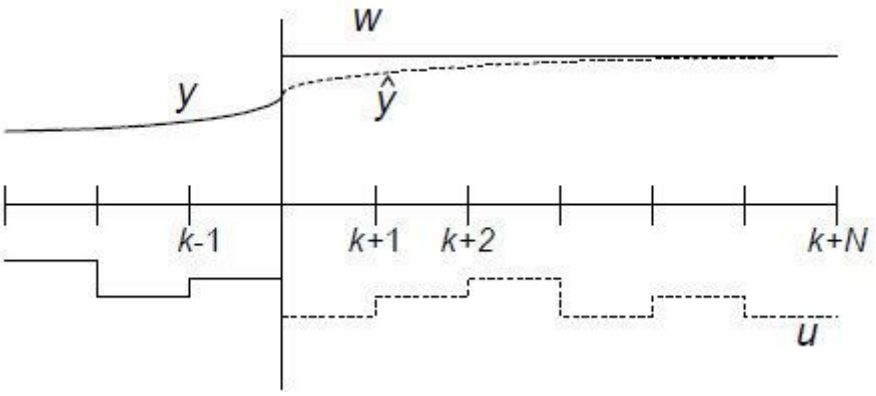
Obr. 12 Schéma prediktívneho riadenia (Blahová & Dvoran, 2009, s. 56).

Táto zložka prediktívneho riadenia je mimoriadne dôležitá, pretože sa práve touto zložkou eliminuje výskyt poruchy. Presnejšie povedané, ak by sme vyrátali optimálnu trajektóriu akčných zásahov a istú časovú dobu by sme nerobili vôbec nič, mohlo by sa stať, že výskyt poruchy by spôsobil v procese katastrofu. Typickým príkladom by bolo napríklad riadenie auta a porucha by bola reprezentovaná tým, že by sa zrazu objavila nejaká neočakávaná prekážka na ceste, s ktorou by optimalizačný mechanizmus v dobe vyrátania sekvencie optimálnych akčných zásahov nepočítal. Ak ale implementujeme iba prvú časť akčného zásahu a v ďalšej perióde vzorkovania celý proces zopakujeme, tak sme schopní neočakávanú poruchu zobrať do úvahy a optimalizačný mechanizmus včas vygeneruje sekvenciu

BAKOŠOVÁ, M. - FIKAR, M. Riadenie procesov. 2008.
BLAHOVÁ, L. - DVORAN, J. Neuro-fuzzy riadenie chemického reaktora. 2009.

optimálnych akčných zásahov ktoré by v popísanom prípade viedli k zastaveniu auta. Implementácia prvého kroku optimálneho akčného zásahu a opakovanie celej optimalizačnej procedúry je vlastne zavedenie spätnej väzby. Tu je aj skrytá hlavná nevýhoda prediktívneho riadenia, ktorá spočíva v tom, že vyriešenie optimalizačného problému, ktorý sa zaoberá reálnou prevádzkou, nie je zvyčajne ani rýchle a ani jednoduché.

Ak je prediktívne riadenie implementované do prevádzky ropnej rafinérie, ako to bolo opísané v kapitole 1.4.1, zvyčajne nedochádza k žiadnym väčším problémom, pretože dynamika procesu v ropnej rafinérii je dostatočne pomalá na to, aby bol optimalizačný problém (aj keď určite nie triviálny) vyriešený. Inými slovami, na zabezpečenie správneho fungovania prediktívneho riadenia je dôležité, aby naformulovaný optimalizačný problém bol riešiteľný v jednej perióde vzorkovania. Na označenie výrazu, ktorý reprezentuje, na aký počet krokov sa pozeráme do budúcnosti, používame termín predikčný horizont (N). Predikčný horizont sa s každou periódou vzorkovania posúva, takže v každom kroku optimalizujeme sekvenciu akčných zásahov na ten istý počet krokov. Sekvencia optimálnych akčných zásahov u spôsobí to, že predpokladaný výstup $\hat{y}$ sa bude čoraz viac približovať žiadanej veličine w, čo je graficky vyobrazené na obr. č.13.



Obr. 13 Interpretácia predikčného horizontu (Mikleš & Fikar, 2004, s. 211).

Výpočtová náročnosť prediktívneho riadenia stúpa s hodnotou predikčného horizontu, pretože optimalizujeme dlhšiu sekvenciu akčných zásahov. Prediktívne riadenie preto autor prirovnáva k hre šachu. Úspešnosť v tejto hre závisí totiž od toho, na koľko ťahov vopred je hráč schopný myslieť. Šachový veľmajster je napr. schopný myslieť na 20 ťahov vopred, majster na 10 a začiatočník na jeden. Ak by však došlo k hraniu tzv. bleskového šachu,

MIKLEŠ, J. - FIKAR, M. Modelovanie, identifikácia a riadenie procesov 2. 2004.

kde má hráč na jednu partiu iba niekoľko minút, mohlo by dôjsť k tomu, že zatiaľ čo by šachový veľmajster premýšľal nad stratégiou hry na 20 ťahov vopred, vypršal by mu časový limit a partiu by prehral. Nie preto, že by bol horší v šachu, ale preto, že si pre danú partiu zle nastavil svoj hráčsky „predikčný horizont“.

Výhody prediktívneho riadenia však jednoznačne prevyšujú jeho hlavnú nevýhodu spojenú s časom potrebným na vyriešenie optimalizačného problému. Prediktívne riadenie je schopné predikovať vývoj systému do budúcnosti. V porovnaní s klasickým PID spätnoväzbovým riadením ide o veľkú výhodu, pretože pri PID regulácií je akčný zásah väčšinou determinovaný iba prítomnosťou a minulosťou, budúcnosť je reprezentovaná iba v D zložke kde dochádza k derivácií regulačnej odchýlky.

Keďže sa pri prediktívnom riadení jedná o riadenie za pomoci optimalizácie, do optimalizácie môžeme zahrnúť rôzne ohraničenia tak, ako sme na to pri klasickej optimalizácií zvyknutý. Ako bolo uvedené v kapitole 1.1.1, tieto ohraničenia sú veľmi dôležité, pretože nám determinujú oblasť prípustným riešení. Môžeme teda obmedziť akčné zásahy (1.24) definovaním intervalu prípustných hodnôt, rovnako tak ale môžeme ohraničiť množinu prípustných stavov (1.25) a výstupov (1.26) obmedzeniami v tvare nerovnosti.

$$\boldsymbol{u}_{min} \leq \boldsymbol{u} \leq \boldsymbol{u}_{max} \tag{1.24}$$

$$\boldsymbol{x}_{min} \leq \boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{x}_{max} \tag{1.25}$$

$$\boldsymbol{y}_{min} \leq \boldsymbol{y} \leq \boldsymbol{y}_{max} \tag{1.26}$$

Pracovať s obmedzeniami na vstupy, stavy a výstupy patrí k hlavným devízam prediktívneho riadenia. Tieto obmedzenia sú priamo zahrnuté do návrhu regulátora, čo pri klasickej PID regulácií nie je možné (Mikleš & Fikar, 2004, s. 210). Je teda možné obmedziť akčný zásah napríklad vo forme percenta pootvorenia regulačného ventilu. Toto percento nemôže byť číslo záporné a taktiež nemôže byť vyššie ako 100. Pri PID regulácií sa musia pridávať isté saturačné členy ktoré overia akčný zásah a orežú ho zdola i zhora, ak je to potrebné.

Pri optimalizácii sa stretávame s účelovou funkciou a inak to nie je ani pri prediktívnom riadení. Účelová funkcia ja silný aparát na definovanie toho, na čom nám pri optimalizácii záleží. Dá sa tu zohľadniť napr. minimalizácia spotrebovaného paliva alebo maximalizácia zisku, a to sú veličiny, na ktorých nám v dnešnej ekonomickej situácií záleží najviac.

MIKLEŠ, J. - FIKAR, M. Modelovanie, identifikácia a riadenie procesov 2. 2004.

1.5.3 Matematické modely využívané v prediktívnom riadení

Prediktívne riadenie už vo svojej anglickej formulácií (Model Predictive Control) poukazuje na fakt, že k úspešnej implementácii prediktívneho riadenia musíme poznať nejaký model reálneho systému. Matematický model by mal byť čo najpresnejší, ak však prichádza k malým odchýlkam medzi správaním sa reálneho procesu a jeho matematického modelu, spätná väzba je schopná tieto malé odchýlky eliminovať. Na tomto mieste je vhodné uviesť, že vždy je lepšie mať nepresný matematický model systému ako nemať model žiadny. Dominantné je použitie diskrétnych modelov, pretože prevažná väčšina prediktívnych regulátorov je implementovaných v diskrétnej časovej oblasti.

Najčastejšie sa na opis dynamiky systému používa lineárny stavový vstupno-výstupný model v diskrétnom tvare. Jeho výhodou je, že dokáže ľahko opisovať systémy s viacerými vstupmi a viacerými výstupmi (MIMO). Existuje k nemu solídna matematická teória, pomocou ktorej sme schopní navrhnúť pozorovače stavov. Aj keď sa jedna o lineárny model a teda pri jeho použití dochádza k odchýlkam, ktoré sa zväčšujú, čím ďalej sme od linearizačného bodu, tak sme schopní pomocou merania stavov v ďalšej perióde vzorkovania tento rozdiel eliminovať.

Model stavového opisu, ktorý je často používaný v prediktívnom riadení, zachytávajú rovnice (1.27) a (1.28) (Bishop, 2004, s. 21). Prvú rovnicu (1.27) nazývame rovnicou dynamiky a zachytáva nám prepojenie stavových veličín medzi ich aktuálnymi a budúcimi hodnotami. Vektor $\boldsymbol{x_{k+1}}$ predstavuje vektor stavových premenných v ďalšej perióde vzorkovania, matica $\boldsymbol{A}$ predstavuje koeficienty stavových premenných $\boldsymbol{x_k}$ v aktuálnej perióde vzorkovania a podobne matica $\boldsymbol{B}$ predstavuje koeficienty vektora akčných zásahov $\boldsymbol{u_k}$. Druhá rovnica (1.38) sa nazýva rovnica výstupu a spája aktuálnu hodnotu vektora výstupných veličín y_k (napríklad teplota) s aktuálnou hodnotou vektora stavových veličín $\boldsymbol{x_k}$ a akčných zásahov $\boldsymbol{u_k}$. Konštanta k je nazývaná operátor diskrétneho posunutia a definuje, v ktorom časovom okamihu nás hodnoty veličín zaujímajú.

BISHOP, H. R. Model-based Predictive Control. 2004.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ \vdots \\ x_n(k+1) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_{k+1}} = \underbrace{\begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \dots & a_{n,n} \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \vdots \\ x_n(k) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_k} + \underbrace{\begin{bmatrix} b_{1,1} & b_{1,2} & \dots & b_{1,m} \\ b_{2,1} & b_{2,2} & \dots & b_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{n,1} & b_{n,2} & \dots & b_{n,m} \end{bmatrix}}_{B} \underbrace{\begin{bmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \\ \vdots \\ u_m(k) \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}_k} \tag{1.27}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \\ \vdots \\ y_l(k) \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}_k} = \underbrace{\begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{1,2} & \dots & c_{1,n} \\ c_{2,1} & c_{2,2} & \dots & c_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{l,1} & c_{l,2} & \dots & c_{l,n} \end{bmatrix}}_{C} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \vdots \\ x_n(k) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_k} + \underbrace{\begin{bmatrix} d_{1,1} & d_{1,2} & \dots & d_{1,m} \\ d_{2,1} & d_{2,2} & \dots & d_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{l,1} & d_{l,2} & \dots & d_{l,m} \end{bmatrix}}_{D} \underbrace{\begin{bmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \\ \vdots \\ u_m(k) \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}_k} \tag{1.28}$$

Skrátene sa tento model dá zapísať vo vektorom tvare ako:

$$\boldsymbol{x_{k+1}} = \boldsymbol{A x_k} + \boldsymbol{B u_k} \tag{1.29}$$

$$\boldsymbol{y_k} = \boldsymbol{C x_k} + \boldsymbol{D u_k}. \tag{1.30}$$

1.5.4 Všeobecná formulácia prediktívneho riadenia

Vyústenie predchádzajúcich podkapitol je komplexné zadanie úlohy prediktívneho riadenia. Spája všetky poznatky o matematickom modeli riadeného systému (1.32) a o účelovej funkcií (1.31) typicky vyjadrenej pomocou noriem. Počíta aj s dodržaním ohraničujúcich intervalov na optimalizované veličiny (1.34) a (1.35). Dôležité je však zároveň definovanie počiatočnej podmienky (1.33).

$$\min \sum_{k=0}^{N-1} \left(\left| \left| \boldsymbol{Q_x x_{t+k}} \right| \right|_p + \left| \left| \boldsymbol{Q_u u_{t+k}} \right| \right|_p \right) \tag{1.31}$$

$$\text{s.t. } \boldsymbol{x_{k+1}} = \boldsymbol{A x_k} + \boldsymbol{B u_k} \tag{1.32}$$

$$\boldsymbol{x_0} = \boldsymbol{x_t} \tag{1.33}$$

$$\boldsymbol{u}_{min} \leq \boldsymbol{u} \leq \boldsymbol{u}_{max} \tag{1.34}$$

$$\boldsymbol{x}_{min} \leq \boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{x}_{max} \tag{1.35}$$

Pre ľahké riešenie optimalizačnej úlohy prediktívneho riadenia by rovnice 1.34 a 1.35 mali vymedzovať konvexný priestor. Účelová funkcia je definovaná za pomoci súčtu noriem v každom kroku predikcie. Normy nám udávajú vzdialenosť, tak, ako to bolo podrobne vysvetlené v kapitole 1.4.3. Prvá norma vyjadruje náš cieľ dostať stavy systému k nejakému referenčnému stavu, v našom prípade do nuly, pretože rovnica 1.36. sa dá prepísať do tvaru (1.35).

$$\min \sum_{k=0}^{N-1} \left(\left\| \mathbf{Q_x}(\boldsymbol{x_{t+k}} - \boldsymbol{r}) \right\|_p + \left\| \boldsymbol{Q_u}(\boldsymbol{u_{t+k}}) - \boldsymbol{r} \right\|_p \right) \tag{1.36}$$

.

Ak si za r dosadíme nulu, dostávame presne rovnicu 1.37. Z toho ale vyplýva jeden dôležitý fakt a to ten, že referencia samozrejme nemusí a často ani nie je nulová. Pomocou zmeny hodnoty r vieme docieliť to, aby boli akčné zásahy optimalizované tak, aby sa stavy čo možno najrýchlejšie dostali na referenčnú hodnotu. Častejšie sa však optimalizuje výstup systému. Chceme, aby bola minimalizovaná vzdialenosť výstupu od referenčnej hodnoty. V takom prípade treba pozmeniť účelovú funkciu na tvar (1.36):

$$\min \sum_{k=0}^{N-1} \left(\left\| \boldsymbol{Q_x}(\boldsymbol{y_{t+k}} - \boldsymbol{r}) \right\|_p + \left\| \boldsymbol{Q_u}(\boldsymbol{u_{t+k}} - \boldsymbol{r}) \right\|_p \right). \tag{1.37}$$

.

Minimalizáciou vzdialenosti či už stavu, alebo výstupu od referencie dostaneme sekvenciu optimálnych akčných zásahov u, tak, ako je to vyobrazené na obr. 7. Aby optimalizačný systém teraz vedel posúdiť ako medzi sebou súvisia výstupy systému s jeho stavmi a poprípade aj vstupmi, je treba do optimalizačného problému naviac pridať aj rovnicu výstupu (1.38):

$$\boldsymbol{y_k} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x_k} + \boldsymbol{D}\boldsymbol{u_k}. \tag{1.38}$$

.

Napriek tomu, že sa už snažíme o optimalizáciu výstupných veličín, tak stále na vyriešenie optimalizačného problému používame stavovú spätnú väzbu a preto rovnice 1.31 a 1.32 nemôžu byť v žiadnom prípade vynechané. Pomocou váhových matíc $\boldsymbol{Q_x}$ a $\boldsymbol{Q_u}$ môžeme meniť váhu toho, ako veľmi nám záleží na minimalizácií akčných zásahov (vo forme energií, paliva atď.) a ako veľmi nám záleží, aby sa stavy alebo výstupy dostali na referenčnú hladinu. Užívateľ by mal dávať pozor nie na absolútne hodnoty týchto váhových matíc, ale na ich vzájomný pomer.

2. Opis sieťového systému a vytvorenie matematických modelov

2.1. Potrebné softvérové vybavenie a ich syntax

Autor si kládol za cieľ čo možno najvyššiu reprodukovateľnosť výsledkov výskumu a preto je v tejto časti práce dôkladne opísané, za pomoci akého softvérového vybavenia danú diplomovú prácu vypracoval.

Absolútne esenciálna je potreba inštalácie počítačového programu MATLAB. Verzia programu MATLAB, použitá k vypracovaniu diplomovej práce bola verzia 7.10.0.499 (R2010a). Kvalitná znalosť tohto programového prostredia je nevyhnutná a nebude ďalej z dôvodu obmedzeného priestoru písomného vyhotovenia práce rozoberaná.

2.1.1 Programový balík YALMIP

Programový balík YALMIP slúži na pokročilé modelovanie a riešenie problémov konvexnej ale aj nekonvexnej optimalizácie. Je implementovaný ako voľne šíriteľný toolbox programu MATLAB. Je veľmi rýchly a výrazne zjednodušuje prácu s optimalizáciou, pretože nám dovoľuje najintuitívnejšiu formuláciu optimalizačného problému. Diplomová práca bola vypracovaná za pomoci verzie 3.

2.1.2 Programový balík HYSDEL

Samotný názov programového balíku HYSDEL bol utvorený zo začiatočných hlások slov HYbrid System DEstricption Language, jedná sa teda o jazyk ktorý dokáže popisovať hybridné systémy. Jeho syntax je podobná programovaciemu jazyku $C++$. Hybridné systémy sú popísané v kapitole 1.4.4. Programový balík HYSDEL je voľne šíriteľný softvér, ktorý bol vyvinutý Ústavom Informačných Technológií a Elektrického Inžinierstva Švajčiarskeho Federálneho Inštitútu Technológie so sídlom v Zürichu. Diplomová práca bola vypracovaná za pomoci verzie 2.0.6.

