SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA CHEMICKEJ A POTRAVINÁRSKEJ TECHNOLÓGIE
ÚSTAV INFORMATIZÁCIE, AUTOMATIZÁCIE A MATEMATIKY

Riadenie MIMO chemickotechnologického procesu pomocou PID a LQR regulátorov

Bakalárska práca

FCHPT-5415-53965

Bratislava 2015 Juraj Kukla

SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA CHEMICKEJ A POTRAVINÁRSKEJ TECHNOLÓGIE
ÚSTAV INFORMATIZÁCIE, AUTOMATIZÁCIE A MATEMATIKY

Riadenie MIMO chemickotechnologického procesu pomocou PID a LQR regulátorov

Bakalárska práca

FCHPT-5415-53965

Študijný program:	Automatizácia, informatizácia a manažment v chémii a potravinárstve
Študijný odbor:	5.2.14 automatizácia, 5.2.52 priemyselné inžinierstvo
Pracovisko:	Fakulta chemickej a potravinárskej technológie
Vedúci práce:	prof. Ing. Miroslav Fikar, DrSc.
Konzultant:	Ing. Martin Klaučo

Bratislava 2015 **Juraj Kukla**

Slovenská technická univerzita v Bratislave
Ústav informatizácie, automatizácie a matematiky

Fakulta chemickej a potravinárskej technológie
Akademický rok: 2014/2015
Evidenčné číslo: FCHPT-5415-53965

STU
FCHPT

ZADANIE BAKALÁRSKEJ PRÁCE

Študent:	**Juraj Kukla**
ID študenta:	53965
Študijný program:	automatizácia, informatizácia a manažment v chémii a potravinárstve
Kombinácia študijných odborov:	5.2.14. automatizácia, 5.2.52. priemyselné inžinierstvo
Vedúci práce:	prof. Ing. Miroslav Fikar, DrSc.
Konzultant:	Ing. Martin Klaučo

Názov práce: **Riadenie MIMO chemickotechnologického procesu pomocou PID a LQR regulátorov**

Špecifikácia zadania:

Cieľom práce je navrhnúť riadenie chemickotechnologického procesu, ktorý má viac ako jednu riadiacu veličinu a niekoľko riadených veličín. Úlohou študenta bude navrhnúť riadenie pomocou viacerých PID regulátorov a následne navrhnúť LQR riadenie. Ďalšou úlohou študenta bude porovnať a vyhodnotiť tieto dva prístupy riadenia a následne zhodnotiť výhody a nevýhody jednotlivých prístupov.

Rozsah práce: 40

Zoznam odbornej literatúry:

1. Aström, K J. – Hagglund, T. *Advanced PID Control.* Research Triangle Park: ISA, 2006. 460 s. ISBN 1-55617-942-1.
2. Johnson, M A. – Moradi, M H. *PID Control : New Identification and Design Methods.* London: Springer London, 2005. 543 s. ISBN 1-85233-702-8.
3. Anderson, B D. – Moore, J B. *Optimal Control : Linear Quadratic Methods.* Mineola: Dover Publications, 2007. 448 s. ISBN 0-486-45766-4.

Riešenie zadania práce od: 16. 02. 2015

Dátum odovzdania práce: 24. 05. 2015

L. S.

Juraj Kukla
študent

prof. Ing. Miroslav Fikar, DrSc.
vedúci pracoviska

prof. Ing. Miroslav Fikar, DrSc.
garant študijného programu

Abstrakt

Cieľom bakalárskej práce bolo navrhnúť riadenie chemickotechnologického procesu, ktorý má dve riadiace veličiny a dve riadené veličiny. Našou prvou úlohou bolo odvodiť matematický model zariadenia. Následne sme navrhli LQ riadenie nelineárneho modelu reprezentované LQR regulátormi, ktorých cieľom bolo zabezpečiť minimalizáciu kvadratického kritéria, zabezpečenie stability spätnoväzbového systému a sledovať žiadanú (referenčnú) veličinu. Napokon sme navrhli autonómne riadenie, ktoré je reprezentované PID regulátormi, ktorých úlohou bolo zabezpečiť požiadavku, aby jeden regulátor ovplyvňoval iba jeden výstup. Návrh LQR regulátorov ako aj návrh PID regulátorov sme simulačne overili a obe metódy návrhu navzájom porovnali a kvalitatívne vyhodnotili.

Kľúčové slová: LQR riadenie, autonómne riadenie, matematické modelovanie

Abstract

The main aim of this thesis was to design a control of a single tank system, which has two controlled variables and two manipulated variables. The first task was to design a mathematical model representing the dynamical system. Next we have focused on a LQR design, which aim was to ensure minimization of quadratic criterion, stability of the process and reference tracking. Next we have designed an decoupling control, which is represented by two PID controllers. In here, the task was to use decoupling, so one input will effect only one output. Both controllers design were compared via simulations.

Keywords: LQR control, decoupling, mathematical modelling

Touto cestou by som chcel poďakovať Ing. Martinovi Klaučovi za ochotu, trpezlivosť a množstvo cenných pripomienok počas odborných konzultácií.

Juraj Kukla

Obsah

KAPITOLA 1

Úvod

Spojité technológie sú zložené z jednotlivých procesov, ktoré sú racionálne usporiadané a prepojené tak, aby sa čo najefektívnejšie získal vyžadovaný produkt s určitými vstupmi do technológie. Riadiaci systém je súčasťou technológie a v rámci celej technológie je akýmsi garantom splnenia uvedených požiadaviek. Riadiaci systém ako celok tvoria technické zariadenia a ľudský faktor. Od riadenia systému sa vyžaduje potláčanie vplyvu porúch, zaistenie stability procesov a optimálna prevádzka procesov.

Riadenie vo všeobecnosti je cieľavedomé pôsobenie na riadený objekt (proces), ktoré zabezpečí dosiahnutie požadovaného cieľa [1]. Aby sme zabezpečili bezpečnú a ekonomickú prevádzku technológie pri zohľadnení špecifikácie produktu a technických a iných obmedzení, je treba úlohy a problémy riadenia rozdeliť do podúloh a podproblémov až na stupeň riadenia jednotlivých procesov. Na najnižšom stupni riadenia sa môže realizovať časovo spojité riadenie niektorej meranej veličiny, napr. teploty na konštantnú hodnotu. Na druhom stupni sa môže robiť optimalizácia procesu v statickom zmysle a to tak, že v určitých časových intervaloch sa hľadajú optimálne hodnoty niektorých veličín (prietokov, teplôt, výšok hladín, atď.).

Na najnižšej úrovni riadenia procesov býva úlohou riadenia udržiavať riadenú veličinu na konštantnej hodnote, alebo v jej okolí tak, aby sme čo možno najlepším spôsobom eliminovali vplyvy okolia na proces. Táto úloha sa dá zabezpečiť riadením so spätnou väzbou. Pri tomto sa využíva informácia o výsledku realizovaných vstupných akčných zásahov na výpočet akčného signálu, t.j. informácia z výstupu procesu ide späť na vstup procesu.

Doposiaľ všetky uvedené úvahy o riadení procesov vychádzajú z matematických modelov procesov. Tieto modely môžu byť určené fyzikálno-chemickej podstaty procesov alebo môžu byť abstraktné. Skúmanie dynamických vlastností procesov, ako aj celých systémov riadenia vyvoláva potrebu hľadať efektívne spôsoby riešenia diferenciálnych a diferenčných rovníc. [2]

V tejto bakalárskej práci sa budeme zaoberať MIMO chemickotechnologickým procesom. Názov MIMO znamená, že do riadeného procesu bude vstupovať viac vstupov a vystupovať viac výstupov (multi-input multi-output). Náš technologický proces je reprezentovaný zmiešavacou nádobou, pri ktorej budeme uvažovať dva vstupy a dva výstupy. Do zmiešavača pritekajú dva prúdy kvapaliny (v našom prípade voda), a to studený prúd a teplý prúd. [3, 4]. Cieľom riadenia je meniť jednu z riadených veličín bez toho, aby sa druhá zmenila. V našom prípade je to však náročná úloha riadenia, pretože obidva vstupy, t.j. prúd teplej a studenej vody výrazne ovplyvňujú naraz obidva výstupy, teda aj výšku hladiny kvapaliny, aj jej teplotu.

Najprv odvodíme nelineárny matematický model na základe materiálových bilancií procesu. Následne odvodíme aj linearizovaný matematický model, ktorý umožňuje použitie jednoduchších a zároveň dobre vyvinutých metód syntézy riadenia. V ďalšej kapitole si povieme teoretický základ k optimálnemu riadeniu a pokúsime sa navrhnúť LQR regulátor na náš konkrétny proces. Napokon si vysvetlíme teóriu autonómneho riadenia, na základe ktorej navrhneme PID regulátor, ktorý uriadi náš uvažovaný proces.

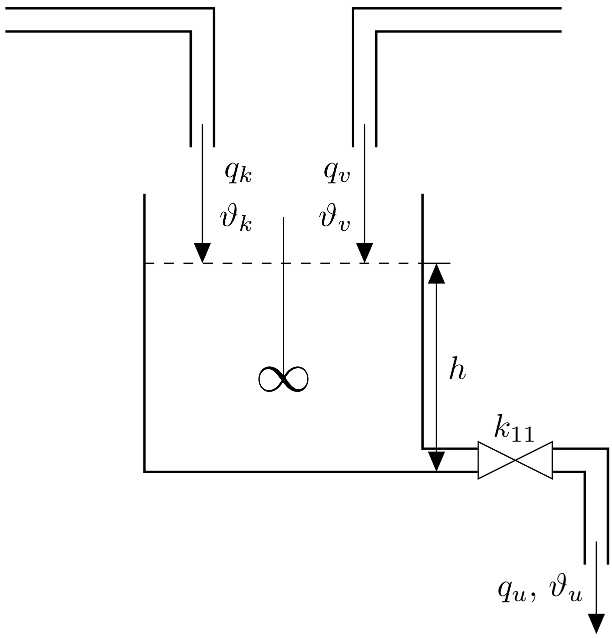
Merané výsledky zhodnotíme a oba prístupy riadenia porovnáme v grafických simuláciách a kvalitatívnych ukazovateľoch riadenia.

