SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE

Fakulta chemickej a potravinárskej technológie

Evidenčné číslo: FCHPT-5414-65832

Robustné prediktívne riadenie laboratórneho chemického reaktora

Diplomová práca

2018 **Bc. Linda Hanulová**

SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE

Fakulta chemickej a potravinárskej technológie

Evidenčné číslo: FCHPT-5414-65832

Robustné prediktívne riadenie laboratórneho chemického reaktora

Diplomová práca

Študijný program: automatizácia a informatizácia v chémii a potravinárstve
Študijný odbor: 5.2.14. automatizácia
Školiace pracovisko: Ústav informatizácie, automatizácie a matematiky
Vedúci záverečnej práce: Ing. Juraj Oravec, PhD.

Bratislava 2018 **Bc. Linda Hanulová**

Slovenská technická univerzita v Bratislave
Ústav informatizácie, automatizácie a matematiky

Fakulta chemickej a potravinárskej technológie
Akademický rok: 2017/2018
Evidenčné číslo: FCHPT-5414-65832

ZADANIE DIPLOMOVEJ PRÁCE

Študentka: **Bc. Linda Hanulová**
ID študenta: 65832
Študijný program: automatizácia a informatizácia v chémii a potravinárstve
Študijný odbor: 5.2.14. automatizácia
Vedúci práce: Ing. Juraj Oravec, PhD.
Miesto vypracovania: Oddelenie informatizácie a riadenia procesov

Názov práce: **Robustné prediktívne riadenie laboratórneho chemického reaktora**

Jazyk, v ktorom sa práca vypracuje: slovenský jazyk

Špecifikácia zadania:

Cieľom diplomovej práce je navrhnúť a implementovať robustné prediktívne riadenie pre laboratórny chemický reaktor. Robustné prediktívne riadenie zohľadní možnosť riadiť pH reakčnej zmesi na výstupe s ohľadom na meniaci sa prietok kyseliny aj zásady. Pri návrhu mnohorozmerového riadenia sa navrhnú možnosti zvýšenia kvality riadenia s ohľadom na nelineárne a nesymetrické správanie sa chemického reaktora.

Rozsah práce: 60

Zoznam odbornej literatúry:

1. Mikleš, J. – Fikar, M. *Process Modelling, Identification, and Control.* Berlin Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg New York, 2007. 480 s. ISBN 978-3-540-71969-4.
2. Bakošová, M. – Fikar, M. *Riadenie procesov.* 2008. 1 s. ISBN 978-80-227-2841-6.
3. Veselý, V. – Harsányi, L. *Robustné riadenie dynamických systémov.* Bratislava : STU v Bratislave, 2008. 126 s. ISBN 978-80-227-2801-0.

Riešenie zadania práce od: 12. 02. 2018
Dátum odovzdania práce: 13. 05. 2018

Bc. Linda Hanulová
študentka

prof. Ing. Miroslav Fikar, DrSc.
vedúci pracoviska

prof. Ing. Miroslav Fikar, DrSc.
garant študijného programu

Ďakujem Ing. Jurajovi Oravcovi, PhD. za jeho ochotu, trpezlivosť a čas, všetky cenné rady, pripomienky a odborné vedenie pri písaní a koordinácií mojej diplomovej práce.

Bc. Linda Hanulová
Bratislava, 2018

Abstrakt

Táto diplomová práca sa zaoberá návrhom pokročilého robustného riadenia pre laboratórny chemický reaktor, v ktorom prebiehal proces neutralizácie kyseliny octovej a hydroxidu sodného. Riadenou veličinou je pH roztoku na výstupe z reaktora a riadiacimi veličinami sú objemové prietoky kyseliny a zásady na vstupe do reaktora. Najskôr sa získal matematický model prietokového chemického reaktora s miešaním reakčnej zmesi. Pre potreby návrhu robustného prediktívneho riadenia sa identifikoval neurčitý systém s intervalovými neurčitosťami. Neurčitý systém sa identifikoval pre obidva čerpadlá zvlášť. Následne sa tieto dva modely použili na návrh mnohorozmerového riadenia chemického reaktora pomocou robustného prediktívneho riadenia. Aby sa zabezpečilo odstránenie trvalej regulačnej odchýlky, navrhlo sa riadenie s integračnou zložkou. Pre potreby implementácie mnohorozmerového riadenia sa do systému pridal odhad stavov. Pre zvolené váhové koeficienty mnohorozmerového MPC regulátora je analyzovaná kvalita riadenia pre úlohu sledovania žiadanej veličiny v rozsahu hodnôt pH od 6 do 8. Kvalitu riadenia sa zlepšila kompenzovaním nesymetrického správania sa reaktora pomocou funkcie na dynamický výpočet koeficientov váhových matíc regulátora v závislosti od meniacej sa hodnoty regulačnej odchýlky.

Kľúčové slová:

Chemický reaktor, identifikácia, odhad stavov, robustné prediktívne riadenie.

Abstract

This master thesis is focused on the advanced robust model predictive control design for a laboratory chemical reactor. The neutralization takes place in the reaction vessel, where the solution of acetic acid reacts with the sodium hydroxide solution. The controlled variable was the pH value of the outlet solution. The control inputs are the voltage of the pumps feeding reactor vessel with the acid and base solutions. First, the mathematical model of the chemical reactor is obtained. As the chemical reactor has the complex non-linear and asymmetric behaviour, the model is identified based on the set of the measured step responses. The model is in the form of the transfer function with interval uncertainties. Next, the robust model predictive is designed. The integral action is implemented to remove the steady-state error. The robust model predictive control is tuned to optimize the control performance of the reference tracking problem for the pH values within the interval 6–8. The control performance is improved by compensating the asymmetric behaviour of the reactor using the time-varying weighting matrices of the controller design. The coefficients of the weighting matrices are evaluated as the functions of the current value of the control error.

Keywords:

Chemical reactor; identification; state observer; robust model predictive control.

Obsah

Zoznam symbolov

A	matica stavov
$\tilde{A}$	matica stavov rozšíreného stavového opisu
B	matica vstupov
$\tilde{B}$	matica vstupov rozšíreného stavového opisu
C	matica výstupov
$\tilde{C}$	matica výstupov rozšíreného stavového opisu
D	dopravné oneskorenie systému
e	regulačná odchýlka
$E(s)$	regulačná odchýlka v Laplaceovej oblasti
F	matica zosilnení stavového regulátora
$G(s)$	prenos
J	účelová funkcia
k	riadiaci krok
k_{a}	disociačná konštanta kyseliny
k_{w}	disociačná konštanta vody

L	matica pozorovateľa stavov
M	Hermitova matica
n	rád systému
N	predikčný horizont
P	Ljapunovova matica
Q	váhová matica stavov systému
Q_{i}	váhová matica integračnej zložky regulátora
Q_{o}	váhová matica pozorovateľa stavov
Q_{p}	váhová matica proporcionálnej zložky regulátora
Q_{u}	váhová matica akčných zásahov v účelovej funkcii
R_{o}	váhová matica pozorovateľa stavov
s	Laplaceov operátor
t	čas
T	časová konštanta systému
u	akčný zásah regulátora
u_{min}	minimálne obmedzenia hodnôt akčných zásahov
u_{max}	maximálne obmedzenia hodnôt akčných zásahov
$\mathcal{U}$	množina obmedzení akčných zásahov
V	Ljapunovova funkcia
x	stavové veličiny systému
X	inverzná Ljapunova matica
$\hat{x}$	odhadnuté stavy systému
y	výstupná veličina systému

$\hat{y}$	odhadnutý výstup systému
$y_{\min}$	minimálne obmedzenia hodnôt výstupu systému
$y_{\max}$	maximálne obmedzenia hodnôt výstupu systému
Y	pomocná matica ladenia regulátora
$\mathcal{Y}$	množina obmedzení výstupov systému
Z	zosilenie systému

Grécke symboly

γ	váha inverzie Ljapunovej funkcie
ε	tolerancia

Zoznam skratiek

ISE	integrál kvadrátu regulačnej odchýlky
LQ	lineárne-kvadratické optimálne riadenie
LMI	lineárne maticové nerovnosti
MPC	model predictive control
SDP	semidefinitné programovanie
URO	uzavretý regulačný obvod

Zoznam obrázkov

Zoznam tabuliek

Úvod

Priemysel patrí k najvýznamnejším zložkám hrubého domáceho produktu väčšiny krajín. V súčasnej dobe sa s priemyselnou produkciou stále intenzívnejšie spájajú aj jeho environmentálne aspekty. Preto kľúčovou úlohou udržateľnej priemyselnej produkcie už nie je len kvalita výsledného produktu, ale aj minimalizácia negatívnych dopadov na životné prostredie.

Dlhodobo patrí k najdôležitejším odvetviam priemyslu práve chemický a potravinársky priemysel. Chemické reaktory patria k najrozšírenejším procesom chemického, potravinárskeho, petrochemického a farmaceutického priemyslu. V chemickom reaktore dochádza k zmene surovín, reaktantov, na produkt pomocou chemickej reakcie. Každá chemická reakcia je spojená s uvoľňovaním alebo so spotrebovaním energie z okolia a preto sa jedná o riadenie komplikovaných zariadení s potenciálnymi bezpečnostnými rizikami. Ďalšími nezanedbateľnými aspektami sú celková efektivita riadenia, kvalita produkcie, spotreba energetických zdrojov, ako aj minimalizácia negatívnych dopadov na životné prostredie. Preto má veľký význam študovať možnosti riadenia chemických reaktorov.

Prediktívne riadenie založené na modeli, skrátene MPC (angl.: *Model Predictive Control*), predstavuje pokročilú metódu riadenia, ktorá v súčasnosti nachádza široké uplatenie nielen v chemickom a petrochemickom priemysle, ale aj v iných odvetviach priemyslu. MPC riadenie je založené na predikcii budúceho správania riadeného procesu, pričom zohľadňuje jednotlivé ohraničenia a tým zabezpečuje vysokú kvalitu riadenia.

Cieľom mojej diplomovej práce je návrh mnohorozmerového robustného prediktívneho riadenia pre proces neutralizácie roztokov kyseliny octovej a hydroxidu sodného. Riadenou veličinou je hodnota pH reakčnej zmesi a riadiacimi veličinami sú hodnoty napätia na čerpadlách zabezpečujúcich prítok kyseliny a zásady do reaktora. Pred návrhom robustného prediktívneho riadenia sa v práci najskôr venujem identifikácii systému s intervalovými neurčitosťami. Keďže hlavným cieľom práce je navrhnúť riadenie pre úlohu sledovania žiadanej veličiny, je potrebné vhodne navrhnúť a implementovať do uzavretého regulačného obvodu odhad stavov a integračnú zložku. Nakoľko chemický reaktor predstavuje zložitý nelineárny a nesymetrický systém, navrhujem zvýšenie kvality pomocou dynamicky sa meniaceho riadenia s ohľadom na hodnotu regulačnej odchýlky. Výsledná kvalita riadenia je vyhodnotená pomocou viacerých kritérií kvality.

Kapitola 1

Teoretická časť

V teoretickej časti mojej práce sa zaoberám neutralizáciou slabej kyseliny octovej a silnej zásady – hydroxidu sodného. Uvedené sú základné vlastnosti oboch reaktantov, ich využitie, vzájomná neutralizačná reakcia a titračná krivka. Ďalej sa v práci zaoberám základnými pojmami a stručným úvodom do robustného prediktívneho riadenia založeného na modeli.

1.1 Kyselina octová

Kyselina octová (CH_3COOH) je organická zlúčenina známa najmä svojou kyslou chuťou a štipľavou vôňou (obr. 1.1). Vodný roztok kyseliny octovej sa v koncentrácií od 5% do 8% predáva pod názvom *ocot*. Kyselina octová je zároveň veľmi významná priemyselná organická zlúčenina, ktorá sa používa v laboratóriu aj v chemickom priemysle ako významné rozpúšťadlo pri príprave čistých chemických zlúčenín. Priamo ako chemická surovina slúži k výrobe veľkého množstva ďalších organických zlúčenín. Najvýznamnejším produktom je vinylacetát, ktorý následne slúži ako surovina (monomér) pre prípravu polyvinylacetátu. Taktiež sa používa ako tradičný prostriedok na okyslovanie a dochucovanie rôznych pokrmov, ale tiež ako

Obr. 1.1: Kyselina octová.

konzervant zabraňujúci rastu baktérií a kvasiniek. [8].

1.2 Hydroxid sodný

Hydroxid sodný (NaOH) je silná zásaditá anorganická zlúčenina (obr. 1.2). Staršie pomenovanie tejto zlúčeniny je napríklad *lúh sodný* alebo *kaustická soľ*. Je to silne hygroskopická, za normálnych podmienok biela pevná látka. Hoci hydroxid sodný nie je horľavá ani výbušná látka, dokáže spôsobiť poleptanie pokožky. Vo vodnom roztoku sa správa ako silná zásada. Hydroxid sodný sa musí uchovávať v hermeticky uzavretých nádobách, nakoľko pohlcuje oxid uhličitý zo vzduchu a tým vzniká uhličitan sodný. [8].

Vzájomnou neutralizačnou reakcou *kyseliny octovej* a *hydroxidu sodného*:

$$\mathrm{CH_3COOH + NaOH \rightarrow CH_3COO\ Na + H_2O} \tag{1.1}$$

vzniká octan sodný a voda.

Obr. 1.2: Hydroxid sodný.

1.3 Titračná krivka

Chemickú reakciu neutralizácie, ktorá prebieha v chemickom reaktore možno zapísať v tvare:

$$\mathrm{CH_3COOH + NaOH \rightarrow CH_3CH_2O\ Na + H_2O}. \tag{1.2}$$

Disociačná reakcia hydroxidu sodného a kyseliny octovej vo vode:

$$\mathrm{NaOH \rightarrow Na^+ + OH^-}, \tag{1.3}$$

$$\mathrm{HAc \rightarrow H^+ + Ac^-}. \tag{1.4}$$

Proces neutralizácie prebiehajúci v chemickom reaktore je možné matematicky opísať v tvare stavového systému:

$$V\frac{\mathrm{d}x_1(t)}{\mathrm{d}t} = F_1c_1 - (F_1+F_2)x_1(t), \quad x_1(0) = x_{1,0}, \tag{1.5}$$

$$V\frac{\mathrm{d}x_2(t)}{\mathrm{d}t} = F_2c_2 - (F_1+F_2)x_2(t), \quad x_2(0) = x_{2,0}, \tag{1.6}$$

kde stav x_1 je koncentrácia kyseliny octovej a x_2 predstavuje koncentráciu hydroxidu sodného a definované sú v tvare:

$$\begin{aligned} x_1 &= [\mathrm{HAc}] + [\mathrm{Ac}^-], \quad (1.7) \\ x_2 &= [\mathrm{Na}^+], \quad (1.8) \end{aligned}$$

Keďže výsledný produkt nemá elektrický náboj rovnako ako reaktanty, v nelineárnom modeli musíme tiež uvažovať totálnu elekto-neutralizačnú reakciu v tvare:

$$[\mathrm{Na}^+] + [\mathrm{H}^+] = [\mathrm{OH}^-] + [\mathrm{Ac}^-]. \quad (1.9)$$

Aby sme mohli z rovnice (1.12) vypočítať hodnotu koncentrácie $[\mathrm{H}^+]$, do elektroneutralizačnej rovnice sa zahrnú stavové veličiny $x_{1,2}$. Na to využijeme disociačnú konštantu vody k_w a disociačnú konštantu kyseliny octovej k_a:

$$\begin{aligned} k_\mathrm{w} &= [\mathrm{OH}^-][\mathrm{H}^+] = 10^{-14}, \quad (1.10) \\ k_\mathrm{a} &= \frac{[\mathrm{Ac}^-][\mathrm{H}^+]}{[\mathrm{HAc}]} = 10^{-5}. \quad (1.11) \end{aligned}$$

Na základe rovnice (1.7) platí:

$$[\mathrm{HAc}] = [\mathrm{Ac}^-] - x_1. \quad (1.12)$$

Tento výraz dosadíme do rovnice (1.11). Po úprave zlomkov dostaneme:

$$[\mathrm{Ac}^-] = \frac{x_1 k_a}{k_a + [\mathrm{H}^+]}. \quad (1.13)$$

Kombináciou rovníc (1.10) a (1.13) a subsutitúciou rovnovážnych koncentrácii v rovnici (1.12) dostaneme:

$$x_2 + [\mathrm{H}^+] = \frac{k_\mathrm{w}}{[\mathrm{H}^+]} + \frac{x_1 k_\mathrm{a}}{k_\mathrm{a} + [\mathrm{H}^+]}. \quad (1.14)$$

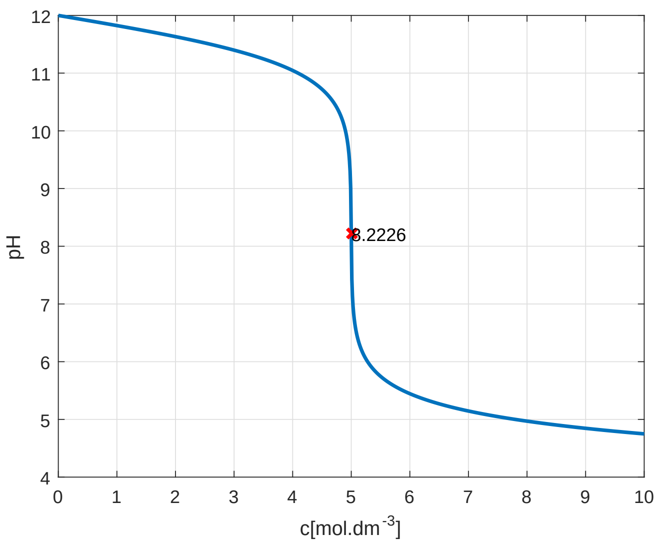
Rovnicu (1.14) prepíšeme do algebraickej rovnice v tvare polynómu tretieho rádu:

$$[\mathrm{H}^+]^3 + (x_2 + k_\mathrm{a})\,[\mathrm{H}^+]^2 + (x_2\,k_\mathrm{a} - x_1\,k_\mathrm{a})\,[\mathrm{H}^+] - k_\mathrm{w}\,k_\mathrm{a} = 0 \tag{1.15}$$

Výsledný nelineárny model pH neutralizačného procesu je potom opísaný dvoma diferenciálnymi rovnicami (1.5), (1.6) a jednou algebraickou rovnicou (1.15). Hodnota pH sa počíta podľa definičného vzťahu:

$$\mathrm{pH} = -\log_{10}\left([\mathrm{H}^+]\right). \tag{1.16}$$

Analyticky získaná titračná krivka pre proces neutralizácie je na Obr. 1.3 so zvýrazneným bodom ekvivalencie pH = 8,2226.