2.1.3 Syntax modelovacieho jazyka HYSDEL

Kód programu napísaného pomocou jazyka HYSDEL je rozdelený na sekcie, názvy sekcií sa píšu veľkými písmenami. Sekcia je ohraničená kučeravými zátvorkami („{}“). Povolené

sú komentáre v štýle /**komentár**/. Sekcie, ktoré musí každý kód obsahovať, sú sekcie *INTERFACE* a *IMPLEMENTATION*. Kostra jednoduchého skriptu teda vyzerá nasledovne.

```
SYSTEM meno{
      INTERFACE { /*začiatok sekcie INTERFACE*/
      } /*koniec sekcie INTERFACE*/.
      IMPLEMENTATION { /*začiatok sekcie IMPLEMENTATION*/
      } /*koniec sekcie IMPLEMENTATION*/.
} /*koniec systému*/.
```

Sekcia *INTERFACE* obsahuje deklarácie všetkých premenných a parametrov, s ktorými sa bude pracovať. Táto sekcia sa delí na podsekcie *STATE*, *INPUT*, *OUTPUT* a *PARAMETER*, pričom na ich poradí v kóde nezáleží. Podsekcie *STATE*, *INPUT* a *OUTPUT* definujú premenné prostredia, posledná podsekcia *PARAMETER* deklaruje parametre. V podsekcií *REAL* sa definujú všetky reálne premenné, s ktorými sa bude pracovať. Syntax deklarácie je nasledovný,

```
REAL meno [min, max];
```

pričom definovanie minimálnej a maximálnej hodnoty, ktorú môže premenná nadobúdať je nepovinné. Podsekcia *REAL* môže byť nahradená slovom *BOOL*, ak premenná môže nadobúdať iba jednu z dvoch hodnôt – true (pravda, 1) alebo false (nepravda, 0).

Sekcia *IMPLEMENTATION* popisuje vzťahy medzi premennými. Opäť sa môže skladať z niekoľkých podsekcií. Môže to byť podsekcia *AUX* (z anglického slova auxiliary - dodatočný). Jedná sa teda o priestor, v ktorom môžu byť definované dodatkové premenné. Podsekcia *AD* umožňuje definovať booleanovské premenné zo spojitých a podsekcia *DA* definuje spojité premenné na základe if-then-else podmienok. Ak čitateľovi nie je princíp používania predchádzajúcich sekcií vysvetlený na týchto pár riadkoch jasný, nemusí zúfať, v časti diplomovej práce, ktorá sa venuje vytvoreniu matematických modelov jednotlivých komponentov distribučnej siete je podrobne opísaný princíp a výsledky ich funkcie. Autor sa chcel vyhnúť opisovaniu tých istých problémov dvakrát a preto ich bude demonštrovať konkrétnych príkladoch. Ďalšia podsekcia ktorá môže byť zahrnutá do sekcie *IMPLEMENTATION* je podsekcia *CONTINUOUS*, ktorá opisuje dynamiku procesu vo forme diferenčných rovníc.

Úplný užívateľský manuál k programu HYSDEL môže čitateľ nájsť na adrese

ftp://ftp.feq.ufu.br/Luis/HYBRID/MIP/hybtbx-win/doc/other/hysdel_user_guide.pdf

K obom popisovaným nástrojom musí byť v programovom prostredí MATLAB definovaná cesta, aby program poznal, kde má používané funkcie vyhľadať.

2.2 Opis distribučnej siete pitnej vody v Bratislave

Všetky informácie publikované v tejto kapitole sú uverejnené so súhlasom Bratislavskej vodárenskej spoločnosti, a.s., Bratislava.

2.2.1 Teoretická motivácia

Ako distribučný systém bol zvolený distribučný systém pitnej vody. Autor práce sa tak rozhodol z niekoľkých dôvodov. V prvom rade fungujúci systém dopravy pitnej a zdravotne nezávadnej pitnej vody je predpoklad vývoja a prosperity modernej civilizácie. Bez premysleného systému dodávky úžitkovej vody z rieky Eufrat by napríklad nemohli vzniknúť ani Semiramidine visuté záhrady, ktoré stáli v starodávnom, dnes už neexistujúcom meste Babylon a dodnes ich zaraďujeme medzi sedem divov starovekého sveta.

Voda je unikátna chemická zlúčenina, na ktorej je postavený celý náš život. Ľudské telo potrebuje pre svoje štandardné fungovanie v priemere 2 až 3 litre čistej vody denne a prísun tejto zlúčeniny nesmie byť prerušovaný, pretože bez stabilného prísunu pitnej vody ľudské telo nevydrží dlhšie než pár dní. Gro súčasnej spotreby vody ale tvorí spotreba pri zabezpečovaní osobnej hygieny človeka, (sprchovanie, kúpeľ, umývanie rúk) ako aj spotreba spojená so zabezpečovaním štandardných domácich prác (umytie riadu, pranie prádla, umytie auta a pod.).

2.2.2 História Bratislavskej vodárne

Začiatky vodovodu v Bratislave siahajú do 16. storočia. Rast stredovekého mesta si vyžadoval čoraz intenzívnejšie riešenie problému prístupu obyvateľstva k vode. V tom čase boli obvyklým zdrojom vody kopané studne. Z polovice 15. storočia sa datuje zakladanie verejných studní na námestiach a trhoviskách. Stredoveké kopané verejné studne v ďalšom období nepostačovali, a preto v 16. storočí začali stavať verejné studne – fontány, do ktorých sa privádzala pitná voda z množstva prameňov na svahoch Malých Karpát. Z týchto

prameňov sa sústreďovala voda pomocou kanálov, vykladaných kamennými dlaždicami, do zberných objektov, potom drevenými a neskoršie medenými a olovenými potrubiami priamo do verejných studní – fontán. V druhej polovici 19. storočia malo mesto asi 50 000 obyvateľov a približne 1 200 verejných studní.

Verejné studne a fontány však časom nepostačovali pokryť potrebu pitnej a úžitkovej vody mesta. Po niekoľkých neúspešných rokovaniach nadviazalo mesto v roku 1879 spojenie s pražskou firmou C.CORTE a spol. Po obhliadke okolia mesta navrhla firma mestskej rade za miesto vybudovania vhodného vodného zdroja ostrov Sihoť medzi Bratislavou a Devínom. V roku 1881 bola uzavretá zmluva, podľa ktorej mala firma CORTE a spol. právo a povinnosť 50 rokov dodávať celému mestu zdravú pitnú vodu v dostatočnom množstve. Slávnostný výkop stavby sa uskutočnil dňa 25. augusta 1884. Ešte predtým, dňa 5. mája 1884, firma Sallbach a firma C.CORTE a spol. odstúpili so súhlasom mesta zmluvu „Rakúskej vodárenskej spoločnosti", ktorá stavbu vodovodu realizovala a dňa 4. februára 1886 odovzdala celé zariadenie do prevádzky.

Stavbu vodárne odborne viedla firma C.CORTE a spol. a po vybudovaní ju prevzala ako majiteľka „Rakúska vodárenská spoločnosť". Keďže vodáreň veľmi dobre prosperovala, rozhodla sa bratislavská mestská rada odkúpiť vodárenské zariadenie. Rozhodnutie sa po súhlase zainteresovaných strán realizovalo dňa 1. februára 1894, odkedy bola vodáreň vo vlastníctve mesta Bratislavy. Kúpna cena bola 2 227 542,78 rakúskych korún.

Koncom 19. storočia sa požiadavky na dodávku pitnej vody zvyšovali a čerpacia stanica v Karlovej Vsi sa postupne rozširovala a modernizovala. Na ostrove Sihoť boli vybudované ďalšie studne a začiatkom 20. storočia druhá čerpacia stanica, ktorá je dodnes v prevádzke. Pod ramenom Dunaja bol postavený priechodný betónový tunel s vodovodnými potrubiami zásobujúcimi mesto Bratislava pitnou vodou. Tento tunel bol jediným pevným spojením ostrova s pevninou a dodnes je funkčný. V roku 1949 bol mestský podnik vodární pretvorený na komunálny podnik. Štátny podnik s názvom Vodárne a kanalizácie Bratislava bol zriadený 1. januára 1967. Napriek zmenám, ktoré sa s mestskými vodárňami počas ich existencie diali, vykonávali mestské vodárne svoju činnosť nepretržite aj počas druhej svetovej vojny.

Bratislavská vodárenská spoločnosť, akciová spoločnosť, vznikla 7. januára 2003 na základe rozhodnutia Ministerstva pre správu a privatizáciu národného majetku. Zlúčením Vodární a kanalizácií Bratislava s vodárenskou a kanalizačnou infraštruktúrou okresov Malacky, Myjava, Senica, Skalica, Senec, Pezinok ako aj niekoľkých obcí okresov Trnava a Piešťany vyvstali pred novovzniknutou spoločnosťou náročné úlohy. Bolo potrebné

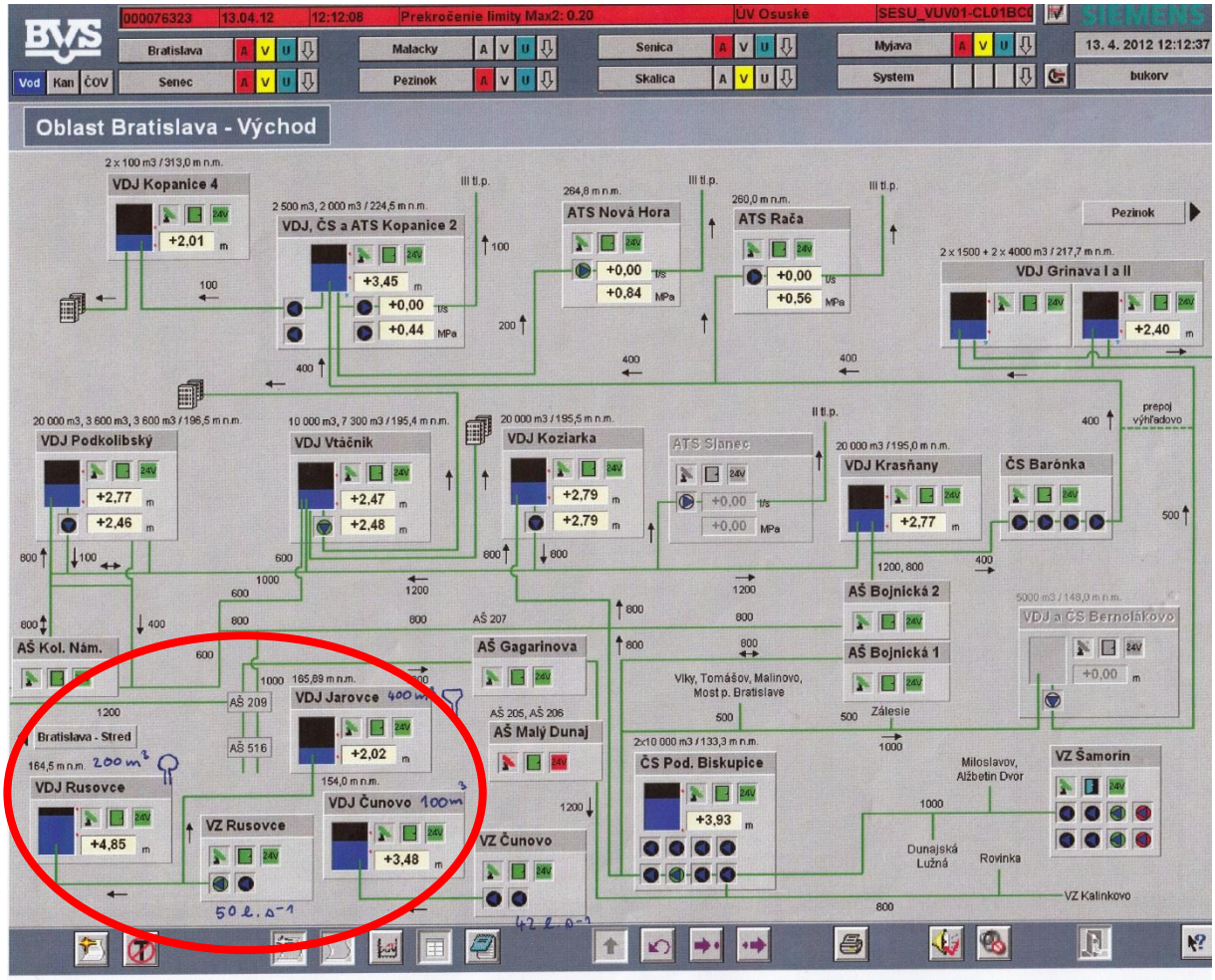
zabezpečiť kvalitnú pitnú vodu všade tam, kde miestne zdroje nepostačovali alebo neboli dostatočne kvalitné a nezabezpečovali rozvoj obcí a plnohodnotný život jej obyvateľov.

Súčasný stav v zásobovaní vodou a odkanalizovaní Bratislavy je 99,8 % zásobovaných domácností a 98,5 % odkanalizovaných domácností. Na podobnej úrovni je aj čistenie odpadových vôd. Tieto údaje zaraďujú Bratislavu a jej okolie medzi najvyspelejšie európske mestá.

2.2.3 Aktuálna distribučná sieť pitnej vody v Bratislave

Bratislava čerpá pitnú vodu z piatich veľkých vodných zdrojov. Ide o vodné zdroje Sihoť, Rusovce, Čunovo, Pečniansky les a Sedláčkov ostrov. Počet využiteľných vodných zdrojov však klesá. V minulosti musel byť napríklad uzatvorený vodný zdroj Podunajské Biskupice kvôli znečisteniu podzemných vôd ropou z neďalekej rafinérie. Vodu museli v tom období dokonca voziť niekoľko mesiacov cisterny (TA3, 2013). V súčasnosti sa uvažuje o úplnom odstavení vodného zdroja v Čunove kvôli nekontrolovateľnej developerskej činnosti, ktorá .vedie k trvalému zhoršovaniu kvality podzemnej vody. Odstavenie vodného zdroja bude zrejme trvalé a nenávratné. Uvažuje sa o obnovení pripojenia vodných zdrojov Kalinkovo a Šamorín, ktoré by mali nahradiť plánované odstávky vodných zdrojov. Všetky vodné zdroje prevádzkované Bratislavskou vodárenskou spoločnosťou, a.s., sú aktuálne schopné dodávať do potrubného systému spoločnosti viac ako 3400 litrov pitnej vody za sekundu.

Voda z vodných zdrojov je po základnom ošetrení chlórom prečerpávaná pomocou čerpacích staníc do vodojemov. Vodojemy plnia akumulačnú funkciu a vyrovnávajú rozdiely medzi aktuálnym odberom pitnej vody a prečerpávaným objemom pitnej vody z vodného zdroja. Bratislava má v súčasnosti 30 vodojemov, z ktorých prevažná väčšina je realizovaná vo forme podzemných dvojkomorových zásobníkov s podstavou obdĺžnikovitého tvaru. Každý vodojem je postavený v jednom zo šiestich tlakových pásiem. Vodojem v najvyššom tlakovom pásme je iba jeden a nájdeme ho tesne pod vrchom Kamzík. Predstavu, ako vyzerá distribučná sieť pitnej vody si môžeme urobiť po tom, čo preskúmame detailne obr. 14, na ktorom je vyobrazená situácia, ktorú vidí operátor vo velíne BVS, a.s.. Akronym VZ označuje vodný zdroj s príslušným počtom čerpadiel, ktoré sú označené modrými trojuholníkmi. Skratkou VDJ sú označené vodojemy s aktuálnou výškou hladiny vodného stĺpca v nich a taktiež je na obrazovke zachytená ich nadmorská výška. Vodojemy sú potom vizuálne podľa nadmorskej výšky umiestnené podľa príslušných tlakových pásiem. Čerpacie stanice so skratkou ČS slúžia na vytlačenie kvapaliny z nižších tlakových pásiem do ďalších vyšších tlakových pásiem.



Obr. 14 Distribučná sieť pitnej vody pre oblasť Bratislava – Východ.

2.2.4 Distribučná sieť pitnej vody v obciach Rusovce a Jarovce

Distribučná sieť pitnej vody v Bratislave je teda spletitý systém rôznych vodárenských zariadení. K tomu je však potrebné uviesť, že obr. 14 zachytáva iba približne jednu tretinu z celej distribučnej siete spoločnosti. Práca s takou zložitou sieťou by bola v domácich podmienkach nerealizovateľná, pretože počítač s ktorého pomocou bola táto diplomová práca vypracovaná má predsa len svoju limitovanú výpočtovú kapacitu.

Cesta k splneniu zadanej úlohy diplomovej práce, ktorú autor s odbornou pomocou pracovníkov Bratislavskej vodárenskej spoločnosti, a.s., zvolil, bolo predovšetkým nájsť v tomto veľkom mravenisku nejakú lokálnu distribučnú sieť, ktorá nie je s ostatnými vodojemami prepojená sieťou potrubí. Po krátkej konzultácií bola ako vhodná distribučná sieť vybraná distribučná sieť pitnej vody v mestských častiach Rusovce a Jarovce. Pozrime sa na ňu vo väčšom detaile. Na obr. 14 je táto sieť zvýraznená červeným krúžkom. Daná distribučná sieť obsahuje zdroj pitnej vody (na obr. 14 označený ako VZ Rusovce) a dva vodojemy, po jednom v každej mestskej časti (na obr. 14 označené ako VDJ Rusovce a VDJ Jarovce). Pozrime sa teraz detailnejšie na jednotlivé komponenty tejto distribučnej siete.

