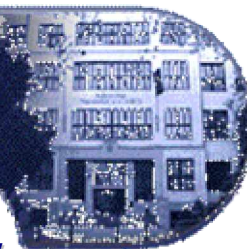




SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA
V BRATISLAVE



Fakulta chemickej a potravinárskej technológie
Katedra informatizácie a riadenia procesov

Robustné riadenie prietokového chemického reaktora Semestrálny projekt

Vypracoval:
Vedúca projektu:

Pavel Mištec
doc.Ing. Monika Bakošová, CSc.

BRATISLAVA, máj 2005

Úprimne ďakujem doc.Ing. Monike Bakošovej, CSc. za odborné vedenie, cenné rady a pripomienky pri písaní bakalárskej práci.

Obsah

1. Úvod	4
2. Jednparametrické neurčitosti	6
2.1 Analýza robustnej stability spätnoväzbového obvodu riadenia pre riadenie systému s neurčitou dynamikou	7
2.1.1 Formulácia problému	7
2.1.2 Riešenie problému	8
2.1.3 Formulácia problému	10
2.1.4 Riešenie problému	10
2.2 Analýza robustnej stability spätnoväzbového obvodu riadenia pre riadenie systému s neurčitým zosilnením	12
2.2.1 Formulácia problému	12
2.2.2 Riešenie problému	13
2.3 Analýza robustnej stability spätnoväzbového obvodu riadenia pre riadenie systému 4.rádu s neurčitou dynamikou	14
2.3.1 Formulácia problému	14
2.3.2 Riešenie problému	14
3. Intervalové parametrické neurčitosti	17
3.1 Formulácia problému	18
3.2 Riešenie problému	18
4. Návrh robustného regulátora pre riadenie chemického reaktora	20
4.1 Matematický model prietokového chemického reaktora	20
4.1.1 Nelineárny model	20
4.1.2 Linearizovaný model	22
4.2 Formulácia problému	23
4.3 Riešenie problému	24
5. Záver:	32
Literatúra:	33
Príloha :	34

1. Úvod

Pri návrhu regulátora pre danú aplikáciu môže mať inžinier k dispozícii matematický model riadeného systému. Určite je vhodné takýto model systému reprezentovaného najčastejšie sústavou obyčajných diferenciálnych rovníc využiť pri návrhu regulátora. Regulátor tak môže byť navrhnutý a jeho funkcie odsimulované vlastne ešte pred prvým spustením reálneho systému.

Pravda je, že na dostupnosť matematického modelu sa inžinier vždy spoľahnúť nemôže. Napríklad pri riadení chemických procesov je jeho tvorba veľmi náročná, a výsledkom je matematický model, ktorý je najčastejšie vo forme sústavy obyčajných alebo parciálnych diferenciálnych rovníc, a často nie je pre svoju zložitosť pri návrhu riadenia užitočný. V tom prípade je regulátor ladený až na mieste pomocou najrôznejších techník. Dôvod je jednoduchý: matematický model nie je nikdy dokonalým popisom reality, je len našou reprezentáciou fyzikálnej reality zapísanou na papieri, či naprogramovanou v Simulinku. I keď by bol dostupný matematický model veľmi presným popisom fyzikálnej reality, aj tak pre návrh riadenia je potrebné použiť jeho zjednodušenú formu. Sústava niekoľkých nelineárnych diferenciálnych rovníc s viacerými premennými je model príliš komplikovaný. Je potrebné linearizovať a znižovať rád modelu. Takto zjednodušený model určite nesúhlasí s realitou a regulátor preňho navrhnutý sa nemusí chovať dobre po zapojení do reálneho systému. Pre návrh regulátora sú dve možnosti

Jeden spôsob je navrhnuť regulátor, ktorý sa bude neustále prispôbovať zisteným zmenám v systéme, bude upravovať svoje koeficienty či priamo celú štruktúru. Popísaný druh nazývame adaptívne riadenie.

Druhým spôsobom je vziať nesúlad medzi matematickým modelom a fyzikálnou realitou do úvahy pri samotnom návrhu regulátora, pokúsiť sa popísať túto neurčitost matematického modelu systému kvalitatívne a kvantitatívne a navrhnuť regulátor, ktorý bude pracovať pre celú skupinu systémov, vtedy ide o robustné riadenie.

Neurčité fyzikálne parametre v modeli sú vtedy, ak odvodený matematický model popisuje v princípe veľmi správne dynamiku systému, ale niektoré fyzikálne parametre nie sú známe úplne presne, alebo je známe, že sa v priebehu práce systému menia v nejakom

intervale. Tento smer robustného riadenia je veľmi presný pri formulácii problému, ale prekvapivo je veľmi náročný pre samotné riešenie. Regulátor je navrhovaný štandardnými metódami a ako prvá je vykonaná analýza robustnosti pre popísanú parametrickú neurčitosť [4].

2. Jednparametrické neurčitosti

Návrh riadenia systému s matematickým modelom, v ktorom všetky parametre sú známe s veľkou presnosťou a len pre jeden parameter budeme vedieť interval hodnôt, je možnosť, ktorá sa pri reálnom návrhu nestáva často.

Zadaný je lineárny model fyzikálneho systému a to vo forme prenosovej funkcie, ktorá okrem samotnej komplexnej premennej s závisí práve na tomto neurčitom parametri, kde niektoré koeficienty polynómu v čitateli a menovateli prenosovej funkcie nie sú konštantné ale sú funkciami parametra q .

$$G(s, q) = \frac{b(s, q)}{a(s, q)} = \frac{b_0(q) + b_1(q)s + b_2(q)s^2 + \dots + b_m(q)s^m}{a_0(q) + a_1(q)s + a_2(q)s^2 + \dots + a_n(q)s^n} \quad (2.1)$$

Nominálny model je model získaný pre bežne známu nejakú hodnotu parametra q . Pre nominálny model vhodnou metódou navrhne regulátor $C(s) = \frac{y(s)}{x(s)}$. Po dokončení návrhu, je otázne, či výsledný spätnoväzbový systém riadenia bude fungovať pre akékoľvek q zo zadaného intervalu, prípadne aké sú prípustné medze pre hodnoty tohto parametra. Či je výsledný spätnoväzbový systém vhodný alebo nie, môžeme posúdiť pomocou uzavretého regulačného obvodu, kde regulátor navrhne niektorou zo známych metód, napr. metódou umiestnenia pólov. Samozrejme, že poloha pólov nevyjadruje úplne dokonalé splnenie našich podmienok na riadenie, ale aspoň získame nejaký nástroj. Ďalej, nás bude zaujímať, ako sa so zmenou parametra q menia korene charakteristickej rovnice uzavretého regulačného obvodu.

$$c(s, q) = a(s, q)x(s) + b(s, q)y(s), \quad (2.2)$$

kde y a x sú čitateľ a menovateľ regulátora ktorým chceme riadiť daný systém.

Prvým riešením je odhadnúť interval hodnôt parametra q a otestovať stabilitu charakteristickej rovnice $c(s, q)$, či dokonca umiestnenie jej koreňov vo vhodnej oblasti podľa danej požiadavky na tlmenie a rýchlosť. V prípade, keď neurčitý parameter q vstupuje

do jednotlivých koeficientov prenosu $G(s, q)$, a tiež charakteristickej rovnice $c(s, q)$, existuje veľmi efektívny postup, ako overiť stabilitu celej skupiny polynómov bez nutnosti výpočtu pólov. V prípade, že je závislosť koeficientov charakteristickej rovnice $c(s, q)$ pre q lineárna, môžeme rovnicu rozdeliť na dve časti :

$$\begin{aligned} c(s, q) &= (\gamma_0 + \delta_0 q) + (\gamma_1 + \delta_1 q)s + (\gamma_2 + \delta_2 q)s^2 + \dots + (\gamma_k + \delta_k q)s^k \\ &= c_0(s) + c_1(s)q \end{aligned} \quad (2.3)$$

Analýzu závislosti polohy koreňov takéhoto polynómu môžeme uskutočniť pomocou metódy geometrického miesta koreňov. Pre túto operáciu potrebujeme pomocný systém

$$P(s) = \frac{c_1(s)}{c_0(s)} \quad (2.4)$$

Tento systém zapojíme do uzavretého obvodu s proporcionálnym „regulátorom“ q . Takto si overíme, že charakteristická rovnica takéhoto uzavretého obvodu je práve naša pôvodná $c(s, q)$. Pre praktickú analýzu môžeme použiť príkaz `rlocus` [4].