Obr. 1.3: Titračná krivka neutralizácie zásaditého roztoku hydroxidu sodného roztokom kyseliny octovej.

1.4 Odhad stavov

Pri implementácii pokročilejších systémov regulácie založených na stavovej spätnej väzbe je potrebné mať k dispozícií všetky stavy systému počas celej doby riadenia. Avšak v praxi sa môže stať, že nie všetky stavy riadeného systému sú merateľné.

Aby sme získali všetky nevyhnutné hodnoty vektora stavových veličín je potrebné nemerateľné stavy systému odhadovať.

Na odhad nemerateľných stavov nám slúži správne navrhnutý *pozorovateľ*. *Pozorovateľ plného rádu* sa používa na odhad všetkých stavov systému. Ďalej vo svojej práci využívam *Luenbergerov pozorovateľ* odhadu stavov. Hlavným účelom pozorovateľa je vytvoriť odhad vektora stavov systému $x(t)$ na základe meraní výstupu systému $y(t)$ a vstupov do systému $u(t)$. Pri odhade stavov sa vstupné a výstupné signály považujú za presne merateľné, teda bez vplyvu šumu alebo iných interferencií. Pozorovateľ stavov používa matematický model v tvare stavovej reprezentácie systému. Preto sa predpokladá, že matice stavového opisu A, B, C, D sú presne známe. Pozorovateľ stavov je dynamický systém n-tého rádu, kde n je počet stavových premenných v systéme. Za predpokladu, že pozorovateľ je použitý ako súčasť spätnej väzby systému, odhad vektora stavov $\hat{x}$ bude použitý ako skutočný stav $x(t)$ [5].

1.4.1 Model pozorovateľa stavov

Model pozorovateľa stavov odvodíme ako model systému rozšírený o korekčný člen. Korekčný člen je založený na meraných výstupoch a odhade toho, čo sa očakáva. Pre stavový systému opísaný rovnicami:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad x\,(0) = x_0, \tag{1.17}$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t), \tag{1.18}$$

je príslušný pozorovateľ stavov daný rovnicami

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L\left(y(t) - \hat{y}(t)\right), \tag{1.19}$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) + Du(t), \tag{1.20}$$

kde $L \in \mathbb{R}^{(n_\mathrm{x} \times n_\mathrm{y})}$ predstavuje proporcionálnu spätnú väzbu, ktorá minimalizuje rozdiel medzi skutočným výstupom y a odhadovaným výstupom $\hat{y}$. Stavové rovnice (1.19) sú analogické k stavovým rovniciam (1.17) so skutočnými stavmi $x(t)$, rozšírená o korekčný člen, ktorý je daný rozdielom medzi aktuálnym meraným výstupom $y(t)$ a odhadovaným $\hat{y}(t)$ [5].

1.4.2 Chyba odhadu stavov

Účelom pozorovateľa je vypočítať odhad skutočného stavu $x(t)$ tak, aby chyba odhadu stavov bola čo najmenšia. *Chyba odhadu stavov* je definovaná v tvare:

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t). \tag{1.21}$$

Je zrejmé, že v počiatočnom čase, na začiatku odhadu stavov, chyba odhadu stavov bude nenulová, ale očakávame, že táto odchýlka v priebehu času klesne na zanedbateľnú úroveň. Po dosadení rovníc (1.17), (1.19) do rovnice (1.21) je signál chyby odhadu stavov opísaný diferenciálnou rovnicou v tvare:

$$\dot{e}(t) = Ax(t) + Bu(t) - (A - LC)\hat{x}(t) - (B - LD)u(t) - Ly(t), \tag{1.22}$$

$$\dot{e}(t) = Ax(t) - (A - LC)\hat{x}(t) + LDu(t) - LCx(t) - LDu(t), \tag{1.23}$$

$$\dot{e}(t) = (A - LC)x(t) - (A - LC)\hat{x}(t), \tag{1.24}$$

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t), \tag{1.25}$$

kde stavová rovnica na odhad chyby je homogénnou diferenciálnou rovnicou určenou maticou $(A - LC) \in \mathbb{R}^{(n_\mathrm{x} \times n_\mathrm{x})}$. Od pozorovateľa stavu očakávame, že zabezpečí asymptotickú stabilitu stavov. Inými slovami, že zabezpečí, aby hodnota chyby odhadu stavov sa asymptoticky blížila k nule. Maticu pozorovateľa L je potrebné navrhnúť tak, aby vlastné čísla matice $(A - LC)$ mali zápornú reálnu časť, resp., aby boli striktne umiestnené v ľavej polovici komplexnej roviny. Ak je toto kritérium splnené, chyba odhadu sa bude blížiť v priebehu času do nuly [5].

1.4.3 Návrh matice zosilnenia pozorovateľa

Maticu zosilnenia pozorovateľa L v rovnici (1.19) možno vypočítať viacerými metódami. Vo svojej práci som pozorovateľa stavov vypočítala na princípe návrhu LQ optimálneho riadenia [5].

V tomto prípade sa snažíme navrhnúť maticu pozorovateľa tak, aby sme minimalizovali kvadratickú účelovú funkciu:

$$J = \int_0^\infty \left(x(t)^\top Q_\mathrm{o}\, x(t) + u(t)^\top R_\mathrm{o}\, u(t)\right) \mathrm{d}t. \tag{1.26}$$

Minimalizácia kvadratického kritéria v rovnici (1.26) J zabezpečuje klesanie hodnoty stavov x a vstupov u do nuly s hnacou silou špecifikované pomocou matíc Q_o a R_o. Predpokladá sa, že matica $Q_\mathrm{o} \in \mathbb{R}^{(n_\mathrm{x} \times n_\mathrm{x})}$ je diagonálna s diagonálnymi prvkami $q_i > 0$, z ktorých každý poskytuje určitú váhu pre iný prvok odchýlky stavu. Analogické vlastnosti platia pre maticu $R_\mathrm{o} \succ 0$. Hodnoty pre Q_o a R_o sú volené ako ladiace parametre návrhu odhadu stavov.

Ak by sme zvolili všetky prvky $q_i = 0$ znamenalo by to, že nám nezáleží ako sa stav správa, zatiaľ čo riadenie sa snaží dostať stav do nuly. Hodnoty q_i relatívne vysoké k hodnotám v matici R znamenajú, že sme ochotní použiť veľké množstvo energie riadenia, aby sme udržali pohyb stavu malý, kým sa stav dostane do nuly [6].

1.5 Rozšírený stavový opis

Mnohorozmerové riadenie predstavuje spôsob riadenia s viacerými vstupnými veličinami alebo viacerými výstupnými veličinami. Pri riadení chemického reaktora, v ktorom prebieha neutralizačná chemická reakcia, mnohorozmerové riadenie predstavuje riadenie výstupnej veličiny – hodnota pH dvoma akčnými členmi: čerpadlom, ktoré privádza do reaktora kyselinu octovú a čerpadlom, ktoré privádza do chemického reaktora hydroxid sodný.

V systéme je teraz jeden merateľný výstup – pH, ale dva "fiktívne" stavy, ktoré spoločne predstavujú vplyv privádzaného roztoku kyseliny a zásady na výslednú hodnotu pH. Tieto stavy sa nedajú priamo merať, a preto ich pomocou navrhnutého pozorovateľa stavov odhadujem.

Na rozdiel od regulačných obvodov s PID regulátormi navrhnutými pre systémy s jedným vstupom a jedným výstupom (SISO systémy), mnohorozmerové riadenie je vyššou formou riadenia, ktorá umožňuje dosiahnuť vyššiu kvalitu riadenia.

Pri implementácií mnohorozmerového riadenia je potrebné v stavovom opise zohľadniť obidva akčné členy, ktoré v riadení vystupujú.

Navyše, aby regulátor zvládol úlohu sledovania meniacej sa hodnoty žiadanej veličiny pH, tak je potrebné stavový opis súčasne rozšíriť o integračnú zložku, ktorá odstráni trvalú regulačnú odchýlku.

Majme stavový opis v diskrétnej časovej oblasti opísaný rovnicami:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k), \quad x(0) = x_0, \tag{1.27}$$

$$y(k) = Cx(k). \tag{1.28}$$

Rozšírenie systému o ďalší akčný člen je zohľadnené v matici B. Následne rozšírme vektor stavov o integračnú zložku o integrátor stavov:

$$x_\mathrm{i}(k+1) = x_\mathrm{i}(k) + T_\mathrm{s}(w(k) - y(k)) = x_\mathrm{i}(k) + T_\mathrm{s}w(k) - T_\mathrm{s}Cx(k), \tag{1.29}$$

kde w predstavuje žiadanú veličinu.

Stavový opis (1.27) je rozšírený o integračnú zložku do tvaru:

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ x_\mathrm{i}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -T_\mathrm{s}C & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_\mathrm{i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ T_\mathrm{s}I \end{bmatrix} w. \tag{1.30}$$

Potom sa pôvodný stavový systém (1.27)–(1.28) s ohľadom na integračnú zložku (1.30) zapíše vo forme rozšíreného systému v kompaktnej forme:

$$z(k) = \tilde{A}z(k) + \tilde{B}u(k), \tag{1.31}$$

$$y(k) = \tilde{C}z(k), \tag{1.32}$$

kde rozšírená matica stavov $\tilde{A} \in \mathbb{R}^{(n_\mathrm{x}+n_\mathrm{y} \times n_\mathrm{x}+n_\mathrm{y})}$, rozšírená matica vstupov $\tilde{B} \in \mathbb{R}^{(n_\mathrm{x} \times n_\mathrm{u})}$ a rozšírená matica výstupov $\tilde{C} \in \mathbb{R}^{(n_\mathrm{y} \times n_\mathrm{x})}$ [6].

1.6 Pokročilé riadenie založené na modeli

Prediktívne riadenie založené na modeli (angl.: *Model Predictive Control*, MPC) je pokročilá metóda riadenia procesov. V súčasnosti predstavuje moderný perspektívny prístup k riadeniu v procesnom priemysle. Na začiatku sa MPC používalo najmä v petrochemickom a chemickom priemysle, ale čoraz viac preniká aj do ďalších oblastí priemyslu.

Najväčšia výhoda MPC riadenia je schopnosť riešiť optimalizačný problém v aktuálnom časovom úseku, pričom zohľadňuje nasledujúce časové intervaly.
K ďalším vlastnostiam MPC riadenia patrí:

- známa budúca trajektória žiadanej hodnoty,
- postupnosť budúcich akčných zásahov je vypočítaná na základe minimalizácie účelovej funkcie vzhľadom na budúce trajektórie prírastkov riadenia a regulačnej odchýlky,
- realizuje sa len prvý akčný zásah a v ďalšom kroku sa celý proces minimalizácie znovu opakuje.

Medzi hlavné výhody MPC patrí to, že umožňuje rešpektovať obmedzenia na vstupné a výstupné veličiny. MPC je schopné efektívne riadiť aj systémy s viacerými vstupmi a výstupmi (angl.: *Multiple-Inputs and Multiple-Outputs Systems*, MIMO). Dokáže tiež minimalizovať vplyv rozdielu medzi riadeným procesom a predikčným modelom (angl.: *Process–Model Missmatch*), pretože v každom kroku sa rieši optimalizačný problém [6].

1.6.1 Všeobecná formulácia MPC

Optimalizačný problém pre návrh MPC sa skladá z účelovej funkcie a z ohraničení. V účelovej funkcii sa minimalizuje odchýlka výstupných alebo stavových veličín od žiadanej hodnoty a minimalizuje sa aj veľkosť akčných zásahov, alebo ich prírastkov. Štandardný tvar často používaného optimalizačného problému v tvare kvadratického programovania má tvar:

$$\min_{u_0,u_1,\ldots,u_{N-1}} \left(x_N^\top P\, x_N + \sum_{k=0}^{N-1} x_k^\top Q\, x_k + u_k^\top R\, u_k \right), \tag{1.33}$$

$$\text{pre}: x_{k+1} = A\, x_k + B\, u_k, \tag{1.34}$$

$$y_k = C\, x_k, \tag{1.35}$$

$$u_{\min} \preceq u_k \preceq u_{\max}, \tag{1.36}$$

$$y_{\min} \preceq y_k \preceq y_{\max}, \tag{1.37}$$

$$x_k = x_0, \tag{1.38}$$

$\forall k \geq 0$, kde N je dĺžka predikčného horizontu, $x \in \mathbb{R}^{n_\mathrm{x}}$ je vektor stavov systému, $u \in \mathbb{R}^{n_\mathrm{u}}$ sú vstupy systému a $y \in \mathbb{R}^{n_\mathrm{y}}$ sú výstupy systému. $A \in \mathbb{R}^{(n_\mathrm{x} \times n_\mathrm{x})}$ je matica stavov, $B \in \mathbb{R}^{(n_\mathrm{x} \times n_\mathrm{u})}$ je matica vstupov, $C \in \mathbb{R}^{(n_\mathrm{y} \times n_\mathrm{x})}$ je matica výstupov. Vektory $u_{\min}$, $u_{\max}$ a $y_{\min}$, $y_{\max}$ predstavujú obmedzenia na akčné zásahy a výstupy systému [4, kap. 4.4].

V účelovej funkcii (1.33) je dôležité vhodne nastaviť váhovú štvorcové matice $P, Q \succeq 0$, ktoré penalizujú kvadratickú odchýlku od ustáleného stavu a váhovú štvorcovú maticu $R \succ 0$, ktorá kvadraticky penalizuje akčné zásahy. Matica P sa vhodne volí tak, že je to *invariantná množina*, teda množina, do ktorej keď sa raz stavy systému dostanú, už ju neopustia. Tento člen účelovej funkcie je dôležitý pre stabilitu riadenia vtedy, keď máme konečný predikčný horizont. Keďže v účelovej funkcii minimalizujeme jej hodnotu, čím väčší váhový koeficient zvolíme, tým viac záleží na tom, aby sa daná veličina dostala blízko požadovanej hodnoty.

Ohraničenia závisia od charakteru riadeného procesu a formulácie optimalizačného problému. Tieto ohraničenia sa vyhodnocujú a musia byť splnené v každom riadiacom kroku. Je dôležité dbať na formuláciu ohraničení tak, aby nedošlo k tomu, že daný problém sa stane neriešiteľným. Hlavným ohraničením je to, ako sa daný systém správa, teda model systému (1.34).

Ohraničenia pre jednotlivé členy sú v tvare nerovnosti, pretože akčné zásahy môžu byť ohraničené zhora aj zdola, alebo len z jednej strany (1.36)–(1.37). Tieto ohraničenia závisia od konkrétnych požiadaviek, výkonu alebo konštrukcie zariadenia. Ohraničenie v tvare rovnosti (1.38) zohľadňuje aktuálne meranie alebo odhad stavov systému.