Kapitola 2

Technologické zariadenie

Pre úspešnosť riadenia je rozhodujúci návrh procesu pre technológiu, ktorý musí zabezpečiť existenciu dostatočne veľkých možností zmien za účelom riadenia. Riadiaci systém musí mať ponechanú možnosť prevádzkovať celú technológiu, alebo jednotkový proces vo vyžadovanom technologickom režime. Proces by mal byť dobre riaditeľný a riadiaci systém musí mať o procese dostatočne dobré informácie. Dobrá znalosť technológie a základov riadenia procesov je predpokladom kvalifikovaných ľudských zásahov do technológií prostredníctvom riadiaceho počítača za účelom optimálnej prevádzky. [2]

Ako bolo spomenuté v úvode, našim technologickým procesom je zmiešavacia nádoba zobrazená na Obr. 2.1. Zmiešavač predstavuje v našom prípade MIMO systém, pretože uvažujeme dva vstupy do zmiešavača a dva výstupy zo zmiešavača, ktoré chceme zároveň riadiť. Do zmiešavača pritekajú dva prúdy kvapaliny (v tejto práci budeme uvažovať vodu), a to teplý prúd a studený prúd. V zmiešavači dochádza k dokonalému miešaniu oboch prúdov. Zo zmiešavacej nádoby bude vytekať prúd zmiešanej kvapaliny o určitej teplote, ktorú spolu s výškou hladiny kvapaliny v nádobe budeme následne riadiť. Všetky symboly použité na Obr. 2.1 sú uvedené a vysvetlené v Tab. 2.1



Obr. 2.1: Technologické zariadenie (zmiešavač)

Tabuľka 2.1: Tabuľka uvedených symbolov a konštánt použitých na Obr. 2.1

Symbol	Jednotka v SI	Fyzikálny význam
q_k	$\mathrm{m^3 s^{-1}}$	prietok studenej kvapaliny na vstupe
q_v	$\mathrm{m^3 s^{-1}}$	prietok horúcej kvapaliny na vstupe
q_u	$\mathrm{m^3 s^{-1}}$	prietok zmiešanej kvapaliny na výstupe
ϑ_k	°C	teplota studenej kvapaliny na vstupe
ϑ_v	°C	teplota horúcej kvapaliny na vstupe
ϑ_u	°C	teplota zmiešanej kvapaliny na výstupe
h	m	výška hladiny kvapaliny v zmiešavači
k_{11}	$\mathrm{m^{2,5} s^{-1}}$	konštanta ventilu

KAPITOLA 3

Matematický model procesu

Za účelom kvantitatívneho vyjadrenia vlastností procesov sa využívajú matematické opisy. Tieto opisy sa nazývajú matematické modely. Matematický model je matematickou abstrakciou reálneho procesu. Matematický model procesu poskytuje možnosť simulovať správanie sa procesu, ak sú známe vstupy. Rozsah platnosti matematického modelu určuje situácie v ktorých môže byť použitý. Matematické modely procesov môžu byť použité pri riadení spojitých technologických celkov, pri skúmaní dynamických vlastností procesov a pri určení optimálnych prevádzkových podmienok procesu.[2]

Objektom riadenia môžeme nazvať typický technologický proces, ktorý prebieha v zariadení určitej triedy. Proces je vždy zviazaný so zariadením (výmenník tepla, reaktor, rektifikačná kolóna, zmiešavač, atď.), v ktorom prebieha. Každý typický proces je určený svojou fyzikálno-chemickou podstatou, ktorá vyjadruje materiálno-energetické väzby. Skúmanie ľubovoľného typického procesu nás vedie k zostrojeniu jeho matematického modelu, ktorý v sebe zahŕňa základné rovnice a veličiny, opis statiky a dynamiky. Pre automatické riadenie je dôležitý dynamický model procesu. Pre optimalizáciu je potrebný statický model procesu. Pri vytváraní matematického modelu procesu sa vychádza z problému skúmania, pričom je dôležité dokonalé pochopenie skúmaných javov. Za účelom počítačového riadenia treba zostaviť matematický model tak, aby bolo možné vypracovať čo najjednoduchšie algoritmy riadenia.[2]

3.1 Nelineárny dynamický matematický model

3.1.1 Diferenciálne rovnice

Uvedený systém na Obr. 2.1 môžeme opísať nasledovnými diferenciálnymi rovnicami.

Diferenciálna rovnica opisujúca zachovanie výšky hladiny v zmiešavači (materiálová bilancia) so začiatočnou podmienkou $h(0) = h_0$:

$$
\begin{aligned}
q_k(t) + q_v(t) &= q_u(t) + F\frac{dh(t)}{dt} && (3.1a)\\
F\frac{dh(t)}{dt} &= q_k(t) + q_v(t) - k_{11}\sqrt{h(t)} && (3.1b)\\
\frac{dh(t)}{dt} &= \frac{1}{F}q_k(t) + \frac{1}{F}q_v(t) - \frac{k_{11}}{F}\sqrt{h(t)} && (3.1c)
\end{aligned}
$$

Diferenciálna rovnica opisujúca zachovanie energie v sústave (entalpická bilancia) so začiatočnou podmienkou $\vartheta_u(0) = \vartheta_{u0}$:

$$
\begin{aligned}
Q_1(t) + Q_2(t) &= Q_3(t) + \frac{dQ_3(t)}{dt} && (3.2a)\\
q_k\vartheta_k(t) + q_v\vartheta_v(t) &= q_u\vartheta_u(t) + F\frac{d(\vartheta_u h)(t)}{dt} && (3.2b)\\
\frac{d\vartheta_u(t)}{dt} &= \frac{q_k(\vartheta_k(t) - \vartheta_u(t))}{Fh(t)} + \frac{q_v(\vartheta_v(t) - \vartheta_u(t))}{Fh(t)} && (3.2c)
\end{aligned}
$$

kde rovnice (3.1c) a (3.2c) predstavujú nelineárny stavový opis modelu.

Predpoklady, ktoré musia byť splnené pre správnosť uvedených diferenciálnych rovníc sú nasledovné:

1. Referenčná teplota je rovnaká pre okolie celého zmiešavača.
2. Uvažujeme totálnu tepelnú izoláciu celého systému.
3. Výmena tepla medzi zmiešavačom a okolím je nulová.

4. Zmiešavanie je okamžité v celom objeme zmiešavača.

Hodnoty prietokov q_k^s a q_v^s v ustálenom stave získame riešením sústavy dvoch rovníc s dvoma neznámymi, ktoré sme odvodili z nelineárneho opisu procesu

$$q_k^s(\vartheta_k^s - \vartheta_u^s) + q_v^s(\vartheta_v^s - \vartheta_u^s) = 0 \tag{3.3a}$$

$$q_k^s + q_v^s - k_{11}\sqrt{h^s} = 0 \tag{3.3b}$$

kde h^s a ϑ_u^s predstavujú ustálené hodnoty výšky hladiny kvapaliny a teploty zmiešanej kvapaliny, pre ktoré hľadáme ustálené parametre prietokov.

Parametre teplôt a výšky hladiny v ustálenom stave sú zobrazené v nasledovnej tabuľke:

ϑ_k^s [°C]	ϑ_v^s [°C]	ϑ_u^s [°C]	h^s [m]
25	60	38	0,8

Sústavu rovníc môžeme riešiť pomocou maticového zápisu:

$$\begin{bmatrix} \vartheta_k^s - \vartheta_u^s & \vartheta_v^s - \vartheta_u^s \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_k^s \\ q_v^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ k_{11}\sqrt{h^s} \end{bmatrix} \tag{3.4}$$

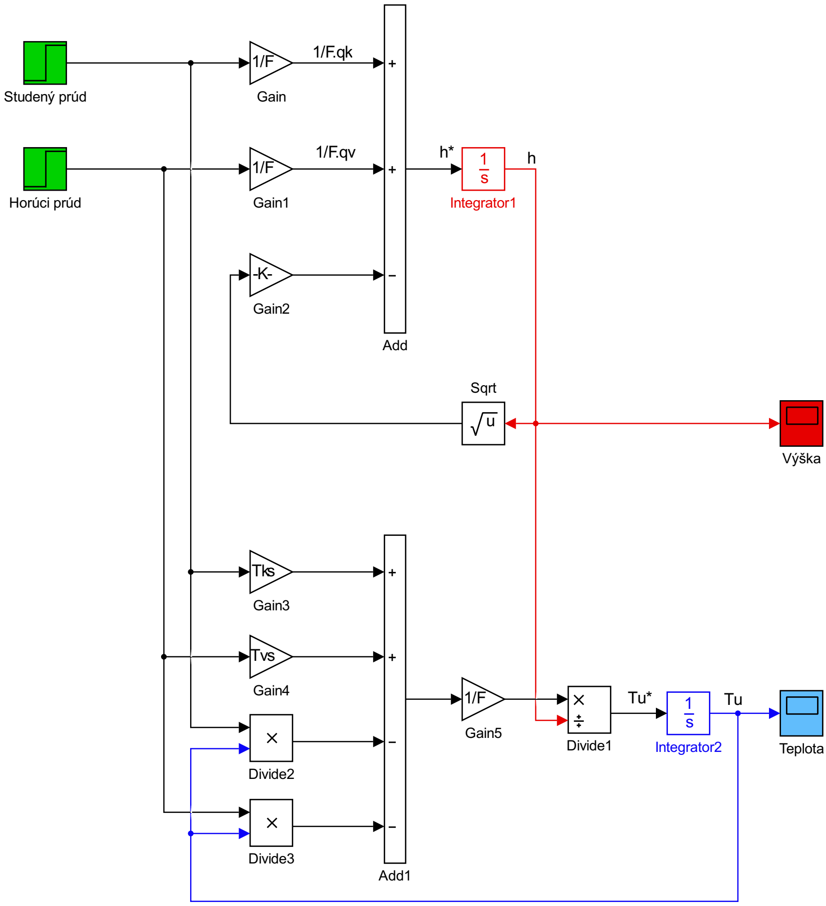
Zo sústavy rovníc sme zistili hodnoty konštánt prietokov v ustálenom stave a to:

q_k^s [dm^{3}s^{-1}]	q_v^s [dm^{3}s^{-1}]
14,1	8,3

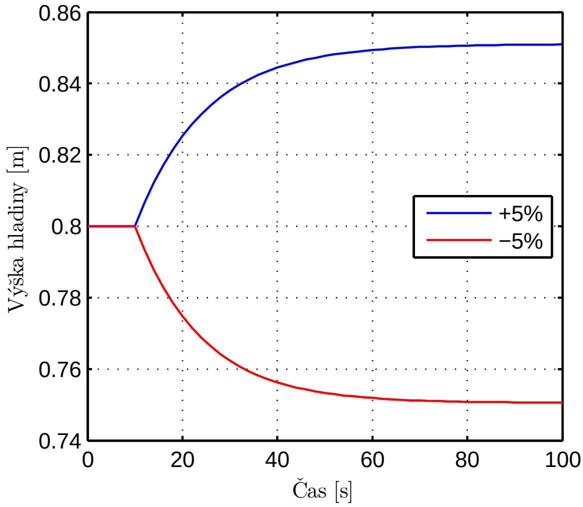
3.1.2 Implementácia systému do SIMULINK-u

Významnú úlohu pri komplexnom návrhu riešenia majú simulácie navrhovaných riešení. Hlavným cieľom simulácie je dosiahnuť "dobrú"zhodu modelov s realitou. Pri simuláciách sa uvažujú len tie vlastnosti systémov, ktoré sú dôležité pre riešený problém.

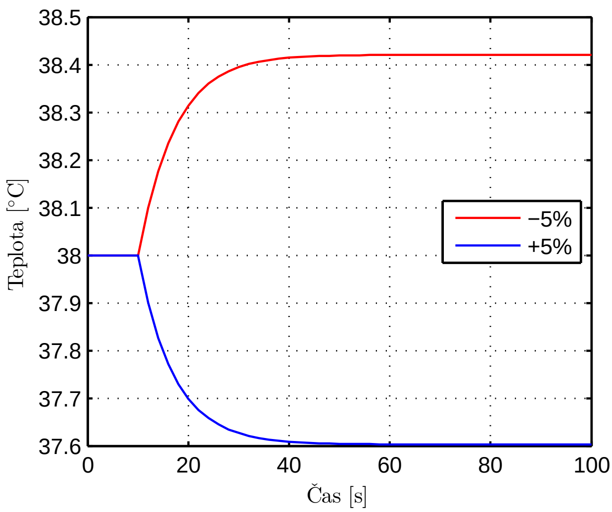
Na implementáciu systému sme použili nelineárny stavový opis modelu, ktorý je reprezentovaný diferenciálnymi rovnicami (3.1c) a (3.2c). Blokový diagram je reprezentovaný technologickým zariadením - zmiešavačom. Pre ďalšiu implementáciu urobíme podsystém tohto blokového diagramu. Nastavíme začiatočné podmienky pre integrátory $x_0^s = [0,8 \;\; 38]$.



Obr. 3.1: Simulinková schéma nelineárneho matematického modelu technologického zariadenia



Obr. 3.2: Reakcia výšky hladiny na skokovú zmenu vstupného prietoku studeného prúdu o ± 5% v čase t = 10 sekúnd



Obr. 3.3: Reakcia teploty na skokovú zmenu vstupného prietoku studeného prúdu o ± 5% v čase t = 10 sekúnd

3.2 Linearizovaný matematický model

Pre automatické riadenie sa veľmi často používa linearizovaný model, ktorý dostaneme linearizáciou nelineárneho modelu. Linearizovaný model v porovnaní s nelineárnym modelom je zrejme horšou alternatívou pre konkrétny technologický proces, ale umožňuje použitie jednoduchších a dobre vyvinutých metód syntézy riadenia.