2.1 Analýza robustnej stability spätnoväzbového obvodu riadenia pre riadenie systému s neurčitou dynamikou

2.1.1 Formulácia problému

Treba riadiť systém, ktorého dynamika nieje presne známa a ktorý je opísaný rodinou prenosových funkcií $G(s, q) = \frac{1}{s(s+4+q)}$ [4],

s nominálnou hodnotou parametra $q=0$. Pre tento systém treba nájsť regulátor ktorý zabezpečí maximálne preregulovanie do 5% a odstráni trvalú regulačnú odchýlku. Zároveň treba overiť pre aké hodnoty parametra q zabezpečí tento regulátor stabilitu spätnoväzbového obvodu riadenia.

2.1.2 Riešenie problému

Najskôr navrhнем regulátor pre nominálny systém daný prenosom $G(s) = \frac{1}{s(s+4)}$.

Regulátor navrhнем Naslinovou metódou. Riadený systém je 2. rádu, lebo stupeň menovateľa jeho prenosu je 2. Na odstránenie trvalej regulačnej odchýlky treba použiť regulátor s I zložkou. Stupeň charakteristickej rovnice uzavretého regulačného obvodu bude v tomto prípade 3.

Zvolím regulátor ktorý bude mať 2 parametre, čiže PI regulátor. Potom charakteristická rovnica uzavretého regulačného obvodu bude mať tvar

$$1 + \frac{1}{s(s+4)} \left(Z_R + \frac{Z_R}{T_I s} \right) = 0 \quad (2.5)$$

Po jej úprave dostaneme

$$s^3 + 4s^2 + Z_R s + \frac{Z_R}{T_I} = 0 \quad (2.6)$$

Naslinovou metódou vytvorím systém dvoch rovníc o dvoch neznámych

$$4^2 = \alpha Z_R \quad (2.7)$$

$$Z_R^2 = \alpha 4 \frac{Z_R}{T_I} \quad (2.8)$$

Parameter α pre maximálne preregulovanie do 5% má hodnotu 2.

Z týchto rovníc získam hodnoty pre $Z_R = 8$ a $T_I = 1$ a teda môj regulátor bude mať tvar

$$G_R = \frac{8s+8}{s} \quad (2.9)$$

Teraz sa overí či tento regulátor zabezpečí stabilitu spätnoväzbového obvodu riadenia aj systému s neurčitou dynamikou.

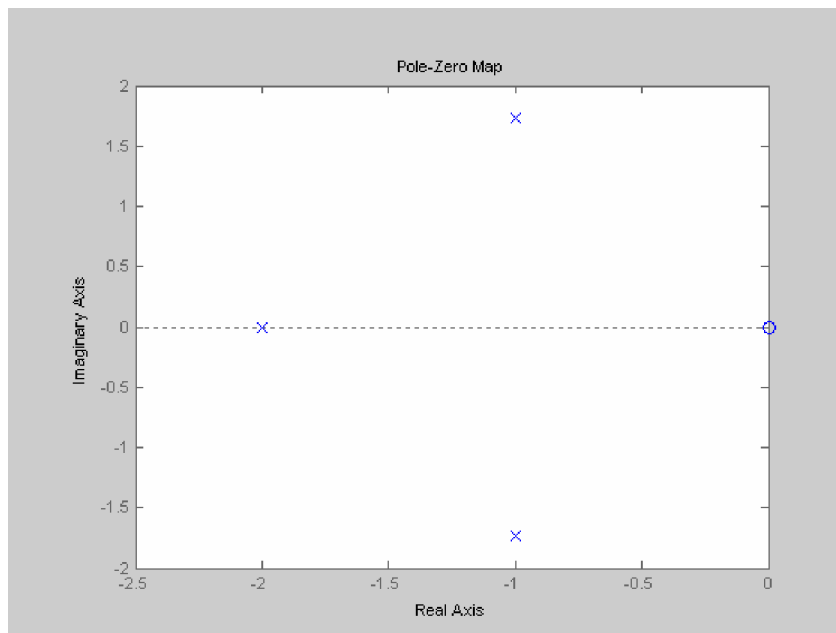
Získajú sa parametre charakteristickej rovnice $1 + G(s, q) * G_R = 0$, prenos regulátora kde

$G(s, q) = \frac{1}{s(s+4+q)}$. Po roznásobení získam:

$$s^3 + 4s^2 + 8s + 8 + s^2 q = 0 \quad (2.10)$$

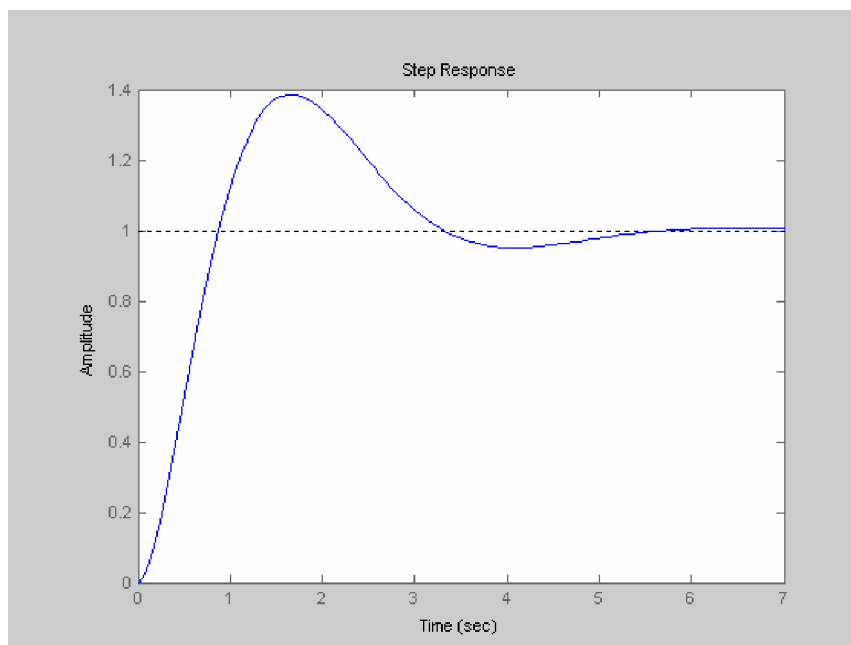
Na základe tejto charakteristickej rovnice vytvorím prenos $\tilde{G}_s = \frac{\tilde{p}_1}{\tilde{p}_0} = \frac{s^2}{s^3 + 4s^2 + 8s + 8}$.

Príkazom `[R,K]=rlocus(Gs,od:krok:do)` získam interval pre q v ktorom bude spätnoväzbový obvod riadenia stabilný. Výsledný interval pre q je $(0,\infty)$. Správnosť som overil pomocou príkazu `pzmap([1 0],[1 4 8 8])`, ktorý je znázornený na obr.2.1. Aby bol systém stabilný musia byť všetky póly záporné.



Obr.2.1 Poloha pólov a núl, póly sú označené x a nuly o.

Overil som či bude stabilný uzavretý regulačný obvod tvorený riadeným systémom s parametrom $q=0$ a navrhnutým regulátorom. Odozva uzavretého regulačného obvodu na jednotkovú skokovú zmenu žiadanej veličiny je na obr.2.2.



Obr.2.2 Odozva uzavretého regulačného obvodu na jednotkovú skokovú zmenu
žiadanej veličiny pre $q=0,5$

2.1.3 Formulácia problému

Treba riadiť systém, ktorého dynamika nie je presne známa a ktorý je opísaný rodinou

prenosových funkcií $G(s, q) = \frac{1}{s(s + 4 + q)}$ [4],

s nominálnou hodnotou parametra $q=0$. Pre tento systém treba nájsť regulátor ktorý zabezpečí, aby výstup z uzavretého regulačného obvodu bol kmitavý s koeficientom relatívneho tlmenia $\zeta = 0,5$, s netlmenou uhlovou frekvenciou vlastných kmitov $\omega_n = 3$ rad/s a aby pozorovateľ stavu obsiahnutý v regulátore mal aspoň 2-krát vyššiu uhlovú frekvenciu vlastných kmitov a rovnaké alebo väčšie tlmenie.