2.2.5 Vodný zdroj Rusovce

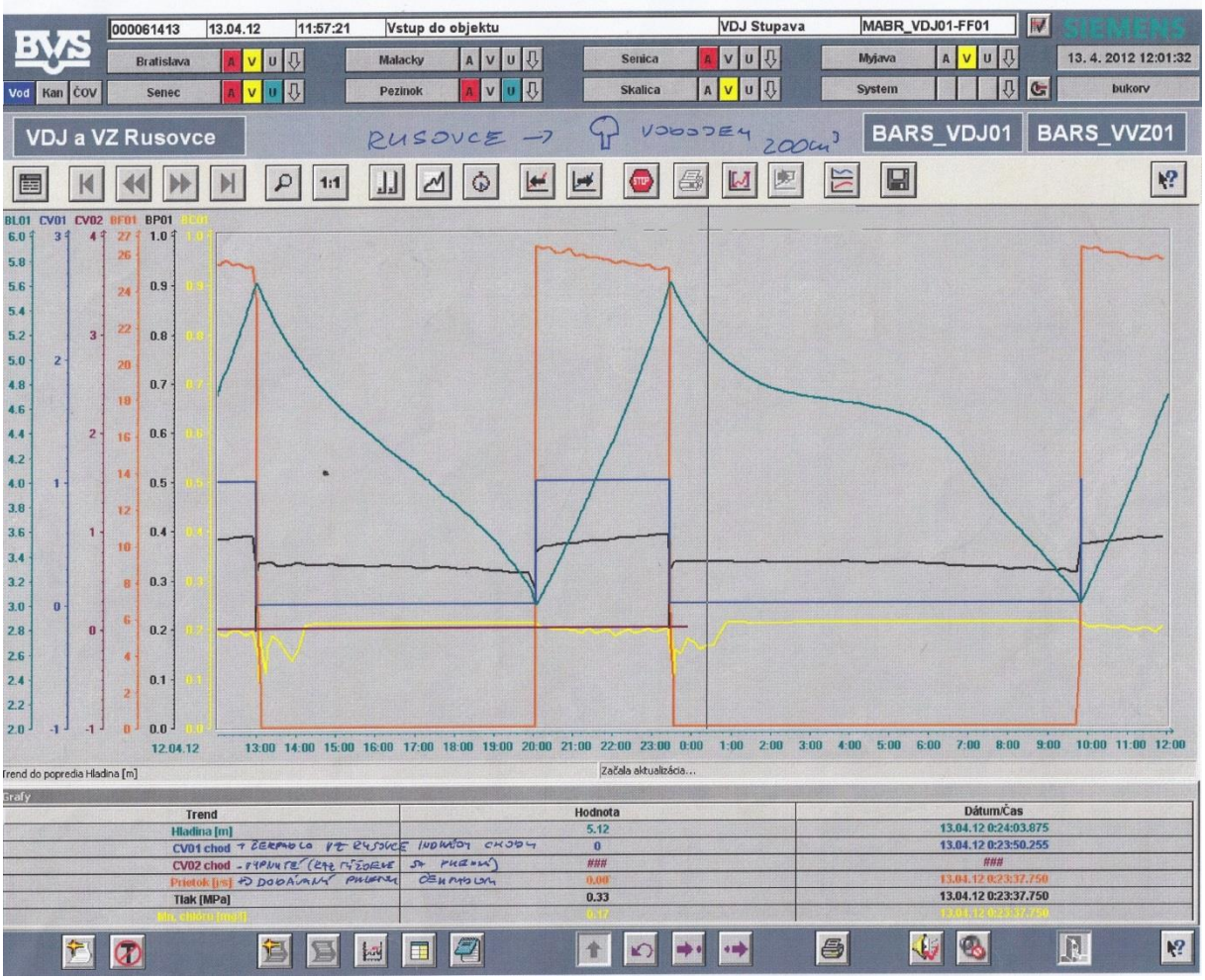
Vodný zdroj Rusovce je jeden zo piatich zdrojov, z ktorých čerpá naše hlavne mesto pitnú vodu. V tomto vodnom zdroji sú inštalované dve čerpadlá, ktoré pracujú systémom vypnutý/zapnutý. Ak je čerpadlo zapnuté, dodávaný prietok do systému je 20 litrov za sekundu. Čerpadlá neobsahujú žiaden frekvenčný menič, takže ak je čerpadlo zapnuté, dodávaný prietok nemôže byť iný. V jednom momente pracuje vždy iba jedno čerpadlo, druhé čerpadlo je vo vodnom zdroji inštalované kvôli tomu, aby sa čerpadlá toľko neopotrebovávali a každý týždeň sa medzi nimi prepína (t.j. každý týždeň je v činnosti iné čerpadlo).

2.2.6 Vodojemy v obciach Rusovce a Jarovce a prístup k riadeniu výšok hladín

Pitná voda prečerpaná z vodného zdroja Rusovce prúdi potom ďalej do dvoch vodojemov. Sú to vodojemy v mestských častiach Rusovce a Jarovce. Ako vidíme na obr. 15 vľavo, vodojem v Rusovciach má guľovitý tvar. Dokáže uskladniť $200\,m^3$ pitnej vody. Druhý vodojem sa nachádza v Jarovciach, má tvar taniera a má kapacitu až $400\,m^3$. Vodojem v Jarovciach (obr. 15 vpravo) predstavuje aktuálnu inováciu, pretože bol vybudovaný iba pred štyrmi rokmi (v r. 2009).

Obr. 15 Vľavo – vodojem Rusovce, vpravo – vodojem Jarovce.

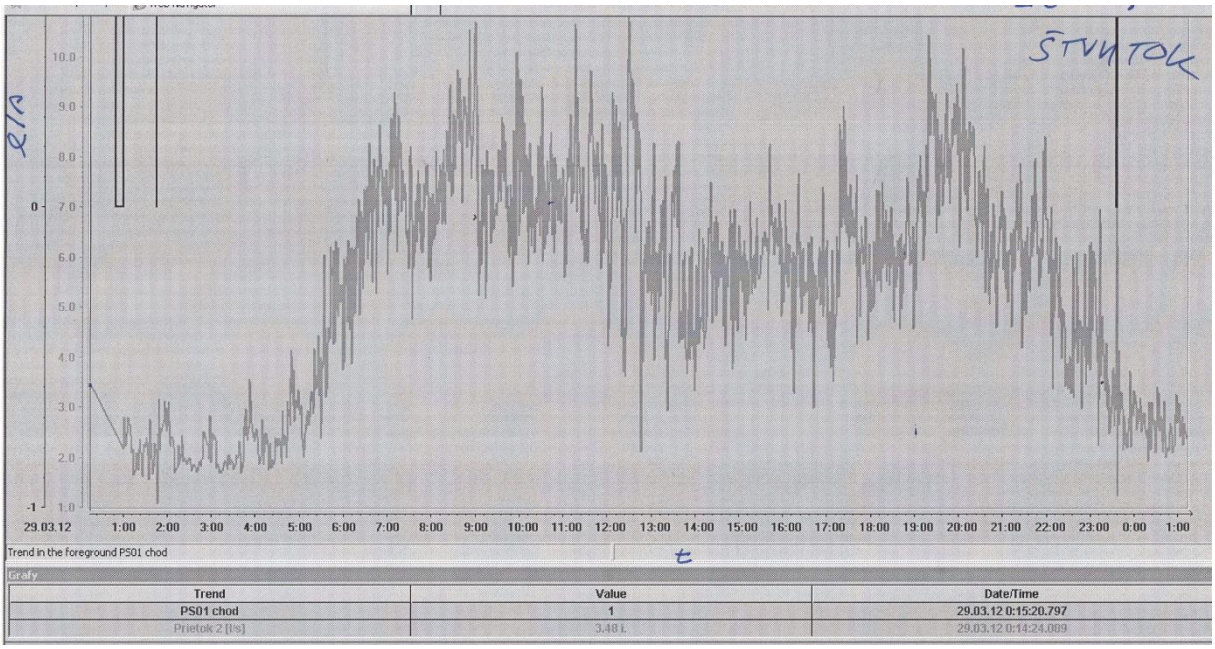
Na obr. 16 je znázornené, ako BVS, a.s., rieši problém čerpania pitnej vody do týchto dvoch vodojemov. Fialová krivka znázorňuje priebeh výšky hladiny vody vo vodojeme v Rusovciach počas dňa. Vidíme, že čerpadlo je ovládané dvojpolohovým regulátorom a že toto riadenie je založené na pravidlách odvíjajúcich sa od výšky hladiny v zásobníku kvapaliny. Ak výška hladiny vo vodojeme klesne na cca. 2,9 metrov, čerpadlo sa zapne a výška hladiny vody vo vodojeme začne stúpať. Keď výška vodného stĺpca dosiahne druhú hraničnú hodnotu, t.j. výšku cca. 5,6 metrov, čerpadlo sa vypne. Modrá krivka práve indikuje stav, či je čerpadlo zapnuté alebo vypnuté.



Obr. 16 Dvojpolohové riadenie výšky hladiny vodného stĺpca vo vodojeme Rusovce.

2.2.7 Model zákazníckej referencie

Keďže prediktívne riadenie vyžaduje znalosť toho, ako sa bude žiadaná veličina vyvíjať v budúcnosti, museli byť získané aj zákaznícke referencie. Tieto referencie predstavovali odber pitnej vody počas dňa v obciach Rusovce a Jarovce a boli získané z dát, uložených v počítači riadiaceho centra BVS, a.s.. Na obr. 17 je znázornený reálny odber pitnej vody v litroch za sekundu počas dňa v Rusovciach. Vidíme, že v noci sa tento odber blíži nule, odber kulminuje okolo deviatej hodine dopoludnia a druhý kulminačný bod dňa je potom okolo 20.00 hodiny. Tieto závislosti boli opísané polynómami vyšších rádov pre obe mestské časti a neskôr v každej perióde vzorkovania na základe tejto závislosti bola vypočítaná aktuálna požiadavka na dodávaný prietok pitnej vody.



Obr. 17 Reálny odber pitnej vody v mestskej časti Rusovce, 29.3.2012.

2.3 Modelovanie distribučnej siete pomocou softvérového balíka HYSDEL

Bolo potrebné vytvoriť matematické modely čerpadla a dvoch vodojemov, ktoré by verne opisovali vlastnosti jednotlivých zložiek systému. Kvôli zjednodušeniu práce s vodojemami, boli vytvorené funkcie ktoré mali za úlohu zjednodušiť prácu užívateľom. Užívateľ nemusí v budúcnosti vytvárať model vodojemu ručne, stačí ak vyplní niekoľko potrebných údajov a systém sám vygeneruje príslušnú matematickú reprezentáciu.

2.3.1 Matematický model čerpadla

Problém definície čerpadla, poskytujúceho iba dve možné hodnoty prietokov, bol efektívne vyriešený pomocou modelovacieho jazyka HYSDEL. Na riadkoch 5 a 6 sú definované dve rôzne účinnosti, pričom jedna je nastavená na 100 % a druhá na nulu. Vzácna surovina, k spotrebe ktorej pri práci čerpadla dochádza, je elektrická energia, reprezentovaná výkonom čerpadla, a je definovaná ako vstup do čerpadla na riadku 16. Na riadkoch 9 a 12 sú definované fyzikálne hranice tejto veličiny. Výstupom z čerpadla je dodávaný objemový prietok pitnej vody, ktorý je definovaný na riadku 20.

Ostáva už len poprepájať jednotlivé veličiny pomocou vhodných pravidiel. V implementačnej sekcií sú definované 4 dočasné premenné na riadkoch 27 až 31. Tri z nich sú v tvare reálnych čísel a jedna je v tvare výrazu nadobúdajúceho hodnoty pravda alebo nepravda. V *AD* sekcii, ktorá popisuje zmenu analógového signálu na digitálny, je na riadku 33 definované pravidlo, pri ktorom je aktivovaná dodatková premenná *o1*. Dodatková premenná nadobúda hodnotu 1, ak je spotrebovaná energia v čerpadle menšia alebo rovná 6,99. V nasledujúcej *DA* sekcií ktorá transformuje digitálny signál do analógového výstupu je na riadku 36 deklarované dôležité pravidlo, ktoré hovorí o tom, že ak je v booleanovskej premennej o1 uložená hodnota 1 (pravda), tak spotreba elektrickej energie je vynásobená hodnotou v premennej *eff1* , ktorá je nulová. Čerpadlo v tomto prípade teda nepracuje. Ak je v booleanovskej premennej *o1* uložená hodnota 0 (nepravda), systém zoberie hodnotu výkonu čerpadla (táto hodnota môže byť už iba rovná 7 kW) a vynásobí ju hodnotou konštanty *eff2* , ktorá je nastavená na jednotku. Na riadku 40 sú tieto dve rovnice sčítané, pričom hodnota premennej *y1* je vždy nulová a hodnota premennej *y2* môže byť nenulová a táto premenná práve poskytuje údaj o tom, kedy je čerpadlo zapnuté. Vo výstupnej rovnici na riadku 43 je ešte premenná vynásobená konštantou 10,29, ktorá nám uvádza údaj, že ak čerpadlo pracuje, tak dodáva 72 000 litrov vody za hodinu.

$$\dot{V} = 10{,}29.7 = 72{,}03\, m^3 h^{-1} \cong 20 l.s^{-1} \tag{2.1}$$

.

```
1. SYSTEM boolean_based_water_well {
2.  INTERFACE {
3.   PARAMETER {
4.
5. REAL eff1=0; /* efficiency of energy-to-product conversion */
6. REAL eff2=1; /* efficiency of energy-to-product conversion */
7.
8.     /* hard upper limit on the input energy */
9.      REAL max_energy = 7;  /* kW*/
10.
11.      /* hard upper limit on the input energy */
12.        REAL min_energy =0 ; /* kW*/
13.    }
14.    INPUT {
15.      /* input energy */
16.      REAL energy [min_energy, max_energy];
17.    }
18.    OUTPUT {
19.      /* amount of generated products */
20.      REAL flow;  /* prietok [m^3.h^-1] */
21.    }
22.  }
23.
24.
25.  IMPLEMENTATION {
```

```
26.  AUX{
27.   BOOL o1;
28.   REAL y1;
29.   REAL y2;
30.   REAL y;
31.   }
32. AD {
33.   o1 = energy <= 6.98;
34.   }
35. DA {
36.   y1=  { IF o1 THEN eff1*energy};
37.   y2 = { IF ~o1  THEN eff2*energy};
38.   }
39. LINEAR {
40.   y=y1+y2;
41.   }
42.   OUTPUT {
43.      flow = 10.29*y;
44.     }
45.   }
46. }
```

2.3.2 Odvodenie diskrétnej rovnice dynamiky vodojemov

Vodojemy plnili základnú vyrovnávaciu funkciu a preto na ich modelovanie musel byť kladený veľký dôraz. Veľké odchýlky správania sa matematického modelu v porovnaní s dynamikou reálnych vodojemov by mohli viesť k znehodnoteniu výsledkov diplomovej práce. Dynamický matematický model ľubovoľného zásobníka kvapaliny je zostavený z nasledovnej materiálovej bilancie:

Vstupujúci hmotnostný tok kvapaliny = vystupujúci hmotnostný tok kvapaliny + rýchlosť akumulácie hmotnosti v systéme

$$\dot{m}_{in}(t) = \dot{m}_{out}(t) + \frac{dm(t)}{dt} \tag{2.2}$$

.

$$q_{in}(t)\rho = q_{out}(t)\rho + \frac{d[V(t)\rho]}{dt} \tag{2.3}$$

.

Za predpokladu konštantnej hustoty kvapaliny na vstupe aj výstupe zo zásobníka kvapaliny môže byť rovnica (2.3) prepísaná do tvaru rovnice (2.4).

$$q_{in}(t) = q_{out}(t) + \frac{d[V(t)]}{dt} \tag{2.4}$$

.

Následne sa objem kvapaliny v zásobníku dá vyjadriť ako súčin plochy prierezu zásobníka a výšky hladiny kvapaliny v zásobníku (2.5) za predpokladu, že zásobník má tvar kvádra (nedochádza k zmenám plochy prierezu v čase):

$$V(t) = F.h(t) \tag{2.5}$$

Po dosadení tejto substitúcie do dynamického matematického modelu dostávame finálnu spojitú rovnicu dynamiky (2.7).

$$q_{in}(t) = q_{out}(t) + F\frac{dh(t)}{dt} \tag{2.6}$$

$$\frac{1}{F}\left(q_{in}(t) - q_{out}(t)\right) = \frac{dh(t)}{dt} \tag{2.7}$$

Keďže prediktívne riadenie pracuje v prevažnej väčšine s diskrétnymi modelmi procesov, potrebovali sme ešte rovnicu spojitej dynamiky previesť na jej diskrétny tvar. Ak nahradíme deriváciu diferenciou (2.8):

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{h(t + \Delta t) - h(t)}{\Delta t}, \tag{2.8}$$

potom:

$$\frac{\Delta t}{F}\left(q_{in}(t) - q_{out}(t)\right) + h(t) = h(t + \Delta t). \tag{2.9}$$

Rovnica (2.9) predstavuje diskrétnu rovnicu dynamiky vodojemu. Viaže nám hodnotu premenných v aktuálnej perióde vzorkovania s nasledujúcou hodnotou stavovej premennej. Je logické, že ak bude $q_{in}(t) > q_{out}(t)$ tak výška hladiny vo vodojeme sa zvýši a ak $q_{in}(t) < q_{out}(t)$ tak výška hladiny vo vodojeme klesne.