3.2.1 Linearizácia

Lineárny stavový model, s nulovými začiatočnými podmienkami, opisujú dve základné rovnice - rovnica dynamiky a rovnica výstupu. Zapísať ich môžeme nasledovne:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \tag{3.5a}$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \tag{3.5b}$$

Na to, aby sme mohli implementovať linearizovaný matematický model do simulinku, potrebujeme vyčísliť jednotlivé matice rovnice dynamiky (A a B) a matice rovnice výstupu (C a D), ktoré vychádzajú z diferenciálnych rovníc nelineárneho stavového opisu (3.1c) a (3.2c). Matice A a B získame vyčíslením nasledovných matematických operácií:

$$A = \begin{bmatrix} \left.\frac{\partial f_1}{\partial h}\right|_{h^s,\vartheta_u^s} & \left.\frac{\partial f_1}{\partial \vartheta_u}\right|_{h^s,\vartheta_u^s} \\ \left.\frac{\partial f_2}{\partial h}\right|_{h^s,\vartheta_u^s} & \left.\frac{\partial f_1}{\partial \vartheta_u}\right|_{h^s,\vartheta_u^s} \end{bmatrix} \tag{3.6a}$$

$$B = \begin{bmatrix} \left.\frac{\partial f_1}{\partial q_k}\right|_{q_k^s,q_v^s} & \left.\frac{\partial f_1}{\partial q_v}\right|_{q_k^s,q_v^s} \\ \left.\frac{\partial f_2}{\partial q_k}\right|_{q_k^s,q_v^s} & \left.\frac{\partial f_1}{\partial q_v}\right|_{q_k^s,q_v^s} \end{bmatrix} \tag{3.6b}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.6c}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.6d}$$

Jednotlivé parciálne derivácie podľa daných premenných sme analyticky odvodili z nelineárneho matematického modelu, konkrétne z rovníc (3.1c) a (3.2c) nasledovne

$$\left.\frac{\partial f_1}{\partial h}\right|_{h^s,\vartheta_u^s} = -\frac{1}{2}\frac{k_{11}}{F\sqrt{h^s}} \tag{3.7a}$$

$$\left.\frac{\partial f_1}{\partial \vartheta_u^s}\right|_{h^s,\vartheta_u^s} = 0 \tag{3.7b}$$

$$\left.\frac{\partial f_2}{\partial h}\right|_{h^s,\vartheta_u^s} = \frac{1}{(h^s)^2 F}\left(q_k^s\left(\vartheta_k^s - \vartheta_u^s\right) + q_v^s\left(\vartheta_v^s - \vartheta_u^s\right)\right) \tag{3.7c}$$

$$\left.\frac{\partial f_2}{\partial \vartheta_u^s}\right|_{h^s,\vartheta_u^s} = \frac{-q_k^s - q_v^s}{Fh^s} \tag{3.7d}$$

$$\left.\frac{\partial f_1}{\partial q_k}\right|_{q_k^s,q_v^s} = \frac{1}{F} \tag{3.7e}$$

$$\left.\frac{\partial f_1}{\partial q_v}\right|_{q_k^s,q_v^s} = \frac{1}{F} \tag{3.7f}$$

$$\left.\frac{\partial f_2}{\partial q_k}\right|_{q_k^s,q_v^s} = \frac{\vartheta_k^s}{Fh^s} - \frac{\vartheta_u^s}{Fh^s} \tag{3.7g}$$

$$\left.\frac{\partial f_1}{\partial q_v}\right|_{q_k^s,q_v^s} = \frac{\vartheta_v^s}{Fh^s} - \frac{\vartheta_u^s}{Fh^s} \tag{3.7h}$$

Všetky potrebné parametre na výpočet jednotlivých matíc sú uvedené v podkapitole 3.1.1. Vyčíslené matice A, B, C a D majú potom nasledovné hodnoty:

$$A = \begin{bmatrix} -0,0699 & 0 \\ 0 & -0,1398 \end{bmatrix} \tag{3.8a}$$

$$B = \begin{bmatrix} 5,0000 & 5,0000 \\ -81,2500 & 137,5000 \end{bmatrix} \tag{3.8b}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.8c}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.8d}$$

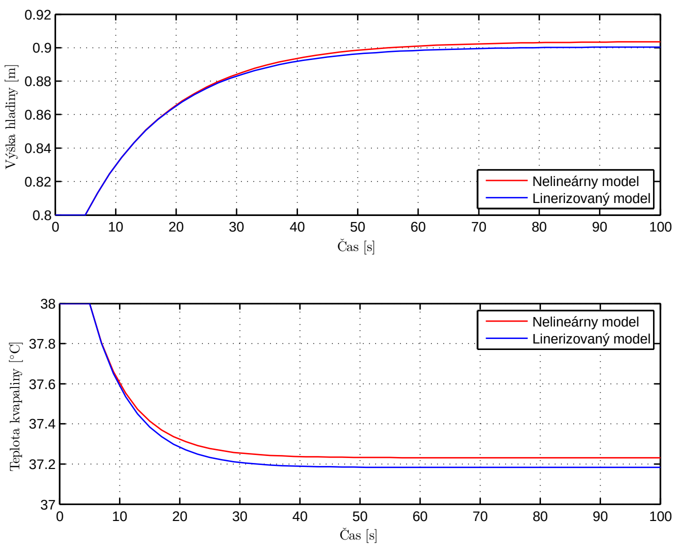
Stabilitu systému môžeme posúdiť na základe vlastných čísel (λ) Jakobiánu (matice A) získaných vo výpočtovom programe MATLAB príkazom `eig(A)`.

$$\lambda = \begin{bmatrix} -0,1398 \\ -0,0699 \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

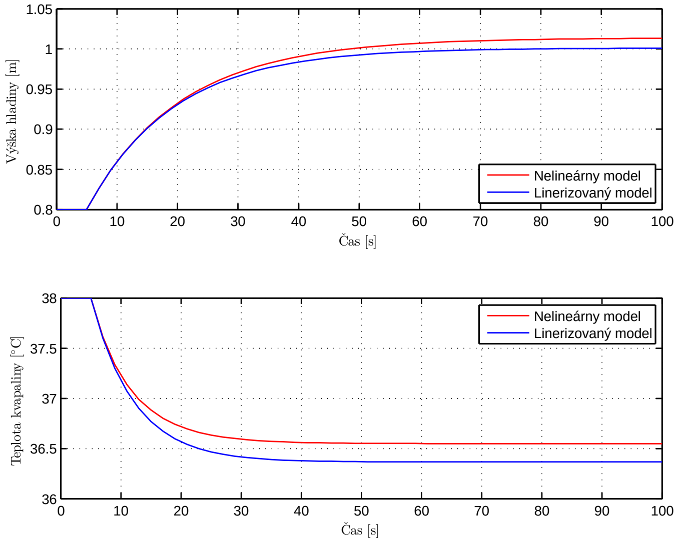
Nakoľko nám obe hodnoty vyšli záporné, môžeme tvrdiť, že systém je stabilný.

3.2.2 Porovnanie linearizovaného a nelineárneho matematického modelu

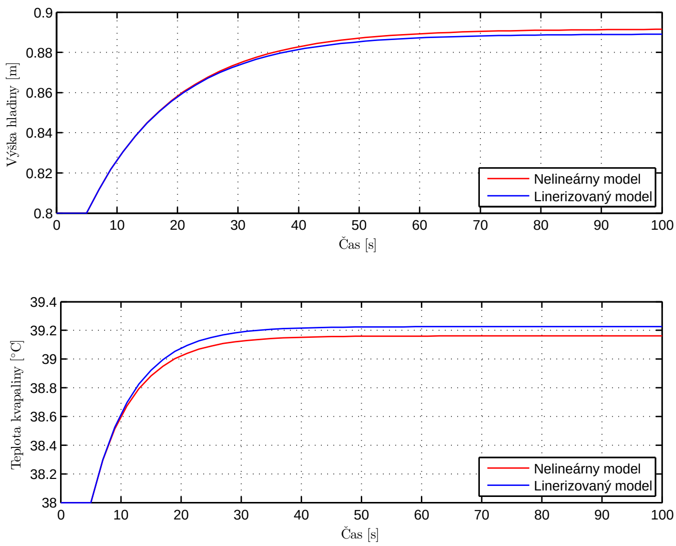
Na porovnanie nelineárneho a linearizovaného matematického modelu sme odsimulovali odozvy na skokové zmeny vstupných veličín q_k a q_v. Ako vyplýva z uvedených simulácií, môžeme konštatovať, že čím viac sa vzďaľujeme od operačného bodu, tým väčší je rozdiel medzi nelineárnym (reálnym) a linearizovaným modelom.



Obr. 3.4: Odozva na skokovú zmenu vstupnej veličiny studeného prúdu o +10%



Obr. 3.5: Odozva na skokovú zmenu vstupnej veličiny studeného prúdu o +20%



Obr. 3.6: Odozva na skokovú zmenu vstupnej veličiny teplého prúdu o +15%

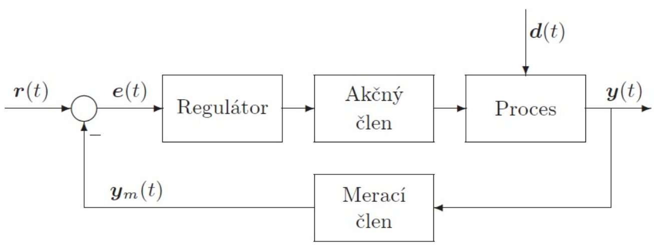
KAPITOLA 4

Optimálne riadenie

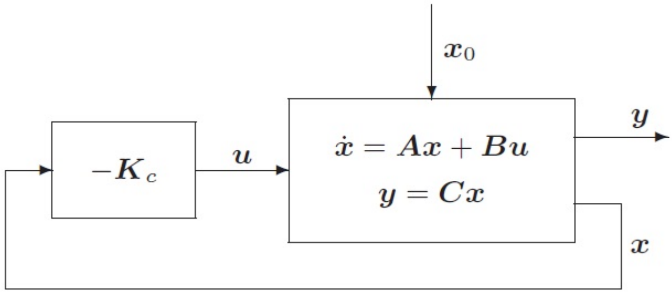
4.1 Úvod do optimálneho riadenia

Táto kapitola vysvetľuje návrh spätnoväzbového optimálneho riadenia procesov vychádzajúc z ich stavových a vstupno-výstupných matematických modelov.

Procesy môžeme riadiť na základe niekoľkých prístupov, a to na základe stavových regulátorov (LQR regulátory), a na základe vstupno-výstupných regulátorov (PID regulátory).



Obr. 4.1: Všeobecná bloková schéma spätnoväzbového riadenia



Obr. 4.2: Bloková schéma stavového riadenia

Ak porovnáme uvedené schémy dvoch typov riadenia na Obr. 4.1 a Obr. 4.2, môžeme tvrdiť, že LQR regulátory na rozdiel od PID regulátorov riadia stavy (na výpočet akčných zásahov (u) budeme merať stavy), preto ich nazývame, že sú to tzv. stavové regulátory, zatiaľ čo PID regulátory riadia výstupy, a teda ich nazývame, že sú to tzv. vstupno-výstupné regulátory.

Pri riadení s použitím LQR regulátorov je zosilnenie regulátora K zvolené optimálne, pretože sa rieši na základe optimalizačného problému [5]. PID regulátory sa zase najčastejšie navrhujú buď analyticky alebo experimentálne rôznymi metódami, akými sú napr. Ziegler - Nicholsova, Strejcova, Cohen - Coonova, Rivera - Morariho atď.