2.1.4 Riešenie problému

Požiadavka na regulačný pochod znamená, že 2 póly spätnoväzbového systému budú umiestnené do $s_1 = -3 \cdot \exp(j \cdot \arccos(0.5))$; $s_2 = s_1^*$ a ďalší pól zvolím do $s_3 = -6$. Výsledný charakteristický polynóm uzatvoreného obvodu bude mať tvar

$$p_char = (s - s1) * (s - s2) * (s - s3) \quad (2.11)$$

$$p_char == s^3 + 9s^2 + 27s + 54. \quad (2.12)$$

Na návrh regulátora bola použitá metóda umiestnenia pólov. Zápis príkazov v matlabe je nasledovný :

cit = 1 ;

men = s*(s+4) ;

[x,y] = axbyc(men,cit,p_char) – týmto príkazom sme získali x a y čo je vlastne žiadaný

regulátor $G_R = \frac{y}{x} = \frac{54+7s}{5+s}$. prenos regulátora

Teraz sa overí či tento regulátor zabezpečí stabilitu spätnoväzbového obvodu riadenia

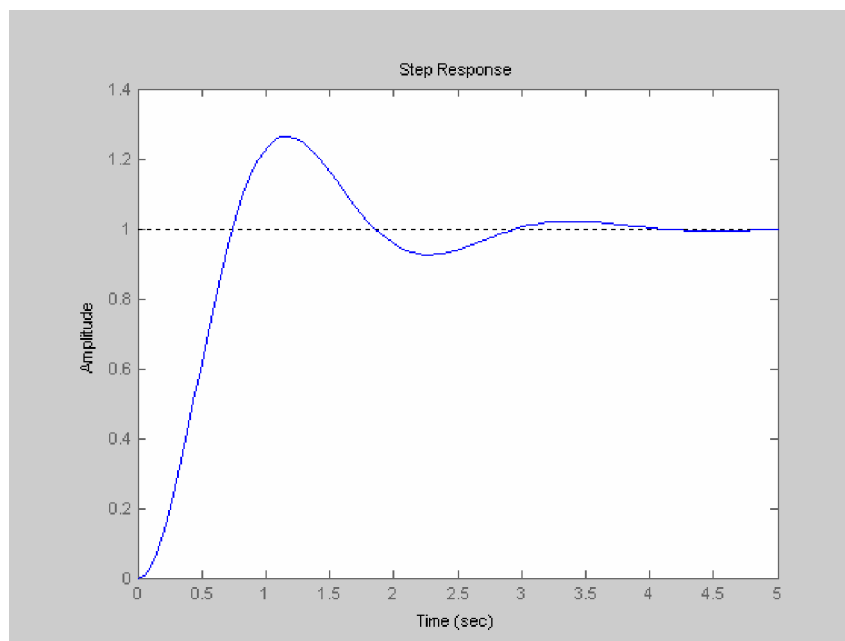
aj systému s neurčitou dynamikou $G(s,q) = \frac{1}{s(s+4+q)}$.

Zapojme do spätnej väzby regulátor navrhnutý v predchádzajúcom kroku a nájdime interval pre q v ktorom bude systém stabilný. Pre získanie parametrov charakteristickej rovnice upravíme túto rovnicu $1+G(s,q)*G_R = 0$. Po roznásobení získame

$$\underbrace{(5+s)s(s+4)+54+7s}_{\tilde{p}_0} + \underbrace{(5+s)s}_{\tilde{p}_1} q = 0 \quad (2.13)$$

Na základe tejto charakteristickej rovnice vytvorím prenos $\tilde{G}_s = \frac{\tilde{p}_1}{\tilde{p}_0}$, a príkazom

[R,K]=rlocus(\tilde{G}_s , od:krok:do) zistíme interval pre q v ktorom bude systém stabilný. Výsledný interval pre q je $(-0.9, \infty)$. Odozva uzavretého regulačného obvodu na jednotkovú skokovú zmenu žiadanej veličiny je na obr.2.3.



Obr.2.3 Odozva uzavretého regulačného obvodu na jednotkovú skokovú zmenu žiadanej veličiny pre $q = -0,9$

2.2 Analýza robustnej stability spätnoväzbového obvodu riadenia pre riadenie systému s neurčitým zosilnením

2.2.1 Formulácia problému

Treba riadiť systém, ktorého zosilnenie nie je presne známe a ktorý je opísaný rodinou prenosových funkcií $G(s, q) = \frac{1+q}{s(s+4)}$ [4],

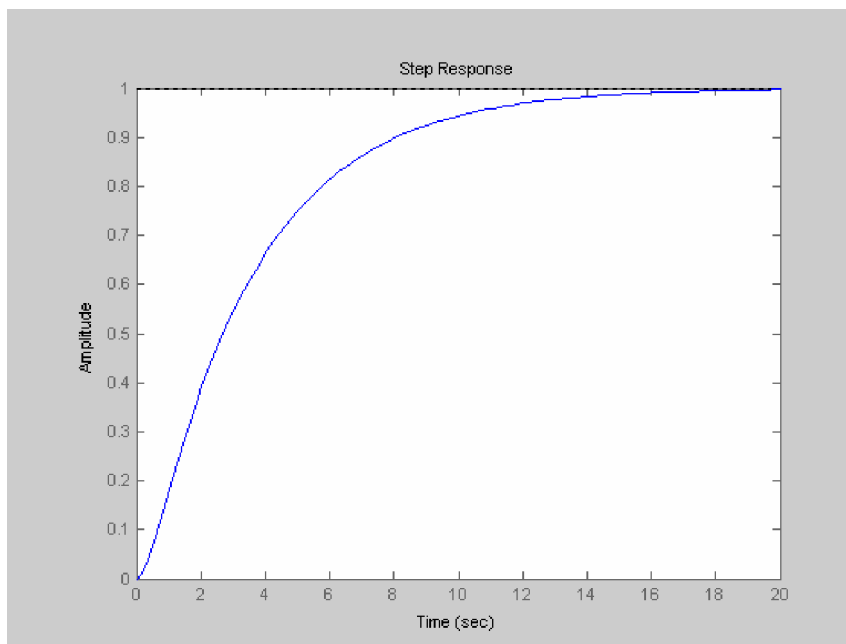
s nominálnou hodnotou parametra $q=0$. Pre tento systém treba nájsť regulátor, ktorý zabezpečí, aby výstup z uzavretého regulačného obvodu bol kmitavý s koeficientom relatívneho tlmenia $\zeta = 0,5$, s netlmenou uhlovou frekvenciou vlastných kmitov $\omega_n = 3$ rad/s a aby pozorovateľ stavu obsiahnutý v regulátore mal aspoň 2-krát vyššiu uhlovú frekvenciu vlastných kmitov a rovnaké alebo väčšie tlmenie.

2.2.2 Riešenie problému

Regulátor použijeme z riešenia problému 2.1.4 a budeme sa snažiť získať interval hodnôt pre q v ktorom bude systém stabilný. Pre získanie parametrov charakteristickej rovnice upravíme túto rovnicu $1+G(s,q)*G_R = 0$. Po roznásobení získame

$$\underbrace{(5+s)s(s+4)+54+7s}_{\tilde{p}_0} + \underbrace{(54+7s)q}_{\tilde{p}_1} = 0 \quad (2.14)$$

Rovnakým príkazom `rlocus` ako v riešení problému 2.1.4 získame interval pre q v ktorom bude systém stabilný. Výsledný interval pre q je $(-0.9, \infty)$. Odozva uzavretého regulačného obvodu na jednotkovú skokovú zmenu žiadanej veličiny je na obr.2.4.