2.3.3 Matematický model jednoduchého vodojemu

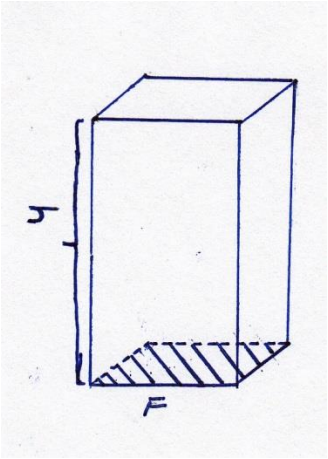
Podobne, ako v prípade čerpadla, musel byť zostrojený matematický model vodojemu. Matematický model bol realizovaný opäť v prostredí jazyka HYSDEL. Uvažujme teraz najtriviálnejší tvar vodojemu, t.j. vodojem má tvar kvádra. V sekcií INTERFACE najskôr definujeme všetky premenné, za pomoci ktorých bude matematický model vytvorený. Na 4. riadku je definovaná perióda vzorkovania, na piatom riadku obmedzenia na maximálnu a minimálnu výšku hladiny vo vodojeme a na šiestom riadku sú definované obmedzenia na maximálny vstupný a výstupný prietok média do vodojemu. Na ôsmom riadku

je definovaná plocha podstavy vodojemu. Všetky hore uvedené premenné sú kvôli univerzálnosti definované symbolicky, to znamená, že ich hodnoty musíme ešte dodatočne definovať. Vstupy (aj výstupy) z vodojemu reprezentované príslušnými prietokmi sú definované na riadku 12. Môžeme vidieť, že sú tu využité fyzikálne ohraničenia na maximálne a minimálne prietoky. Stavová premenná, ktorú pri vodojeme sledujeme, je výška hladiny vodného stĺpca, ktorá taktiež musí spĺňať ohraničenia na svoju minimálnu a maximálnu hodnotu, definícia je na riadku 16. V implementačnej sekcií musia byť jednotlivé premenné zviazané prostredníctvom rovnice dynamiky a to je v súlade s rovnicou (2.9) implementované na riadku 21.

```
1. SYSTEM water_tank {
2.     INTERFACE {
3.         PARAMETER {
4.           REAL sampling;
5.           REAL hmin, hmax;
6.           REAL min_qin, max_qin, min_qout, max_qout;
7.
8.           REAL F;
9.           }
10.
11.        INPUT {
12.            REAL qin[min_qin,max_qin], qout[min_qout,max_qout];
13.           }
14.
15.        STATE {
16.           REAL h[hmin,hmax];
17.            }
18.        }
19.     IMPLEMENTATION {
20.        CONTINUOUS {
21.            h = h + (sampling/F)*(qin-qout);
22.            }
23.        }
24. }
```

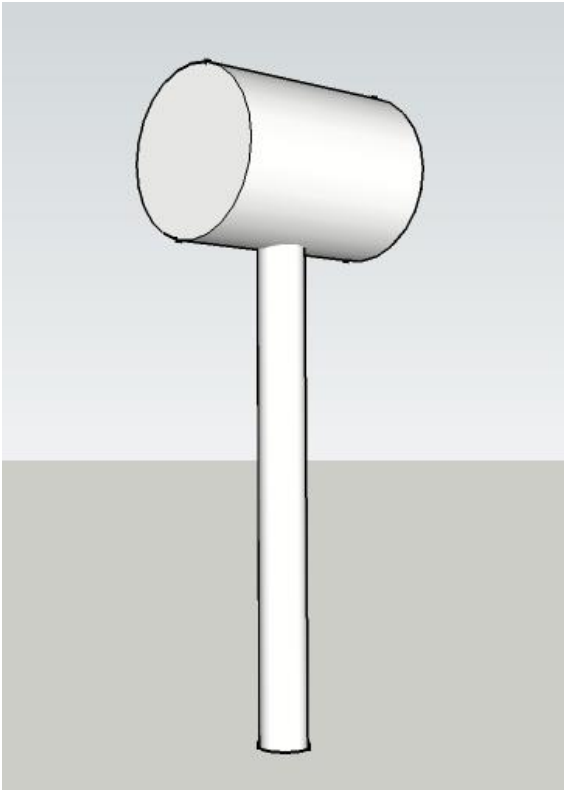
2.3.4 Matematický model vodojemov a funkcie slúžiace na ich opis

Dynamický matematický model vodojemu, odvodený v predchádzajúcej kapitole, popisuje vývin výšky hladiny pre ideálny vodojem v ktorom sa plocha prierezu nemení s výškou hladiny. Plocha prierezu zásobníka F je teda vždy konštantná. Tento ideálny tvar vodojemu je vyobrazený na obr. 18. Vodojem ideálneho geometrického tvaru by mal však zrejme iné prevádzkové nevýhody, preto sú používané vodojemy úplne iných, dosť často nepravidelných geometrických tvarov.

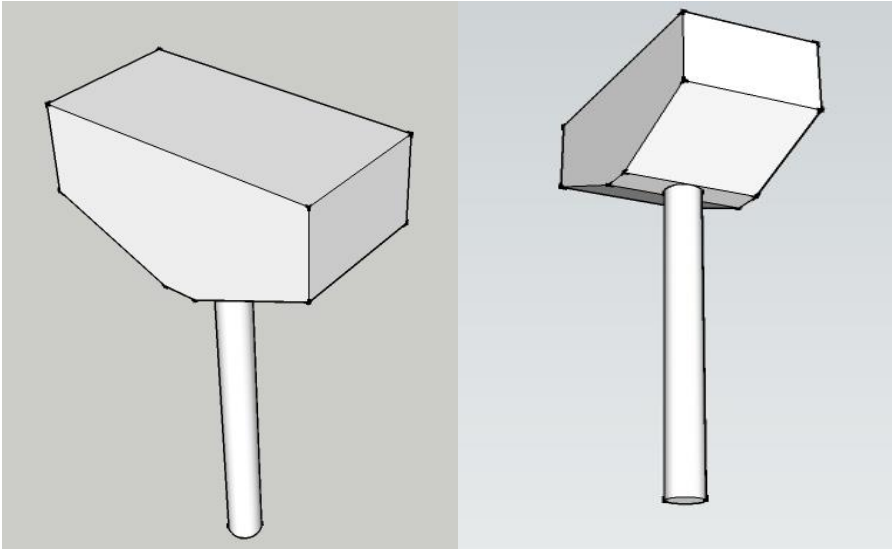


Obr. 18 Ideálny tvar vodojemu.

Oba vodojemy, ktoré boli súčasťou optimalizovanej distribučnej siete, ktorých podrobným opisom sa zaoberá kapitola 2.2.6, neboli ideálne. Bolo preto treba počítať s tým, že plocha podstavy sa mení v čase. Vodojem v Rusovciach má guľovitý tvar a vodojem v Jarovciach pripomína tvar taniera. Oba vodojemy sú teda silno nelineárne systémy a potrebovali byť linearizované, pretože HYSDEL je schopný optimalizovať iba lineárne systémy. Ďalej sa uvažuje s tvarom vodojemov, ktoré sú vyobrazené na obr. 19 a obr. 20. Tento tvar bol vhodný na zafixovanie dĺžky jednej zo strán útvaru.

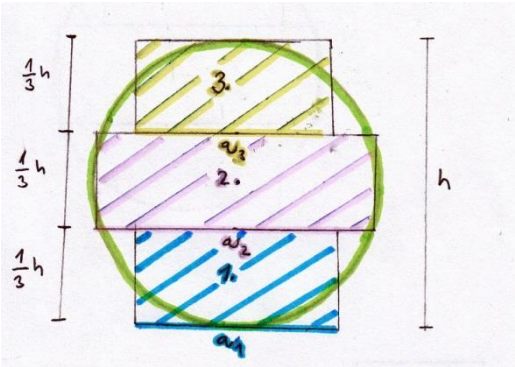


Obr. 19 Zjednodušený tvar vodojemu v Rusovciach, ktorý bol v ďalšej fáze linearizovaný.



Obr. 20 Zjednodušený tvar vodojemu v Jarovciach.

Idea, ako sa s problematikou nelineárnych tvarov oboch vodojemov vysporiadať, tkvie v tom, že ak premietneme vodojem v Rusovciach do 2D čelného pohľadu, dostaneme kruh. Tento kruh následne v smere osi y rozdelíme na niekoľko rovnako vysokých obdĺžnikov tak, ako je to vyobrazené na obr. 21. Výška ľubovoľného obdĺžnika teda bude $\frac{1}{n}h$, kde n je počet obdĺžnikov, na ktoré chceme vodojem rozdeliť. Obdĺžniky sú na seba naskladané a ich celková výška sa rovná výške pôvodného telesa. Funkcia, ktorá bola následne vytvorená, vyráta dĺžku druhých strán obdĺžnikov a_i tak, aby výsledná plocha obdĺžnika bola totožná s plochou výrezu v útvare, ktorý vznikne rozdelením útvaru na n častí. Tretí rozmer sa do problematiky vnesie tak, že zadáme rozmer, ktorým je obsah obdĺžnika vynásobený, čím de facto dostávame objem kvádra. Súčet objemov týchto kvádrov sa pochopiteľne musí rovnať objemu telesa, z ktorého sa vychádzalo.



Obr. 21 Rozdelenie prednej strany vodojemu na tri časti.

Na uľahčenie prác spojených s linearizáciou ľubovoľného tvaru vodojemu boli vytvorené tri funkcie. Prvá funkcia s názvom *water_tank_partitioning* potrebuje ako vstup vektor hraničných bodov, ktorý vymedzuje tvar polytopu. Táto funkcia je uvedená v prílohe A. Tento polytop znázorňuje jednu stranu vodojemu. Druhý nutný vstup do funkcie je počet obdĺžnikov, na ktorý má byť daný polytop rozdelený. Predpokladajme, že sme chceli polytop rozdeliť na tri časti. Pre aproximáciu tvaru vodojemu v Rusovciach teda boli zadané nasledovné vstupy:

```
body=[9.7 6.382; 10.89 6.481; 11.99 6.961; 12.86 7.77; 13.43 8.821;
13.63 10; 13.43 11.18; 12.86 12.23; 11.99 13.04 ; 10.89 13.52 ; 9.7
13.62; 8.542 13.32; 7.541 12.67; 6.808 11.73; 6.42 10.6;6.42 9.403;
6.808 8.272; 7.541 7.329; 8.542 6.676]

casti=3;
```

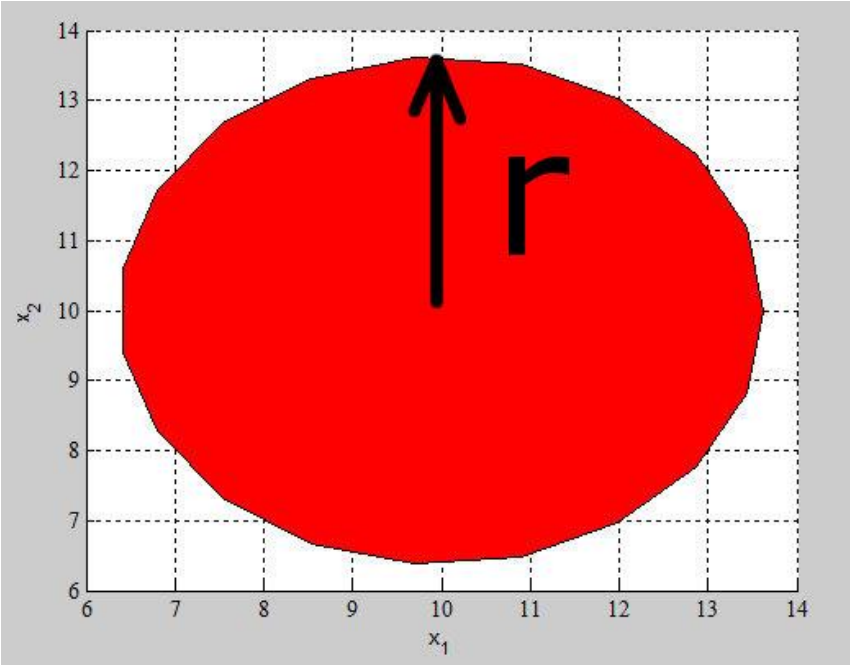
Polytop, ktorý je týmito hraničnými bodmi ohraničený, má tvar kruhu, ktorý je vyobrazený na obr. 22. Ak stotožníme súradnicovú sústavu s metrami, tak polomer kruhu je (2.10):

$$r = 3{,}61\ m. \tag{2.10}$$

.

Celková plocha útvaru je rovná ploche vyrátanej z rovnice (2.11):

$$S_{real} = \pi . r^2 = 3{,}14 . 3{,}61 m^2 = 40{,}92\ m^2 \tag{2.11}$$



Obr. 22 Znázornenie polytopu, ktorý ohraničuje tvar vodojemu v Rusovciach.

Takto predpripravený útvar funkcia rozdelí na 3 obdĺžniky tak, ako je to vyobrazené na obr. 19. Hodnoty výšok ($b = \frac{2}{3}r$) a dĺžok rôznych strán (a_i) uloží do premenných. Pre konkrétny prípad nadobúdajú premenné hodnoty:

$$a_1 = 4{,}897\ m, \tag{2.12}$$

$$a_2 = 7{,}055\ m, \tag{2.13}$$

$$a_3 = 4{,}892\ m, \tag{2.14}$$

$$b = 2{,}413\ m. \tag{2.15}$$

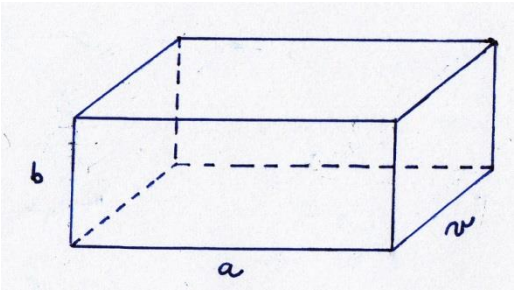
Celková plocha všetkých obdĺžnikov je evidentná zo vzorca (2.16).

$$S_{aprox} = \sum_{i=1}^{3} a_{\mathrm{i}}.b = 40{,}645\ m^2 \tag{2.16}$$

Relatívna chyba aproximácie je:

$$\varepsilon_r = \frac{|\Delta S|}{S_{real}} = \frac{S_{real} - S_{aprox}}{S_{real}} = 6{,}72.10^{-3} = 0{,}67\ \%. \tag{2.17}$$

Následne musel byť pridaný aj tretí rozmer, aby sa z dvojdimenzionálnych obdĺžnikov stali trojdimenzionálne kvádre. Dĺžka strany, ktorá je na obrázku 23 označená ako v je posledná premenná, ktorú musí užívateľ v spojení s matematickým modelom vodojemu zadať.



Obr. 23 Finálny tvar aproximačného kvádra.

Pre náš konkrétny prípad bola dĺžka tretej strany v zvolená:

$$v = 4{,}9\ m. \tag{2.18}$$

Táto definícia dĺžky tretej strany nám jednoznačne definuje objemy jednotlivých kvádrov:

$$V_1 = a_1.b.v = 4{,}897m.2{,}413m.4{,}9m = 57{,}90\ m^3, \tag{2.19}$$

$$V_2 = a_2.b.v = 7{,}055m.2{,}413m.4{,}9m = 83{,}416\ m^3, \tag{2.20}$$

$$V_3 = a_2.b.v = 4{,}892m.2{,}413m.4{,}9m = 57{,}842\ m^3. \tag{2.21}$$

Celkový objem útvaru zloženého zo všetkých kvádrov je:

$$V_{aprox} = \sum_{i=1}^{3} V_i = 199{,}158m^3. \tag{2.22}$$

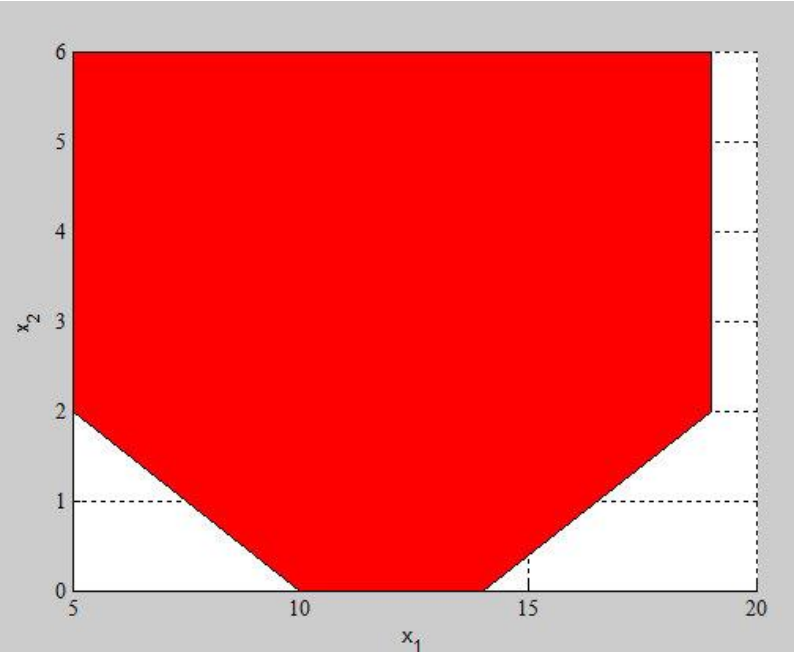
Ak teraz túto hodnotu porovnáme s objemom vodojemu v Rusovciach, ktorý bol uvedený v kapitole 2.2.6 a jeho hodnota bola $200\ m^3$, môže byť vyslovený záver, že aproximácia je presná. Samozrejme, že užívateľ môže s počtom kvádrov, na ktoré bude vodojem rozdelený hýbať. So zvyšujúcim sa počtom kvádrov sa aj zvyšuje presnosť optimalizácie, avšak užívateľ musí mať na pamäti, že sa zároveň aj zvyšuje čas na optimalizáciu a z praktického hľadiska sa neodporúča deliť vodojem na viac ako 15 segmentov. V simulácií riadenia v otvorenej slučke pre časový horizont celého dňa sa neodporúča rozdeliť vodojem na viac ako 3 segmenty.

Druhá funkcia, ktorá bola v súvislosti s tvorbou matematického modelu vodojemu naprogramovaná, niesla názov *hysdel_generator* a ako už zo samotného názvu tejto funkcie vyplýva, vytvárala samotný matematický model vodojemu v prostredí HYSDEL. Funkcia je uvedená v plnom znení v prílohe B. Ako vstup táto funkcia brala iba počet častí, na ktoré bol vodojem rozdelený a na základe tohto čísla vygenerovala funkcia príslušný HYSDEL súbor. Napríklad pre vyššie popísaný vodojem v Rusovciach vygenerovala súbor, ktorého kľúčová časť je uvedená v nasledujúcom rámčeku (plné znenie je uvedené v prílohe C).

```
1.     IMPLEMENTATION {
2.        AUX {
3.            BOOL o1;
4.            BOOL o2;
5.
6.            REAL y1;
7.            REAL y2;
8.            REAL y3;
9.            REAL y;
10.           }
11.
12.        AD {
13.           o1 = h <= h1;
14.           o2 = h <= h2;
15.            }
16.
17.        DA {
18.            y1 = { IF o1 THEN (sampling/a1*v)*(qin-qout)};
19.            y2 = { IF ~o1 & o2 THEN (sampling/a2*v)*(qin-qout)};
20.            y3 = { IF ~o2 THEN (sampling/a3*v)*(qin-qout)};
21.            }
22.
23.        LINEAR {
24.            y =y1 +y2 +y3 ;
25.            }
26.        CONTINUOUS{
27.            h=y+h;
28.            }
29.        }
```

Tretia a zároveň aj posledná funkcia, ktorá bola v súvislosti s vodojemami vytvorená, bola funkcia, ktorá pridelila symbolickým premenným svoje číselné hodnoty. Okrem parametrov a_i a v museli byť číselné hodnoty priradené aj perióde vzorkovania ($sampling$), maximálnej výške hladiny vodného stĺpca vo vodojeme (h_{max}) a nakoniec aj maximálnym a minimálnym vstupným a výstupným prietokom z vodojemu ($q_{in,min}, q_{in,max}, q_{out,min}, q_{out,max}$). Maximálna výška hladiny vo vodojeme bola určená vždy o jeden meter nižšia, aká bola výška komory v zásobníku. Táto hodnota bola zvolená na zabezpečenie ochrany proti pretečeniu vodojemu. Kód poslednej funkcie je uvedený v prílohe D.