Problém optimálneho riadenia spočíva v tom, aby sme našli taký zákon riadenia, resp. také zosilnenie K v rovnici:

$$u = -Kx \tag{4.1}$$

aby platili nasledovné podmienky:

1. uzavretý regulačný obvod so zápornou spätnou väzbou musí byť stabilný
2. musia byť splnené kvalitatívne parametre procesu

Kvalitatívny parameter je reprezentovaný funkcionálom, ktorý je definovaný ako:

$$J = \min \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt \tag{4.2}$$

s ohraničením:

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{4.3}$$

kde Q je reálna symetrická kladne semidefinitná váhová matica a R je reálna symetrická kladne definitná váhová matica. Hodnota zosilnenia K v zákone riadenia je daná nasledovnou rovnicou:

$$K = R^{-1}B^T P \tag{4.4}$$

kde P nájdeme riešením algebraickej Riccatiho rovnice v spojitom čase. Podrobnejšie odvodenie je možné nájsť v [6]

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \tag{4.5}$$

Keďže zosilnenie K predstavuje matica konštánt, spätnoväzbový optimálny regulátor je proporcionálneho typu. Pri optimálnom spätnoväzbovom riadení lineárneho systému (L) vychádzame z kvadratického kritéria (Q) a stavová spätná väzba zabezpečuje reguláciu (R) v okolí žiadanej veličiny $x_w = 0$. Pre optimálny regulátor sa používa označenie LQR.

4.2 Návrh LQR regulátorov s integračnou zložkou

LQR riadenie vedie k proporcionálnej stavovej spätnej väzbe. Je všeobecne známe, že použitie proporcionálnych regulátorov v spätnej väzbe spôsobuje pri zmenách žiadaných veličín a pri existencii porúch na ľubovoľnom mieste uzavretého regulačného obvodu vznik trvalej regulačnej odchýlky. Odstránenie trvalej regulačnej odchýlky v týchto prípadoch sa dá zabezpečiť LQ spätnoväzbovým riadením s integračnou činnosťou.

Jeden zo spôsobov návrhu regulátora s integračnou činnosťou je klasický LQ návrh na základe fukncionálu, v ktorom namiesto vektora $u(t)$ budeme uvažovať $\dot{u}(t)$. Podrobnejšie vysvetlenie takéhoto spôsobu návrhu regulátora s integračnou činnosťou možno nájsť v [6].

Druhý zo spôsobov návrhu regulátora s integračnou činnosťou je klasický LQ návrh pre prípad rozšíreného vektora stavových veličín a toľko nových stavových veličín, pre ktoré sa vyžaduje mať integračnú činnosť. Vektor derivácií nových stavových veličín je súčinom matice konštánt a vektora pôvodných stavových veličín. Tento spôsob návrhu si bližšie rozoberieme.

Našim cieľom je, aby výstup čo najpresnejšie opísal žiadanú hodnotu. Teda chceme dosiahnuť, aby sa žiadaná hodnota rovnala výstupu. Má teda platiť:

$$w = y \tag{4.6}$$

kde y sa rovná Cx, teda:

$$w = Cx \tag{4.7}$$

V ustálenom stave chceme, aby platilo:

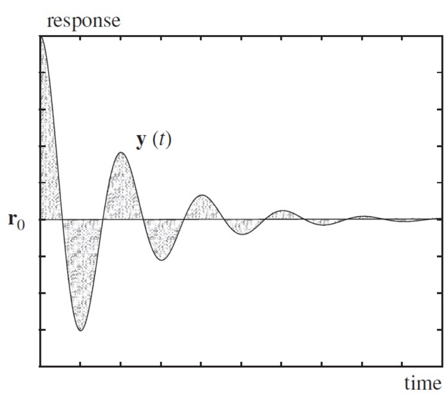
$$w - Cx = 0 \tag{4.8}$$

Vieme, že proces má nejakú dynamiku a budú v procese nejaké odchýlky medzi žiadanou hodnotou a výstupom, pretože žiaden výstup nám nemôže okamžite skočiť pri skokovej zmene referencie na žiadanú hodnotu, pokiaľ neberieme do úvahy proces s prenosom $G(s) = 1$. V praxi sa ale s takýmto procesom stretávame veľmi málo. Preto zavádzame dodatkovú dynamiku do systému, ktorá hovorí, že rozdiel medzi žiadanou hodnotou a výsupom sa rovná novým stavom, ktoré označíme ako $\dot{x}_I$.

Rovnica dynamiky regulačnej odchýlky má tvar:

$$\dot{x}_I = w - Cx \tag{4.9}$$

Zaujíma nás teda, aký je rozdiel medzi žadanou hodnotou a výstupom. Pre vizualizáciu tento rozdiel môžeme vidieť na Obr. 4.3.



Obr. 4.3: Rozdiel medzi žiadanou hodnotou a výstupom

Našou úlohou je teraz riadiť systém, keď máme k dispozícii nasledovné rovnice:

Rovnica dynamiky procesu:

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{4.10}$$

a rovnica dynamiky regulačnej odchýlky:

$$\dot{x}_I = w - Cx \tag{4.11}$$

Po úprave na maticový tvar dostávame:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} w \tag{4.12}$$

Následne uvedenú rovnicu 4.12 prevedieme na tzv. štandardizovaný tvar stavového opisu, aby sme mohli nájsť optimálne zosilnenie K pomocou algebraickej Riccatiho rovnice 4.5, a bude teda riadiť náš proces.

Štandardizovaný tvar stavového opisu má tvar:

$$\dot{\tilde{x}} = \tilde{A}\tilde{x} + \tilde{B}u + Ew \tag{4.13}$$

Takto rozšírený stavový opis o rovnicu dynamiky (teda dostávame nový stavový opis), kde keď aplikujeme teóriu uvedenú vyššie, dostávame nové zosilnenie K, avšak nové zosilnenie K už bude obsahovať aj informáciu o tom, ako riadiť $w - Cx$. Teda získavame nový zákon riadenia, ktorý má nasledovný tvar:

$$u = L\tilde{x} + Iw \tag{4.14}$$

Po úprave platí:

$$u = -\begin{bmatrix} L_x & -L_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_I \end{bmatrix} + Iw \tag{4.15}$$

Výsledný nový zákon riadenia má teda tvar:

$$u = -L_x x + L_I x_I + Iw \tag{4.16}$$

ktorý môžeme napísať aj v nasledovnom tvare

$$u = -L_x x + L_I \int (w - Cx) + Iw \tag{4.17}$$

4.3 Implementácia návrhu LQR regulátora

Našou úlohou je nájsť taký zákon riadenia 4.1, aby bol uzavretý regulačný obvod stabilný, a aby boli splnené kvalitatívne parametre procesu, reprezentované funkcionálom 4.2. Na to, aby sme mohli nájsť optimálne zosilnenie K, potrebujeme určiť váhové matice Q a R. Váhové matice volíme ľubovoľne, no môžeme použiť aj algoritmus popísaný v [4].

Reálnu symetrickú kladne semidefinitnú váhovú maticu Q môžeme vypočítať podľa nasledovného vzťahu, ak si ju sami nezvolíme inak:

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{(h^s)^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{(\vartheta_u^s)^2} \end{bmatrix} \tag{4.18}$$

Po vyčíslení bude mať hodnotu:

$$Q = \begin{bmatrix} 1,5625 & 0 \\ 0 & 0,0007 \end{bmatrix} \tag{4.19}$$

Reálnu symetrickú kladne definitnú váhovú maticu R môžeme vypočítať nasledovne:

$$R = \rho \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.20}$$

kde koeficient ρ sa vypočíta ako suma diagonálnych prvkov v matici Q podelená 2 nasledovne:

$$\rho = \frac{1,5625 + 0,0007}{2} = 0,7816 \tag{4.21}$$

Môžeme teda povedať, že ak zvolíme maticu Q ako v (4.18) a zároveň máme požiadavku, aby nám na stavoch a výstupoch záležalo rovnako, tak potom koeficient ρ v rovnici (4.20) vypočítame tak, ako je uvedené v (4.21). Vyčíslená matica R bude vyzerať nasledovne:

$$R = \begin{bmatrix} 0,7816 & 0 \\ 0 & 0,7816 \end{bmatrix} \tag{4.22}$$

Zvýšenie hodnoty váhovej matice Q spôsobuje zníženie trvalej regulačnej odchýlky na výstupe, zatiaľ čo zvýšenie váhovej matice R spôsobuje zvyšovanie trvalej regulačnej odchýlky. Váhové matice Q a R majú výrazný vplyv aj na celkový regulačný pochod.

Hodnotu zosilnenia K, ktorú predstavuje matica konštánt vypočítame použitím výpočtového programu MATLAB použitím príkazu `lqr`, ktorý má 4 vstupné argumenty. Prvým a druhým vstupným argumentom sú matice A a B, ktoré sme odvodili lienarizáciou v kapitole 3.2 . Tretím vstupom je reálna symetrická kladne semidefinitná váhová matica Q a štvrtým vstupom je reálna symetrická kladne definitná váhová matica R. Hodnota zosilnenia K má po vykonaní príkazu

```
» K = lqr(A,B,Q,R)
```

nasledovnú hodnotu:

$$K = \begin{bmatrix} 1,0675 & -0,0187 \\ 0,9118 & 0,0220 \end{bmatrix} \tag{4.23}$$

Príkazom LQR sme v MATLABe vlastne vypočítali Riccatiho algebraickú rovnicu podľa vzťahu (4.5). Takto navrhnutý LQR regulátor však zanecháva trvalú regulačnú odchýlku. V praxi sa často stretávame s prípadmi, kedy potrebujeme systém uriadiť presne na žiadanú hodnotu. Vtedy zavádzame integrátor, ktorý trvalú regulačnú odchýlku odstraňuje.

4.4 Implementácia návrhu LQR regulátora s integrátorom

Na základe odvodených vzťahov uvedených v kapitole 4.2 máme navrhnúť LQ riadenie, pre ktoré sa vyžaduje mať integračnú činnosť, ktorá zabezpečí odstránenie trvalej regulačnej odchýlky.

Našou úlohou je nájsť optimálne zosilnenie $\tilde{K}$, ktoré opäť získame riešením algebraickej Riccatiho rovnice 4.5. Použijeme výpočtový program MATLAB.

Matica $\tilde{A}$ sa získa z nasledovného vzťahu:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A & Z \\ -C & Z \end{bmatrix} \tag{4.24}$$

kde matice A a C sú odvodené linearizáciou z nelineárneho modelu procesu a matica Z je nulová matica o rozmere 2×2.

Po vyčíslení má matica $\tilde{A}$ nasledovný tvar:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} -0,0699 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,1398 & 0 & 0 \\ -1,0000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1,0000 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.25}$$

Maticu $\tilde{B}$ získame zo vzťahu:

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} B \\ Z \end{bmatrix} \tag{4.26}$$

kde matica B je odvodená linearizáciou z nelineárneho modelu procesu a matica Z je nulová matica o rozmere 2×2. Po vyčíslení bude matica $\tilde{B}$ vyzerať nasledovne:

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} 5,0000 & 5,0000 \\ -81,2500 & 137,5000 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.27}$$

Váhovú maticu $\tilde{Q}$ získame podľa vzťahu:

$$\tilde{Q} = \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & Q_I \end{bmatrix} \tag{4.28}$$

kde váhová matica Q je naša pôvodná matica (4.18) a matica Q_I je matica prislúchajúca k dynamike trvalej regulačnej odchýlky. Volíme ju ľubovoľne s tým, že na protiľahlej diagonále sú nuly a na priamej diagonále sú nami zvolené konštanty, ktorých veľkosť ovplyvňuje rýchlosť odstránenia trvalej regulačnej odchýlky v regulačnom pochode. Uvažujme situáciu, kedy chceme, aby sa trvalá regulačná odchýlka odstránila rovnako rýchlo na oboch výstupoch. Potom volíme maticu Q_I nasledovne:

$$\tilde{Q}_I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.29}$$

a vyčíslená matica $\tilde{Q}$ bude mať nasledovnú hodnotu:

$$\tilde{Q} = \begin{bmatrix} 1,5625 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0007 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,0000 \end{bmatrix} \tag{4.30}$$

Váhová matica $\tilde{R}$ je opäť naša pôvodná matica (4.22).