Keďže sa pri riadení snažíme dosiahnuť čo najlepšiu kvalitu riadenia, je potrebné, aby regulátor zabezpečil odstránenie trvalej regulačnej odchýlky. Preto rovnicu (1.33) upravíme tak, že do nej pridáme integračnú zložku. Účelová funkcia s integrátorom má potom tvar:

$$\min_{u} \sum_{k=0}^{N-1} \left(x_k^\top Q_\mathrm{p}\, x_k + \sum_{i=0}^{k} x_i^\top Q_\mathrm{i} \sum_{i=0}^{k} x_i + u_k^\top Q_\mathrm{u}\, u_k \right), \tag{1.39}$$

pričom vo svojej práci budem uvažovať nekonečný predikčný horizont [6].

1.7 Stabilita neurčitých systémov v zmysle Ljapunova

Pri riadení neurčitého systému v diskrétnej časovej oblasti je dôležitá konvergencia systému, ktorú možno vyjadriť v tvare: $\lim_{k\to\infty} x(k) = 0$ a tiež schopnosť systému zotrvať v ϵ-okolí ustáleného stavu systému aj vtedy, keď na systém pôsobí neurčitosť v predpokladanom rozsahu. Táto vlastnosť sa označuje ako stabilita v zmysle Ljapunova. Je možné uvažovať viaceré formulácie Ljapunovej stability. Preto ustálený stav systému $x = 0$ môže byť:

- stabilný v zmysle Ljapunova,
- asymptoticky stabilný v zmysle Ljapunova,
- globálne asymptoticky stabilný.

Ljapunovova stabilita je interpretovaná tak, že pre ľubovoľné ϵ_1-okolie existuje ϵ_2-okolie počiatku, ktoré vymedzuje množinu začiatočných podmienok stavov systému x_0, ktorých trajektórie $x(k)$ budú ležať v ϵ_1-okolí počiatku.

Asymptotickcá stabilita rozširuje Ljapunovovu stabilitu o podmienku konvergenciu stavov systému do počiatku. Teda sa predpokladá, že existuje také ϵ_3-okolie počiatku, ktoré vymedzuje množinu začiatočných podmienok stavov systému x_0, ktorých trajektórie $x(k)$ konvergujú do počiatku.

Globálna asymptotická stabilita rozširuje asymptotickú stabilitu na ľubovoľnú reálnu množinu začiatočných podmienok.

Funkciu $V(x(k))$ nazývame *Ljapunovova funkcia* vtedy, ak súčasne platí, že

$$V(x(k)) > 0, \quad \forall x(k) \neq 0, \tag{1.40}$$

$$V(0) = 0, \quad \forall x(k) = 0, \tag{1.41}$$

$$\mathit{\Delta} V(x(k+1)) = V(x(k+1)) - V(x(k)) < 0. \tag{1.42}$$

Preto si Ljapunovovu funkciu môžeme predstaviť ako istú formu energie systému. Jej vlastnosti potom možno formulovať tak, že systém má nulovú energiu v počiatku (1.40), teda v ustálenom stave a inde má energia kladnú hodnotu (1.41). Podmienka stability (1.42) hovorí o tom, že energia systému s časom klesá.

Vo svojej práci uvažujem kvadratickú Ljapunovu funkciu v tvare:

$$V(x(k)) = x^\top(k) P x(k), \quad P = P^\top \succ 0. \tag{1.43}$$

Geometrickou interpretáciou kvadratickej Ljapunovovej funkcie v n_x-rozmernom priestore je *elipsoid* ε. Keďže matica P kvadratickej Ljapunovovej funkcie (1.43) spĺňa podmienky (1.40)–(1.42), tak elipsoid ε má vlastnosti invariantnej množiny.

Matica P kvadratickej Ljapunovovej funkcie $V(x(k))$ sa často využíva na dosahovanie stability aj v kvadratickej účelovej funkcií (1.33) MPC [6].

1.8 Lineárne maticové nerovnosti LMI

Lineárne maticové nerovnosti (angl.: *Linear Matrix Inequality*, LMI) predstavujú efektívny spôsob na formulovanie optimalizačných problémov v tvare semidefinitného programovania (angl.: *Semidefinite Programming*, SDP). Pomocou nich možno riešiť veľké množstvo konvexných optimalizačných problémov, ktoré pôvodne neboli konvexné.

LMI môžu mať tvar:

$$M(x) = M_0 + \sum_{i=1}^{n} M_i(x) \prec 0, \quad M_i(x) = M_i(x)^\top, i = 0, 1, \ldots, n, \tag{1.44}$$

kde $M(x) \prec 0$ znamená, že všetky vlastné čísla matice $M(x)$ majú zápornú reálnu časť. Preto je vhodné LMI použiť na garanciu stability uzavretých regulačných obvodov. Aby sa dosiahla lineárna forma nekonvexných výrazov, je potrebné zadefinovať inverznú Ljapunovovu funkciu a *Schurov doplnok*.

Nech existuje kvadratická Ljapunovova funkcia (1.43), kde $P = P^\top \succ 0$. Potom existuje vážená inverzná Ljapunovova matica $X = X^\top \succ 0$ taká, že platí

$$X = \gamma P^{-1}, \tag{1.45}$$

kde $\gamma \in \mathbb{R}^1$ je váhový parameter.

Na základe Schurovho doplnku platí, že

$$M_1 - M_2^\top M_3^{-1} M_2 \succ 0 \tag{1.46}$$

je rovné

$$\begin{bmatrix} M_1 & M_2 \\ M_2^\top & M_3 \end{bmatrix} \succ 0. \tag{1.47}$$

Pomocou inverznej Ljapunovovej matice (1.45) a Schurovho doplnku (1.46)–(1.47) možno transformovať o tvaru LMI (1.44) napríklad podmienku Ljapunovej stability (1.42) [3].

1.9 Robustné riadenie

Robustné riadenie predstavuje prístup k riadeniu pre systémy s neurčitosťami, teda pre systémy s nedostatočnou informovanosťou o ich správaní sa. Základné dôvody existencie neurčitostí nájdeme v *neurčitostiach procesov* a *neurčitostiach systémov.*

Medzi zdroje neurčitosti procesov patria nemodelované dynamiky procesu, šumy merania a rôzne poruchy. Zdrojom neurčitostí systému tak patria aj rôzne zjednodušujúce predpoklady, ktoré sa používajú pri modelovaní komplexných systémov, aké sa často vyskytujú pri modelovaní procesov v chemickom a potravinárskom priemysle. Napríklad sa v modeli zanedbáva dopravné oneskorenie, časová premenlivosť parametrov, alebo rýchla dynamika.

Neurčité parametre môžu nepriaznivo ovplyvňovať riadenie alebo dokonca spôsobiť nestabilitu uzavretého regulačného obvodu. Aplikácia robustného riadenia je jedna z ciest ako prekonať spomenuté problémy.

Ak tieto neurčitosti zanedbáme, alebo systém neurčitosti neobsahuje, hovoríme o *nominálnom systéme.* Nominálny systém tak predstavuje idealizovaný systém bez vplyvu neurčitostí a slúži na referenčné vyhodnotenie správania sa riadeného procesu.

Aplikáciou robustného prístupu možno riešiť dva základné problémy, a to: *Problém robustnej analýzy:* zaoberajúci sa robustnou stabilitou systému. Hľadá sa rozsah neurčitých parametrov, pre ktoré bude systém ešte robustne stabilný.

Problém robustnej syntézy: zaoberajúci sa hľadaním robustného regulátora, ktorý zabezpečí, aby bol uzavretý regulačný obvod robustne stabilný.

Medzi základné pojmy v robustnom riadení patrí:

- *neurčitý systém* je systém, na ktorý nepôsobí neurčitosť.
- *nominálny systém* je idealizovaný systém, na ktorý nepôsobia neurčitosti alebo sú v ňom zanedbané.
- *rodina systémov* je množina všetkých systémov, ktoré môžu nastať pri uvažovaní celého rozsahu neurčitých parametrov [9].

1.10 Robustné MPC

Majme opis neurčitý systému v diskrétnej časovej oblasti, ktorý má tvar

$$x(k+1) = A(v)x(k) + B(v)u(k), \quad x(0) = x_0, \tag{1.48}$$

$$y(k) = Cx(k), \tag{1.49}$$

$$[A(v), B(v), C] \in A. \tag{1.50}$$

Cieľom robustného MPC je nájsť maticu zosilnenia stavového spätnoväzbového regulátora $F \in \mathbb{R}^{(n_\mathrm{u} \times n_\mathrm{x})}$, pre ktorú platí zákon riadenia:

$$u(k) = F_k x(k), \tag{1.51}$$

tak, aby bol riadený systém stabilný podľa Ljapunova v celom uvažovanom rozsahu intervalových neurčitostí. Zároveň má byť minimalizovaná celková hodnota kvadratického kritéria kvality J. Tento problém možno formulovať v tvare:

$$\min_{P_k, F_k} 0 \tag{1.52}$$

$$\text{pre :} \quad x(k+1|k) = A^{(v)}\, x(k|k) + B^{(v)}\, u(k|k), \tag{1.53}$$

$$y(k|k) = Cx(k|k), \tag{1.54}$$

$$u(k|k) = F_k x(k|k), \tag{1.55}$$

$$\|x(k+1|k)\|^2_{P_k} - \|x(k|k)\|^2_{P_k} \leq -J_k, \tag{1.56}$$

$$x(k|k) \in \varepsilon_k, \tag{1.57}$$

$$u(k|k) \in \mathcal{U}, \tag{1.58}$$

$$y(k|k) \in \mathcal{Y}, \tag{1.59}$$

$$x(0) = x_0, \tag{1.60}$$

kde $\mathcal{U}$ je množina prípustných akčných zásahov regulátora, $\mathcal{Y}$ je množina prípustných výstupov systému, množina ε_k je robustný invariantný elipsoid, J_k je hodnota kritéria kvality v danom riadiacom kroku a x_0 sú namerané alebo odhadnuté začiatočné podmienky stavov systému. Optimalizované premenné sú matice F_k a $P_k = P^\top \succ 0$ kvadratickej Ljapunovej funkcie.

Cieľom robustného MPC je navrhnúť maticu zosilnení stavového zákona riadenia F_k, pričom v každom riadiacom krokom sa navrhne nová matica F_k. V každom riadiacom kroku sa rieši optimalizačný problém s nekonečným predikčným horizontom tak, že na riadenie neurčitého systému sa použije vždy len prvý akčný zásah $u(k|k)$, a následne sa optimalizačný problém rieši znovu.

Majme neurčitý systém (1.48). Problémom návrhu robustného MPC je nájsť hodnoty parametra γ a matíc X, Y, U tak, aby bol riadený systém Ljapunovsky stabilný v celom uvažovanom rozsahu neurčitostí.

Optimalizačný problém (1.52)–(1.60) zmeníme na optimalizačný problém (1.61)–(1.66) nakoľko chceme, aby sa riadený systém dostal do okolia γ, ktoré zabezpečí stabilitu regulačného obvodu:

$$\min_{\gamma_k, X_k, Y_k, U_k} \gamma_k \tag{1.61}$$

$$\|x(k+1|k)\|^2_{P_k} - \|x(k|k)\|^2_{P_k} \leq -J_k, \tag{1.62}$$

$$x(k|k) \in \varepsilon_k, \tag{1.63}$$

$$u(k|k) \in \mathcal{U}, \tag{1.64}$$

$$y(k|k) \in \mathcal{Y}, \tag{1.65}$$

$$x(0) = x_0. \tag{1.66}$$

Na rozdiel od optimalizačného problému (1.52) sa v optimalizačnom probléme (1.61) minimalizuje hodnota parametra γ, čo je dôsledkom vzájomného vzťahu matíc kvadratickej Ljapunovej funkcie (1.43) P a X vyjadreného pomocou (1.45).

Pri formulácii robustného MPC pomocou LMI sa využíva účelová funkcia s nekonečným predikčným horizontom, ktorá je transformovaná do ohraničení optimalizačného problému. Problém návrhu robustného MPC je možné formulovať tak, že v každom riadiacom kroku k sa hľadá taká matica zosilnení stavového spätnoväzbového zákona riadenia F_k (1.51), ktorá garantuje robustnú stabilitu vzhľadom na požadovanú mieru poklesu hodnoty kvadratickej Ljapunovovej funkcie (1.43), ktorá je určená práve hodnotou J_k.

Ak by sme zadefinovali všetky potrebné súčasti, dospeli by sme k výslednej formulácii problému robustného MPC ako optimalizačného problému v tvare SDP s ohraničeniami v tvare LMI:

$$\min_{\gamma_k, X_k, Y_k, U_k} \gamma_k \tag{1.67}$$

$$\text{pre:} \begin{bmatrix} X_k & \star & \star & \star \\ A^{(v)}X_k + B^{(v)}Y_k & X_k & \star & \star \\ \sqrt{Q}X_k & 0 & \gamma_k I & \star \\ \sqrt{R}Y_k & 0 & 0 & \gamma_k I \end{bmatrix} \succeq 0, \tag{1.68}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \star \\ x_k & X_k \end{bmatrix} \succeq 0, \tag{1.69}$$

$$\begin{bmatrix} u_{\max}^2 I & \star \\ Y_k^\top & X_k \end{bmatrix} \succeq 0, \tag{1.70}$$

$$\begin{bmatrix} U_k & \star \\ Y_k^\top & X_k \end{bmatrix} \succeq 0, \quad U_{j,j} \leq u_{\max,j}^2, j = 1, 2, \ldots, n_{\mathrm{u}}, \tag{1.71}$$

$$\begin{bmatrix} X_k & \star \\ C[A^{(v)}X_k + B^{(v)}Y_k] & y_{\max}^2 I \end{bmatrix} \succeq 0, \tag{1.72}$$

$$\tag{1.73}$$

pre všetky $v = 1, 2, \ldots, n_{\mathrm{v}}$ a $k \geq 0$. Symbol $\star$ označuje symetrickú štruktúru matice a $u_{\max}^2$, $y_{\max}^2$ sú druhé mocniny prvkov vektora [7].

1.11 Ukazovatele kvality riadenia

Dôležitou súčasťou pri návrhu regulátorov je hodnotenie kvality regulácie. Kvalitu môžeme vyhodnotiť pomocou viacerých ukazovateľov kvality, napríklad kritéria kvality v časovej oblasti a integračné ukazovatele kvality. Prediktívne riadenie je založené práve na minimalizácií integrálnych kritérií kvality.

Pri návrhu regulátora sa snažíme minimalizovať výslednú hodnotu integrálnych kritérií kvality. Preto čím je hodnota integrálneho kritéria nižšia, tým je použitý regulátor vhodnejší pre riadený systém, lebo dôslednejšie sleduje žiadanú veličinu.

Pri riešení optimalizačného problému návrhu MPC je úlohou riadenia minimalizovať kvadratickú účelovú funkciu (1.39). Vo svojej práci som pri návrhu riadenia chemického reaktora použila regulátory s rozličnými nastaveniami váhových matíc $Q_\mathrm{p}, Q_\mathrm{i}, Q_\mathrm{u}$ a preto nie je vhodné kvalitu riadenia porovnať vzhľadom k hodnote účelovej funkcie. Aby bol výsledok vyhodnotenia kvality riadenia porovnateľný pre všetky uvažované nastavenia váhových matíc, tak kvalita riadenia je vyhodnotená pomocou integrálneho kritéria ISE, teda s ohľadom na jednotkové váhy $Q_\mathrm{p}, Q_\mathrm{i}, Q_\mathrm{u}$. Kvalita sa vyhodnotila vzhľadom na priebeh riadenej veličiny (pH) v spojitej a diskrétnej forme:

$$I_\mathrm{ISE} = \int_0^\infty e^2(t)\,\mathrm{d}t \approx \sum_{k=0}^{\infty} e^2(k) T_\mathrm{s} = T_\mathrm{s} \sum_{k=0}^{\infty} \left(\mathrm{pH}(k) - \mathrm{pH}_\mathrm{ref}\right), \tag{1.74}$$

vzhľadom na akčný zásah regulátora, teda prietoky reaktantov (q):

$$I_\mathrm{ISU} = \int_0^\infty u^2(t)\,\mathrm{d}t \approx \sum_{k=0}^{\infty} u^2(k) T_\mathrm{s} = T_\mathrm{s} \sum_{k=0}^{\infty} \left(q(k) - q^\mathrm{s}\right), \tag{1.75}$$

a vzhľadom na kmitavosť akčného zásahu, teda zmenu prietoku reaktantov (Δq):

$$I_\mathrm{ISdU} = \int_0^\infty \Delta u^2(t)\,\mathrm{d}t \approx \sum_{k=0}^{\infty} \Delta u^2(k) T_\mathrm{s} = T_\mathrm{s} \sum_{k=0}^{\infty} \left(\Delta q(k) - \Delta q^\mathrm{s}\right), \tag{1.76}$$

aby bolo možné zohľadniť kvalitu sledovania žiadanej veličiny, spotrebu akčných zásahov a mieru kmitania akčných členov [2].