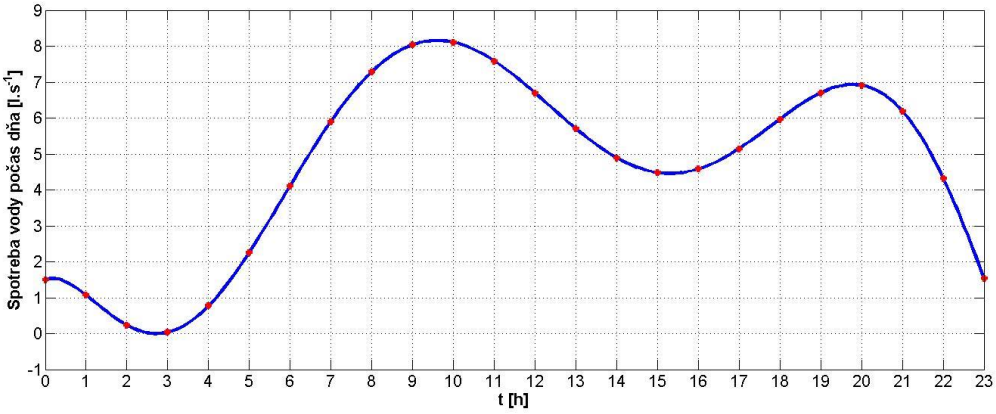
Vodojem v Jarovciach bol aproximovaný podobným postupom, jeho hraničné body však ohraničovali polytop, ktorý je vyobrazený na obr. 24.



Obr. 24 Znázornenie polytopu, ktorý ohraničuje tvar vodojemu v Jarovciach**.**

2.3.5 Model zákazníckej referencie

Na úplne zostavenie distribučnej siete ostáva už iba opísať zákaznícku referenciu. Spotreba pitnej vody v Rusovciach počas dňa bola získaná z dát vykreslených na obr. 17. Jednalo sa o klasický priebeh spotreby pitnej vody v bežnom odberovom dni bez výraznejších výkyvov, spôsobených napríklad napúšťaním bazénu a pod. Na obr. 25 je znázornený tento odberový profil, pričom červenými bodkami sú znázornené odbery pitnej vody v hodinových intervaloch. Tento interval bol určený aj ako perióda vzorkovania pre následnú optimalizáciu.



Obr. 25 Zákaznícka referencia. Spotreba vody v Rusovciach počas dňa.

3 Optimalizácia sieťového systému

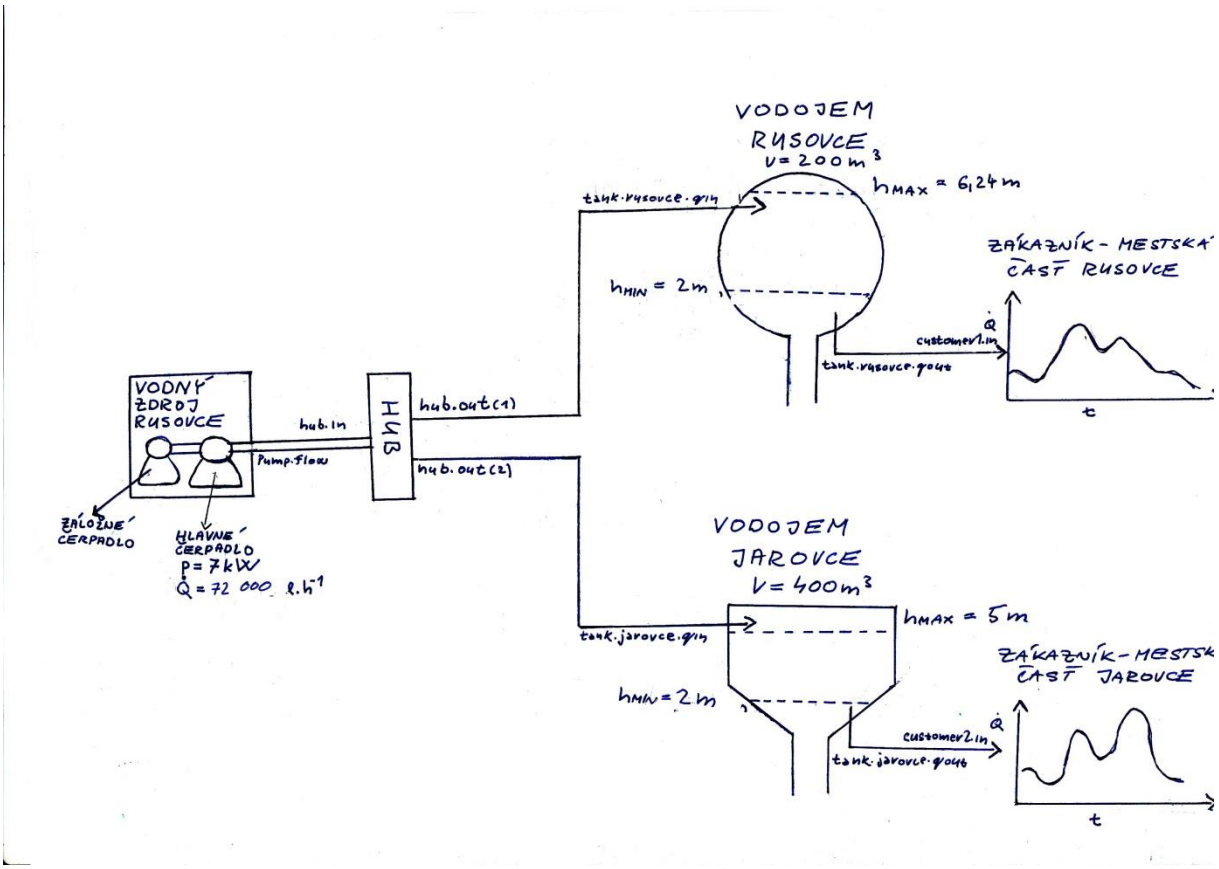
3.1 Statická optimalizácia dodávok pitnej vody v otvorenej slučke

Ak boli všetky matematické modely potrebné pre optimalizáciu dodávok pitnej vody definované, môže sa prikročiť k samotnej optimalizácií. Táto kapitola popisuje postup zostavenia distribučnej siete, jej optimalizáciu a následne prezentuje získané výsledky.

3.1.1 Finalizácia distribučnej siete v prostredí HYSDEL

Distribučná sieť, ktorá bola optimalizovaná, je znázornená na obr. 26. Obrázok zachytáva hlavné súčasti distribučnej siete, ktoré boli opísané v kapitolách 2.2.4-2.2.6. Z čerpadla je voda hnaná do hubu, ktorý v prípade že čerpadlo pracuje optimálne, rozdelí dodávaný prietok pitnej vody medzi oba vodojemy. Voda následne prúdi do oboch vodojemov, z ktorých je odčerpávaná koncovými zákazníkmi. Minimálne výšky hladín vo vodojeme boli určené na dva metre a približne zodpovedajú reálnym hodnotám, pri ktorých sa čerpadlo zapína pri dvojpolohovom reálnom riadení. Táto výška vodného stĺpca je zachovaná ako istá forma poistnej zásoby najmä kvôli zabezpečeniu dostatočnej dodávky vody v prípade požiaru. Matematické modely boli skompilované za použitia nasledovných príkazov:

```
1.tank_jarovce= opt_mld('water_tank_jarovce', struct(params))
2.tank_rusovce = opt_mld('water_tank_rusovce', struct(params))
3.rusovce_pump= opt_mld('water_well');
4.customer1 = opt_destination();
5.customer2 = opt_destination();
```



Obr. 26 Distribučná sieť pitnej vody pre mestské časti Rusovce a Jarovce. Na obrázku sú popísané hlavné prúdy, ktoré spájali zariadenia a taktiež sú uvedené najdôležitejšie informácie o komponentoch.

Po úspešnej kompilácií bola vytvorená optimalizovaná distribučná sieť a boli v nej definované jednotlivé komponenty. Na riadku 7 je definovaný počet vstupov a výstupov do *hubu* (v súlade s obr. 26).

```
1. network = opt_composition();
2. network.add('pump', rusovce_pump);
3. network.add('tank_rusovce', tank_rusovce);
4. network.add('tank_jarovce', tank_jarovce);
5. network.add('customer1', customer1);
6. network.add('customer2', customer2);
7. nu=1; ny=2; hub = opt_hub(nu, ny);
8. network.add('hub', hub);
```

Komponenty sú síce v tomto momente pridané do optimalizovanej siete, systém však stále nevie ako distribučná sieť vyzerá, pretože chýba vlastné prepojenie komponentov. Výstupný prietok z čerpadla bol prepojený so vstupom do hubu, optimálne rozdelenie prietokov z hubu bolo prepojené so vstupmi do vodojemov a následne boli výstupy z vodojemu prepojené so zákazníckymi referenciami.

```
1. network.connect(network.pump.flow, hub.in);
2. network.connect(hub.out(1), network.tank_rusovce.qin);
3. network.connect(hub.out(2), network.tank_jarovce.qin);
4. network.connect(network.tank_rusovce.qout, network.customer1.in);
6. network.connect(network.tank_jarovce.qout,network.customer2.in);
```

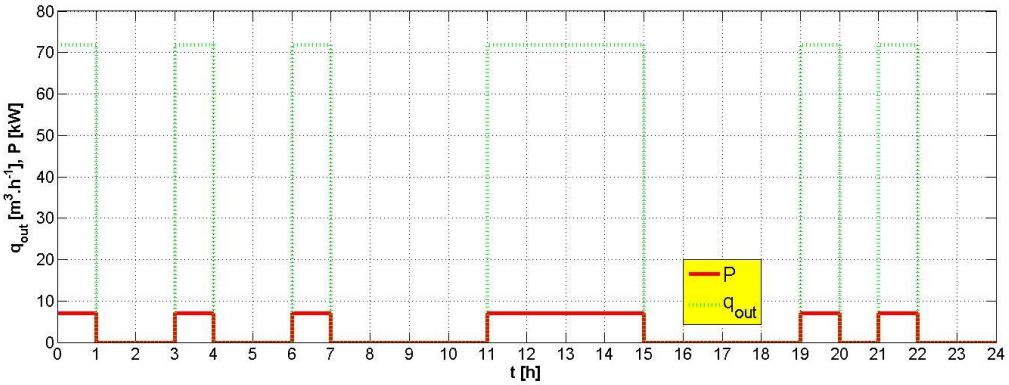
Keď už je celá distribučná sieť vytvorená a správne poprepájaná, ostáva už iba definovať niekoľko dôležitých premenných. V prvom rade sa jedná o predikčný horizont (N), ktorý bol zvolený na 24 krokov. Ak stotožníme periódu vzorkovania s jednou hodinou, tak predikčný horizont nastavený na hodnotu 25 krokov pokrýva časové rozpätie jedného dňa, t.j. 24 hodín. Na riadkoch 2-7 sú definované zákaznícke referencie odberu pitnej vody počas celého dňa vyjadrené v tvare polynómu vyššieho rádu. Vykreslením funkčných hodnôt týchto funkcií pre čas v hodinách pokrývajúci celý deň by sme dostali podobné grafy ako na obr. 24.

Na riadkoch 8 a 9 sú definované počiatočné podmienky pre výšky hladín vo vodojemoch. Obe boli nastavené na dva metre, teda na minimálnu výšku vodného stĺpca, ktorá je udržiavaná kvôli poistnej zásobe. Riadok 10 definuje, ktorá z premenných má byť optimalizovaná. Pre distribučný systém pitnej vody je rozumné minimalizovať vstupnú energiu vo forme spotrebovanej elektrickej energie v čerpadle. Samotná optimalizácia je uskutočnená zavolaním príkazu z riadku 11.

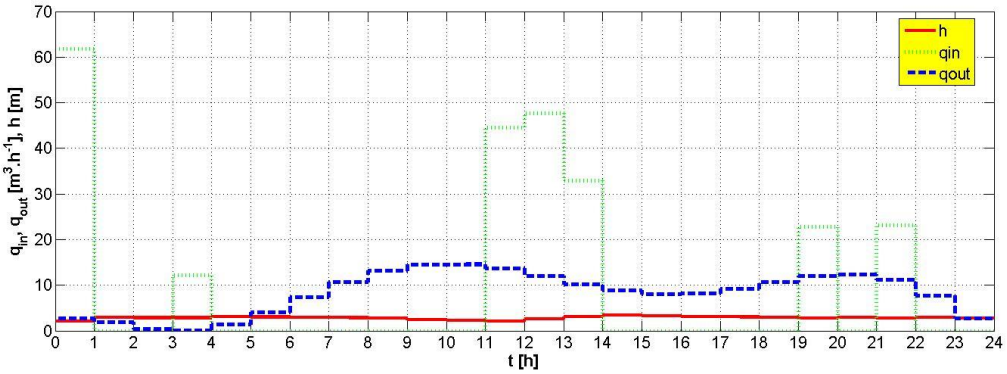
```
1. N=24
2. network.customer1.out.reference =(3600*0.5*(0.0000040911*(0:N).^7 -
3. 0.00034509*(0:N).^6 +0.011143*(0:N).^5 -0.17035*(0:N).^4
4. +1.2102*(0:N).^3-3.0995*(0:N).^2 +0.96365*(0:N)+3.7526)/1000);
5. network.customer2.out.reference = (3600*0.3*(0.0000040911*(0:N).^7 -
6. 0.00034509*(0:N).^6 +0.011143*(0:N).^5 -0.17035*(0:N).^4
7. +1.2102*(0:N).^3-3.0995*(0:N).^2 +0.96365*(0:N)+3.7526)/1000);
8. network.tank_rusovce.h.init =2;
9. network.tank_jarovce.h.init = 2;
10. network.pump.energy.penalty = 1;
11. [cost, info] = network.optimize(N)
```

3.1.2 Výsledky simulácie optimálneho riadenia v otvorenej slučke

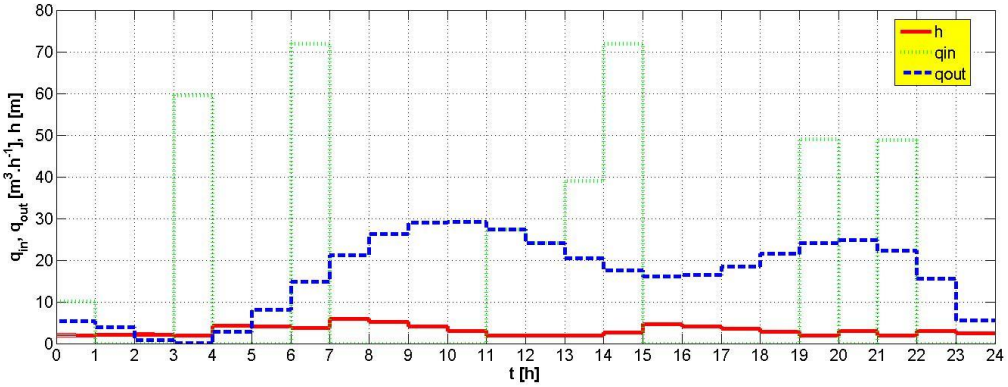
Nasledujúce štyri grafy sumarizujú výsledok optimálneho riadenia v otvorenej slučke. Na obr. 27 je vyobrazený chod čerpadla počas celého dňa , t.j. 24 hodín. Dlhší predikčný horizont vzhľadom na výpočtovú náročnosť bol neriešiteľný na autorovom stolovom počítači. Obr. 28 a 29 zachytávajú vývoj výšok hladín a prietokov vo vodojemoch. Obr. 30 plní funkciu grafickej verifikácie uspokojenia požadovaného plánovaného odberu vody. Optimalizácia trvala 28 minút.



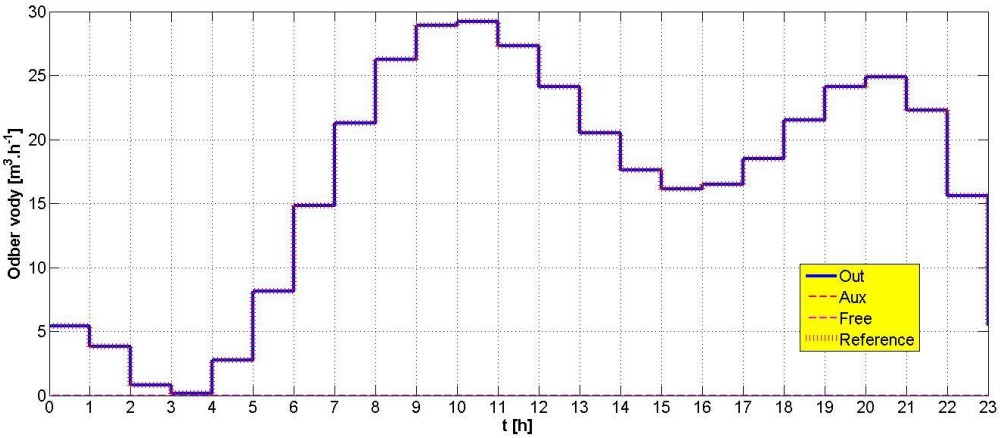
Obr. 27 Optimálny chod čerpadla pre riadenie v otvorenej slučke**.** Červenou čiarou je indikovaný výkon čerpadla v prípade, ak prečerpáva vodu, a zelenou prerušovanou čiarou je vykreslený objemový prietok kvapaliny dodávaný do potrubného systému.



Obr. 28 Vodojem v Jarovciach počas optimálneho riadenia v otvorenej slučke. Červenou neprerušovanou čiarou je znázornený vývoj výšky hladiny vodného stĺpca vo vodojeme v Jarovciach. Zelenou prerušovanou čiarou je vykreslená optimálna dodávka pitnej vody do vodojemu v Jarovciach a modrou prerušovanou čiarou je vyobrazený odber pitnej vody z vodojemu, ktorý slúžil na uspokojenie požiadaviek zákazníkov.



Obr. 29 Vodojem v Rusovciach počas optimálneho riadenia v otvorenej slučke. Význam čiar je analogický ako na obr. 28.



Obr. 30 Vizuálny dôkaz uspokojenia zákazníckej referencie v mestskej časti Rusovce pre riadenie v otvorenej slučke. Z obrázku je viditeľné, že modrá neprerušovaná čiara, ktorá reprezentuje odber pitnej vody z vodojemu v Rusovciach sa prekrýva s červenou prerušovanou čiarou zákazníckej referencie. Analogický graf by sa dal vykresliť aj pre mestskú časť Jarovce.