Zvýšenie hodnoty váhovej matice $\tilde{Q}$ spôsobuje zrýchlenie regulačného pochodu, zatiaľ čo zvýšenie váhovej matice $\tilde{R}$ spôsobuje spomalenie regulačného pochodu.

Po určení všetkých vstupných argumentov môžeme vykonať príkaz `lqr` v MATLABe nasledovne:

» $\mathtt{K} = \mathtt{lqr}(\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{Q}, \tilde{R})$

Po vyčíslení bude mať matica zosilnenia $\tilde{K}$ nasledovnú hodnotu:

$$\tilde{K} = \begin{bmatrix} 1,2627 & -0,0734 & -0,9397 & 0,6296 \\ 0,8389 & 0,0981 & -0,6296 & -0,9397 \end{bmatrix} \tag{4.31}$$

Zosilnenie $\tilde{K}$ pre potreby simulácie rozdelíme na L_x a L_I na základe rovnice (4.15).

Uvedenú implementáciu LQ riadenia s integrátorom si znázorníme pomocou simulácií v MATLABe. Simuláciu sme vykonali s dvoma rôznymi LQR regulátormi.

V prvom prípade sme vykonali zmenu na výške hladiny kvapaliny v zmiešavači z hodnoty $h^s = 0{,}8$ na hodnotu 1, pričom teplotu uvažujeme konštantnú. Parametre prvého regulátora uvažujeme nasledovné:

Váhovú maticu $\tilde{Q}_1$ sme zvolili nasledovne:

$$\tilde{Q}_1 = \begin{bmatrix} 15,6250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0007 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10,0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10,0000 \end{bmatrix} \tag{4.32}$$

Váhovú maticu $\tilde{R}_1$ sme zvolili nasledovne:

$$\tilde{R}_1 = \begin{bmatrix} 7812,8 & 0 \\ 0 & 3906,4 \end{bmatrix} \tag{4.33}$$

Pre druhý regulátor sme zvolili nasledovné parametre:

Váhovú maticu $\tilde{Q}_2$ sme zvolili nasledovne:

$$\tilde{Q}_2 = \begin{bmatrix} 1,5625 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0001 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,0000 \end{bmatrix} \tag{4.34}$$

Váhovú maticu $\tilde{R}_2$ sme zvolili nasledovne:

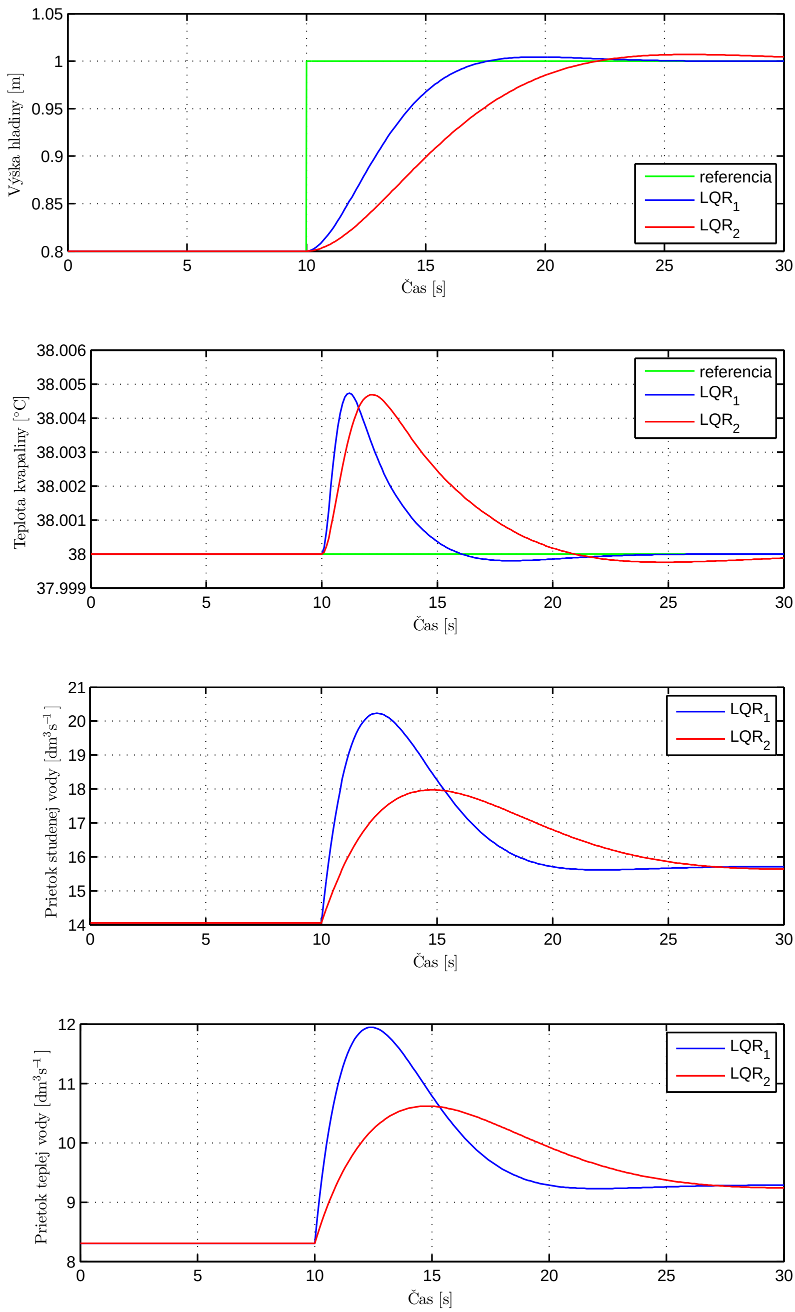
$$\tilde{R}_2 = \begin{bmatrix} 7812,8 & 0 \\ 0 & 3906,4 \end{bmatrix} \tag{4.35}$$

Matice $\tilde{A}$ a $\tilde{B}$ majú rovnaké hodnoty ako v (4.25) a (4.27). Po vyriešení algebraickej Riccatiho rovnice prostredníctvom MATLABu dostávame optimálne zosilnenie $\tilde{K}$. Grafická simulácia je zobrazená na Obr. 4.4.

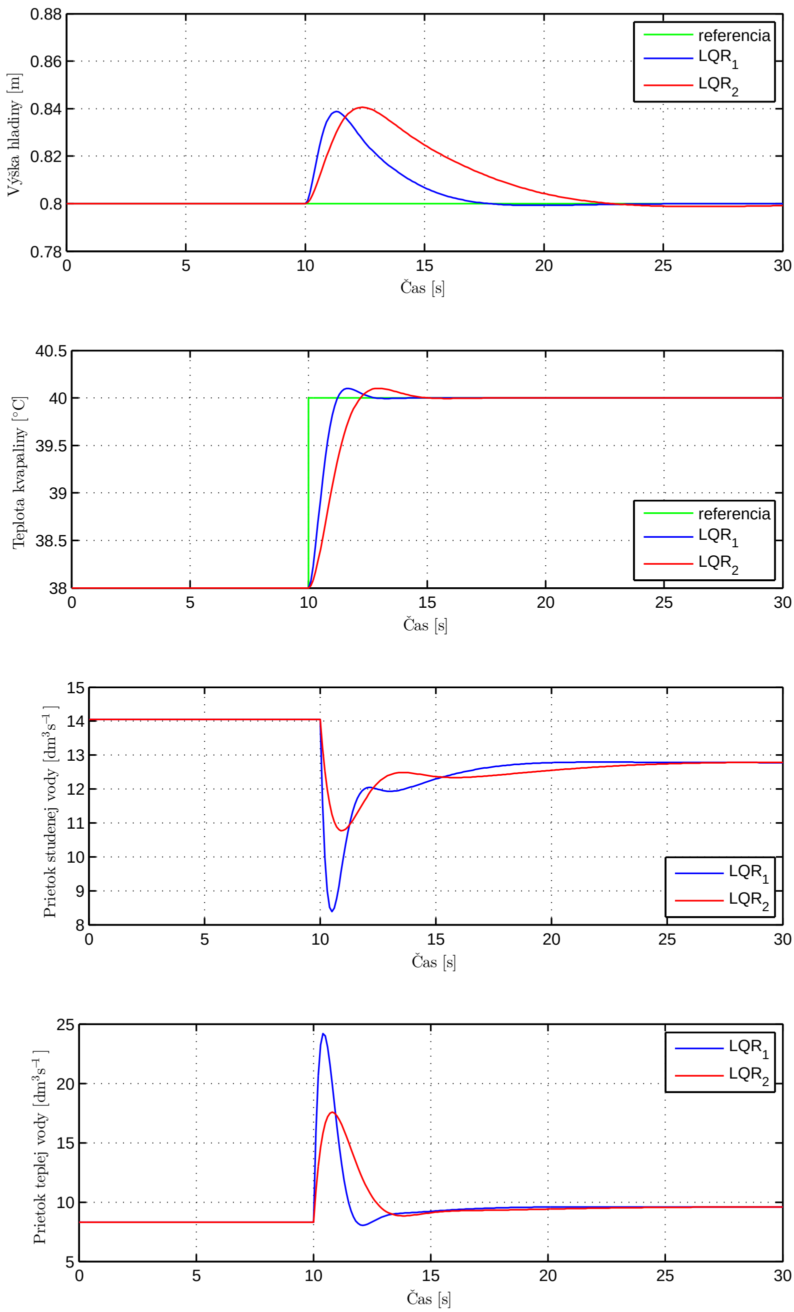
Následne sme riadili proces tak, že sme vykonali skokovú zmenu na teplote kvapaliny v zmiešavači z 38 °C na 42 °C a výšku hladiny sme uvažovali konštantnú. Váhové matice, ako aj matice stavového opisu majú rovnaké hodnoty ako v predchádzajúcom prípade. Grafická simulácia je zobrazená na Obr. 4.5.

Z uvedených simulácií môžeme konštatovať, že druhý LQR regulátor je lepší, pretože nevykazuje veľké prekmity na riadiacich vstupoch a zároveň na riadených výstupoch, keď sa mení referencia na výške alebo na teplote. Ďalej si môžeme všimnúť, že systém ureguluje v neskoršom čase, ako prvý regulátor. Čo sa týka prvého LQR regulátora, ten by sme si mohli dovoliť použiť len v takom prípade, ak by sme mali dostatočnú rezervu na prítok v potrubí. Ako môžeme vidieť, uriadi nám proces rýchlejšie, ale za cenu vyššieho prekmitu (resp. podkmitu) pri akčných zásahoch, ktoré predstavujú prietoky teplej a studenej vody.

Z uvedeného vyplýva, že zvýšením hodnoty váhovej matice $\tilde{Q}$ dochádza k celkovému zrýchleniu dynamiky regulačného pochodu, ako sme sa mohli presvedčiť aj na vykonaných grafických simuláciách.



Obr. 4.4: Riadenie procesu pomcou LQR regulátorov so skokovou zmenou výšky hladiny pri konštnatnej teplote



Obr. 4.5: Riadenie procesu pomcou LQR regulátorov so skovovou zmenou na teplote kvapaliny pri konštantnej výške hladiny

Kapitola 5

Autonómne riadenie - Decoupling control

Cieľom tejto kapitoly je navrhnúť dynamické autonómne riadenie pre náš MIMO systém tak, aby na jeden vstup reagoval iba jeden výstup. Návrh uskutočníme pomocou SISO regulátorov, ktoré sú zastúpené PID regulátormi. V našom prípade budeme riadiť nelineárny systém.