Kapitola 2

Experimentálna časť

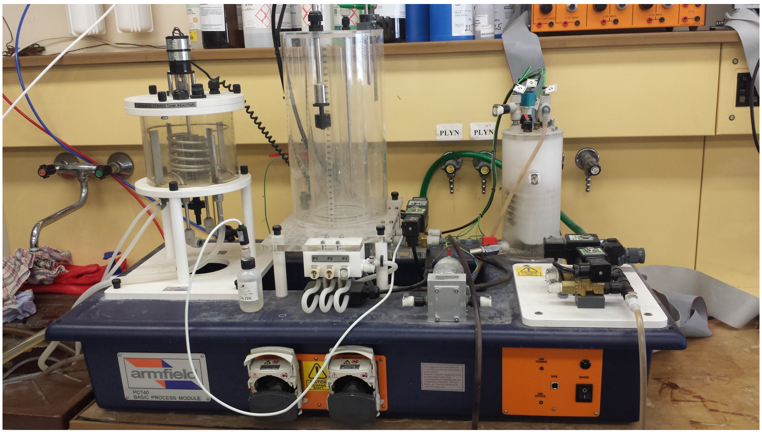
V experimentálnej časti mojej diplomovej práce sa zaoberám identifikáciou neurčitého systému a návrhom mnohorozmerového robustného prediktívneho riadenia s integračnou zložkou pre proces neutralizácie roztokov kyseliny octovej a hydroxidu sodného. Následne sa venujem jeho implementácií a ladeniu na laboratórnom chemickom reaktore.

2.1 Pokročilé riadenie laboratórneho chemického reaktora

2.1.1 Laboratórny chemický reaktor

V mojej práci sa zaoberám identifikáciou a návrhom pokročilého riadenie pre laboratórny chemický reaktor Armfield PCT41 (Obr. 2.1) [1].

Základný modul PCT41 obsahuje všetko, čo je potrebné pre experimenty so spätnoväzbovými regulačnými obvodmi. Toto zariadenie obsahuje základné časti: nosná konzola, veľká procesná nádoba, malá procesná nádoba s odporovým vyhrieva ním a tepelným výmenníkom, zubové čerpadlo, solenoidové ventily, peris-



Obr. 2.1: Chemický reaktor Armfield PCT41.

taltické čerpadlá, reaktor s tepelným výmenníkom a s miešadlom.

2.1.2 Identifikácia procesu chemického reaktora

Cieľom môjho projektu je navrhnúť mnohorozmerové riadenie pre chemický reaktor. Pre návrh regulátora je potrebné získať model procesu vo vhodnom tvare. Pre potreby návrhu riadenia som identifikovala model systému v rozsahu 6 – 8 pH. Na identifikáciu som použila Strejcovu metódu indentifikácie. Táto metóda stanoví parametre procesu v tvare prenosovej funkcie v tvare:

$$G_{\mathrm{s}}(s) = \frac{Z}{(Ts+1)^n} e^{-Ds}, \tag{2.1}$$

kde Z je zosilnenie systému, T je časová konštanta systému, n je rád systému a D je dopravné oneskorenie systému. Metóda identifikácie podľa Strejca je založená na spracovaní prechodových charakteristík, a preto je dôležité namerať prechodové charakteristiky.

Meranou veličinou procesu je hodnota pH v reakčnej zmesi. Riadiacou alebo vstupnou veličinou je napätie na pumpe B, ktoré priamo úmerne ovplyvňuje prietok zásady do reaktora.

Správanie sa chemickej reakcie je nelineárne, a tak pre potreby identifikácie som postupne pri rôznych podmienkach namerala sériu charakteristík systému. Namerané údaje pH sú graficky spracované (Obr. 2.2–2.9). Namerané ustálené stavy, ktoré predstavujú pracovné podmienky, sú uvedené v Tab. 2.1.

Pre potreby identifikácie Strejcovou metódou som namerané údaje následne normalizovala. Najskôr bolo potrebné zabezpečiť, aby namerané údaje predstavovali odozvu systému na jednotkovú skokovú zmenu pri nulových začiatočných podmienkach (Obr. 2.10).

Tabuľka 2.1: Pracovné podmienky.

U [V]	pH
2,00→ 2,25	6,1 → 6,6
2,25→ 2,50	6,6 → 7,0
2,50→ 2,75	7,0 → 7,6
2,75→ 3,00	7,6 → 8,6
3,00→ 2,75	8,8 → 7,5
2,75→ 2,50	7,8 → 7,0
2,50→ 2,25	7,0→ 6,6
2,25→ 2,20	6,6 → 6,1

Chemický reaktor som identifikovala ako systém s intervalovými neurčitosťami. Určila som jeho minimálne a maximálne hodnoty zosilnenia Z a časovej konštanty T, čím som stanovila intervaly, v ktorých sa môže neurčitý systém nachádzať. Získala som tak tieto vrcholové systémy:

$$G_{\mathrm{S},1} = \frac{Z_{\mathrm{MAX}}}{T_{\mathrm{MAX}}s+1} = \frac{4,67}{173,96s+1}, \tag{2.2}$$

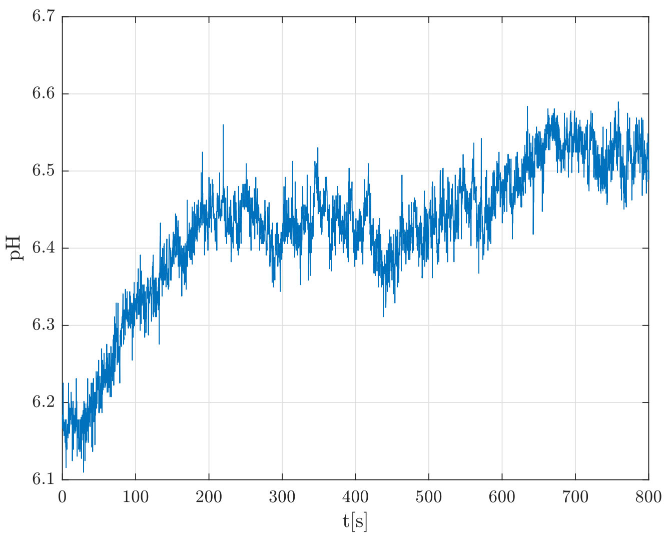
$$G_{\mathrm{S},2} = \frac{Z_{\mathrm{MAX}}}{T_{\mathrm{MIN}}s+1} = \frac{4,67}{94,63s+1}, \tag{2.3}$$

$$G_{\mathrm{S},3} = \frac{Z_{\mathrm{MIN}}}{T_{\mathrm{MAX}}s + 1} = \frac{1,41}{173,96s + 1}, \tag{2.4}$$

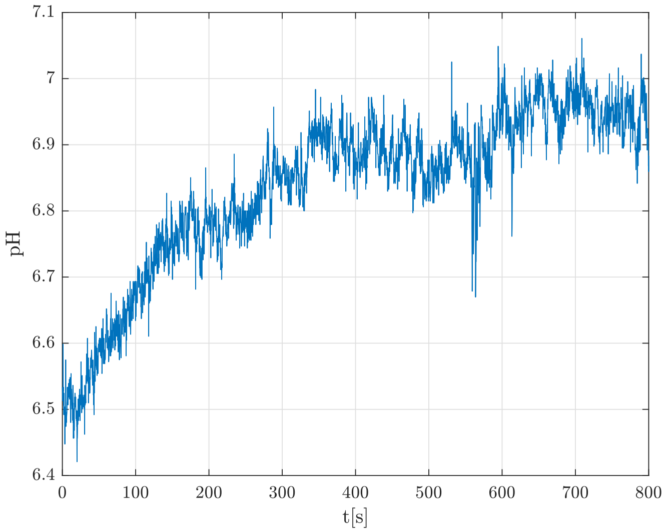
$$G_{\mathrm{S},4} = \frac{Z_{\mathrm{MIN}}}{T_{\mathrm{MIN}}s + 1} = \frac{1,41}{94,93s + 1}. \tag{2.5}$$

Určila som aj nominálny systém, ktorý sa nachádza v ťažisku daného intervalu:

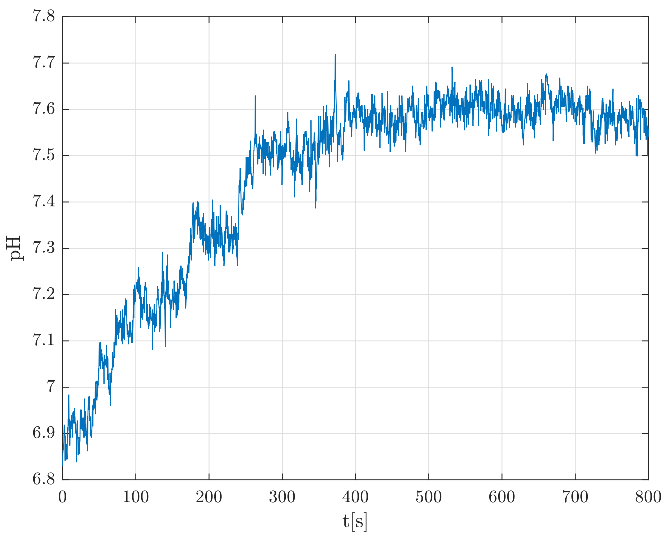
$$G_{\mathrm{S,NOM}} = \frac{Z_{\mathrm{NOM}}}{T_{\mathrm{NOM}}s + 1} = \frac{3,04}{134,29s + 1}. \tag{2.6}$$



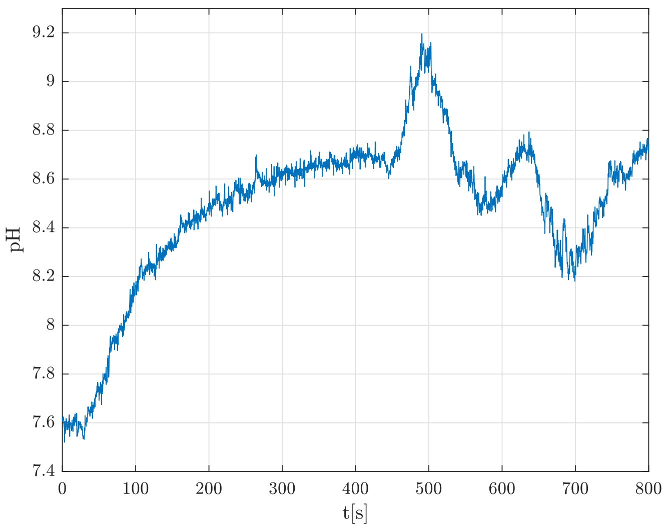
Obr. 2.2: Namerané údaje pH pre napätie 2,0 → 2,25 V.



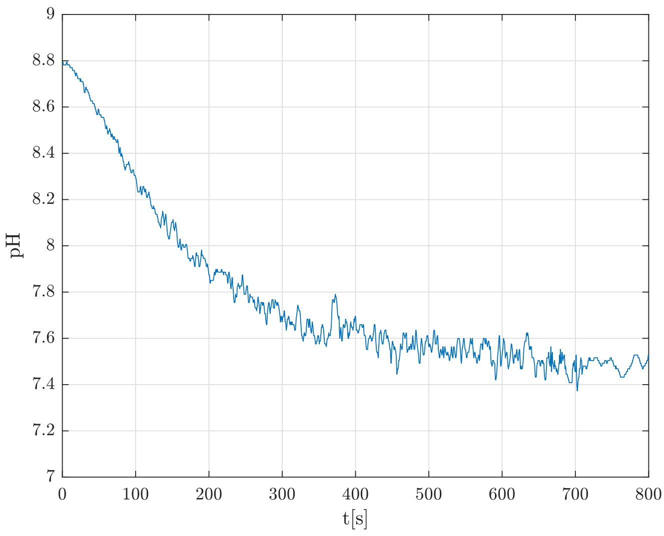
Obr. 2.3: Namerané údaje pH pre napätie 2,25 → 2,5 V.



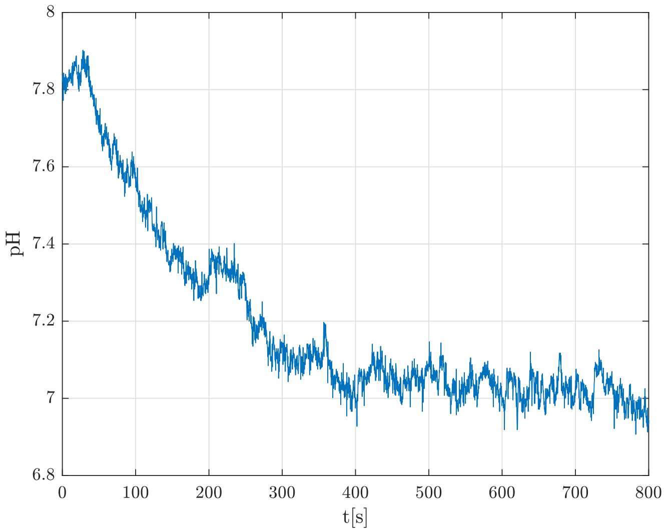
Obr. 2.4: Namerané údaje pH pre napätie 2,5 → 2,75 V.



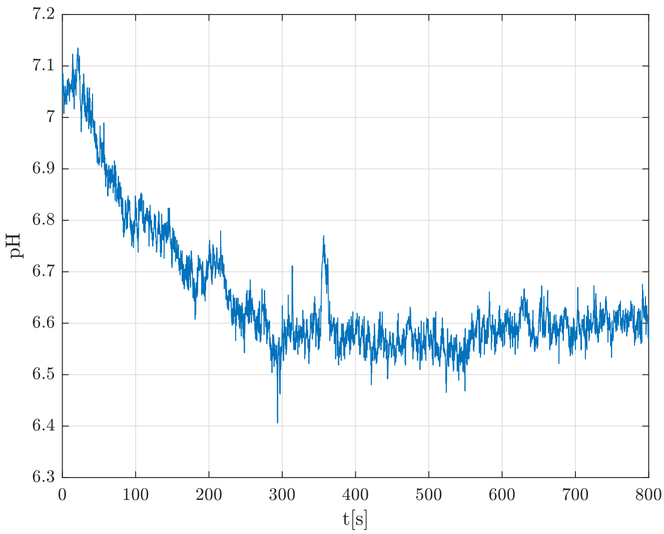
Obr. 2.5: Namerané údaje pH pre napätie 2,75 → 3,0 V.



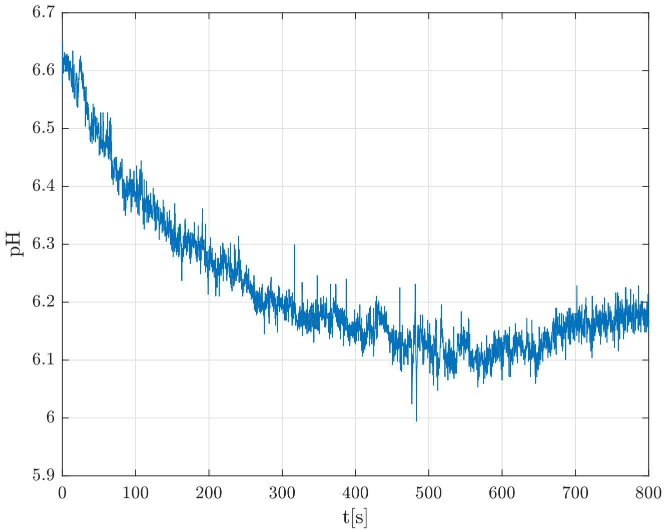
Obr. 2.6: Namerané údaje pH pre napätie 3,0 → 2,75 V.



Obr. 2.7: Namerané údaje pH pre napätie 2,75 → 2,5 V.



Obr. 2.8: Namerané údaje pH pre napätie 2,5 → 2,25 V.



Obr. 2.9: Namerané údaje pH pre napätie 2,25 → 2,0 V.