Podľa údajov na obr. 27 sa dá vyčítať že čerpadlo bolo v chode 9 hodín. Za týchto 9 hodín spotrebuje čerpadlo s výkonom 7 kW 68 kWh elektrickej energie. Údaj o cenovej tarife BVS, a.s. sa nepodarilo získať, údaj je predmetom obchodného tajomstva. Autor teda čerpal z aktuálneho sadzobníka cien elektrickej energie pre domácnosti (ZSE, 2013). Podľa tohto cenníka stojí 1 kWh 0,0732 Eur s DPH. BVS, a.s. musí navyše za každý meter kubický prečerpanej vody z akéhokoľvek vodného zdroja zaplatiť štátu 0,033 € ako náhradu za čerpanie nerastného bohatstva štátu. Celkové náklady na prevádzku distribučnej siete pre otvorenú slučku sú zachytené v tab. 3.

Tab. 3 Zhrnutie nákladov na chod distribučnej siete pre otvorenú slučku pre časový horizont jedného dňa.

Chod čerpadla	Spotreba elektrickej energie	Množstvo prečerpanej vody	Celkové náklady na chod
9 hodín	68 kWh / 4,98€	648 m^3 / 21,38 €	26,36 €

3.2 Simulácia dynamickej optimalizácie sieťového systému

3.2.1 Hlavné výhody dynamickej optimalizácie

Princíp a hlavné výhody zavedenia dynamickej optimalizácie sieťového systému sú podrobne opísané v kapitole 1.4.2. V princípe sa pomocou zavedenia spätnej slučky dajú

minimalizovať všetky nežiaduce javy, hlavne vplyv poruchy, odchýlka medzi realitou a modelom a podobne.

Zavedením spätnej slučky do optimalizácie bol naplnený jeden z hlavných princípov prediktívneho riadenia, a to princíp, že zo sekvencie optimálnych akčných zásahov implementujeme iba prvú časť a v ďalšej perióde vzorkovania celý optimalizačný proces zopakujeme. V našom prípade nám spätná slučka dovoľuje optimalizovať dodávku pitnej vody na omnoho väčšom časovom horizonte, pretože optimalizácia s menším horizontom predikcie je menej časovo náročná. Môžeme si dokonca dovoliť rozdeliť zásobník na viacej kvádrov a tým prispieť k presnejšiemu výpočtu výšok hladín v jednotlivých zásobníkoch. V prípade optimálneho riadenia v otvorenej slučke z predchádzajúcej kapitoly sme museli byť s voľbou počtu kvádrov, ktorými boli jednotlivé zásobníky aproximované obozretní, pretože rozdelenie zásobníka na viac ako 3 časti viedlo k neriešiteľnosti daného problému na použitom počítači, kedy čas potrebný na vyriešenie optimalizačného problému bol príliš dlhý.

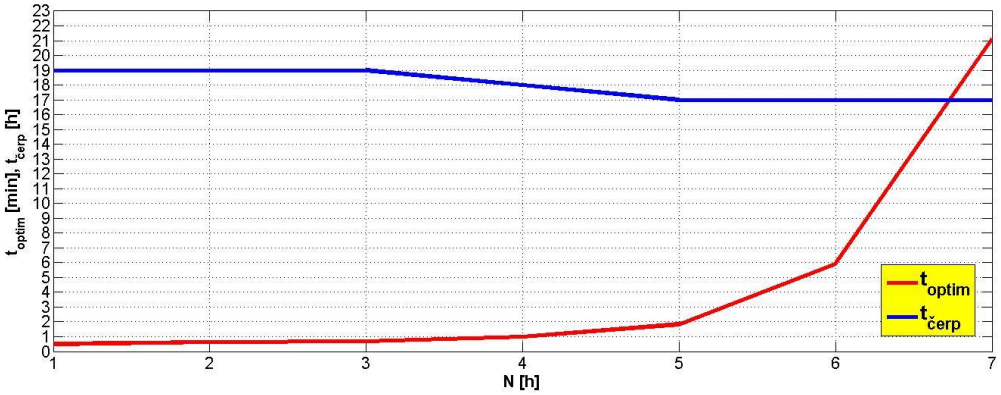
3.2.2 Nájdenie optimálneho horizontu predikcie pre dynamickú optimalizáciu

Finálnou otázkou bolo, aká veľkosť horizontu predikcie má byť pri dynamickej optimalizácii zvolená, t.j. na ako ďaleko sa v každom kroku pozeráme do budúcnosti. Doba, počas ktorej bola distribučná sieť optimalizovaná, bola určená na 2 dni. Zákaznícke referencie boli rovnaké ako v predchádzajúcom prípade optimalizácie v otvorenej slučke, boli však posunuté aj do druhého dňa. Počas týchto 48 hodín optimalizačný systém každú hodinu vyrátal optimálny chod čerpadla. Menil sa horizont predikcie z 1 na 7 hodín, počet úsekov na ktoré bol vodojem v Rusovciach rozdelený bol stanovený na hodnotu 20. Dlhší horizont predikcie by pre danú periódu vzorkovania nemal zmysel, pretože čas potrebný na vyriešenie optimalizačného problému bol väčší ako perióda vzorkovania.

Vodojem v Jarovciach nebol delený, pretože plocha jeho prierezu je vzhľadom na minimálnu výšku hladiny kvapaliny vo vodojeme (ktorá bola určená na dva metre) vždy konštantná, ako vidieť aj z obr. 24. Súčasne bol sledovaný pre porovnanie aj celkový čas optimalizácie v sekundách. Hodnoty optimalizovaného chodu čerpadla pre daný predikčný horizont v uzavretej slučke ako aj čas potrebný na získanie optimálneho riešenia sú uvedené v tab. 4 a zakreslené na obr. 31.

Tab. 4 Čas potrebný na získanie optimálneho riešenia pre rôzne hodnoty predikčného horizontu.

Predikčný horizont [h]	Chod čerpadla [h]	Čas potrebný na získanie optimálneho riešenia [min]
1	19	0,49
2	19	0,62
3	19	0,68
4	18	0,98
5	17	1,83
6	17	5,93
7	17	21,1

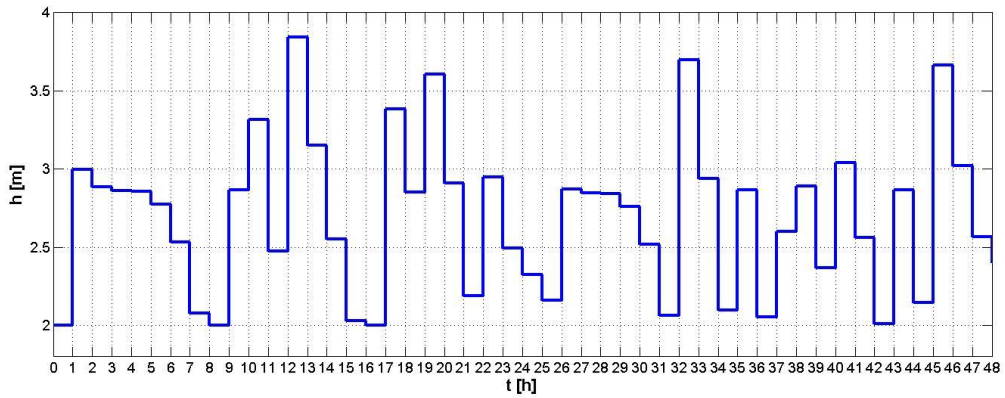


Obr. 31 Závislosť času potrebného na získanie optimálneho riadenia v uzavretej slučke (t_{optim}) v minútach a optimálneho chodu čerpadla ($\mathbf{t_{čerp}}$) v hodinách od voľby veľkosti predikčného horizontu.

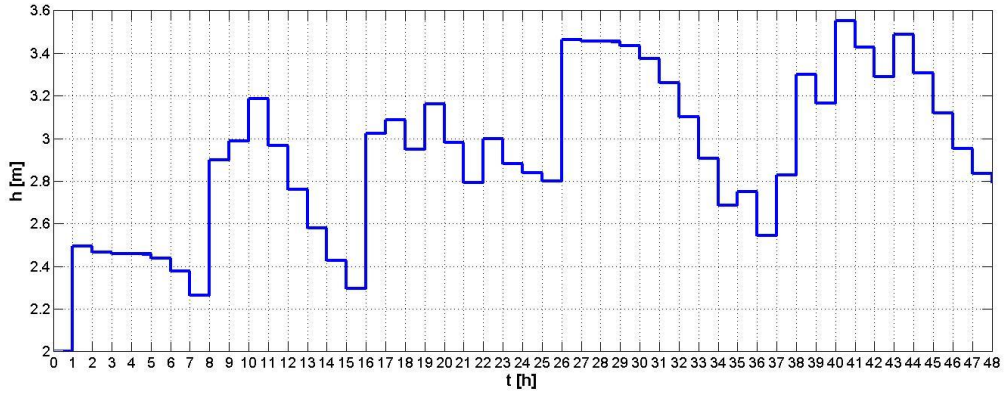
Analýza údajov zakreslených na obr. 31 udáva, že pre danú optimalizovanú dobu v uzavretej slučke postačuje predikčný horizont piatich hodín.

3.2.3 Výsledky simulácie prediktívneho riadenia dodávok pitnej vody v uzavretej slučke

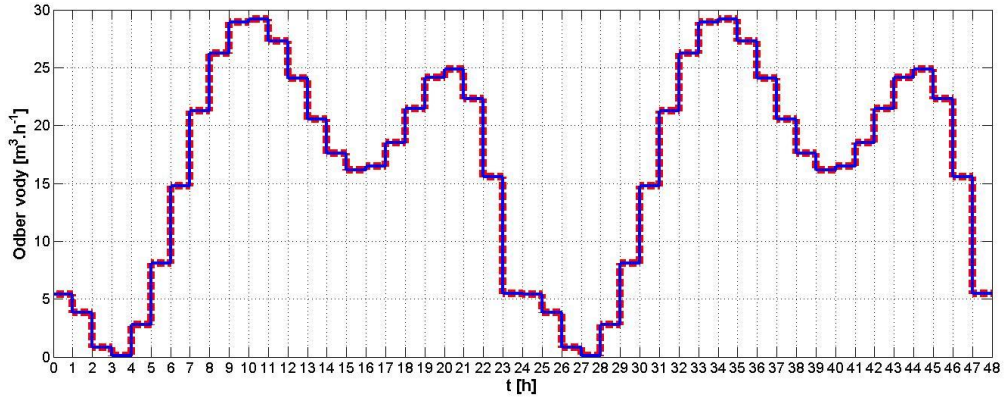
Predikčný horizont bol na základe výsledkov predchádzajúcej kapitoly zvolený na päť hodín. Vývoj výšok hladín počas simulovaných dvoch dní riadenia je uvedený na obr. 32 pre vodojem v Rusovciach a na obr. 33 pre vodojem v Jarovciach. Fakt, že zákaznícka referencia bola uspokojená je zobrazený na obr. 34.



Obr. 32 Vývin výšky vodného stĺpca vo vodojeme v Rusovciach pri aplikácií prediktívneho riadenia v uzavretej slučke.



Obr. 33 Vývin výšky vodného stĺpca vo vodojeme v Jarovciach pri aplikácií prediktívneho riadenia v uzavretej slučke.



Obr. 34 Vizuálny dôkaz uspokojenia zákazníckej referencie v mestskej časti Rusovce pre prediktívne riadenie v uzavretej slučke. Z obrázka je viditeľné, že modrá neprerušovaná čiara, ktorá reprezentuje odber pitnej vody z vodojemu v Rusovciach, sa prekrýva s červenou prerušovanou čiarou zákazníckej referencie.

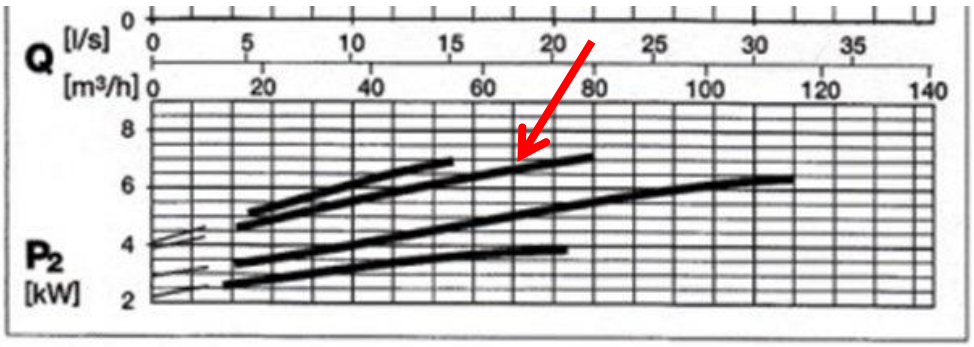
Tab. 5 Zhrnutie nákladov na chod distribučnej siete pre uzavretú slučku pre časový horizont dvoch dní.

Chod čerpadla	Spotreba elektrickej energie	Množstvo prečerpanej vody	Celkové náklady na chod
17 hodín	119 kWh / 8,71 €	1 224 m^3/ 40,39 €	49,10 €

3.2.4 Možnosť inštalácie frekvenčného meniča

V rámci vypracovania diplomovej práce sa autor rozhodol preskúmať možnosti aplikácie frekvenčného meniča k čerpadlu. Princíp frekvenčných meničov tkvie v tom, že menia otáčky čerpadla, tým regulujú aj množstvo spotrebovanej elektrickej energie (ako aj množstvo dodávanej kvapaliny). Ak by sa teda otáčky čerpadla znižovali, viedlo by to k zníženiu dodávaného objemového prietoku kvapaliny a tým by došlo k ušetreniu istého množstva elektrickej energie. Naopak, ak by sa otáčky čerpadla zväčšovali, objemový prietok dodávanej kvapaliny porastie ale zároveň aj porastie množstvo spotrebovanej energie.

Bola získaná výkonová charakteristika čerpadla, ktorá je znázornená na obr. 35. Táto výkonová charakteristika patrí typu čerpadiel, ktoré sú inštalované vo vodnom zdroji v Rusovciach:



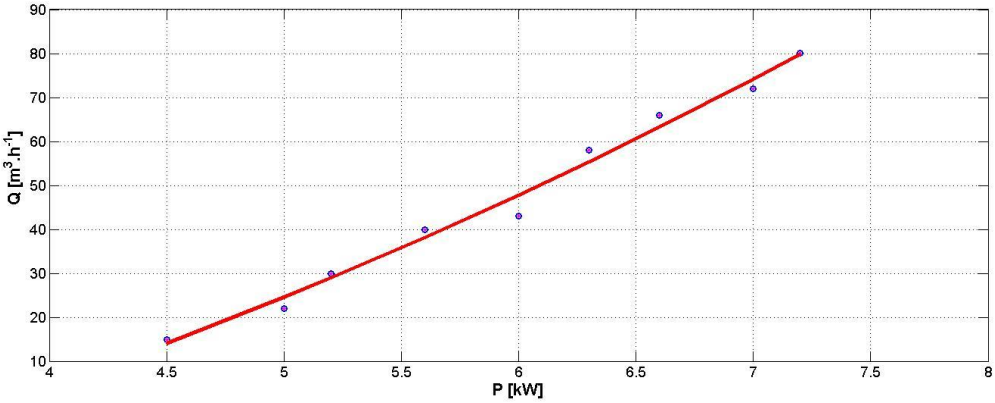
Obr. 35 Výkonová charakteristika reálneho čerpadla.

Kvôli prehľadnosti a vykresleniu závislosti objemového prietoku od výkon čerpadla boli osi tejto charakteristiky obrátené. Z grafu bolo odčítaných deväť hodnôt a tie boli následné aproximované polynómom prvého rádu. Výkonová charakteristika teda bola aproximovaná priamkou, aj keď z obr. 35 je viditeľné, že isté malé odchýlky od lineárneho správania nastávajú. Bolo to tak preto, pretože HYSDEL zo svojej povahy vie narábať iba s lineárnymi funkciami. Odčítané údaje spolu s aproximovanou výkonovou

charakteristikou čerpadla sú vyobrazené na obr. 36. Analytický tvar výkonovej charakteristiky je uvedený vo vzorci (3.1):

$$\dot{Q} = 24{,}478P - 97{,}904 \tag{3.1}$$

.



Obr. 36 Graf aproximovanej výkonovej charakteristiky čerpadla spolu s bodmi, odčítanými z reálnej výkonovej charakteristiky.

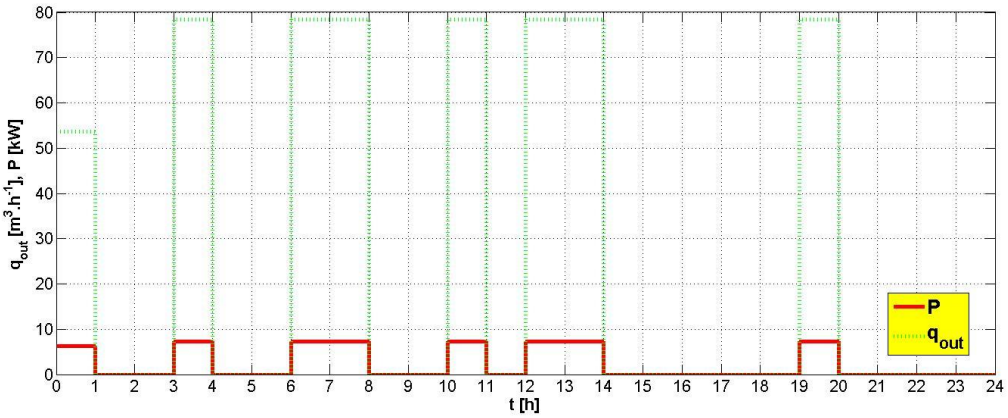
V celej distribučnej sieti sa teda musel zmeniť len model čerpadla. Čerpadlo už nemalo byť dvojpolohové, t.j. ak je čerpadlo zapnuté, tak dodáva konštantný prietok pri konštantnom výkone, ale bolo treba zviazať hodnoty výkonu s prietokom za pomoci rovnice výkonovej charakteristiky čerpadla (3.1).