5.1 Teória autonómneho riadenia

Na to, aby nejaký systém bol autonómne riadený požadujeme, aby jeho požadovaná prenosová funkcia bola diagonálna. Ak budú mimo diagonálne prvky nulové, tak máme zabezpečené autonómne riadenie. Toto riadenie najčastejšie realizujeme tak, že pred riadený proces zavádzame predkompenzátor. Jeho úlohou je riadiace vstupy zmiešať tak, aby na výstupe prvý vstup ovplyvňoval prvý výstup, druhý vstup ovplyvňoval druhý výstup, atď.

Uvažujme systém, ktorý má 2 vstupy a 2 výstupy. Prenosová funkcia má tvar:

$$y = Gu \tag{5.1}$$

Potom platí:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \tag{5.2}$$

Čo sa následné dá vyjadriť ako:

$$y_1 = G_{11}u_1 + G_{12}u_2 \tag{5.3a}$$

$$y_2 = G_{21}u_1 + G_{22}u_2 \tag{5.3b}$$

Autonómne riadenie bude zabezpečené vtedy, keď mimo diagonálne prvky G_{12} a G_{21} budú nulové.

Po zavedení predkompenzátora riadený proces bude mať tvar:

$$y = Gu = GTv \tag{5.4}$$

ako to jasne vyplýva z Obr. 5.1. Teda požadujeme navrhnúť takú kompezačnú maticu T, aby prenosová funkcia GT bola diagonálna.

5.2 Dynamické autonómne riadenie

Úlohou dynamického autonómneho riadenia oproti statickému riadeniu, kedy predkompenzačná matica T mala tvar konštánt, je navrhnúť takú predkompenzačnú maticu T, ktorá bude predstavovať maticu prenosov. [7, 8]

Pre uvažovaný systém s dvoma vstupmi a dvoma výstupmi bude platiť pre proces:

$$G(s) = \begin{pmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{pmatrix} \tag{5.5}$$

Pre predkompenzátor bude platiť:

$$T(s) = \begin{pmatrix} T_{11}(s) & T_{12}(s) \\ T_{21}(s) & T_{22}(s) \end{pmatrix} \tag{5.6}$$

Uvažujeme prenosovú funkciu (5.4), z ktorej si vyjadríme u:

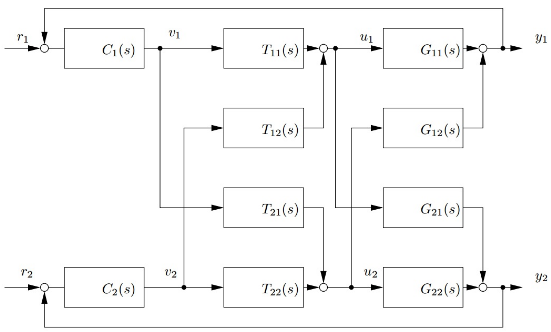
$$u = Tv \tag{5.7}$$

Po dosadení (5.7) do (5.3a) a (5.3b) bude platiť nasledovné:

$$u_1 = T_{11}v_1 + T_{12}v_2 \tag{5.8a}$$

$$u_2 = T_{21}v_1 + T_{22}v_2 \tag{5.8b}$$

Rovnice (5.3a), (5.3b), (5.8a), (5.8b) môžeme schematicky znázorniť ako na Obr. 5.1



Obr. 5.1: Schematické znázornenie ideálneho autonómneho riadenia s predkompenzátorom

Ak budú navrhnuté predkompenzátory správne, potom budeme môcť mať dva jednorozmerové regulátory, z ktorých každý by mal ovplyvňovať len jeden výstup.

5.2.1 Návrh predkompenzátorov

Chceme, aby náš "zdanlivý"proces GT sa rovnal $\overline{G}$, kde $\overline{G}$ je diagonálna matica

$$GT = \overline{G} = \begin{pmatrix} \overline{G}_{11} & 0 \\ 0 & \overline{G}_{22} \end{pmatrix} \tag{5.9}$$

pričom $\overline{G}_{11}$ sa rovná G_{11} a $\overline{G}_{22}$ sa rovná G_{22}.

Pre výpočet predkompenzátora T platí:

$$T = G^{-1}\overline{G} = \frac{1}{G_{11}G_{22} - G_{12}G_{21}} \begin{pmatrix} G_{22}\overline{G}_{11} & -G_{12}\overline{G}_{22} \\ -G_{21}\overline{G}_{11} & G_{11}\overline{G}_{22} \end{pmatrix} \tag{5.10}$$

5.3 Implementácia autonómneho riadenia na technologický proces

V tejto časti sa budeme opierať o teoretické poznatky, ktoré boli vysvetlené vyššie.

Na to, aby sme mohli navrhnúť regulátor, ktorý bude autonómne riadiť náš proces, si potrebujeme zistiť prenosové funkcie jednotlivých regulátorov a predkompenzátorov, ktoré sú zobrazené na Obr. 5.1.

Náš systém pozostáva taktiež z dvoch vstupov a dvoch výstupov. Potom prenosová funkcia pre náš systém má tvar podľa rovnice 5.2:

$$\begin{bmatrix} h(s) \\ \vartheta(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_k(s) \\ q_v(s) \end{bmatrix} \tag{5.11}$$

$$h(s) = G_{11}q_k(s) + G_{12}q_v(s) \tag{5.12a}$$

$$\vartheta(s) = G_{21}q_k(s) + G_{22}qv(s) \tag{5.12b}$$

Na odvodenie prechodovej funkcie medzi prvým vstupom, čo u nás predstavuje prúd studenej vody a oboma výstupmi, použijeme pre jednoduchosť príkaz v MATLAB-e:

```
» [n,d] = ss2tf(A,B,C,D,1)
```

z ktorého získame prenosovú funkciu prenosov:

$$G_{11} = \frac{5s + 0,6988}{s^2 + 0,2096s + 0,009766} \tag{5.13a}$$

$$G_{21} = \frac{-81,25s - 5,678}{s^2 + 0,2096s + 0,009766} \tag{5.13b}$$

Podobne odvodíme prechodovú funkciu medzi druhým vstupom, čo u nás predstavuje prúd teplej vody a oboma výstupmi. Použijeme príkaz v MATLAB-e:

```
» [n,d] = ss2tf(A,B,C,D,2)
```

z ktorého získame prenosovú funkciu prenosov:

$$G_{12} = \frac{5s + 0,6988}{s^2 + 0,2096s + 0,009766} \tag{5.14a}$$

$$G_{22} = \frac{137,5s + 9,608}{s^2 + 0,2096s + 0,009766} \tag{5.14b}$$

Ďalej potrebujeme odvodiť prenosové funkcie predkompenzátorov, a to nasledovne:

$$T_{11} = G^{-1}\overline{G} = \frac{1}{G_{11}G_{22} - G_{12}G_{21}}\left(G_{22}\overline{G}_{11}\right) = 0,6286 \tag{5.15a}$$

$$T_{22} = G^{-1}\overline{G} = \frac{1}{G_{11}G_{22} - G_{12}G_{21}}\left(G_{11}\overline{G}_{22}\right) = 0,6286 \tag{5.15b}$$

$$T_{12} = G^{-1}\overline{G} = \frac{1}{G_{11}G_{22} - G_{12}G_{21}}\left(G_{21}\overline{G}_{11}\right) = 0,3714 \tag{5.15c}$$

$$T_{21} = G^{-1}\overline{G} = \frac{1}{G_{11}G_{22} - G_{12}G_{21}}\left(G_{12}\overline{G}_{22}\right) = -0,6286 \tag{5.15d}$$

Teraz, keď už máme odvodené všetky prenosy a predkompenzátory, môžeme navrhnúť také PI regulátory, ktoré budú riadiť systém na základe nami zvolených požiadaviek.

V našom prípade budeme navrhovať 2 PI regulátory, ako to vyplýva z uvedenej schémy na Obr. 5.1 v nasledovnom tvare

$$C(s) = P\left(1 + I\frac{1}{s}\right) \tag{5.16}$$

Náš riadený proces pozostáva z dvoch PI regulátorov, a to $C_1(s)$ a $C_2(s)$. Prvý regulátor ($C_1(s)$) navrhnutý s parametrami P_1 a I_1 je regulátor výšky hladiny a druhý regulátor ($C_2(s)$) navrhnutý s parametrami P_2 a I_2 je regulátor teploty.

Ako prvý prípad návrhu PI regulátorov si opíšeme situáciu, ktorá je odsimulovaná na Obr. 5.2. Uvažujme teda situáciu, kedy budeme robiť skokovú zmenu na riadenej veličine, konkrétne na výške hladiny, a to z hodnoty 0,8 m na hodnotu 1 m. Teplotu kvapaliny však uvažujeme konštantnú počas celého priebehu riadenia, a teda zostáva na hodnote 38 °C bez zmeny. Parametre regulátorov pre prvé riadenie sme nastavili nasledovne:

$P_{1,1}$	$P_{1,2}$	$I_{1,1}$ [s]	$I_{1,2}$ [s]
0,05	0,05	0,05	0,05

Parametre regulátorov pre druhé riadenie sme nastavili nasledovne:

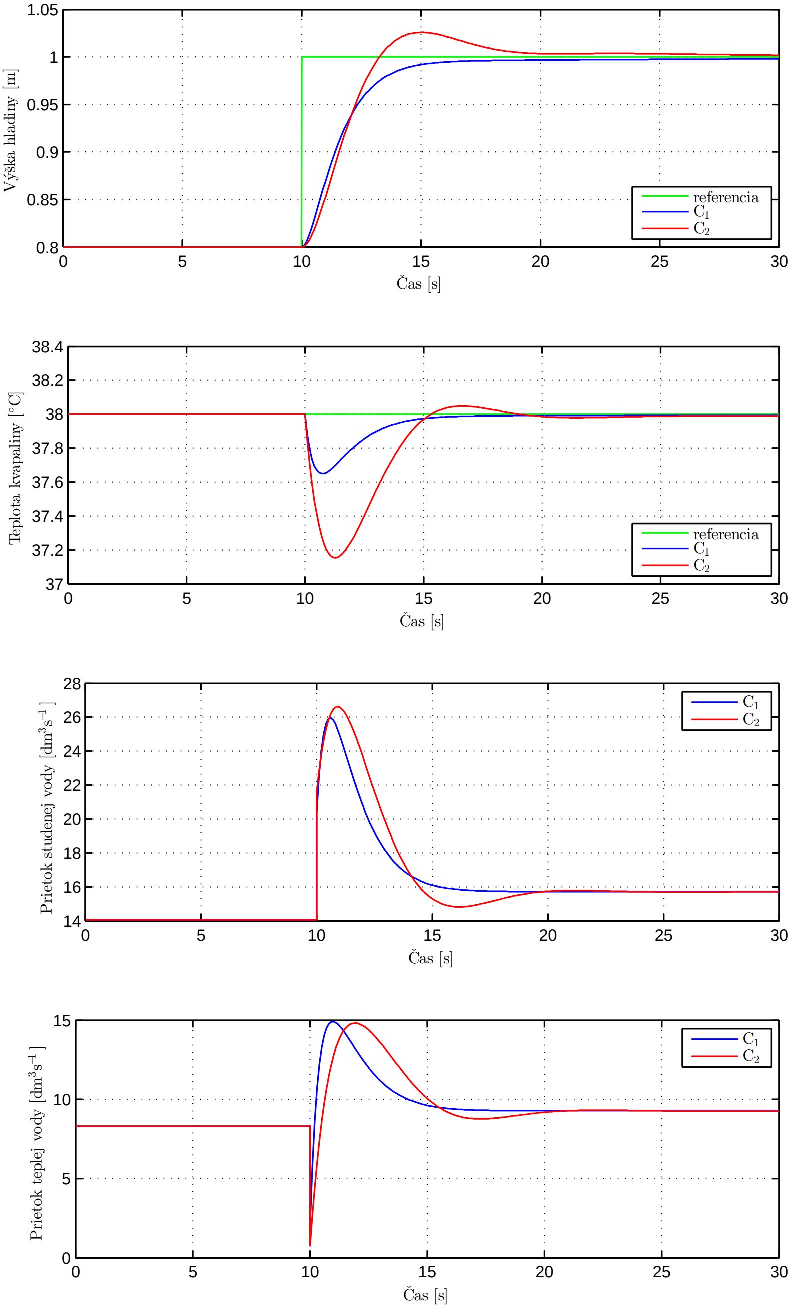
$P_{2,1}$	$P_{2,2}$	$I_{2,1}$ [s]	$I_{2,2}$ [s]
0,06	0,02	0,1	0,05