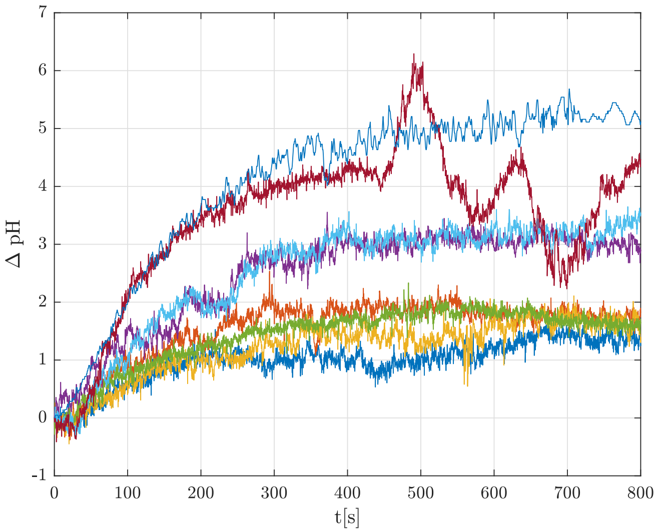
Nakoľko sa vo svojej práci venujem návrhu mnohorozmerového riadenia, riadeniu hodnoty pH dvomi akčnými členmi, je potrebné identifikovať systém použitím obidvoch akčných členov. Preto som neskôr uvažovala ako člen čerpadlo privádzajúce do chemického reaktora kyselinu octovú a objemový prietok hydroxidu sodného prichádzajúceho do reaktora zostal konštantný (Obr. 2.11–2.18). Pracovné podmienky sú zhrnuté v Tab. 2.2.

Normalizovala som namerané údaje (Obr. 2.19) a následne som identifikovala systém s intervalovými neurčitosťami, a tak som určila minimálne a maximálne hodnoty zosilnenia Z a časových konštánt T, kde sa systém môže nachádzať:

$$G_{\mathrm{S},1} = \frac{Z_{\mathrm{MAX}}}{T_{\mathrm{MAX}}s+1} = \frac{-0,64}{182,78s+1}, \tag{2.7}$$

$$G_{\mathrm{S},2} = \frac{Z_{\mathrm{MAX}}}{T_{\mathrm{MIN}}s+1} = \frac{-0,63}{92,86s+1}, \tag{2.8}$$

$$G_{\mathrm{S},3} = \frac{Z_{\mathrm{MIN}}}{T_{\mathrm{MAX}}s+1} = \frac{-5,35}{182,78s+1}, \tag{2.9}$$



Obr. 2.10: Normalizované prechodové charakteristiky.

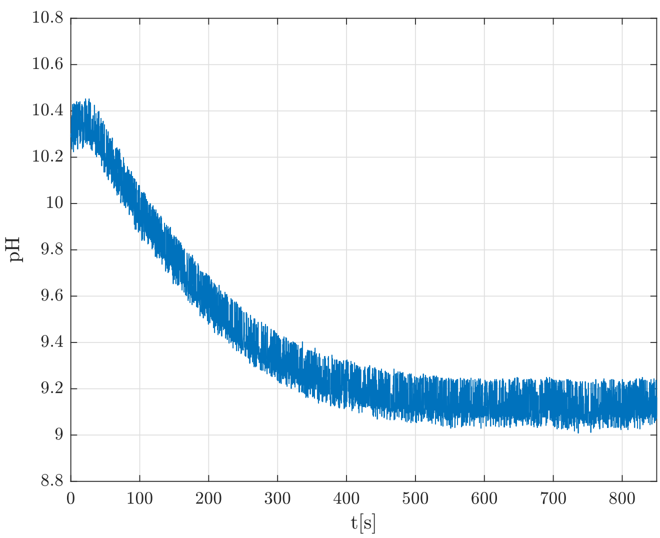
$$G_{\mathrm{S},4} = \frac{Z_{\mathrm{MIN}}}{T_{\mathrm{MIN}}s + 1} = \frac{-5,35}{92,86s + 1}. \tag{2.10}$$

A určila som aj nominálny systém, ktorý sa nachádza v ťažisku daného intervalu:

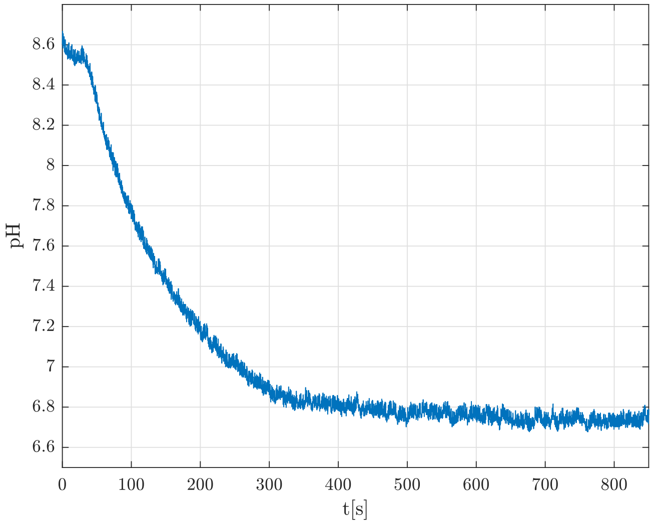
$$G_{\mathrm{S,NOM}} = \frac{Z_{\mathrm{NOM}}}{T_{\mathrm{NOM}}s + 1} = \frac{-2,99}{137,82s + 1}. \tag{2.11}$$

Tabuľka 2.2: Pracovné podmienky.

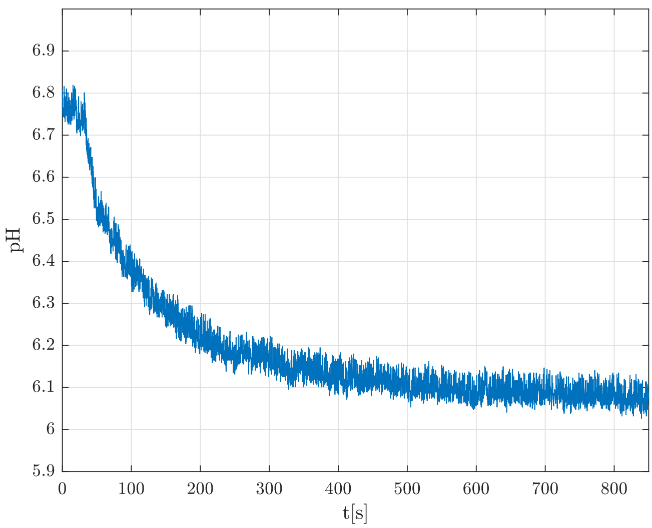
U [V]	pH
1,50→ 2,00	10,4→ 9,0
2,00→ 2,50	9,0 → 7,0
2,50→ 3,00	7,0 → 6,1
3,00→ 3,50	6,1 → 5,7
3,50→ 3,00	5,7 → 6,0
3,00→ 2,50	6,0 → 6,5
2,50→ 2,00	6,5 → 9,0
2,00→ 1,50	9,0 → 10,4



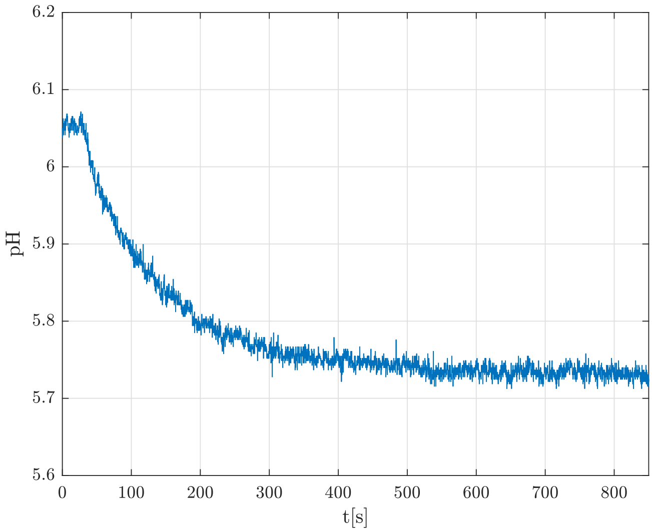
Obr. 2.11: Namerané údaje pH pre napätie 1,5 → 2,0 V.



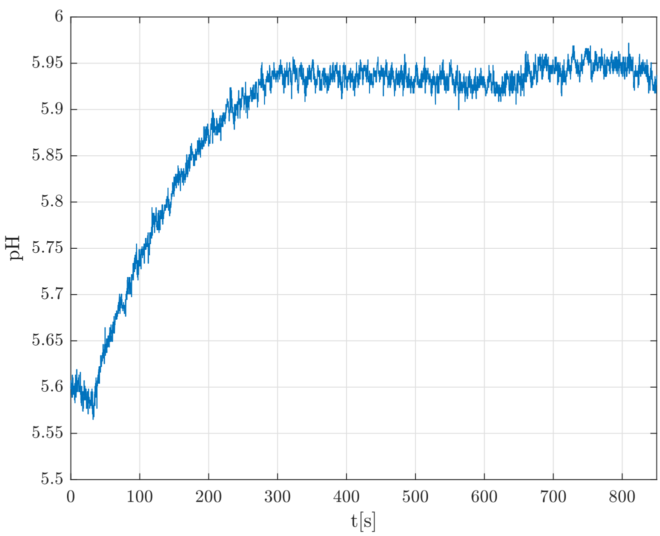
Obr. 2.12: Namerané údaje pH pre napätie 2,0 → 2,5 V.



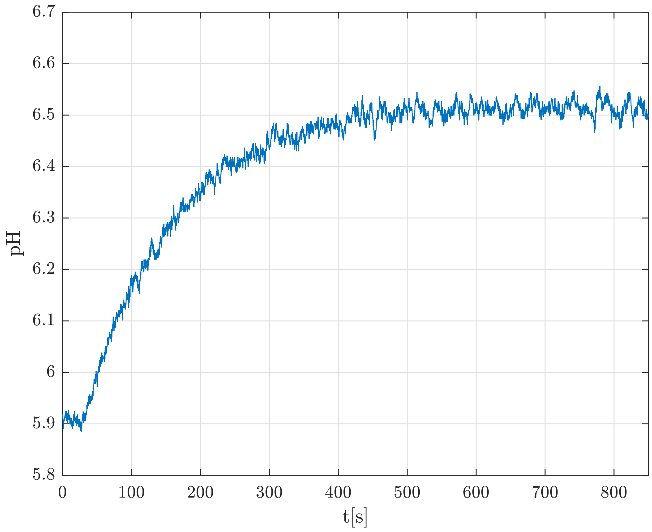
Obr. 2.13: Namerané údaje pH pre napätie 2,5 → 3,0 V.



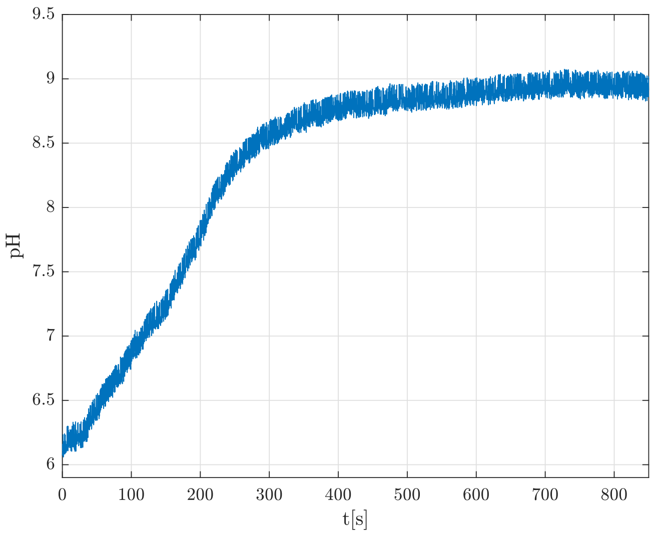
Obr. 2.14: Namerané údaje pH pre napätie 3,0 → 3,5 V.



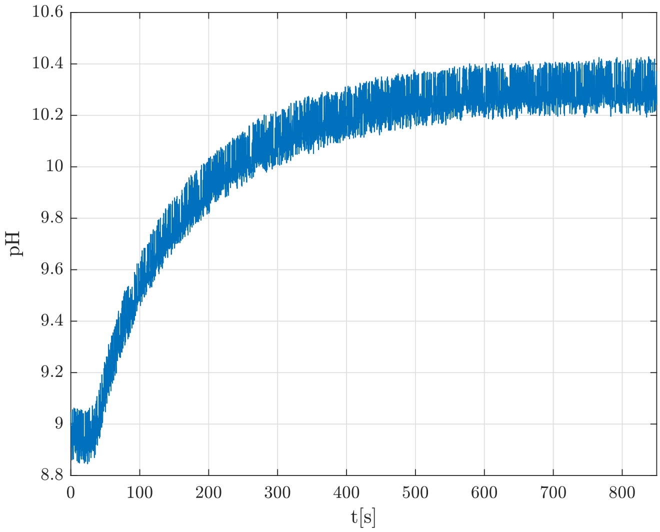
Obr. 2.15: Namerané údaje pH pre napätie 3,5 → 3,0 V.



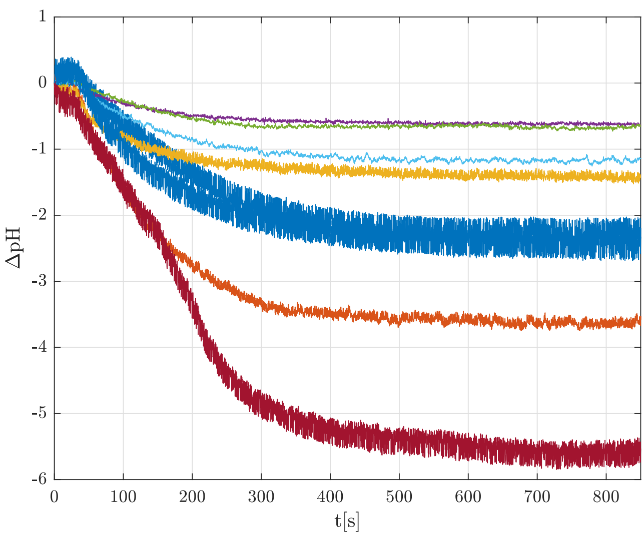
Obr. 2.16: Namerané údaje pH pre napätie 3,0 → 2,5 V.



Obr. 2.17: Namerané údaje pH pre napätie 2,5 → 2,0 V.



Obr. 2.18: Namerané údaje pH pre napätie 2,0 → 1,5 V.



Obr. 2.19: Normalizované prechodové charakteristiky.

2.2 Návrh odhadu stavov pre chemický reaktor

Hodnotu pH reakčnej zmesi je možné znížiť zvýšením prietoku roztoku kyseliny octovej, alebo znížiť zvýšením prietoku roztoku hydroxidu sodného. Preto zvýšiť efektivitu riadenia je možné súčasným ovplyvňovaním prietoku obidvoch reaktantov. Nakoľko máme jeden meraný výstup, hodnotu pH, ale dva akčné zásahy, prietoky kyseliny a zásady, ktoré predstavujú vnútorné, ale nemerateľné stavy systému. Pri MPC riadení je však potrebné poznať správanie stavov systému a keďže ich nedokážeme odmerať, potrebujeme navrhnúť pozorovateľa stavov, ktorý má za úlohu tieto stavy odhadovať.

Pomocou teórie návrhu pozorovateľa stavov opísanej v kap. teoretickej časti tejto práce som sa snažila správne navrhnúť pozorovateľa stavov, ktorý zabezpečí dobrý odhad nemerateľných stavov.

Pri návrhu pozorovateľa stavov je veľmi dôležité správne nastavenie matíc Q_o a R_o. Experimentálne som ladila pozorovateľa stavov na princípe LQ optimálneho riadenia. Ladila som jednotlivé matice tak, aby kopírovanie stavov bolo čo najlepšie.