To bolo zrealizované nasledovnou úpravou, ktorá môže byť videná na ďalšej strane. Prvými kľúčovými riadkami kódu sú riadky 9 a 10 kde sú definované dve efektivity. Prvá je nastavená na nulu a druhá ma hodnotu smernice lineárnej závislosti v rovnici (3.1). Na riadkoch 12 a 15 sú definované minimálne a maximálne hodnoty výkonu čerpadla. Minimálny výkon čerpadla bol síce nastavený na 0 kW, ale riadok 34 zabezpečí, že ak nebude výkon čerpadla minimálne 4,5 kW, tak bude dodatočná premenná *o1* aktívna. Jej aktivita zabezpečí, že sa na riadku 37 dodávaný výkon opäť vynuluje. Ak optimalizácia rozhodne o tom, že čerpadlo má pracovať v rozmedzí výkonu od 4,5 do 7,2 kW, čo je v súlade s obmedzeniami výkonovej charakteristiky, do premennej *y2* na riadku 38 je uložená hodnota výstupného objemového prietoku, ktorá je vypočítaná za pomoci premennej *eff2* a zvislého posunu výkonovej charakteristiky. Výsledný prietok je získaný pomocou riadkov 43 a 46 ako súčet funkcií y1 a y2, pričom nenulová môže byť iba hodnota premennej *y2*.

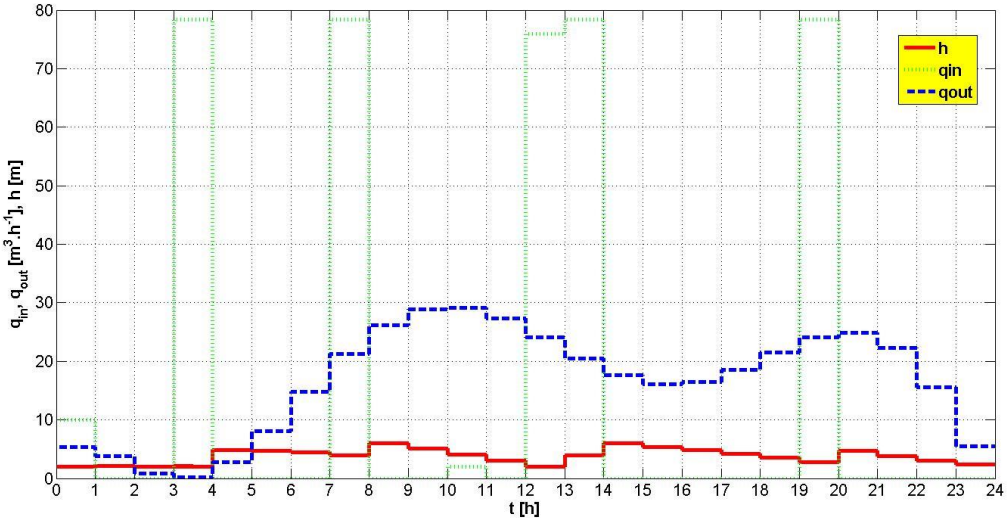
```
1.  SYSTEM simple_water_well {
2.  INTERFACE {
3.  PARAMETER {
4.      /* efficiency of energy-to-product conversion */
5.      /* we leave it as a symbolic parameter such that we can change its
6.         value for each generator separately
7.      */
8.
9.       REAL eff1=0;
10.      REAL eff2=24.478;
11.      /* hard upper limit on the input energy */
12.      REAL max_energy = 7.2;      /* kW*/
13.
14.      /* hard upper limit on the input energy */
15.      REAL min_energy =0;      /* kW*/
16.    }
17.    INPUT {
18.     /* input energy */
19.      REAL energy [min_energy, max_energy];
20.    }
21.   OUTPUT {
22.   /* amount of generated products */
23.     REAL flow;  /* prietok [m^3.h^-1] */
24.    }
25.  }
26.  IMPLEMENTATION {
27.     AUX{
28.       BOOL o1;
29.       REAL y1;
30.       REAL y2;
31.       REAL y;
32.     }
33.     AD {
34.       o1 = energy <= 4.5;
35.     }
36.     DA {
37.       y1=  { IF o1 THEN eff1*energy};
38.       y2 = { IF ~o1  THEN eff2*energy -97.904};
39.
40.     }
41.
42.     LINEAR {
43.       y=y1+y2;
44.     }
45.     OUTPUT {
46.       flow = y;
47.     }
48.   }
49. }
```

3.2.5 Výsledky simulácie optimálneho riadenia v otvorenej slučke s použitím frekvenčného meniča

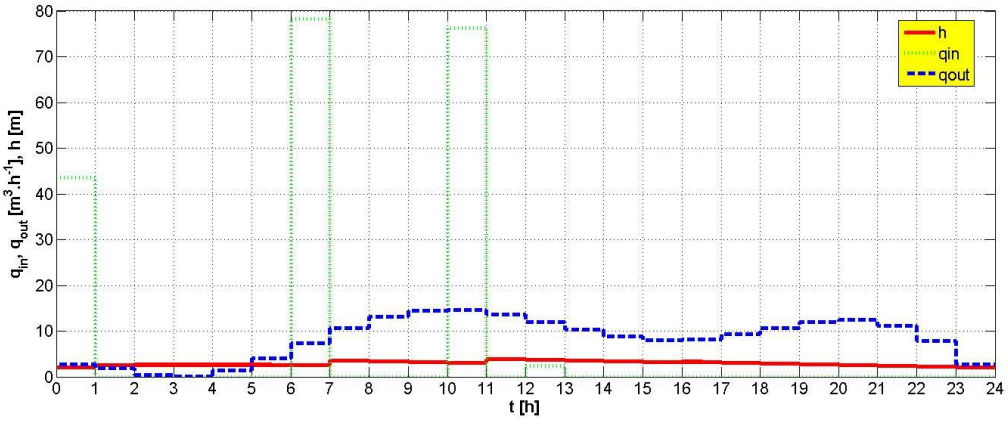
Po úprave matematického modelu čerpadla bolo pre porovnanie s výsledkami kapitoly 3.1.2 simulované optimálne riadenie dodávok pitnej vody v otvorenej slučke. Optimalizácia trvala 6 minút, čo je menej ako štvrtina potrebného času na nájdenie optimálneho riešenia v popísanom prípade z kapitoly 3.1.2. Optimálny chod čerpadla je znázornený na obr. 37. Optimálny vývin situácie pre vodojem v Rusovciach zachycuje obr. 38, pre vodojem Jarovce obr. 39. Vidíme, že na uspokojenie potrieb zákazníkov stačí, aby čerpadlo pracovalo o hodinu menej v porovnaní s vypočítaným optimálnym chodom čerpadla pre dvojpolohové čerpadlo. Vidíme, že optimalizácia si väčšinou vyberala maximálne možné objemové prietoky, ktoré sa blížili k hranici $80\,m^3.h^{-1}$, ale napríklad hneď prvý objemový prietok o hodnote $53\,m^3.h^{-1}$ mohol byť získaný iba za pomoci frekvenčného meniča. Celkové náklady na prevádzku siete pri danej konštelácií sú zosumarizované v tab. 6.



Obr. 37 Optimálny chod čerpadla s frekvenčným meničom pre riadenie v otvorenej slučke s použitím frekvenčného meniča. Červenou čiarou je indikovaný výkon čerpadla v prípade ak prečerpáva vodu a zelenou prerušovanou čiarou je vykreslený objemový prietok kvapaliny dodávaný do potrubného systému.



Obr. 38 Vodojem v Rusovciach počas optimálneho riadenia v otvorenej slučke s použitím čerpadla s frekvenčným meničom. Červenou neprerušovanou čiarou je znázornený vývoj výšky hladiny vodného stĺpca vo vodojeme. Zelenou prerušovanou čiarou je vykreslená optimálna dodávka pitnej vody do vodojemu, modrou prerušovanou čiarou je znázornený odber.



Obr. 39 Vodojem v Jarovciach počas optimálneho riadenia v otvorenej slučke s použitím čerpadla s frekvenčným meničom. Význam čiar je analogický ako na obr. 38.

Tab. 6 Zhrnutie nákladov na chod distribučnej siete pre otvorenú slučku s čerpadlom vybaveným frekvenčným meničom.

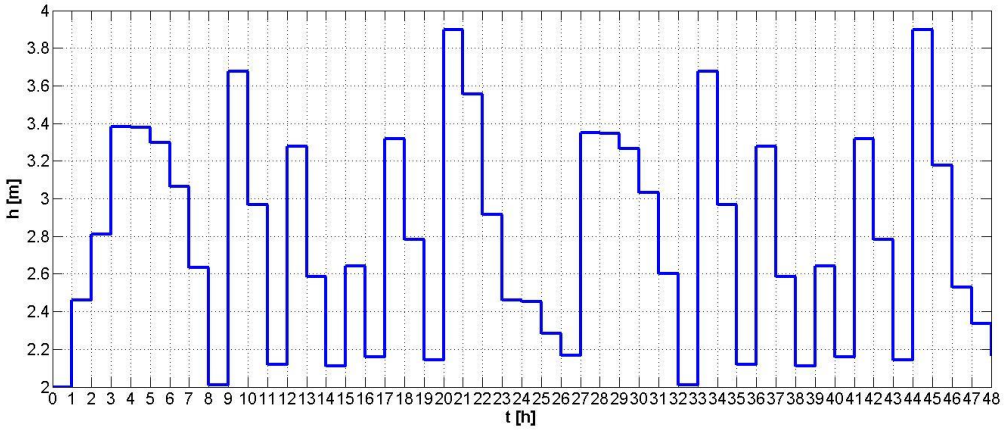
Chod čerpadla	Spotreba elektrickej energie	Množstvo prečerpanej vody	Celkové náklady na chod
8 hodín	56,6 kWh / 4,14 €	606 m^3 / 20,00 €	24,14 €

3.2.6 Výsledky simulácie optimálneho riadenia v uzavretej slučke s použitím frekvenčného meniča

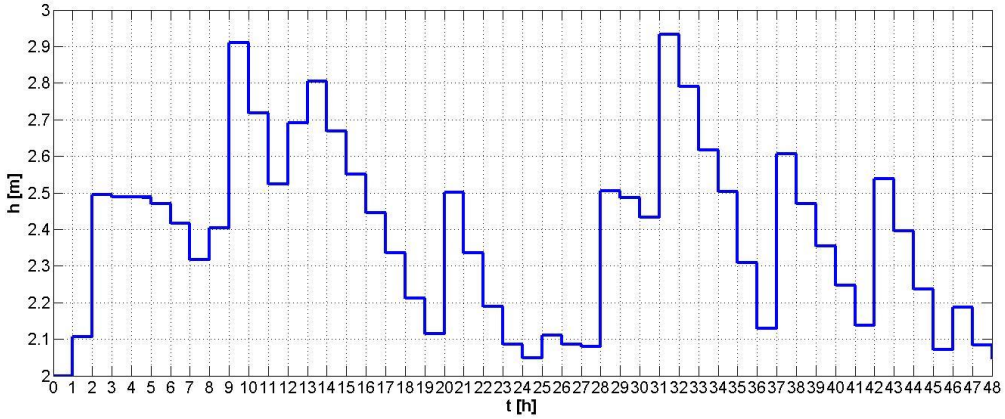
Predikčný horizont pre optimálne riadenie dodávok pitnej vody v uzavretej slučke s použitím frekvenčného meniča bol nastavený na 5 krokov (t.j. 5 hodín). Výsledný vývoj výšok hladín v jednotlivých vodojemoch počas časového horizontu 48 hodín je vyobrazený na obr. 40 (Rusovce) a obr. 41 (Jarovce). Chod čerpadla spolu s dodávaným objemovým prietokom kvapaliny je zachytený na obr. 42. Zákaznícke referencia sa podarilo uspokojiť. Aké finančné náklady by si vyžiadalo takéto riadenie dodávok pitnej vody je zhrnuté v stručnej tabuľke č. 7.

Tab. 7 Zhrnutie nákladov na chod distribučnej siete pre uzavretú slučku s použitím čerpadla s frekvenčným meničom pre časový horizont dvoch dní.

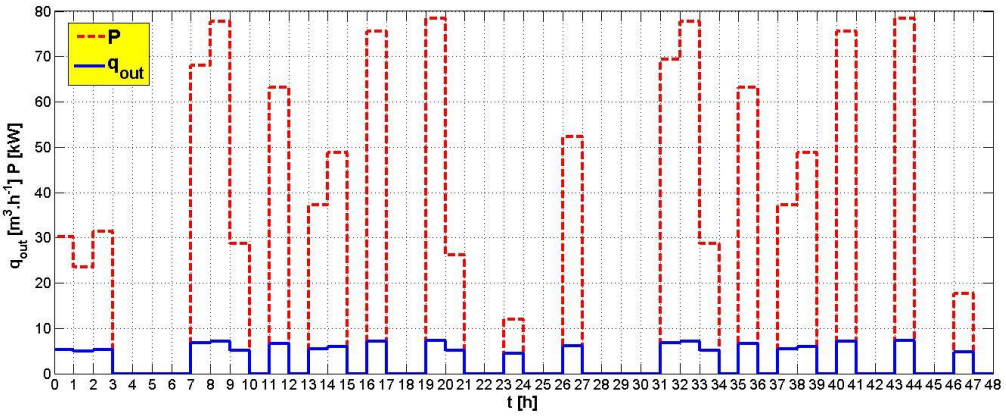
Chod čerpadla	Spotreba elektrickej energie	Množstvo prečerpanej vody	Celkové náklady na chod
23 hodín	138,98 kWh / 10,17 €	1150,2 m^3/ 37,96 €	48,13 €



Obr. 40 Vývin výšky vodného stĺpca vo vodojeme v Rusovciach pri aplikácií prediktívneho riadenia v uzavretej slučke s použitím čerpadla s frekvenčným meničom.



Obr. 41 Vývin výšky vodného stĺpca vo vodojeme v Jarovciach pri aplikácií prediktívneho riadenia v uzavretej slučke s použitím čerpadla s frekvenčným meničom.



Obr. 42 Optimálny chod čerpadla pre prediktívne riadenie v uzavretej slučke s použitím čerpadla s frekvenčným meničom. Modrou čiarou je indikovaný výkon čerpadla v prípade ak prečerpáva vodu a červenou prerušovanou čiarou je vykreslený objemový prietok kvapaliny dodávaný do potrubného systému. Z priebehu čiar vidíme, že čerpadlo je schopné dodávať rôzne objemové prietoky pri rôznej spotrebe elektrickej energie.

4 Diskusia k získaným výsledkom

4.1 Zhrnutie dosiahnutých výsledkov

Tabuľka č. 8 prehľadne sumarizuje výsledky všetkých simulácií. Simulácie boli uskutočnené na notebooku ASUS X72F s operačnou pamäťou 3 GB RAM pod operačným systémom Windows. Pracovalo sa s verziou MATLABu 7.10.0.499 R2010a.

Tab. 8 Sumarizovanie nákladov na chod distribučnej siete pre rôzne scenáre.

Typ riadenia		Simulovaná doba [h]	Čas potrebný na získanie optimálneho riešenia [min]	Doba chodu čerpadla [h]	Spotreba elektrickej energie [kWh] / [€]	Množstvo prečerpanej vody $[m^3]$ / [€]	**Celkové náklady na prevádzku siete [€]**
Otvorená slučka	Bez frekvenčného meniča	24	28	9	68 / 4,98	648 / 21,38	26,36
	S frekvenčným meničom	24	6	8	56,6 / 4,14	606 / 20,00	24,14
Uzavretá slučka	Bez frekvenčného meniča	48	1,83	17	119 / 8,71	1 224 / 40,39	49,10
	S frekvenčným meničom	48	1,93	23	138,98 / 10,17	1150,2 / 37,96	48,13

4.2 Diskusia k dosiahnutým výsledkom pre prípad riadenia v otvorenej slučke

Na základe výsledkov zhrnutých v tab. č. 8. pre riadenie v otvorenej slučke možno vysloviť záver, že pre časový horizont jedného dňa s predikčným horizontom jedného dňa je výhodnejšia prevádzka distribučnej siete, ktorá obsahuje čerpadlo s inštalovaným frekvenčným meničom. Základným kritériom kvality boli celkové náklady na prevádzku

distribučnej siete vyjadrené v peňažnej mene Európskej Únie. Došlo by k celovej úspore 2,2 € a na uspokojenie požiadaviek zákazníkov by nemuselo byť prečerpané také množstvo vody.

Treba však podotknúť, že navrhnuté optimálne riadenie bolo simulované na časovom horizonte jedného dňa, pre reálnu celoročnú prevádzku sa javí technické riešenie BVS, a.s., spočívajúce v dvojpolohovom riadení čerpadla na základe spínacích a vypínacích výšok vodných stĺpcov vo vodojemoch ako rozumné. Keď sa vodojem vodou naplní, tak v absolútnej väčšine prípadov sa táto voda musí po istom časom spotrebovať. Nemusíme a v praxi ani vo väčšine prípadov nepoznáme presnú hodnotu zákazníckej referencie. Tá je pritom pre optimálne riadenie v otvorenej slučke absolútne esenciálna. Taktiež finančná náročnosť inštalácie frekvenčného meniča k čerpadlu je jeden z dôvodov, prečo sa frekvenčné meniče pri dodávkach pitnej vody v praxi tak často nepoužívajú.

Dvojpolohové riadenie čerpadla na základe výšok hladín vo vodojemoch však skrýva jednu podstatnú nevýhodu. Pre nadzemné vodojemy – ktorých je mimochodom v distribučnej sieti pitnej vody pre Bratislavu minorita – (ale zhodou okolností oba vodojemy, ktorých sa týka táto diplomová práca sú nadzemné) je neprípustné, aby bol čas zdržania kvapaliny vo vodojeme väčší ako dva dni. Limit dvoch dní bol zvolený preto, pretože predstavuje maximálnu možnú povolenú dobu, pri ktorej nie je pozorovaná tvorba mikroorganizmov, ktoré by mohli znehodnotiť kvalitu vody. Toto riziko je ešte znásobené počas tropických letných dní a teplôt, pretože nadzemné zásobníky nemajú prirodzenú ochranu pred výkyvmi teplôt, akú predstavuje pôda nad zásobníkmi kvapaliny, ktoré sú umiestnené pod zemou. Optimálne riadenie dodávok pitnej vody počas letných mesiacov by mohlo tento jav eliminovať, pretože by nedochádzalo k takej veľkej akumulácií pitnej vody v zásobníkoch.