Regulátory sme nastavili tak, aby nedošlo k záporným hodnotám na akčných zásahoch kvôli fyzikálnej realizovateľnosti, a aby bol regulačný pochod stále čo najrýchlejší. Z grafickej simulácie nám jasne vyplýva, že regulátory navrhnuté pre obe riadenia vykazujú celkom prijateľné výsledky. Čo sa týka výšky hladiny, tak môžeme konštatovať, že obe riadenia dosiahnu stabilnú požadovanú výšku hladiny takmer v rovnakom čase. Vplyv na teplotu je tu zrejmý. Prvé nastavenie regulátorov nevykazuje taký veľký podkmit, ako nastavenie regulátorov pre druhé riadenie. Čo sa týka akčných zásahov, tak môžeme vidieť, že oba prietoky sa držia nad nulou a zároveň nevykazujú veľké prekmity (podmikty) počas riadenia.

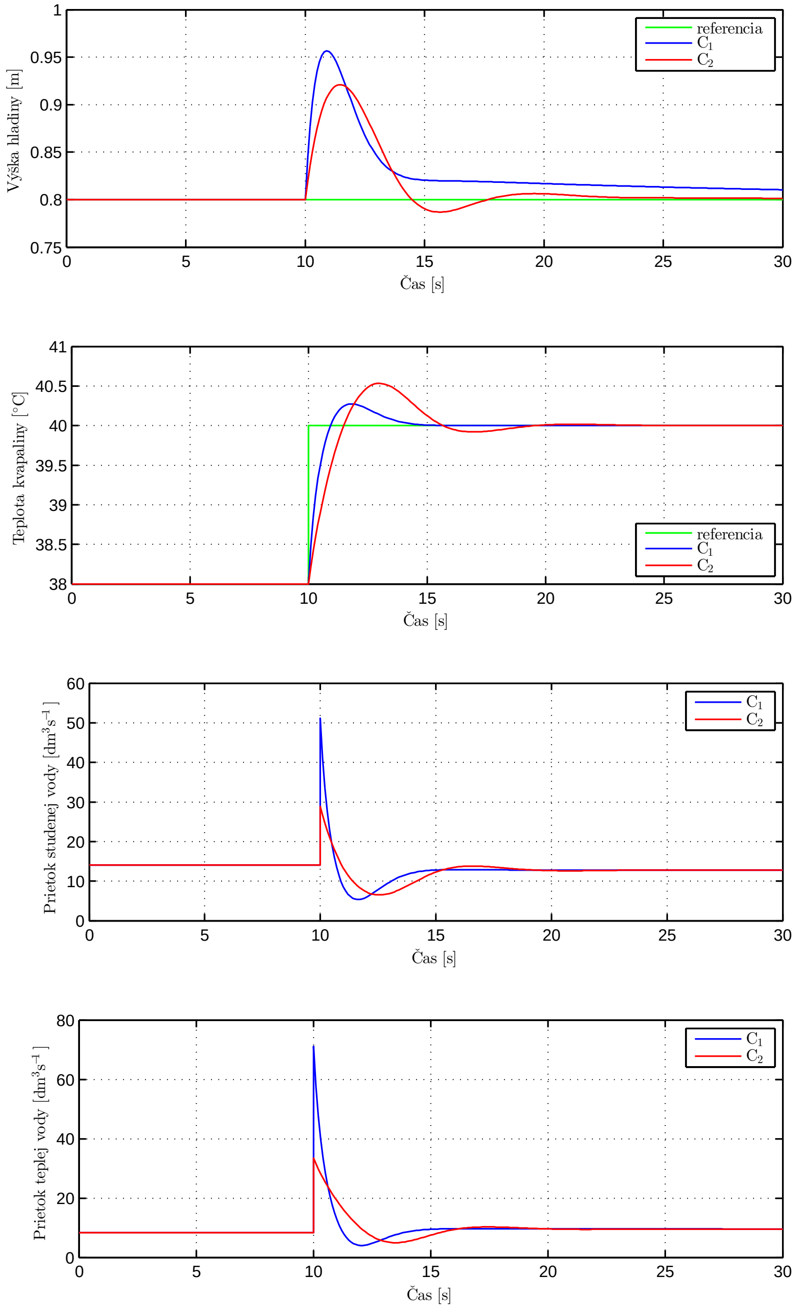
Ako druhý prípad návrhu PI regulátorov si opíšeme situáciu, ktorá je odsimulovaná na Obr. 5.3. V tomto prípade uvažujeme situáciu, kedy výšku hladiny nechávame počas riadenia konštantú, a teda zostáva na hodnote 0,8 m bez zmeny. Vykonali sme skokovú zmenu na teplote a to z hodnoty 38 °C na hodnotu 40 °C. Nastavenie parametrov regulátorov pre jednotlivé riadenia sme ponechali také isté ako v predchádzajúcom prípade.

Ako vyplýva zo simulácie, môžeme tvrdiť, že nastavenie parametrov regulátorov pre druhé riadenie je výrazne prospešnejšie a efektívnejšie ako prvé riadenie. Pri riadení výšky hladiny druhé riadenie nevykazuje veľký prekmit a takisto môžeme tvrdiť, že rýchlejšie ureguluje náš proces ako prvé riadenie. Ďalej si môžeme všimnúť, že prekmity na akčných zásahoch sú výraznejšie malé oproti prvému riadeniu. Regulátory pre prvé riadenie sa správajú agresívnejšie na akčné zásahy.

Môžeme teda vysloviť záver, že nastavenie regulátorov pre druhé riadenie je efektívnejšie pre riadenie nášho technologického zariadenia.



Obr. 5.2: Riadenie procesu pomocou PI regulátorov so zmenou výšky hladiny kvapaliny na výstupe, zatiaľ čo teplota sa zachováva konštantná



Obr. 5.3: Riadenie procesu pomocou PI regulátorov so zmenou teploty kvapaliny na výstupe, zatiaľ čo výška hladiny sa zachováva konštantná

Kapitola 6

Porovnanie LQ a autonómneho riadenia

Cieľom tejto kapitoly je porovnať LQ riadenie s autonómnym riadením a následne vyhodnotiť efektívnejší návrh riadenia nášho chemickotechnologického procesu.

PID regulátory predstavujú konvenčný spôsob riadenia procesov, teda sa používajú všade a sú ľahko navrhovateľné, zatiaľ čo LQR regulátory su zložitejšie na implementáciu, a teda nie sú rozšírené v priemysle v takom množstve ako PID regulátory.

Za najlepší LQR regulátor navrhnutý v tejto práci môžeme považovať LQR regulátor, ktorý má nasledovné parametre váhových matíc:

Váhovú maticu $\tilde{Q}_2$ sme zvolili nasledovne:

$$\tilde{Q}_2 = \begin{bmatrix} 1,5625 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0001 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,0000 \end{bmatrix} \tag{6.1}$$

Váhovú maticu $\tilde{R}_2$ sme zvolili nasledovne:

$$\tilde{R}_2 = \begin{bmatrix} 7812,8 & 0 \\ 0 & 3906,4 \end{bmatrix} \tag{6.2}$$

Za najlepší PID regulátor môžeme považovať takú sadu dvoch regulátorov $C_1(s)$ a $C_2(s)$, ktorých parametre sú nasledovné:

$P_{2,1}$	$P_{2,2}$	$I_{2,1}$ [s]	$I_{2,2}$ [s]
0,06	0,02	0,1	0,05

Ako vyplýva zo simulácií na Obr. 4.4, 4.5, 5.2 a 5.3, v oboch prípadoch riadenia sme uvažovali skokovú zmenu jednej výstupnej veličiny, zatiaľ čo tá druhá zostala počas celého riadenia konštantná. Poďme si bližšie porovnať LQ riadenie a autonómne riadenie, keď sme vykonali skokovú zmenu na výške hladiny v zmiešavači a teplotu sme nechali konštantnú.

Môžeme vidieť zo simulácií, že v prípade LQ riadenia s použitím LQR regulátorov sme dosiahli oveľa menší prekmit na teplote oproti autonómnemu riadeniu. Maximálny podkmit pri riadení procesu PID regulátorom na teplote dosahuje hodnotu (v absolútnej hodnote) približne $\delta_{\min} = 0{,}9$°C, zatiaľ čo maximálny prekmit v prípade použitia LQR regulátora je to približne $\delta_{\max} = 0{,}005$°C, čo je na jednej strane prakticky nemerateľná hodnota teploty, a na druhej strane je v podstate zanedbateľná.

Čo sa týka maximálneho prekmitu na prietoku studenej vody, tak z grafov môžeme vidieť, že v prípade LQR regulátora dosahuje maximálny prekmit na prietoku studenej vody hodnotu približne $\delta_{\max} = 4\ \mathrm{dm^3s^{-1}}$, zatiaľ čo pri PID regulátoroch dosahuje maximálny prekmit na prietoku studenej vody hodnotu približne $\delta_{\max} = 13\ \mathrm{dm^3s^{-1}}$, čo predstavuje takmer dvojnásobok pôvodného ustáleného stavu prietoku na vstupe.

Podobnú situáciu môžeme vidieť aj v prípade prietoku teplej vody. V prípade LQR regulátora dosahuje maximálny prekmit na prietoku teplej vody hodnotu približne $\delta_{\max} = 2\ \mathrm{dm^3s^{-1}}$, zatiaľ čo pri PID regulátoroch dosahuje maximálny prekmit prietoku teplej vody hodnotu približne $\delta_{\max} = 6\ \mathrm{dm^3s^{-1}}$. V prípade použitia PID regulátora môžeme pozorovať aj hlboký podkmit na prietoku teplej vody, zatiaľ čo v prípade použitia LQR regulátora žiadny podkmit nenastal.