Obr.2.4 Odozva uzavretého regulačného obvodu na jednotkovú skokovú zmenu žiadanej veličiny pre $q = -0.9$

2.3 Analýza robustnej stability spätnoväzbového obvodu riadenia pre riadenie systému 4.rádu s neurčitou dynamikou

2.3.1 Formulácia problému

Treba riadiť systém, ktorého dynamika nie je presne známa a ktorý je opísaný rodinou prenosových funkcií 4.rádu $G(s, q) = \frac{s^2 + (4+q)s + (3+q)}{s^4 + (3+q)s^3 + (5+q)s^2 + (2+q)s}$ [1],

s nominálnou hodnotou parametra $q=0$. Pre tento systém treba nájsť regulátor ktorý odstráni trvalú regulačnú odchýlku, kde póly budeme voliť tak aby uhlová frekvencia ω_n mala hodnotu 3 rad/s a koeficient tlmenia $\zeta = 0.5$. Zároveň treba overiť pre aké hodnoty parametra q zabezpečí tento regulátor stabilitu spätnoväzbového obvodu riadenia.

2.3.2 Riešenie problému

Požiadavka na regulačný pochod znamená, že 2 póly spätnoväzbového systému budú umiestnené do $s_1 = -3 \cdot \exp(j \cdot \arccos(0.5))$; $s_2 = s_1^*$ a zvolíme ďalšie tri póly do $s_3 = -6$; $s_4 = -5$; $s_5 = -4$. Výsledný charakteristický polynóm uzavretého obvodu bude mať tvar

$$p_char = (s - s_1) * (s - s_2) * (s - s_3) * (s - s_4) * (s - s_5) \quad (2.15)$$

$$p_char = s^5 + 18s^4 + 130s^3 + 480s^2 + 1000s + 1100 \quad (2.16)$$

Na návrh regulátora bola použitá metóda umiestnenia pólov. Zápis príkazov v matlabe je nasledovný :

`cit = (s^2 + 4*s + 3) ;`

`men = (s^4 + 3*s^3 + 5*s^2 + 2*s) ;`

`[x, y] = axbyc(men, cit, p_char)` – týmto príkazom som získal x a y čo je vlastne

$$\text{žadovaný regulátor } G_R = \frac{y}{x} = \frac{-230.9s^3 - 453s^2 - 621.5s + 366.7}{231.9s + 698.9}.$$

Teraz sa overí či tento regulátor zabezpečí stabilitu spätnoväzbového obvodu riadenia aj systému s neurčitou dynamikou

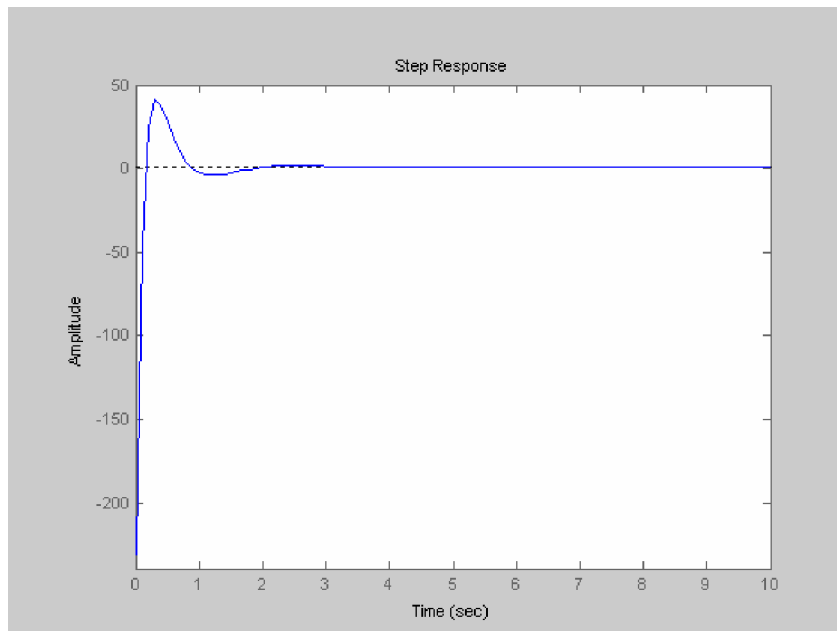
$$G(s, q) = \frac{s^2 + (4 + q)s + (3 + q)}{s^4 + (3 + q)s^3 + (5 + q)s^2 + (2 + q)s} . \quad (2.17)$$

Zapojme do spätnej väzby regulátor navrhnutý v predchádzajúcom kroku a nájdime interval pre q v ktorom bude systém stabilný. Pre získanie parametrov charakteristickej rovnice upravíme túto rovnicu $1 + G(s, q) \cdot G_R = 0$. Po roznásobení získame:

$$\underbrace{(s^5 + 18s^4 + 130s^3 + 482s^2 + 1001.6s + 1100.1)}_{\tilde{p}_0} + \underbrace{(s^4 + 246.9s^3 - 143.7s^2 + 444.1s + 366.7)q}_{\tilde{p}_1} = 0 \quad (2.18)$$

Na základe tejto charakteristickej rovnice vytvorím prenos $\tilde{G}_s = \frac{\tilde{p}_1}{\tilde{p}_0}$, a príkazom

`[R,K]=rlocus(\tilde{G}_s , od:krok:do)` zistíme interval pre q v ktorom bude systém stabilný. Výsledný interval pre q je $(-1, \infty)$. Odozva uzavretého regulačného obvodu na jednotkovú skokovú zmenu žiadanej veličiny 1 sa uštaluje na hodnote 1 je znázornená na obr.2.5.



Obr.2.5 Odozva uzavretého regulačného obvodu na jednotkovú skokovú zmenu
žiadanej veličiny 1 sa uštaluje na hodnote 1 pre $q = -1$

3. Intervalové parametrické neurčitosti

Okrem jednoparametrických neurčitostí sú popísané aj parametrické neurčitosti ktorých modely sú uvádzané prenosovou funkciou v ktorej je každý koeficient neurčitý, teda sa vie, že daný koeficient môže nadobudnúť hodnotu v nejakom intervale charakterizovanom najmenšou a najväčšou hodnotou. Takúto neurčitosť budeme uvádzať takýmto zápisom:

$$G(s) = \frac{[b_0^-, b_0^+] + [b_1^-, b_1^+]s + [b_2^-, b_2^+]s^2 + \dots + [b_m^-, b_m^+]s^m}{[a_0^-, a_0^+] + [a_1^-, a_1^+]s + [a_2^-, a_2^+]s^2 + \dots + [a_n^-, a_n^+]s^n} [1]. \quad (3.1)$$

V prípade jednoparametrických neurčitostí zmena jediného parametra ovplyvnila všetky koeficienty prenosovej funkcie, v prípade intervalových neurčitostí môže mať každý koeficient prenosovej funkcie ľubovoľnú hodnotu zo zadaného intervalu, a to nezávisle od hodnôt ostatných koeficientov. Význam intervalových metód spočíva predovšetkým v tom, že sa pre teoretikov stali východiskovým bodom pre riešenie ďalšieho typu neurčitostí. Charitonova veta hovorí, že pri snahe testovať stabilitu intervalového polynómu

$$a(s) = [a_0^-, a_0^+] + [a_1^-, a_1^+]s + [a_2^-, a_2^+]s^2 + \dots + [a_n^-, a_n^+]s^n \quad (3.2)$$

postačí keď otestujeme len 4 akési špeciálne polynómy. A to už je jedno ako, či použitím priameho výpočtu koreňov či pomocou Routhov-Schurovho algoritmu. Ešte pred asi sto rokmi ľudia poriadne nevedeli testovať stabilitu jedného polynómu a teraz je už možné jednoduchým výpočtom otestovať hneď nekonečne veľa polynómov. Je nutné podotknúť, že takýto výsledok je možný len pri testovaní stability spojitých systémov kde oblasť stability je ľavá komplexná polrovina.

Charitonova veta má taktiež veľmi názornú grafickú interpretáciu. Aby bol polynóm $a(s)$ stabilný musí komplexná funkcia $a(j\omega)$ komplexnej premennej ω prechádzať n kvadrantmi a vyhnúť sa pritom nule, s tým že pre každú frekvenciu ω však namiesto jedinej komplexnej hodnoty dostávame celú množinu hodnôt (Charitonov obdĺžnik) [4].