4.3 Diskusia k dosiahnutým výsledkom pre prípad riadenia v uzavretej slučke

Na základe výsledkov simulácie optimálneho riadenia v uzavretej slučke bez použitia a s použitím frekvenčného meniča na čerpadle možno vyvodiť záver, že inštalácia frekvenčného meniča neprispela k výraznejším peňažným úsporám. V tab. 9 je uvedený prepočet, uvádzajúci spotrebovaný výkon na dodávku jedného metra kubického vody pre rôzne objemové prietoky dodávané čerpadlom s frekvenčným meničom. Údaje, na základe ktorých bola daná tabuľka vytvorená, sú čerpané z výkonovej charakteristiky čerpadla. Z analýzy dát, zaznamenaných v tab. 9. vyplýva jeden dôležitý a na prvý pohľad ťažko badateľný fakt, že čím je dodávaný objemový prietok vyšší, tým je aj výkon potrebný

na dodávku, prepočítaný na jeden meter kubický, nižší. Ak teda dodávame nižšie hodnoty prietoku, tak z ekonomického hľadiska strácame, pretože voda prečerpávaná pri vyššom výkone by prepočítaná na jednotkové množstvo bola lacnejšia.

Tab. 9 Prepočítaný výkon čerpadla potrebný na dodávku jedného metra kubického vody pre rôzne hodnoty výkonu čerpadla.

Objemový prietok $[m^3h^{-1}]$	**Výkon potrebný na dodávku 1 m^3 vody [kW]**
12,25	0,37
24,49	0,204
48,96	0,123
78,33	0,092

Alternatívu inštalácie frekvenčného meniča na čerpadlo by bolo treba zvážiť najmä vtedy, ak je požadovaná minimálna výška hladiny na konci optimalizovaného obdobia. Z porovnania konečných výšok hladín v jednotlivých vodojemoch pre optimálne riadenie v uzavretej slučke bez meniča (obr. 32 a 33) a s frekvenčným meničom (obr.40 a 41) je vidieť, že pri použití frekvenčného meniča nezostáva výška hladiny vo vodojeme zďaleka tak vysoká.

Záver

Diplomová práca sa zaoberala problematikou statickej a dynamickej optimalizácie distribučného systému pitnej vody pre mestské časti Rusovce a Jarovce. Daná distribučná sieť sa skladá z jedného vodného zdroja obsahujúceho ponorné čerpadlo a z dvoch vodojemov (po jednom vodojeme v každej z mestských častí). Bol popísaný súčasný princíp riadenia dodávok vody a následne sa diplomová práca zaoberá optimálnym riadením dodávok pitnej vody vzhľadom na minimalizáciu peňažných prostriedkov, potrebných na prevádzku distribučnej siete spojených s chodom čerpadla a množstvom prečerpanej vody, za dodržania zákazníckej referencie.

Bol prezentovaný postup aproximácie nelineárnych tvarov vodojemov viacerými kvádrami, ktoré ležia na sebe v smere rastu vertikálnej osi. Na základe výšky hladiny vodného stĺpca sa aktivuje príslušná plocha prierezu kvádra, ktorá je potrebná na výpočet zmeny výšky hladiny v ďalšom kroku.

Pomocou moderných modelovacích jazykov sú vytvorené matematické reprezentácie opisujúce dynamiku jednotlivých komponentov. Do úvahy sú vzaté aj fyzikálne a bezpečnostné obmedzenia jednotlivých komponentov, napríklad vo forme udržiavania istej minimálnej výšky vodného stĺpca vo vodojemoch pre prípad núdzovej situácie. S ohľadom na tieto obmedzenia je formulovaný optimalizačný problém a je simulované optimálne riadenie v otvorenej a uzavretej slučke. Pre optimálne riadenie v uzavretej slučke je empiricky stanovený predikčný horizont s ohľadom na kvalitu riadenia ako aj s ohľadom na čas, ktorý bol potrebný na vyriešenie optimalizačného problému. Taktiež je diskutovaná možnosť inštalácie frekvenčného meniča na čerpadlo.

Na základe simulovaného optimálneho riadenia môže byť vyslovený záver, že optimálny prístup k riadeniu nám dokáže ušetriť istú časť peňažných prostriedkov, pretože doba chodu čerpadla a s tým súvisiaci chod čerpadla môže byť optimalizovaný. Optimálne riadenie v uzavretej slučke je jednoznačne výhodnejšie oproti optimálnemu riadeniu v otvorenej slučke, pretože spätná väzba dokáže efektívne eliminovať potenciálne rozdiely medzi matematickým modelom a realitou. Navyše predikčný horizont pre optimálne riadenie v uzavretej slučke nemusí byť taký veľký, dôsledkom čoho je skrátenie času potrebného na vyriešenie optimalizačného problému. Treba však brať na zreteľ fakt, že navrhovaný optimálny prístup k riadeniu čerpadla by sa dal do praxe uviesť len vtedy, ak by sa jednalo o prečerpávanie nejakej veľmi drahej kvapaliny, ktorej spotrebu v budúcnosti by sme dopredu poznali. Zavedenie optimálneho riadenia čerpania vody by pre vodárenské spoločnosti malo

zmysel len počas teplých letných mesiacov – aj to len pre vodojemy, ktoré spadajú do kategórie nadzemných vodojemov, pretože ak je čas, počas ktorého sa kvapalina zdržiava vo vodojeme vyšší, zvyšuje sa aj riziko kontaminácie pitnej vody rôznymi mikroorganizmami.

Literatúra

Bakošová, M., & Fikar, M. (2008). *Riadenie procesov.* Bratislava: Vydavateľstvo STU v Bratislave.

Berežný, Š., & Kravecová, D. (2012). *Lineárne programovanie - vysokoškolská učebnica.* Košice: Technická univerzita v Košiciach.

Bishop, H. R. (2004). *Model-based Predictive Control.* New York: CRC Press.

Blahová, L., & Dvoran, J. (September 2009). Neuro-fuzzy riadenie chemického reaktora. *Transfer inovácií.*

Borošová, Z. (2007). *Výučbový systém pre predmet optimalizácia.* Bratislava.

Boyd, S., & Vandenberghe, L. (2009). *Convex optimization.* Cambridge: Cambridge University Press.

Boyd, S., & Vandenberghe, L. (2009). *Konvexná optimalizácia.* Cambridge: Cambridge University Press.

Dvoran, J. (2013). *Úvod do problematiky optimalizácie.* Bratislava.

Janíček, P. (2007). *Systémové pojetí vybraných oborů pro techniky.* Brno: VUTIUM.

Kvasnica, M. (2013). *Úvod do prediktívneho riadenia.*

Mikleš, J., & Fikar, M. (2004). *Modelovanie, identifikácia a riadenie procesov 2.* Bratislava: Vydavateľstvo STU v Bratislave.

Mitterpach, B. (2009). *Konvexná optimalizácia a prediktívne riadenie s modelom.* Bratislava.

Prett, D., & Brian, R. (1982). *Patent č. 4,349,869.* USA.

Prokopenko, O. (8. 5 2013). *Maps of cities.* Dostupné na Internete: http://mapofcities.blogspot.sk/2012/06/map-of-manhattan.html

TA3. (2. 5 2013). *http://www.ta3.com/.* Dostupné na Internete: http://www.ta3.com/clanok/1014146/bratislavska-vodarenska-spolocnost-odstavi-dva-zdroje-pitnej-vody.html

Torrisi, F. D. (2002). *HYSDEL 2.0.5 - User Manual*. Zürich.

ZSE, a. (30. 4 2013). *Cenník pre domácnosti*. Dostupné na Internete: http://www.zse.sk/documents/1845/Cennik_domacnosti_EE_01012013.pdf

Príloha A

```
function [inkrementacia,ahorne,adolne,a,vyska_zasobnika] =
water_tank_partitioning(body,casti)
%water_tank_partitioning
%  Funkcia na zaklade zadanych hranicnych bodov polytopu (body) v tvare [x1
%  y1; x2 y2 ;....xn yn ; ] a zadaneho poctu casti, na ktore ma byt
zasobnik  pozdlz osi y rozdeleny (casti) vrati rozmery lin. casti

% Vykreslenie polytopu
    p=polytope(body)
    figure(1)
    plot(p)

% Vypocet plochy polytopu
    [x,plocha]=convhulln(body)

% Najdenie maximalnej a minimalnej hodnoty suradnice y (kvoli vypoctu vysky
zasobnika)
    Y=body(:,2)
    maximumy=max(Y)
    minimumy=min(Y)

%Vypocet vysky zasobnika
    vyska_zasobnika=maximumy-minimumy
    if casti > 2
        % Vypocet inkrementu delenia zasobnika
         inkrement=vyska_zasobnika/casti
         inkrementacia=inkrement
         pomocna=vyska_zasobnika/casti
        % Vytvorenie poli
            vp1=cell(1,(casti-1));
            vp2=cell(1,(casti-1));
            p1=cell(1,(casti-1));
            p2=cell(1,(casti-1));

        %Cyklus pre najdenie vsetkych usekov
            for j=1:1:(casti-1)
            phhore=polytope([0 -1], -(inkrement+minimumy))
            phdole=polytope([0 1 ], (inkrement+minimumy))
            p1{j}=p&phhore
            p2{j}=p&phdole
            vp1{j}=extreme(p1{j})
            vp2{j}=extreme(p2{j})
            [x,saproxhore]=convhulln([vp1{j}])
            [x,saproxdole]=convhulln([vp2{j}])
            saproxkonecne=saproxhore+saproxdole
            inkrement=inkrement+pomocna
            end

         % Vypocet obsahu najvrchnejsiej casti zasobnika
               [x,saproxhorne]=convhulln([vp1{end}])
         % Vypocet stran  obldznikovej aproximacie najvrchnejsej casti

               h=pomocna
               ahorne=saproxhorne/h
         % Vypocet obsahu najspodnejsej casti zasobnika
               [x,saproxdolne]=convhulln([vp2{1}])
         % Vypocet stran  obldznikovej aproximacie najvrchnejsej casti
```

```
         % trojuholnikoveho zasobnika
               adolne=saproxdolne/h
        % Vytvorenie poli na vnutorne casi zasobnika

          pmedzi=cell(1,(casti-2));
          vpmedzi=cell(1,(casti-2));

        % Cyklus na zistenie ploch vnutornych casti zasobnika ako aj dlzku
% strany aproximovaneho obdlznika s takou istou vyskou ako je inkrement
% delenia zasobnika

          a=cell(1,(casti-2));
         for k=1:1:casti-2
            pmedzi{k}=p2{k+1}&p1{k}
            vpmedzi{k}=extreme(pmedzi{k})
            [x,smedzi{k}]=convhulln([vpmedzi{k}])
            a{k}=smedzi{k}/h
         end

    else if casti == 1
                inkrementacia=0
                ahorne=0
                adolne=0
                [K,V] = CONVHULLN(body)
                a=V/vyska_zasobnika

    else if casti == 2

            inkrementacia=  vyska_zasobnika/2
            vp1=cell(1,(casti-1));
            vp2=cell(1,(casti-1));
            p1=cell(1,(casti-1));
            p2=cell(1,(casti-1));
            inkrement=vyska_zasobnika/2
            pomocna=vyska_zasobnika/casti
            h=pomocna
            phhore=polytope([0 -1], -(inkrement+minimumy))
            phdole=polytope([0 1 ], (inkrement+minimumy))
            p1{1}=p&phhore
            p2{1}=p&phdole
            vp1{1}=extreme(p1{1})
            vp2{1}=extreme(p2{1})
            [x,saproxhorne]=convhulln([vp1{1}])
            [x,saproxdolne]=convhulln([vp2{1}])


        [K,V] = CONVHULLN(body)
        ahorne=saproxhorne/h
        adolne=saproxdolne/h

         end
        end
    end
end
```

Príloha B

```
function  h = hysdel_generator(p)
%hysdel_generator Funkcia vygeneruje hysdelovsky subor vodojemu, na zaklade
% vypocitanych konstant z funkcie water_tank_partitioning.m

fid = fopen('water_tank.hys', 'w');
fprintf(fid, 'SYSTEM water_tank {' );
fprintf(fid, '\n' );
fprintf(fid, '\t INTERFACE {' );
fprintf(fid, '\n \t \t PARAMETER {' );
fprintf(fid, '\n \t \t \tREAL sampling;' );
fprintf(fid, '\n \t \t \tREAL hmax;' );
fprintf(fid, '\n \t \t \tREAL min_qin, max_qin, min_qout, max_qout;' );
fprintf(fid, '\n' );

a=cell(1,p);
 for i=1:1:p
  a{i}=i;
 end

for i=1:1:p
 fprintf(fid, '\n \t \t \tREAL a%.0f;',a{i} );
end
fprintf(fid, '\n' );
for i=1:1:(p-1)
 fprintf(fid, '\n  \t \t \tREAL h%.0f;',a{i} );
end
fprintf(fid, '\n' );
fprintf(fid, '\n  \t \t  \tREAL v;' );

 fprintf(fid, '\n \t \t  \t} ' );
fprintf(fid, '\n' );
fprintf(fid, '\n \t \tINPUT {' );
fprintf(fid, '\n \t \t \tREAL qin[min_qin,max_qin],
qout[min_qout,max_qout];' );
fprintf(fid, '\n \t \t \t} ' );
fprintf(fid, '\n' );
fprintf(fid, '\n \t \tSTATE {' );
fprintf(fid, '\n \t \t \tREAL h[2,hmax]; ' );
fprintf(fid, '\n \t \t \t}' );
fprintf(fid, '\n \t \t} ' );

fprintf(fid, '\n' );
fprintf(fid, '\t IMPLEMENTATION {' );
    if p > 1
        fprintf(fid, '\n \t \tAUX {' );

            for i=1:1:(p-1)
             fprintf(fid, '\n  \t \t \tBOOL o%.0f;',a{i} );
            end

        fprintf(fid, '\n' );
        for i=1:1:(p)
         printf(fid, '\n  \t \t \tREAL y%.0f;',a{i} );
        end
        fprintf(fid, '\n  \t \t \tREAL y;' );
```

```
        fprintf(fid, '\n \t \t \t}' );
        fprintf(fid, '\n' );
        fprintf(fid, '\n \t \tAD {' );
        fprintf(fid, '\n  \t \t \to1 = h <= h1;' );
        for i=1:1:(p-2)
        fprintf(fid, '\n  \t \t \to%.0f = h <= h%.0f;',i+1,i+1);
        end
        fprintf(fid, '\n  \t \t \t}' );
        fprintf(fid, '\n' );
        fprintf(fid, '\n \t \tDA {' );
        fprintf(fid, '\n  \t \t \ty1 = { IF o1 THEN (sampling/(a1*v))*(qin-
qout)};' );

        for i=1:1:(p-2)
        fprintf(fid, '\n  \t \t \ty%.0f = { IF ~o%.0f & o%.0f THEN
(sampling/(a%.0f*v))*(qin-qout)};',i+1,i,i+1,i+1 );
        end
        fprintf(fid, '\n  \t \t \ty%.0f = { IF ~o%.0f THEN
(sampling/a%.0f*v)*(qin-qout)};',p,p-1,p );
        fprintf(fid, '\n  \t \t \t}' );
        fprintf(fid, '\n' );
        fprintf(fid, '\n \t \tLINEAR {' );
        fprintf(fid, '\n  \t \t \ty =' );

        for i=1:1:p-1

        fprintf(fid,'y%.0f +',i);

        end

        fprintf(fid,'y%.0f ;',p);
        fprintf(fid, '\n  \t \t \t}' );
        fprintf(fid, '\n \t \tCONTINUOUS{' );
        fprintf(fid, '\n  \t \t \th=y+h;' );
        fprintf(fid, '\n  \t \t \t}' );
        fprintf(fid, '\n  \t \t}' );
        fprintf(fid, '\n}' );
    else if p == 1
       fprintf(fid, '\n \t \tCONTINUOUS {' );

       fprintf(fid, '\n  \t \t \th = h + (sampling/(a%.0f*v))*(qin-
qout);',p );
       fprintf(fid, '\n  \t \t \t}' );
       fprintf(fid, '\n  \t \t}' );
       fprintf(fid, '\n}' );


        end
    end
end
```

Príloha C

```
SYSTEM water_tank {
     INTERFACE {
         PARAMETER {
            REAL sampling;
            REAL hmax;
            REAL min_qin, max_qin, min_qout, max_qout;

            REAL a1;
            REAL a2;
            REAL a3;

            REAL h1;
            REAL h2;

            REAL v;
            }

        INPUT {
            REAL qin[min_qin,max_qin], qout[min_qout,max_qout];
            }

        STATE {
            REAL h[2,hmax];
            }
        }
     IMPLEMENTATION {
        AUX {
            BOOL o1;
            BOOL o2;

            REAL y1;
            REAL y2;
            REAL y3;
            REAL y;
            }

        AD {
            o1 = h <= h1;
            o2 = h <= h2;
            }

        DA {
            y1 = { IF o1 THEN (sampling/(a1*v))*(qin-qout)};
            y2 = { IF ~o1 & o2 THEN (sampling/(a2*v))*(qin-qout)};
            y3 = { IF ~o2 THEN (sampling/a3*v)*(qin-qout)};
            }

        LINEAR {
            y =y1 +y2 +y3 ;
            }
        CONTINUOUS{
            h=y+h;
            }
        }
}
```

Príloha D

```
% vyplnenie hysdelovskeho suboru
function
[params]=vyplnenie(ahorne,adolne,a,casti,vyska_zasobnika,inkrementacia,v)
%vyplnenie funkcia ktora vytvori strukturu parametrov pre hysdelovsky subor
%vodojemu, ktoru bol vygenerovany za pomoci funkcii water_tank_partitioning
%a hysdel_generator

hysdel water_tank.hys
p=casti
params = []


if casti >  2
    params.a1=adolne
    for i=1:p-2
        params=setfield(params, sprintf('a%d',i+1),a{i}) ;
        if i == p-2
         params=setfield(params, sprintf('a%d',i+2),ahorne);
        end
    end

    pomocna=inkrementacia;

    for i=1:p-1

    params=setfield(params, sprintf('h%d',i),inkrementacia);

    inkrementacia= inkrementacia+pomocna;
    end
else if casti == 1
   params.a1=a ;
    else if casti == 2
        params.a1=adolne;
        params.a2=ahorne;
        params.h1=inkrementacia;

        end
    end
end

params.sampling=1;
params.hmax=vyska_zasobnika-1;
params.min_qin=0;
params.min_qout=0;
params.max_qin=150;
params.max_qout=150;
params.v=v;

end
```