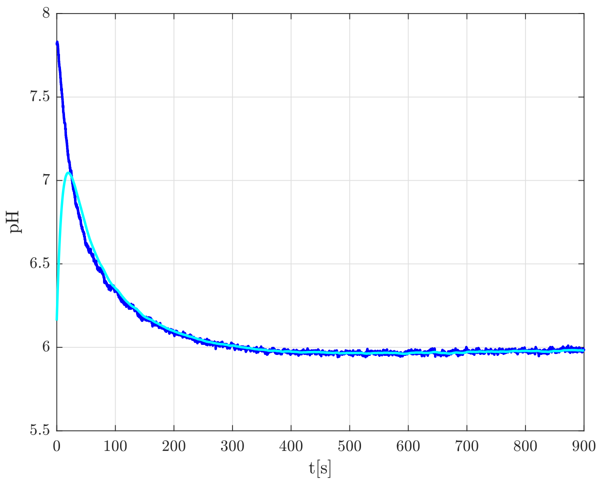
Použité matice pre návrh pozorovateľa stavov:

$$Q_o = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R_o = 0.1 \tag{2.12}$$

Výsledná matica Luenbergerovho pozorovateľa stavov L :

$$L = \begin{bmatrix} -1.1646 & 2.3917 \end{bmatrix} \tag{2.13}$$

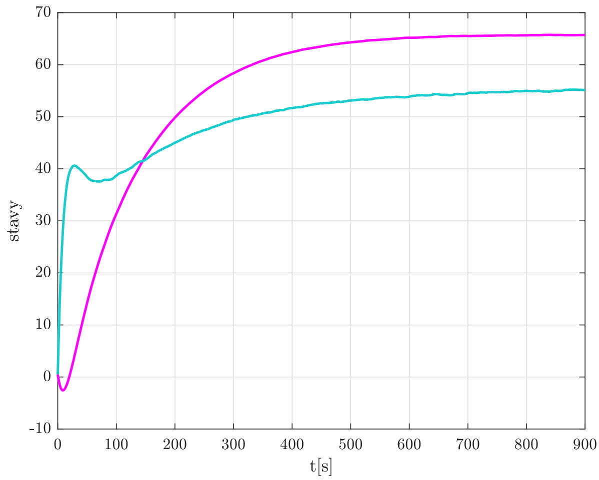
Kvalitu navrhnutého pozorovateľa stavov som overila na chemickom reaktore pri viacerých skokových zmenách objemového prietoku na čerpadle A a rovnako na čerpadle B. Na Obr. 2.20, 2.22, 2.24, 2.26 sú grafické priebehy pH pri jednotlivých skokových zmenách na čerpadlách. Na Obr. 2.21, 2.23, 2.25, 2.27 je znázornené



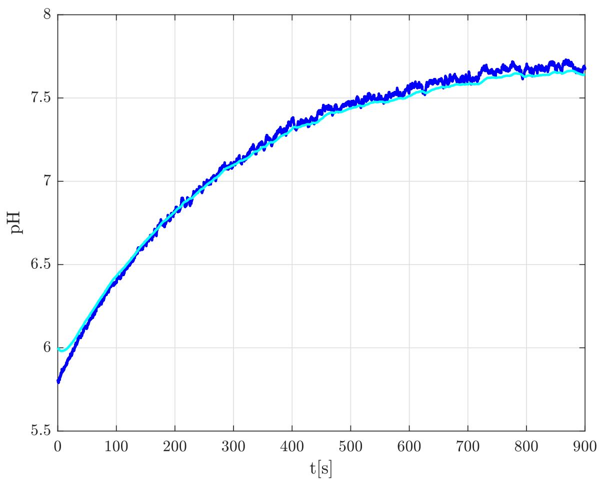
Obr. 2.20: Skoková zmena 2 → 3 V na pumpe A: pH merané (modrá), pH odhadované (tyrkysová).

správanie sa dvoch odhadovaných stavov x_1, x_2 pri všetkých uvažovaných skokových zmenách.

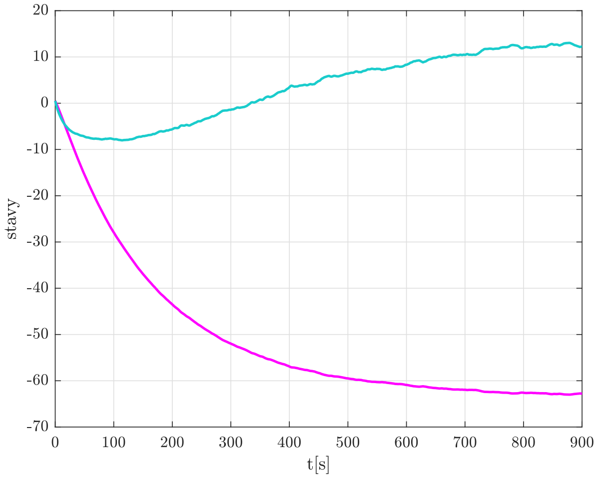
Z grafov na Obr. 2.20, 2.22, 2.24, 2.26 vidíme, že odhadnutý priebeh pH získaný na základe navrhnutého pozorovateľa stavov dostatočne presne opisuje skutočne namerané priebehy pH. Z grafov na Obr. 2.21, 2.23, 2.25, 2.27 zase vidíme, že priebehy stavov sa podľa očakávania správajú analogicky k správaniu výstupov, a teda, že sa menia vtedy, keď sa mení aj výstup a ustaľujú sa vtedy, keď sa ustaľuje aj výstup. Toto správanie je požadované aj pre návrh stavového regulátora, ktorý už nebude počítať akčné zásahy na základe nameraného výstupu, ale len na základe odhadnutých stavov.



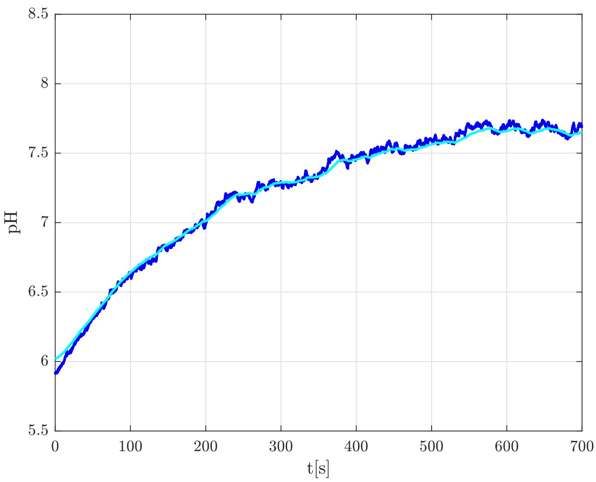
Obr. 2.21: Skoková zmena z 2 → 3 V na pumpe A: odhadnutý stav x_1 (modrá), odhadnutý stav x_2 (fialová).



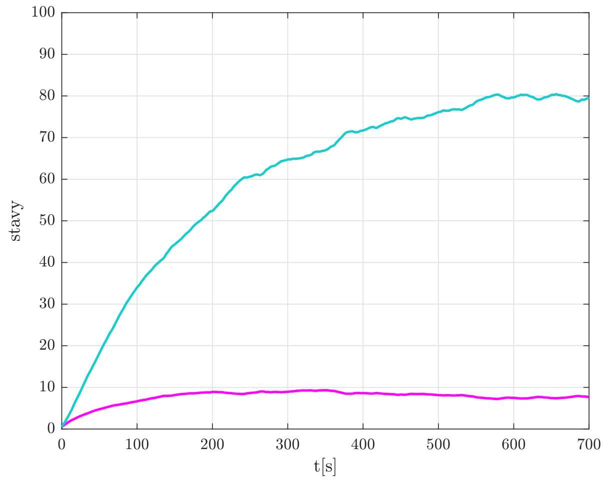
Obr. 2.22: Skoková zmena z 3 → 2 V na pumpe A: pH merané (modrá), pH odhadované (tyrkysová).



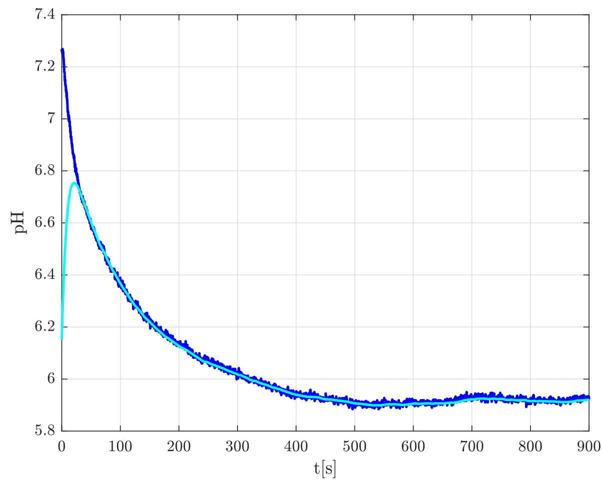
Obr. 2.23: Skoková zmena z 3 $\rightarrow$ 2 V na pumpe A: odhadnutý stav x_1 (modrá), odhadnutý stav x_2 (fialová).



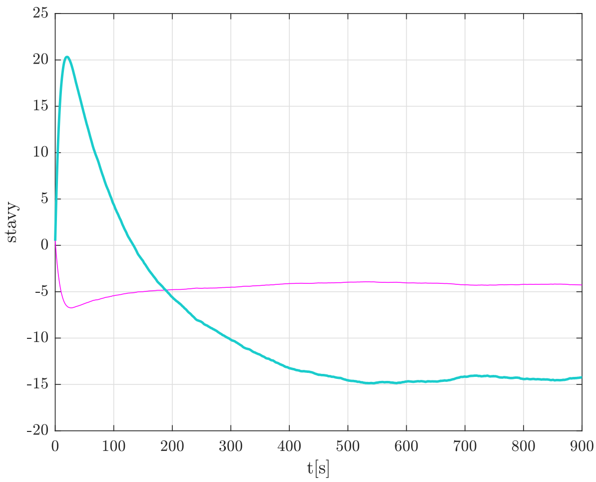
Obr. 2.24: Skoková zmena z 2 $\rightarrow$ 3 V na pumpe B: pH merané (modrá), pH odhadované (tyrkysová).



Obr. 2.25: Skoková zmena z $2 \rightarrow 3\,\mathrm{V}$ na pumpe B: odhadnutý stav x_1 (modrá), odhadnutý stav x_2 (fialová).



Obr. 2.26: Skoková zmena z $3 \rightarrow 2\,\mathrm{V}$ na pumpe B. pH merané (modrá), pH odhadované (tyrkysová).



Obr. 2.27: Skoková zmena z $3 \rightarrow 2\,\mathrm{V}$ na pumpe B: odhadnutý stav x_1 (modrá), odhadnutý stav x_2 (fialová).

2.3 Mnohorozmerové MPC riadenie laboratórneho chemického reaktora

Podobne, ako pri riadení chemického reaktora robustným MPC regulátorom pre jeden riadený výstup a jeden akčný zásah, aj pri mnohorozmerovom riadení je dôležité správne nastavenie váhových koeficientov štvorcových váhových matíc Q_p, Q_i a Q_u rozšírenej účelovej funkcie (1.39).

Keďže uvažujem dva akčné zásahy, a to prietok kyseliny a zásady, tak rozmer matíc Q_p, Q_u je v tomto prípade 2×2 a budem uvažovať diagonálne matice v tvare:

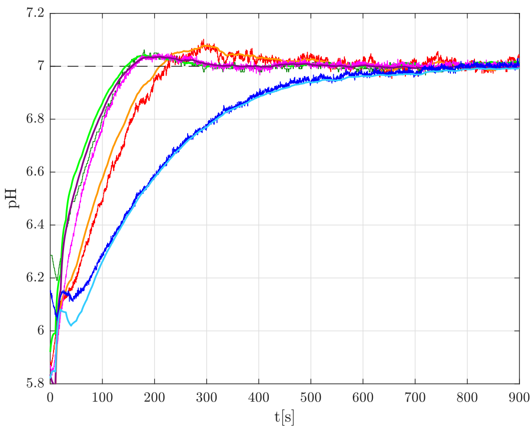
$$Q_\mathrm{p} = \begin{bmatrix} Q_\mathrm{p,A} & 0 \\ 0 & Q_\mathrm{p,B} \end{bmatrix}, \quad Q_\mathrm{u} = \begin{bmatrix} Q_\mathrm{u,A} & 0 \\ 0 & Q_\mathrm{u,B} \end{bmatrix}. \tag{2.14}$$

Experimentálne som ladila jednotlivé váhové koeficienty tak, aby výsledná kvalita riadenia bola čo najlepšia. Postupne som určila vhodné kombinácie rozsahu váhových matíc. Najlepšie uvažované váhové koeficienty sú uvedené v Tab. 2.3.

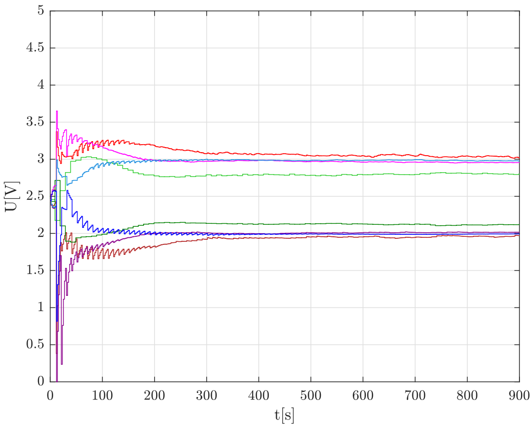
Tabuľka 2.3: Navrhnuté váhové koeficienty pre mnohorozmerné riadenie.

nastavenie	$Q_{\mathrm{p,A}}$	$Q_{\mathrm{p,B}}$	Q_{i}	$Q_{\mathrm{u,A}}$	$Q_{\mathrm{u,B}}$
I	1	1	1	10	10
II	1	1	10	1	1
III	1	1	10	10	10
IV	10	10	1	10	10

Uvažujem rovnaké nastavenie váhových koeficientov pre pumpu A a pumpu B a preto ďalej v práci sú jednotlivé pomery uvedené nasledovne: 1:1:10, 1:10:1, 1:10:10, 10:1:10.

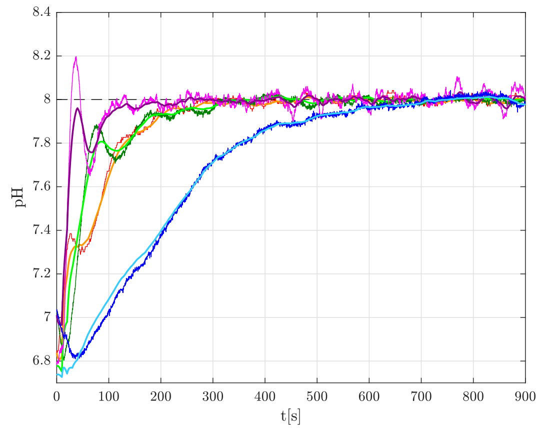


Obr. 2.28: Riadenie pH 6 → 7 so zvolenými váhovými koeficientami v pomeroch: 1:1:10: meraná (červená), odhadovaná (oranžová), 1:10:1: meraná (zelená), odhadovaná (svetlo-zelená), 1:10:10: meraná (ružová), odhadovaná (fialová), 10:1:10: meraná (modrá), odhadovaná (svetlo-modrá), referencia (čierna).



Obr. 2.29: Priebeh akčných zásahov pri riadení pH 6 → 7 so zvolenými váhovými koeficientami v pomeroch: 1:1:10: A (červená), B (tmavo-červená), 1:10:1: A (svetlo-zelená), B (zelená), 1:10:10: A (ružová), B (fialová), 10:1:10: A (svetlo-modrá), B(modrá).

Jednotlivé uvažované nastavenia riadenia (Tab. 2.3) som systematicky analyzovala pri úlohe sledovania pre skokové zmeny hodnoty pH: 6 → 7 (Obr. 2.28), 7 → 8 (Obr. 2.30), 8 → 7 (Obr. 2.32), a 7 → 6 (Obr. 2.34).



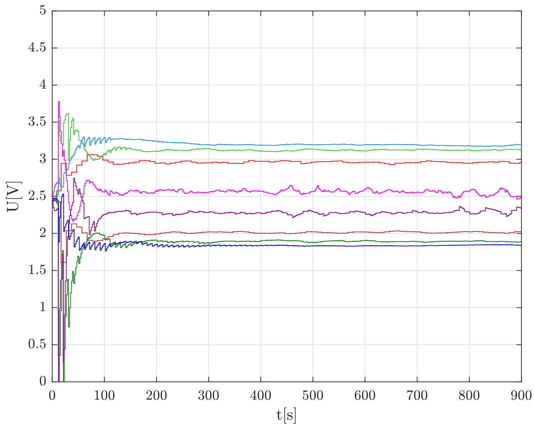
Obr. 2.30: Riadenie pH 7 → 8 so zvolenými váhovými koeficientami v pomeroch: 1:1:10: meraná (červená), odhadovaná (oranžová), 1:10:1: meraná (zelená), odhadovaná (svetlo-zelená), 1:10:10: meraná (ružová), odhadovaná (fialová), 10:1:10: meraná (modrá), odhadovaná (svetlo-modrá), referencia (čierna).

2.4 Riadenie reaktora pomocou dynamicky sa meniacich váhových koeficientov

Z jednotlivých priebehov riadenia na Obr. 2.28–2.34 je vidieť, že nie všetky nastavenia váhových koeficientov zabezpečili rovnako dobrú kvalitu riadenia pri riadení na žiadanú hodnotu meranej veličiny.