3.1 Formulácia problému

Treba určiť či je intervalový polynóm

$$a(s) = [0.45, 0.55] + [1.95, 2.05]s + [2.95, 3.05]s^2 + [5.95, 6.05]s^3 + [3.95, 4.05]s^4 + [3.95, 4.05]s^5 + s^6 \quad [1] \quad (3.3)$$

stabilný, vlastne či sú jeho korene v ľavej komplexnej polrovine.

3.2 Riešenie problému

Forma akou zadávame intervalové polynómy sú jednoducho dva pomocné polynómy, jeden s koeficientmi definujúcimi spodnú hranicu, druhý s koeficientmi definujúcimi hornú hranicu

$$am = 0.45 + 1.95s + 2.95s^2 + 5.95s^3 + 3.95s^4 + 3.95s^5 + s^6 \quad (3.4)$$

$$ap = 0.55 + 2.05s + 3.05s^2 + 6.05s^3 + 4.05s^4 + 4.05s^5 + s^6 \quad (3.5)$$

Potom zostavíme štyri Charitonove polynómy:

$$k1 = am\{0\} + am\{1\}s + ap\{2\}s^2 + ap\{3\}s^3 + am\{4\}s^4 + am\{5\}s^5 + ap\{6\}s^6 \quad (3.6)$$

$$k2 = ap\{0\} + ap\{1\}s + am\{2\}s^2 + am\{3\}s^3 + ap\{4\}s^4 + ap\{5\}s^5 + am\{6\}s^6 \quad (3.7)$$

$$k3 = am\{0\} + ap\{1\}s + ap\{2\}s^2 + am\{3\}s^3 + am\{4\}s^4 + ap\{5\}s^5 + ap\{6\}s^6 \quad (3.8)$$

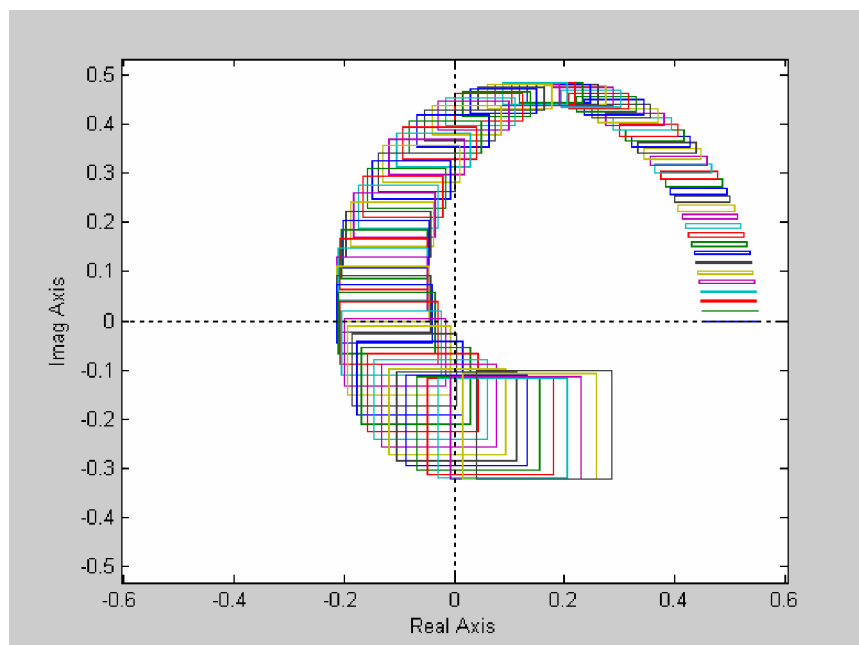
$$k4 = ap\{0\} + am\{1\}s + am\{2\}s^2 + ap\{3\}s^3 + ap\{4\}s^4 + am\{5\}s^5 + am\{6\}s^6 \quad (3.9)$$

Otestovať stabilitu celého intervalového polynómu potom spočíva v testovaní stability týchto štyroch polynómov. Môžeme použiť nasledovný príkaz $[test, k1, k2, k3, k4] = kharit(am, ap)$.

Grafický možno overiť stabilitu polynómu $a(s)$ príkazom v MATLABe

$khplot(am, ap, 0:0.01:5.5)$

Nasledovnou simuláciou som zistil že intervalový polynóm $a(s)$ je stabilný .



Obr.3.1 Testovanie stability intervalového polynómu z úlohy 3.1.

4. Návrh robustného regulátora pre riadenie chemického reaktora

Chemické reaktory s procesmi sú súčasťou chemických technológií. A preto je dôležité vedieť ich riadiť. Z hľadiska riadenia chemické reaktory sú jedny z najťažšie zvládnuteľných procesov. Toto platí najmä pre rýchle exotermické reaktory.[2]

4.1 Matematický model prietokového chemického reaktora

4.1.1 Nelineárny model

Budem predpokladať konštantnú hustotu a špecifickú tepelnú kapacitu reakčnej zmesi ako aj konštantný objem reakčnej zmesi či konštantný úhrnný koeficient prechodu tepla.

Predpokladám konštantné objemové prietoky reakčnej zmesi na vstupe do reaktora ako aj na výstupe z reaktora. V reaktore bude prebiehať jednoduchá reakcia $A \xrightarrow{k_1} B$ s reakčnou

objemovou rýchlosťou $\xi_{v1} = k_1 c_A$ s rýchlostnou konštantou $k_1 = k_{10} e^{\frac{E_A/R}{\vartheta}}$.

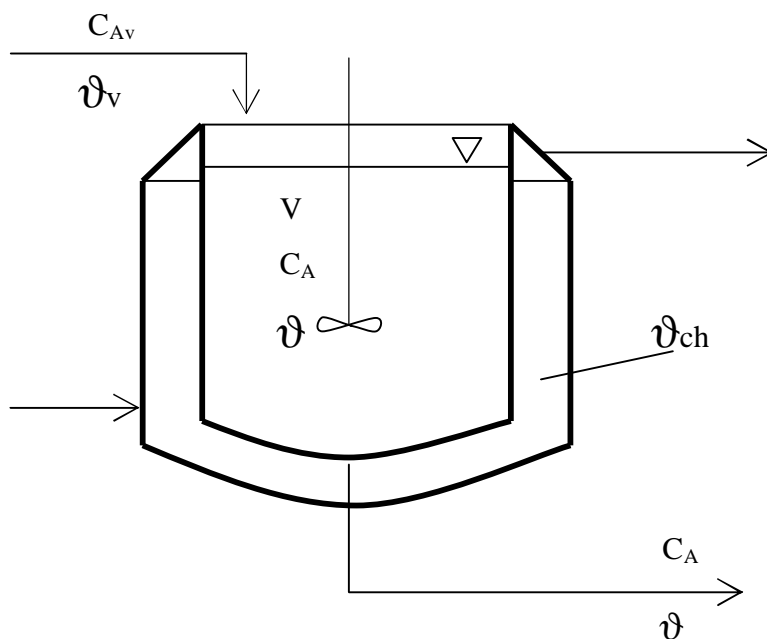


Schéma4.1: Schéma prietokového chemického reaktora s miešaním.

- c_A - molárna koncentrácia (mol/m³) na výstupe z reaktora,
 c_{AV} - molárna koncentrácia (mol/m³) na vstupe do reaktora ,
 V - objem reakčnej zmesi v reaktore(m³),
 q - objemový prietok reakčnej zmesi(m³s⁻¹),
 ϑ - teplota reakčnej zmesi(K).