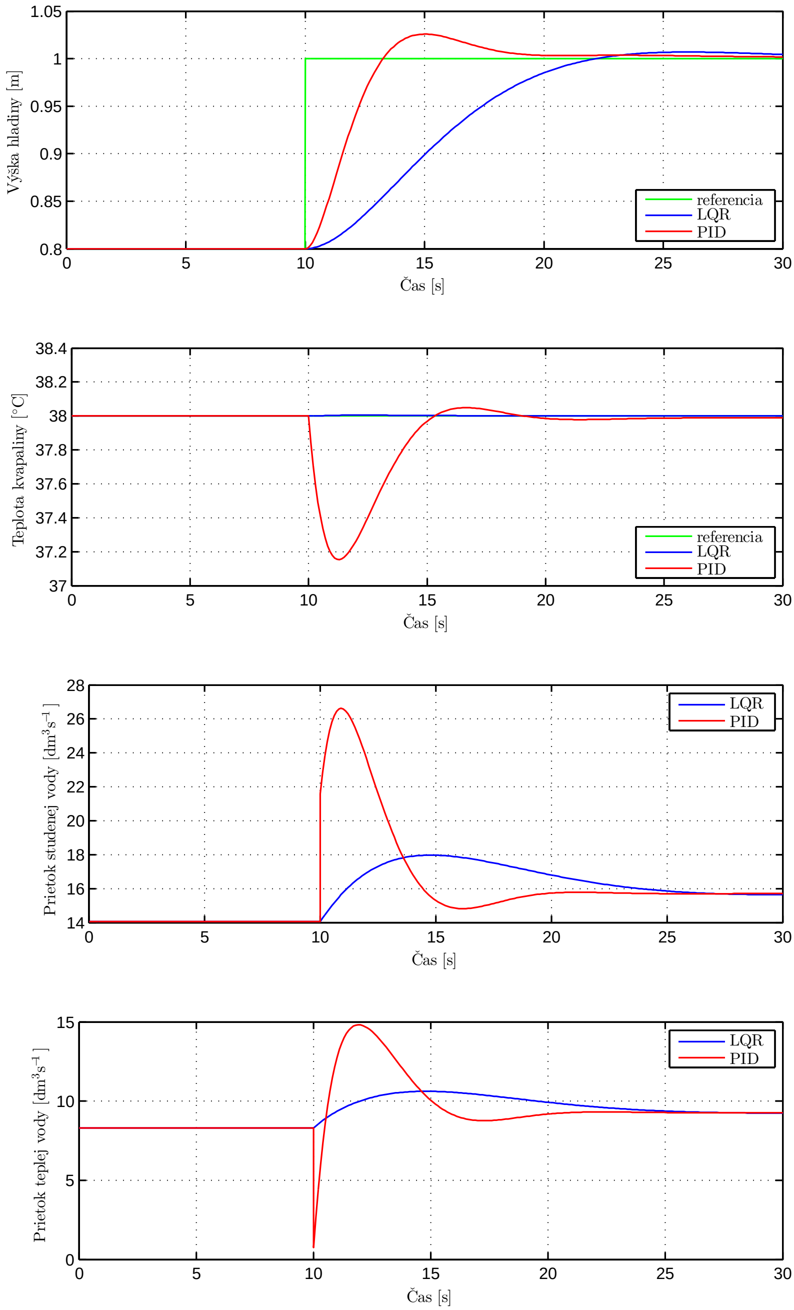
Teraz sa pozrime na situáciu, kedy sme systém riadili tak, že sme nechali konštantnú výšku hladiny kvapaliny v zmiešavači a spravili sme skokovú zmenu na teplote.

Môžeme si všimnúť, že pri použití LQR regulátorov dosahujeme menší prekmit na výške hladiny a to približne na hodnote $\delta_{\max} = 0{,}04$ m, zatiaľ čo pri PID regulátoroch dosahujeme prekmit na výške približne $\delta_{\max} = 0{,}12$ m.

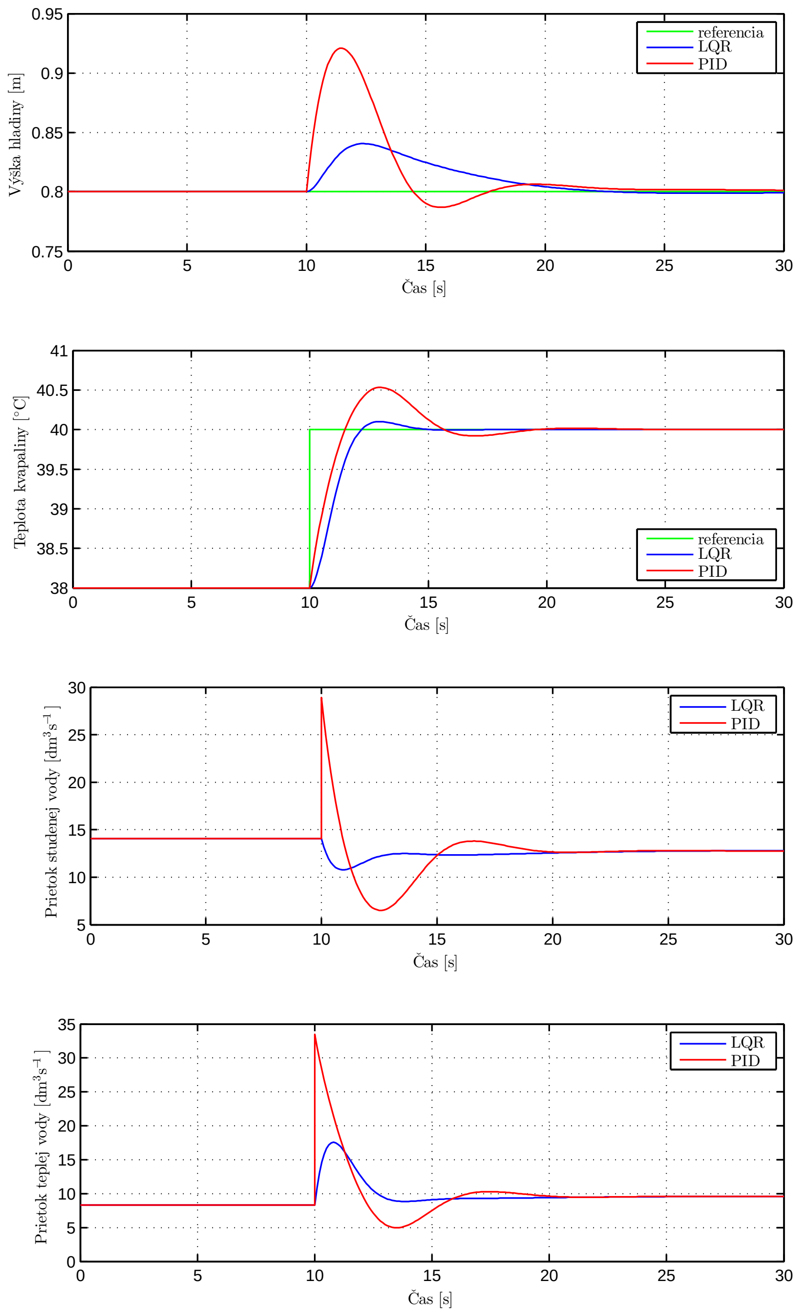
Čo sa týka akčných zásahov, tak opäť môžeme pozorovať väčší prekmit v prípade PID regulátorov pri oboch prietokoch. V prípade použitia PID regulátora môžeme pozorovať prekmit na prietoku studenej vody, ktorého hodnota je približne $\delta_{\max} = 15$ dm^{3}s^{-1}, zatiaľ čo pri LQR regulátoroch dosahuje podkmit (v absolútnej hodnote) $\delta_{\min} = 4$ dm^{3}s^{-1}. Na prietoku teplej vody dosahujeme maximálny prekmit pri použití LQR regulátorov s hodnotou približne $\delta_{\max} = 8$ dm^{3}s^{-1}, zatiaľ čo pri použití PID regulátorov dosahujeme prekmit s hodnotou približne $\delta_{\max} = 25$ dm^{3}s^{-1} Opäť môžeme vidieť, že pri použití PID regulátora okrem maximálneho prekmitu pozorujeme aj podkmit, zatiaľ čo pri LQR regulátoroch podkmit nebadáme.

Na základe vykonaného porovnania môžeme vyvodiť záver, že LQR riadenie je výrazne lepšie a efektívnejšie pre riadenie nášho technologického zariadenia.

Grafické porovnanie najlepšieho PID regulátora a najlepšieho LQR regulátora pri zmenách najprv na výške, potom na teplote, môžeme vidieť na Obr. 6.1 a 6.2.



Obr. 6.1: Riadenie procesu pomocou najlepšieho PI regulátora a najlepšieho LQR regulátora so zmenou výšky hladiny kvapaliny na výstupe, zatiaľ čo teplota sa zachováva konštantná



Obr. 6.2: Riadenie procesu pomocou najlepšieho PI regulátora a najlepšieho LQR regulátora so zmenou teploty kvapaliny na výstupe, zatiaľ čo výška hladiny sa zachováva konštantná

Kapitola 7

Záver

V tejto bakalárskej práci sme uvažovali technologický proces reprezentovaný zmiešavacou nádobou. Na základe materiálových bilancií procesu sme odvodili nelineárny a linearizovaný dynamický matematický model procesu. Zo simulácií jasne vyplýva, že linearizovaný model v porovnaní s nelineárnym modelom je zrejme horšou alternatívou pre konkrétny technologický proces, ale umožňuje použitie jednoduchších a dobre vyvinutých metód syntézy riadenia. Oba systémy sme následne implementovali do SIMULINKu, v ktorom sme postupne upravovali požiadavky na systém a môžeme konštatovať fakt, že čím viac sme sa vzďaľovali od operačného bodu, tým väčší rozdiel medzi nelineárnym a linearzovaným modelom nastal.

Následne sme navrhli optimálny stavový LQR regulátor, ktorý sa svojim správaním prejavoval ako "P"regulátor. Cieľom návrhu takéhoto regulátora bolo minimalizovať kvadratické kritérium, zabezpečiť stabilitu spätnoväzbového systému a sledovanie žiadanej (referenčnej) veličiny. Takto navrhnutý regulátor však zanechával trvalú regulačnú odchýlku. V praxi sa často stretávame s prípadmi, kedy si technológia vyžaduje odstránenie trvalej regulačnej odchýlky. Túto sme odstránili zavedením integrátora. Ako môžeme vidieť na vykonaných simuláciách, trvalú regulačnú odchýlku sme odstránili.

Následne sme navrhli autonómne riadenie, ktorého cieľom bolo zabezpečiť to, aby nám jeden regulátor ovplyvňoval iba jeden výstup. Takéto riadenie sa nám podarilo uskutočniť, ale iba v prípade, keď sme riadili linearizovaný model. V tejto práci sme však demonštrovali príklady, kedy sme riadili nelineárny systém, preto môžeme v simuláciách vidieť fakt, že jeden regulátor nám ovplyvnil oba výstupy.

Na základe kvalitatívneho vyhodnotenia oboch prístupov riadenia môžeme tvrdiť, že LQ riadenie je výhodnejšie a efektívnejšie riešenie pre náš technologický proces, čo bolo aj cieľom dokázať v tejto bakalárskej práci.

PID regulátory sa najčastejšie používajú v praxi, pre svoju jednoduchosť a ľahkú nastaviteľnosť, no ako môžeme vidieť, pre MIMO systémy nie sú zrovna najvhodnejšie. LQR regulátory sú síce zložitejšie na implementáciu, no veľmi dobre si vedia poradiť s MIMO systémami a vedia zabezpečiť požadovanú kvalitu riadenia, ako sme sa mohli presvedčiť pri vykonaných simuláciách riadenia nášho chemickotechnologického procesu.

Literatúra

[1] M. Bakošová and M. Fikar. *Riadenie Procesov.* STU Press, 2008.

[2] J. Mikleš and M. Fikar. *Process Modelling, Identification, and Control I.* STU Press, Bratislava, Slovakia, 2000. 192 pp.

[3] S. Skogestad and I. Postlethwaite. *Multivariable Feedback Control: Analysis And Design.* John Wiley, 2005.

[4] E. Hendricks, O Jannerup, and P. H. Sorenson. *Linear Systems Control: Deterministic and Stochastic Methods.* Springer-Verlag, 2008.

[5] J. Mikleš and M. Fikar. *Process Modelling, Identification, and Control II.* STU Press, Bratislava, Slovakia, 2004. 257 pp.

[6] B.D.O. Anderson and J.B. Moore. *Optimal control: linear quadratic methods.* Dover Publications, 2007.

[7] K.J. Åström and T. Hägglund. *Advanced PID Control.* ISA-The Instrumentation, Systems, and Automation Society, 2006.

[8] M.A. Johnson and M.H. Moradi. *PID Control: New Identification and Design Methods.* Probability and its applications. Springer, 2006.