Správanie sa chemického reaktora je silne nelineárne a asymetrické. Preto som sa rozhodla redukovať nesymetrické správanie sa reaktora tak, že nebudem uvažovať len konštantné nastavenie váhových koeficientov, ale budem počas riadenia ich nastavenie priebežne meniť s ohľadom na aktuálnu regulačnú odchýlku riadenia.

Vybrala som preto dve *spoľahlivé* nastavenia váhových koeficientov, ktoré zabezpečili najlepšiu kvalitu riadenia pri uvažovaných skokových zmenách smerom

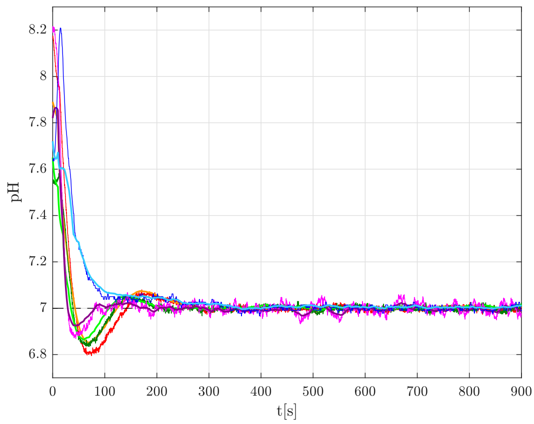


Obr. 2.31: Priebeh akčných zásahov pri riadení pH 7 → 8 so zvolenými váhovými koeficientami v pomeroch: 1:1:10: A (červená), B (tmavo-červená), 1:10:1: A (svetlo-zelená), B (zelená), 1:10:10: A (ružová), B (fialová), 10:1:10: A (svetlo-modrá), B(modrá).

nahor. Rovnako tak dvojicu nastavení, ktoré zase zabezpečili najlepšiu kvalitu riadenia pri skokových zmenách smerom nadol.

Na Obr. 2.36, 2.37 sú grafické priebehy pri riadení na skokovú zmenu žiadanej veličiny s najlepšími nastaveniami váhových koeficientov smerom nadol.

Pri riadení na skokovú zmenu žiadanej veličiny smerom nahor boli vyhodnotené ako najlepšie grafické priebehy zobrazené na Obr. 2.38, 2.39.



Obr. 2.32: Riadenie pH 8 → 7 so zvolenými váhovými koeficientami v pomeroch: 1:1:10: meraná (červená), odhadovaná (oranžová), 1:10:1: meraná (zelená), odhadovaná (svetlo-zelená), 1:10:10: meraná (ružová), odhadovaná (fialová), 10:1:10: meraná (modrá), odhadovaná (svetlo-modrá), referencia (čierna).

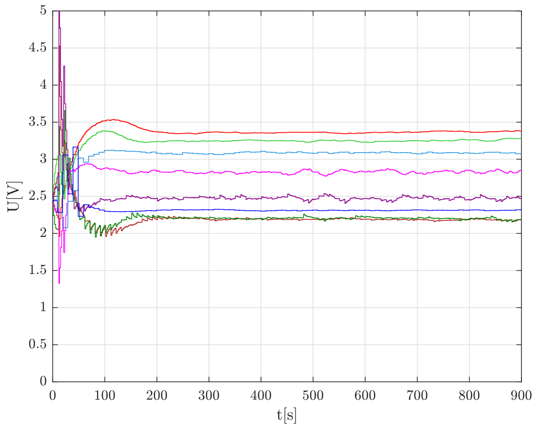
Následne som vytvorila funkciu, na základe ktorej bude regulátor dynamicky meniť hodnoty váhových koeficientov v závislosti od meniacej sa hodnoty regulačnej odchýlky:

$$Q_\mathrm{p} : Q_\mathrm{i} : Q_\mathrm{u} = \begin{cases} 1 : 10 : 10, & e(\mathrm{k}) > 0 \\ 1 : 10 : 1, & e(\mathrm{k}) \leq 0, \end{cases} \tag{2.15}$$

ktorá sa dá zapísať v kompaktnom tvare:

$$M = 1 + 4,5(1 + \mathrm{sign}(e(k)))\,\mathrm{sign}(e(k)). \tag{2.16}$$

Keď uvažujeme dynamicky sa meniaci regulátor, môžeme si to predstaviť ako prepínanie medzi dvoma alebo viacerými regulátormi v jednom uzavretom regulačnom obvode. V takomto prístupe riadenia môže hroziť, že uzavretý regulačný obvod nebude pri prepínaní stabilný napriek tomu, že tak ako je to uvedené v kap. 1.7, samotné uzavreté regulačné obvody sú stabilné. Aby sme dokázali, že aj



Obr. 2.33: Priebeh akčných zásahov pri riadení pH 8 → 7 so zvolenými váhovými koeficientami v pomeroch: 1:1:10: A (červená), B (tmavo-červená), 1:10:1: A (svetlo-zelená), B (zelená), 1:10:10: A (ružová), B (fialová), 10:1:10: A (svetlo-modrá), B(modrá).

náš uzavretý regulačný obvod je stabilný napriek tomu, že budeme prepínať medzi dvoma regulátormi, tak vychádzame z vlastností kvadratickej Ljapunovej funkcie pre uzavretý regulačný obvod:

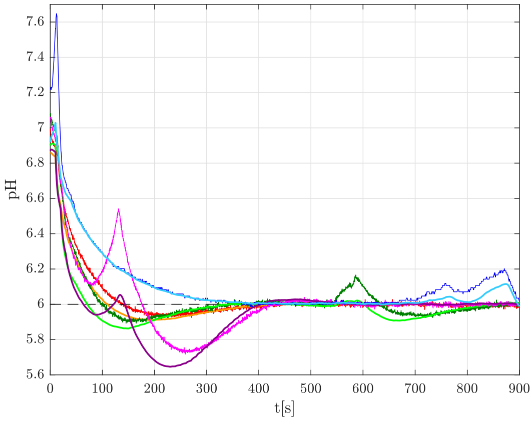
- $V = x^\top P_{\mathrm{CL}} x$,
- $P_{\mathrm{CL}} = P_{\mathrm{CL}}^\top \succ 0$,
- $\Delta V(x(k+1)) = V(x(k+1)) - V(x(k)) < 0$,

pričom P_{CL} je nová matica uzavretého regulačného obvodu.

Postupnými substitúciami stavového systému (1.48) a stavového zákona (1.51) riadenia dostaneme

$$\left[\left(A^{(v)} + B^{(v)} F_i\right)^\top P_{\mathrm{CL}} \left(A^{(v)} + B^{(v)} F_i\right) - P_{\mathrm{CL}}\right] \preceq 0, \tag{2.17}$$

kde $A^{(v)}, B^{(v)}$ predstavujú vrcholovú reprezentáciu neurčitého systému a F_i maticu



Obr. 2.34: Riadenie pH 7 → 6 so zvolenými váhovými koeficientami v pomeroch: 1:1:10: meraná (červená), odhadovaná (oranžová), 1:10:1: meraná (zelená), odhadovaná (svetlo-zelená), 1:10:10: meraná (ružová), odhadovaná (fialová), 10:1:10: meraná (modrá), odhadovaná (svetlo-modrá), referencia (čierna).

zosilnení uvažovaných regulátorov, medzi ktorými sa prepína počas riadenia. Po substitúcii

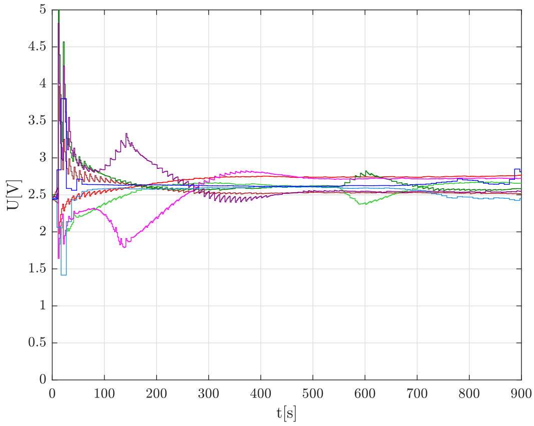
$$\left[\left(A^{(v)} + B^{(v)}F_i\right)^\top P_{\mathrm{CL}} \left(A^{(v)} + B^{(v)}F_i\right) - P_{\mathrm{CL}}\right] = \tilde{P}_{\mathrm{CL}} \tag{2.18}$$

platí, že

$$\tilde{P}_{\mathrm{CL}} \preceq 0, \tag{2.19}$$

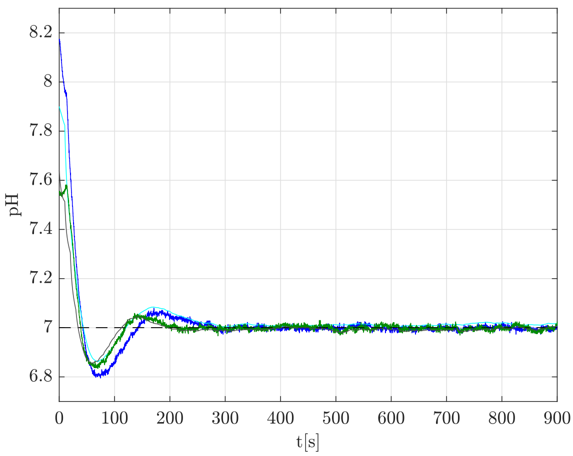
$$x^\top \tilde{P}_{\mathrm{CL}} x \leq 0. \tag{2.20}$$

Vyriešila som optimalizačný problém, kde som hľadala, či pre uvažované počiatočné podmienky x_0 existuje tak8 Ljapunovova matica uzavretého regulačného obvodu $P_{\mathrm{CL}} = P_{\mathrm{CL}}^\top \succ 0$, ktorá spĺňa podmienku (**??**). Tento optimalizačný problém mal riešenie, a tak toto riešenie je garanciou, že uzavretý regulačný obvod s dvomi rôznymi regulátormi je naozaj stabilný. Nasledujúce grafické priebehy potvrdzujú stabilitu uzavretého regulačného obvodu.

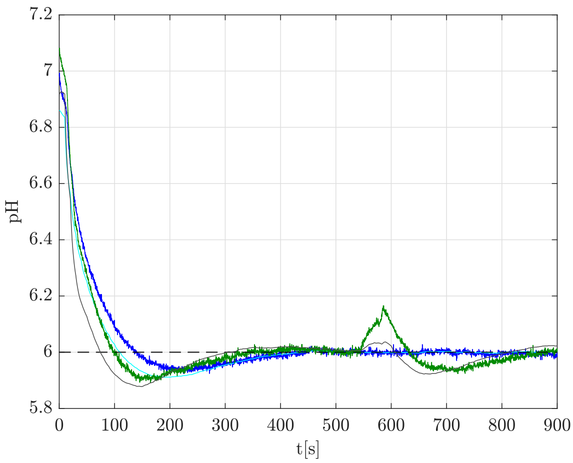


Obr. 2.35: Priebeh akčných zásahov pri riadení pH 7 $\rightarrow$ 6 so zvolenými váhovými koeficientami v pomeroch: 1:1:10: A (červená), B (tmavo-červená), 1:10:1: A (svetlo-zelená), B (zelená), 1:10:10: A (ružová), B (fialová), 10:1:10: A (svetlo-modrá), B(modrá).

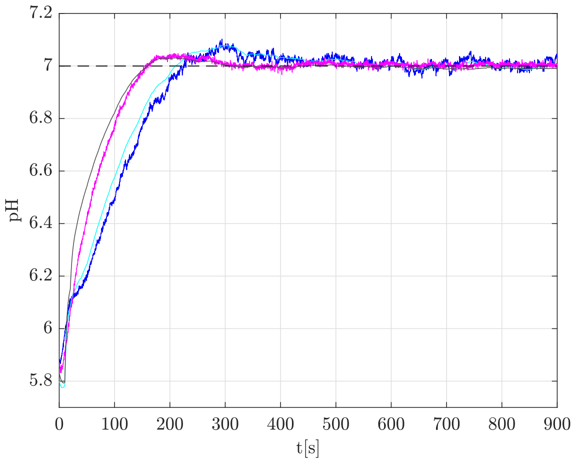
Na Obr. 2.40, 2.42, 2.44, 2.46 sú grafické priebehy riadenia pre jednotlivé skokové zmeny žiadanej veličiny s dynamicky sa meniacimi váhovými koeficientami. Keďže sa regulátor prepína medzi nastaveniami 1:10:1 a 1:10:10 v závislosti od regulačnej odchýlky vidíme, že správanie sa takto pracujúceho regulátora je akýmsi kompromisom medzi spomínanými dvoma nastaveniami.



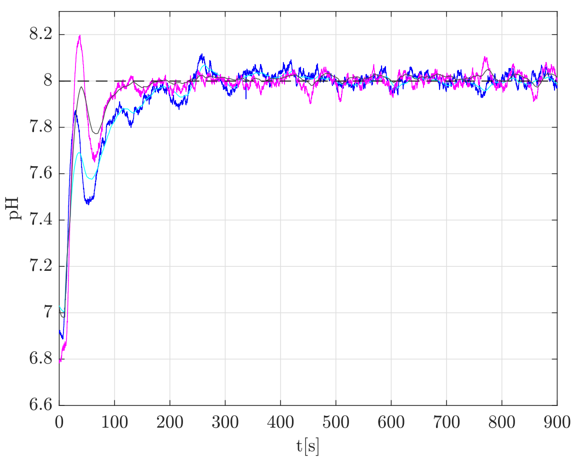
Obr. 2.36: Riadenie pH 8 → 7 so zvolenými váhovými koeficientami v pomeroch: 1:1:10 (modrá), 1:10:1 (zelená), odhad stavov (tyrkysová, sivá), referencia (čierna).



Obr. 2.37: Riadenie pH 7 → 6 so zvolenými váhovými koeficientami v pomeroch: 1:1:10 (modrá), 1:10:1 (zelená), odhad stavov (tyrkysová, sivá), referencia (čierna).

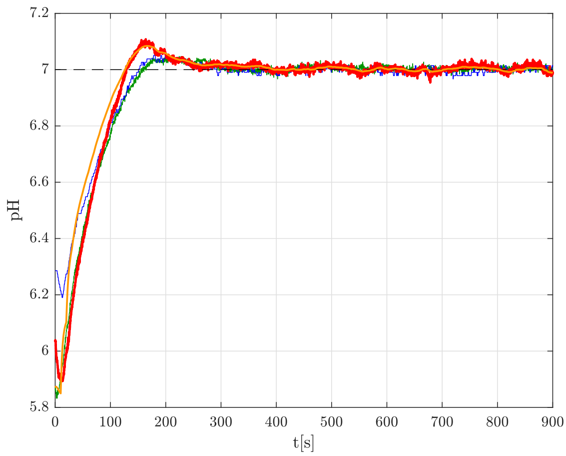


Obr. 2.38: Riadenie pH 6 → 7 so zvolenými váhovými koeficientami v pomeroch: 1:1:10 (modrá), 1:10:10 (ružová), odhad stavov (tyrkysová, sivá), referencia (čierna).



Obr. 2.39: Riadenie pH 7 → 8 so zvolenými váhovými koeficientami v pomeroch: 1:1:10 (modrá), 1:10:10 (ružová), odhad stavov (tyrkysová, sivá), referencia (čierna).

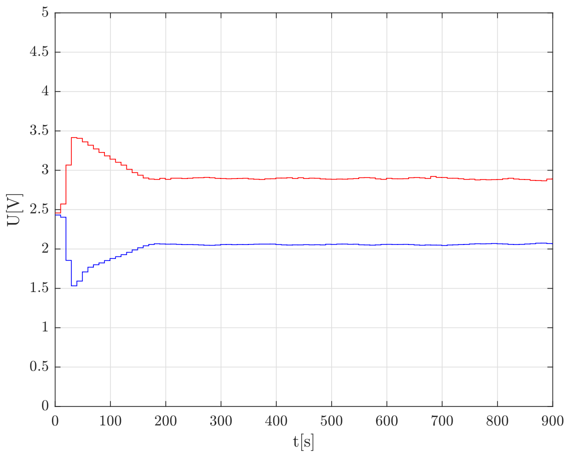
Obr. 2.41, 2.43, 2.45, 2.47 zobrazujú príslušné akčné zásahy dynamicky sa prepínajúceho regulátora. Už z grafických priebehov na Obr. 2.40–2.47 je zrejmé, že takto pracujúci regulátor zlepšil kvalitu riadenia, v nasledujúcej kapitole sú uvedené aj vypočítané a porovnané kritéria kvality pre tieto regulátory.