Z materiálovej bilancie zložky A vyplýva nasledovné :

$$qc_{AV} + (-1)k_1c_AV = qc_A + V \frac{dc_A}{dt} \quad (4.1)$$

$$\frac{dc_A}{dt} = \frac{q}{V} c_{AV} - \left(\frac{q}{V} + k_1\right)c_A \quad (4.2)$$

Entalpická bilancia bude vyzerat' :

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{q}{V}\vartheta_V - \frac{k_1(\Delta rH)}{\rho c_p}c_A - \left(\frac{q}{V} + \frac{F\alpha}{V\rho c_p}\right)\vartheta + \frac{F\alpha}{V\rho c_p}\vartheta_C \quad (4.3)$$

$$q\rho c_p\vartheta_V + k_1c_AV(-\Delta rH) = q\rho c_p\vartheta + F\alpha(\vartheta - \vartheta_C) + V\rho c_p \frac{d\vartheta}{dt} \quad (4.4)$$

A model rovnovážneho stavu (RS) je nasledovný :

$$qc_A^S - k_1^S c_A^S V = qc_A^S \quad (4.5)$$

$$qc_A^S - (k_1^S V + q)c_A^S = 0 \quad (4.6)$$

$$c_A^S = \frac{q}{k_1^S V + q} c_{AV}^S \quad (4.7)$$

$$q\rho c_p\vartheta_V^S + k_1^S c_A^S V(-\Delta rH) = q\rho c_p\vartheta^S + F\alpha(\vartheta^S - \vartheta_C^S) \quad (4.8)$$

4.1.2 Linearizovaný model

Linearizácia :

1) Odčítanie rovníc RS od rovníc dynamického modelu:

$$q(c_{AV} - c_{AV}^S) - k_1 c_A V + k_1^S c_A^S V = q(c_A - c_A^S) + V \frac{d(c_A - c_A^S)}{dt} \quad (4.9)$$

$$\begin{aligned} q\rho c_p(\vartheta_V - \vartheta_V^S) - k_1 c_A V \Delta rH + k_1^S c_A^S V \Delta rH &= q\rho c_p(\vartheta - \vartheta^S) + \\ + F\alpha(\vartheta - \vartheta^S) - F\alpha(\vartheta_C - \vartheta_C^S) + V\rho c_p \frac{d(\vartheta - \vartheta^S)}{dt} \end{aligned} \quad (4.10)$$

2) Zavedenie odchýlkových veličín:

$$x_1 = c_A - c_A^S \quad u = \vartheta_C - \vartheta_C^S \quad r_1 = c_{AV} - c_{AV}^S = 0 \quad (4.11)$$

$$x_2 = \vartheta - \vartheta^S \quad r_2 = \vartheta_V - \vartheta_V^S = 0 \quad (4.12)$$

3) Taylorov rozvoj:

$$\begin{aligned} k_1 c_A &= k_{10} e^{-\frac{E_A/R}{\vartheta}} c_A \Big|_{\vartheta^S} \approx k_{10} e^{-\frac{E_A/R}{\vartheta^S}} c_A^S + k_{10} e^{-\frac{E_A/R}{\vartheta^S}} (c_A - c_A^S) + \\ + k_{10} e^{-\frac{E_A/R}{\vartheta^S}} c_A^S \frac{E_A/R}{(\vartheta^S)^2} (\vartheta - \vartheta^S) &= k_1^S c_A^S + k_1^S x_1 + k_1^S \frac{E_A/R}{(\vartheta^S)^2} c_A^S x_2 = \\ &= k_1^S c_A^S + k_1^S x_1 + K_1^S x_2 \end{aligned} \quad (4.13)$$

4) Dosadenie Taylorovho radu:

$$q0 - k_1^S c_A^S V - k_1^S x_1 V - K_1^S x_2 V + k_1^S c_A^S V = qx_1 + V \frac{dx_1}{dt} \quad (4.14)$$

$$\begin{aligned} q\rho c_p 0 - k_1^S c_A^S V \Delta rH - k_1^S x_1 V \Delta rH - K_1^S x_2 V \Delta rH + k_1^S c_A^S V \Delta rH &= \\ = q\rho c_p x_2 + F\alpha x_2 - F\alpha x_2 - F\alpha U + V\rho c_p \frac{dx_2}{dt} \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$-(k_1^S V + q)x_1 - K_1^S V x_2 = V \frac{dx_1}{dt} \quad (4.16)$$

$$-k_1^S V \Delta rH x_1 - (K_1^S V \Delta rH + q\rho c_p + F\alpha)x_2 + F\alpha U = V\rho c_p \frac{dx_2}{dt} \quad (4.17)$$

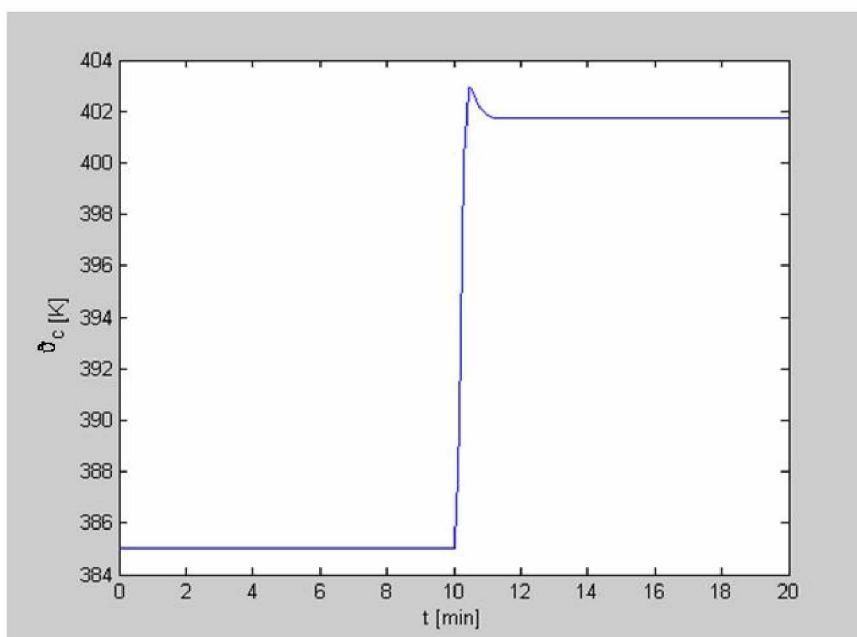
$$\frac{dx_1}{dt} = -(k_1^S + \frac{q}{V})x_1 - K_1^S x_2 \quad (4.18)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -\frac{k_1^S \Delta rH}{\rho c_P} x_1 - \left(\frac{K_1^S \Delta rH}{\rho c_P} + \frac{q}{V} + \frac{F\alpha}{V\rho c_P} \right) x_2 + \frac{F\alpha}{V\rho c_P} U \quad (4.19)$$

4.2 Formulácia problému

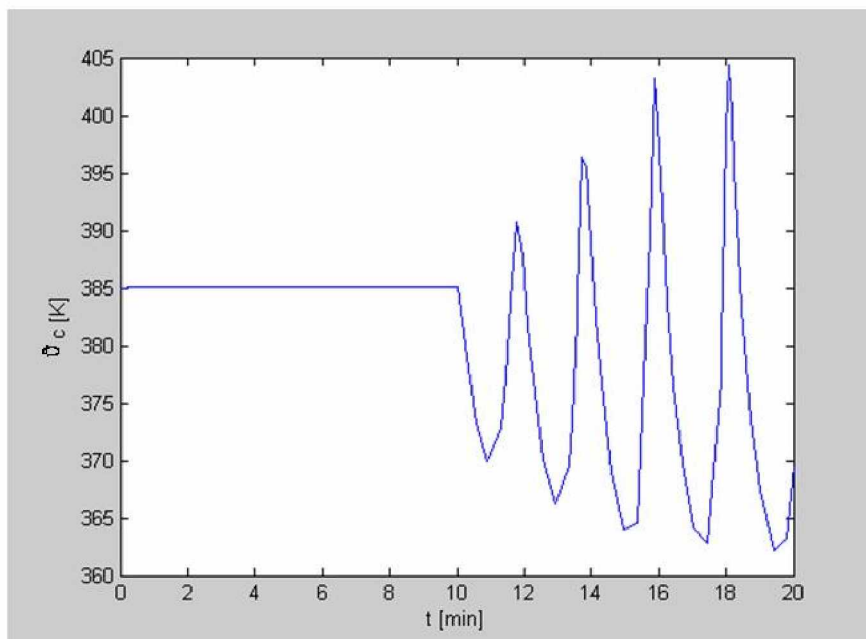
Treba riadiť reaktor ktorý závisí od dvoch neurčitých parametrov, ktorými sú poruchové veličiny. Vo vstupnom prúde sa môže meniť koncentrácia c_{Av} a teplota ϑ_V .