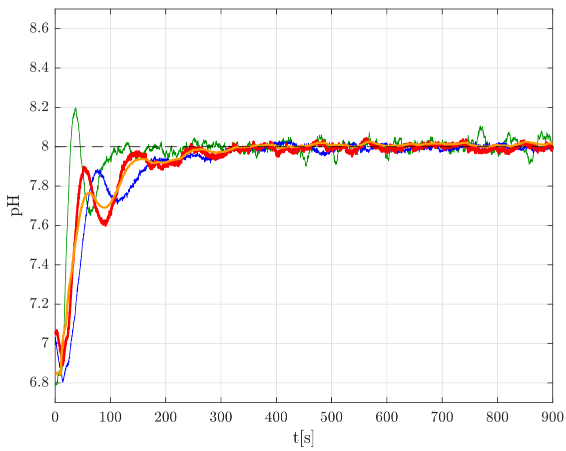
Obr. 2.40: Riadenie pH 6 → 7 pomocou dynamicky sa meniacich váhových koeficientov v pomeroch: 1:10:10 (zelená), 1:10:1 (modrá), dynamicky sa meniace nastavenie (červená,) odhad stavov (žltá), referencia (čierna).

2.5 Vyhodnotenie kvality mnohorozmerového riadenia

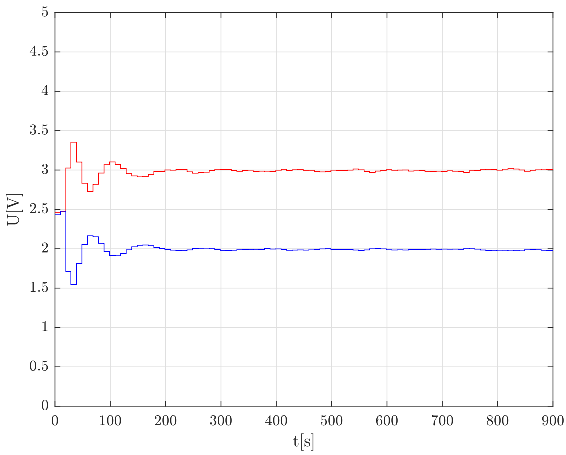
Pomocou kritérií kvality opísaných v kap. 1.11 tejto práce som vyhodnotila kvalitu riadenia chemického reaktora. Vypočítané hodnoty integrálneho kritéria kvality vyhodnoteného vzhľadom na priebeh riadenej veličiny (pH) sú v Tab. 2.4, hodnoty vypočítané vzhľadom na akčný zásah (objemový prietok q) sú v Tab. 2.5 a hodnoty vypočítané vzhľadom na zmenu akčného zásahu (Δq) sú v Tab. 2.6. V Tab. 2.4 je



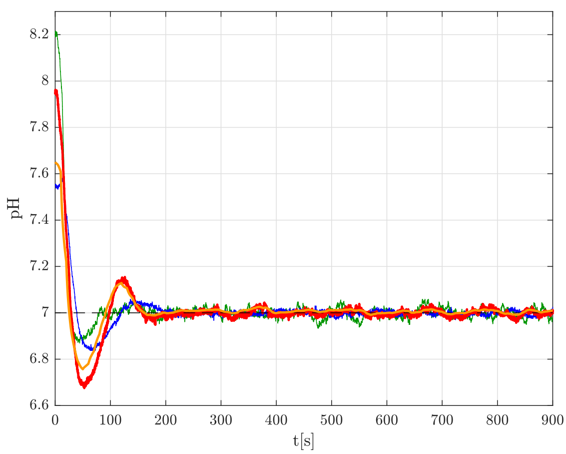
Obr. 2.41: Akčné zásahy pri riadení pomocou dynamicky sa meniacich vhových koeficientov. Čerpadlo A (červená), čerpadlo B (modrá).



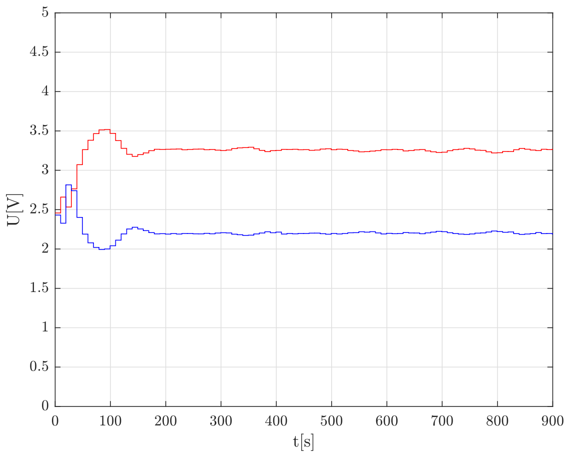
Obr. 2.42: Riadenie pH 7 $\rightarrow$ 8 pomocou dynamicky sa meniacich váhových koeficientov v pomeroch: 1:10:10 (zelená), 1:10:1 (modrá), dynamicky sa meniace nastavenie (červená,) odhad stavov (žltá), referencia (čierna).



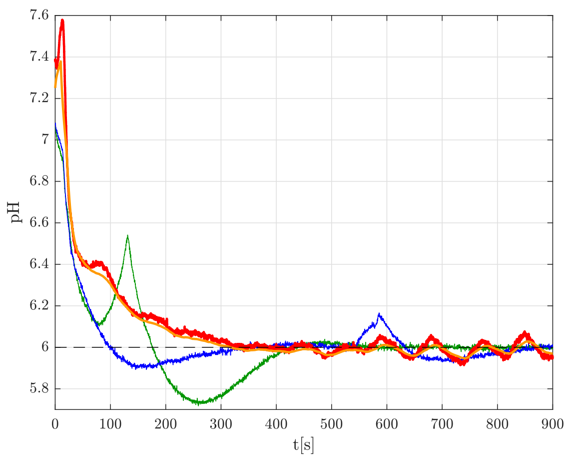
Obr. 2.43: Akčné zásahy pri riadení pomocou dynamicky sa meniacich vhových koeficientov. Čerpadlo A (červená), čerpadlo B (modrá).



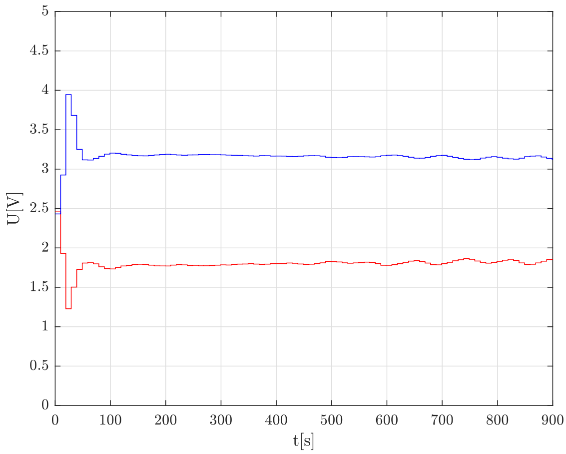
Obr. 2.44: Riadenie pH 8 $\rightarrow$ 7 pomocou dynamicky sa meniacich váhových koeficientov v pomeroch: 1:10:10 (zelená), 1:10:1 (modrá), dynamicky sa meniace nastavenie (červená,) odhad stavov (žltá), referencia (čierna)..



Obr. 2.45: Akčné zásahy pri riadení pomocou dynamicky sa meniacich vhových koeficientov. Čerpadlo A (červená), čerpadlo B (modrá).



Obr. 2.46: Riadenie pH 7 → 6 pomocou dynamicky sa meniacich váhových koeficientov v pomeroch: 1:10:10 (zelená), 1:10:1 (modrá), dynamicky sa meniace nastavenie (červená,) odhad stavov (žltá), referencia (čierna).



Obr. 2.47: Akčné zásahy pri riadení pomocou dynamicky sa meniacich vhových koeficientov. Čerpadlo A (červená), čerpadlo B (modrá).

vyhodnotená kvalita riadenia pre všetky štyri nastavenia regulátorov a pre každú uvažovanú skokovú zmenu žiadanej veličiny. Z vypočítaných hodnôt je vidieť, že najmenšie hodnoty ISE sa dosiahli pri nastavení regulátora RMPC II, to znamená pri pomere váhových koeficientov 1:10:1. O niečo vyššie, no stále pomerne nízke hodnoty ISE vidíme pri nastavení RMPC III, čo zodpovedá pomeru koeficientov 1:10:10. Takto vyhodnotená kvalita riadenia nám potvrdzuje, že práve tieto dve nastavenia sú spoľahlivé v celom rozsahu riadenia a je naozaj vhodné ich použiť ako nastavenia, medzi ktorými sa regulátor dynamicky prepína v závislosti od meniacej sa hodnoty regulačnej odchýlky.

Tabuľka 2.4: Priebeh riadenia vyhodnotené pomocou kritéria ISE(pH).

Nastavenie	pH: $6 \to 7$	pH: $7 \to 8$	pH: $8 \to 7$	pH: $7 \to 6$
RMPC I	73,02	10,78	23,55	24,90
RMPC II	5,96	55,08	8,23	27,61
RMPC III	50,04	28,29	20,85	39,54
RMPC IV	115,75	211,07	6,30	14,23

Tabuľka 2.5: Priebeh riadenia vyhodnotené pomocou kritéria ISU$(q) \times 10^4$.

Nastavenie	pH: $6 \to 7$	pH: $7 \to 8$	pH: $8 \to 7$	pH: $7 \to 6$
RMPC I	1,20	0,25	1,53	1,38
RMPC II	0,24	1,48	1,41	1,28
RMPC III	1,26	1,67	1,33	1,53
RMPC IV	1,23	1,63	0,30	0,26

2.6 Kvalita riadenia pre dynamicky sa meniace váhové koeficienty

Nasledujúce tabuľky zobrazujú vypočítané kritéria kvality pre dynamicky sa meniaci regulátor v porovnaní s dvoma spomínanými vhodnými nastaveniami (Tab. 2.7–Tab. 2.9).

Z grafických priebehov riadenia pomocou dynamicky sa meniaceho nastavenia regulátora RMPC II&III bolo zrejmé, že tento spôsob riadenia je väčšinou niekde medzi dvoma spoľahlivými nastaveniami. To isté vyplýva aj z Tab. 2.7. Vidíme, že vypočítané hodnoty integrálnych kritérií kvality sa nachádzajú takmer všetky medzi hodnotami vypočítanými pre nastavenia regulátora RMPC II a RMPC III. Ak by sme porovnali hodnoty ISE dynamicky meniaceho nastave-

Tabuľka 2.6: Priebeh riadenia vyhodnotené pomocou kritéria ISdU(Δq).

Nastavenie	pH: 6 → 7	pH: 7 → 8	pH: 8 → 7	pH: 7 → 6
RMPC I	12,34	2,18	15,31	7,54
RMPC II	1,69	21,38	9,71	21,09
RMPC III	21,51	22,23	20,83	20,98
RMPC IV	8,67	2,31	6,28	7,63

nia váhových koeficientov (RMPC II&III) so všetkými nastaveniami regulátora (RMPC I, RMPC II, RMPC III, RMPC IV) vidíme, že niektoré nastavenia regulátora pre niektoré skokové zmeny žiadanej veličiny dosahujú oveľa menšie hodnoty ako je to v prípade dynamického prepínania. Ak ale uvažujeme inú skokovú zmenu, hodnoty integrálnych ukazovateľov sú už oveľa vyššie.

Vidíme, že jeden regulátor s konštantným nastavením váhových koeficientov nezabezpečí takú dobrú kvalitu riadenia ako regulátor, ktorý hodnoty váhových koeficientov mení v závislosti od meniacej sa hodnoty regulačnej odchýlky.

Tabuľka 2.7: Priebeh riadenia vyhodnotené pomocou kritéria ISE(pH).

Nastavenie	pH: 6 → 7	pH: 7 → 8	pH: 8 → 7	pH: 7 → 6
RMPC II	5,96	55,08	8,23	27,61
RMPC III	50,04	28,29	20,85	39,54
RMPC II&III	51,74	39,31	16,59	64,96

Tabuľka 2.8: Priebeh riadenia vyhodnotené pomocou kritéria ISU(q) $\times 10^4$.

Nastavenie	pH: $6 \rightarrow 7$	pH: $7 \rightarrow 8$	pH: $8 \rightarrow 7$	pH: $7 \rightarrow 6$
RMPC II	0,24	1,48	1,41	1,28
RMPC III	1,26	1,67	1,33	1,53
RMPC II&III	0,23	0,24	0,36	0,24

Tabuľka 2.9: Priebeh riadenia vyhodnotené pomocou kritéria ISdU(Δq).

Nastavenie	pH: $6 \rightarrow 7$	pH: $7 \rightarrow 8$	pH: $8 \rightarrow 7$	pH: $7 \rightarrow 6$
RMPC II	1,69	21,38	9,71	21,09
RMPC III	21,51	22,23	20,83	20,98
RMPC II&III	1,68	2,81	1,52	4,96

Záver

Hlavným cieľom mojej diplomovej práce bola implementácia mnohorozmerového robustného prediktívneho riadenia pre laboratórny chemický reaktor, v ktorom prebieha proces neutralizácie.

V teoretickej časti mojej práce som sa zaoberala základnými vlastnosťami, výskytom, výrobou a použitím kyseliny octovej a hydroxidu sodného, teda chemikáliami, ktoré vstupovali ako reaktanty do procesu neutralizácie v chemickom reaktore. V teoretickej časti som sa ďalej zaoberala robustným riadením, jeho všeobecnou formuláciou, odhadom stavov, ktorý bol potrebný pre implementáciu mnohorozmerového riadenia.

V experimentálnej časti mojej práce som sa zaoberala návrhom, implementáciou a ladením robustného prediktívneho riadenia s integračnou zložkou pre úlohu sledovania žiadanej veličiny laboratórneho chemického reaktora. Riadenou veličinou v procese neutralizácie bola hodnota pH a riadiacou veličinou bolo napätie ovplyvňujúce prietok roztoku kyseliny privádzanej do chemického reaktora. Objemový prítok zásaditého roztoku hydroxidu sodného bol konštantný. Pre potreby mnohorozmerového riadenia som tiež uvažovala ako riadiacu veličinu napätie ovplyvňujúce prietok roztoku hydroxidu sodného do reaktora pričom objemový prítok roztoku kyseliny octovej bol konštantný.

Za účelom návrhu mnohorozmerového riadenia pre laboratórny chemický reaktor som sa ďalej venovala návrhu pozorovateľa. Navrhla som pozorovateľa stavov a výsledky som validovala pri viacerých skokových zmenách žiadanej veličiny.

Hlavnou časťou mojej práce bol práve návrh mnohorozmerového prediktívneho riadenia pre tento proces. Riadenou veličinou bola hodnota pH, ale riadiacimi veličinami boli napätia ovplyvňujúce prietok roztoku kyseliny a prietok hydroxidu privádzaných do chemického reaktora. Rovnako ako pri SISO robustnom MPC regulátore, aj pri mnohorozmerovom riadení je dôležité správne nastavenie váhových matíc kvadratického kritéria kvality. Pomer týchto matíc som systematicky volila tak, aby kvalita riadenia bola čo najlepšia. Použité váhové matice sú systematicky spracované a a jednotlivé priebehy riadenia spolu s príslušnými akčnými zásahmi regulátora sú spracované graficky.

Na zlepšenie kvality riadenia som navrhla riadenie, ktoré dynamicky mení koeficienty regulátora v závislosti od meniacej sa hodnoty regulačnej odchýlky. Výsledky tohto riadenia sú tiež spracované graficky. Na záver som vyhodnotila a porovnala kvalitu riadenia pre jednotlivé regulátory s konštantnými nastaveniami váhových koeficientov a pre dynamicky sa prepínajúci regulátor. Kvalitu riadenia som pre všetky uvažované priebehy vyhodnotila aj pomocou analytických ukazovateľov kvality.

Literatúra

[1] *Extracts from instruction manual PCT40.* Armfield, 2005.

[2] M. Bakošová and M. Fikar. *Riadenie procesov.* STU v Bratislave, 2008.

[3] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory.* Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, USA, 1994.

[4] S. Boyd and L. Vandeberghe. *Convex Optimization.* Cambridge University Press, New York, 2014.

[5] W. Brogan and P. Hall. *Modern Control Theory.* STU v Bratislave, 1991.

[6] J. Mikleš and M. Fikar. *Process Modelling, Identification, and Control II.* STU v Bratislave, 2013.

[7] J. Oravec. *Robustné prediktívne riadenie chemickotechnologických procesov, Dizertačná práca.* PhD thesis, STU v Bratislave, 2014.

[8] D. Valigura, T. Gracza, A. Lásiková, A. Mašlejová, B. Papánková, J. Šima, K. Špirková, and M. Tatarko. *Chemické tabuľky.* STU v Bratislave, 2011.

[9] V. Veselý and L. Harsányi. *Robustné riadenie dynamických systémov.* STU v Bratislave, 2008.