Sledoval som vplyv koncentrácie c_{Av} na dynamiku reaktora, ktorú som simuloval pomocou schémy 4.2 (Pozri prílohu). Odozva reaktora na skokovú zmenu poruchy so zmenou koncentrácie je na obr.4.1.



Obr. 4.1 Odozva reaktora na skokovú zmenu poruchy so zmenou koncentrácie c_{Av} z 1 na 1,2 mol/m³.

Sledoval som vplyv teploty chladiaceho média na dynamiku reaktora ktorú som simuloval pomocou schémy 4.2 (Pozri prílohu). Prechodová charakteristika so zmenou teploty chladenia je znázornená na obr.4.2.



Obr. 4.2 Prechodová charakteristika so zmenou teploty chladenia z 311,1 na 305 K.

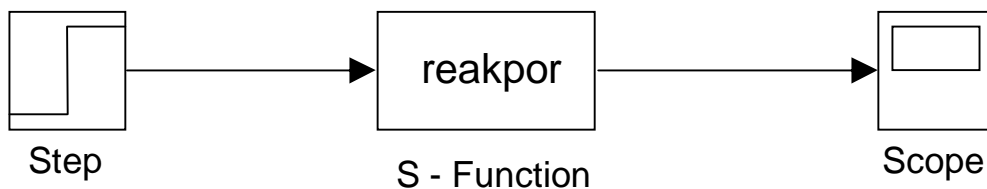


Schéma4.2: Schéma použitá na simuláciu prechodovej charakteristiky reaktora .

Cieľom práce je navrhnuť regulátor, ktorý zabezpečí robustnú stabilitu uzavretého regulačného obvodu pre riadenie chemického reaktora pri meniacej sa c_{Av} , kde výstup z uzavretého regulačného obvodu môže byť periodický.

4.3 Riešenie problému

Pre nominálne hodnoty vstupných parametrov c_{Av} a ϑ_V získam nominálny linearizovaný matematický model v tvare prenosu.

Stavový opis získaný odvodením rovníc 4.9-4.19 v kapitole linearizovaný model:

$$\frac{dx_1}{dt} = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \quad (4.20)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + b_{21}U \quad (4.21)$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ b_{21} \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

Príkazom `[cit,men] = ss2tf(A,B,C,D)` získam prenos:

$$G(s) = \frac{2.0921s + 22.4310}{s^2 + 2.1678s + 21.9567} \quad (4.23)$$

Pre nominálny systém regulátor navrhнем metódou umiestnenia pólov. Riadený systém je 2 rádu, lebo stupeň menovateľa jeho prenosu je 2. Na odstránenie trvalej regulačnej odchýlky treba použiť regulátor s integračnou zložkou. Stupeň charakteristickej rovnice uzavretého regulačného obvodu bude v tomto prípade 3.

Zvolím regulátor ktorý bude mať 2 parametre, čiže proporcionálno-integračný (PI) regulátor.

Potom charakteristická rovnica uzavretého regulačného obvodu bude mať tvar

$$1 + \frac{2.0921s + 22.4310}{s^2 + 2.1678s + 21.9567} \left(Z_R + \frac{Z_R}{T_I s} \right) = 0 \quad (4.24)$$

Po jej úprave dostaneme:

$$\begin{aligned} s^3 + (2.6178 + 2.0921Z_R)s^2 + (21.9567 + 22.46103Z_R + 2.0921\frac{Z_R}{T_I})s + \\ + 22.43103\frac{Z_R}{T_I} \end{aligned} \quad (4.25)$$

Požiadavka na regulačný pochod znamená, že 2 póly spätnoväzbového systému budú umiestnené do $s_1 = -1,5+5i$; $s_2 = -1,5-5i$ a ďalší pól s_3 dopočítame. Výsledný charakteristický polynóm uzavretého obvodu bude mať tvar

$$p_char = (s - s_1) * (s - s_2) * (s - s_3) \quad (4.26)$$

$$p_char = s^3 + s^2(-s_1 - s_2 - s_3) + s(s_2 * s_3 + s_1 * s_3 + s_1 * s_2) - s_1 * s_2 * s_3. \quad (4.27)$$

Rovnicu 4.25 dáme do rovnosti s rovnicou 4.27 a získame maticu ktorá bude mať tvar:

$$\begin{aligned} 2.0921 * Z_R + 0 * I + 1 * s_3 &= 0.3822 \\ 22.431 * Z_R + 2.0921 * I + 3 * s_3 &= 24.6322 \\ 0 * Z_R + 22.431 * I + 27.25 * s_3 &= 0 \end{aligned} \quad (4.28)$$

z ktorej získame hodnoty pre $Z_R = 0,2384$ a $T_I = 1,6848$ a $s_3 = -0,1165$ a môj regulátor bude mať tvar:

$$G_R = \frac{0.2384s + 0.1415}{s} \quad (4.29)$$

Teraz sa overí či tento regulátor zabezpečí robustnú stabilitu spätnoväzbového obvodu riadenia aj systému s neurčitou dynamikou ktorý pre meniacu sa koncentráciu c_{Av} a teplotu

ϑ_v má tvar $G(s, q) = \frac{2.0921s + (22.4310 + q)}{s^2 + (2.6178 + q)s + (21.9567 + q)}$, kde q je parameter vyjadrujúci

neurčitost' modelu.

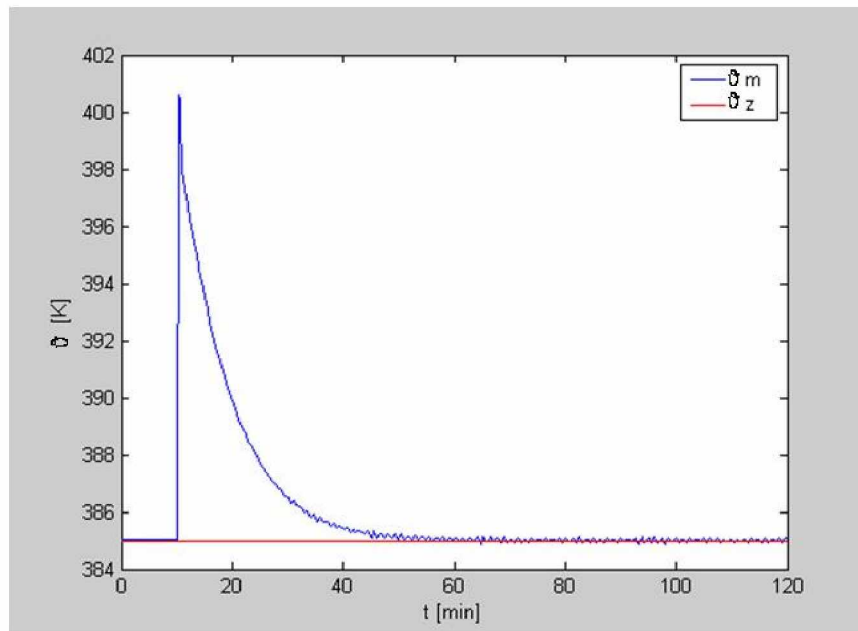
Získajú sa parametre charakteristickej rovnice $1 + G(s, q) * G_R = 0$. Po roznásobení získam

$$\underbrace{s^3 + 3.1166s^2 + 22.7515s + 0.296}_{\tilde{p}_0} + \underbrace{(s^2 + 1.2384s + 0.1415)q}_{\tilde{p}_1} = 0 \quad (4.30)$$

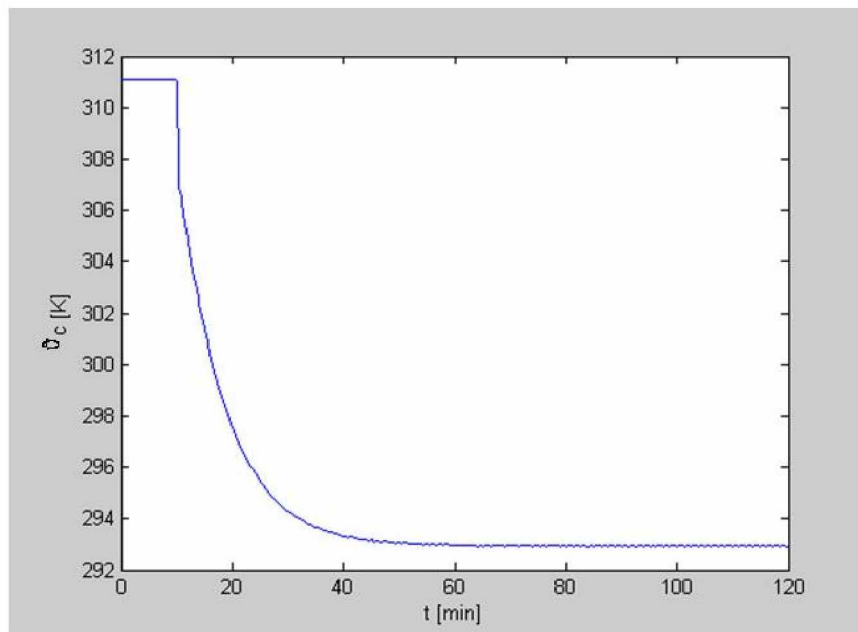
Na základe tejto charakteristickej rovnice vytvorím prenos $\tilde{G}_s = \frac{\tilde{p}_1}{\tilde{p}_0}$, a príkazom

`[R,K]=rlocus(\tilde{G}_s , od:krok:do)` zistím interval pre q v ktorom bude systém stabilný. Výsledný interval pre q je $(-2.1, \infty)$, a teda koncentrácia c_{Av} by nemala klesnúť pod hodnotu $0,941 \text{ mol/m}^3$ aby uzavretý regulačný obvod reaktora bol stabilný.

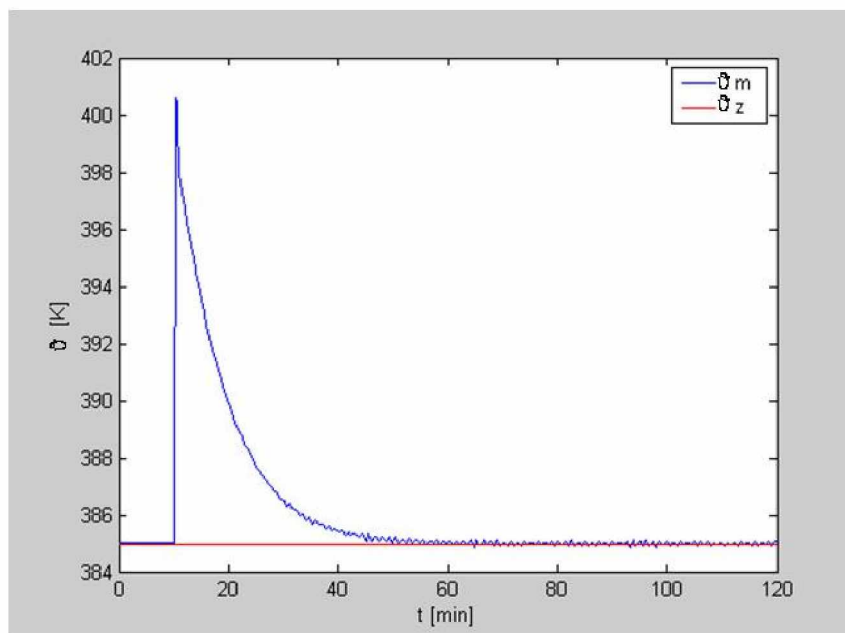
Sledoval som ako je navrhnutý regulátor schopný odstrániť vplyv poruchy ktorú predstavuje koncentrácia c_{Av} , ktorá skokom zmení teplotu v čase 10min, kde žiadaná veličina bola konštantná. Regulačný pochod pri odstraňovaní vplyvu poruchy so zmenou koncentrácie.



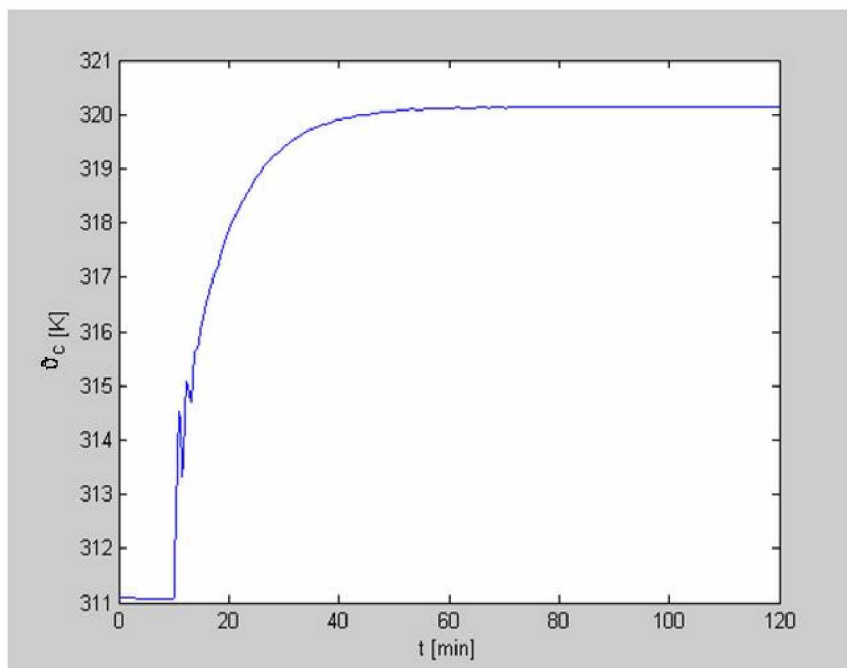
Obr. 4.3 Regulačný pochod pri odstraňovaní vplyvu poruchy so zmenou koncentrácie c_{Av} z 1 na $1,2 \text{ mol/m}^3$.



Obr. 4.4 Pribeh riadiacej veličiny pri zmene koncentrácie c_{Av} z 1 na 1,2 mol/m³.

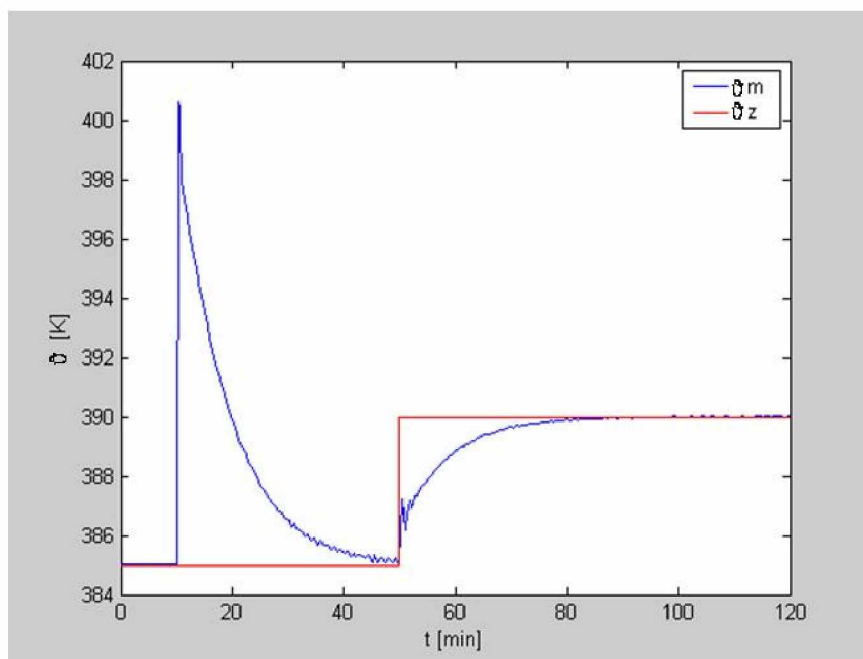


Obr. 4.5 Regulačný pochod pri odstraňovaní poruchy so zmenou koncentrácie c_{Av} z 1 na 0,9 mol/m³.

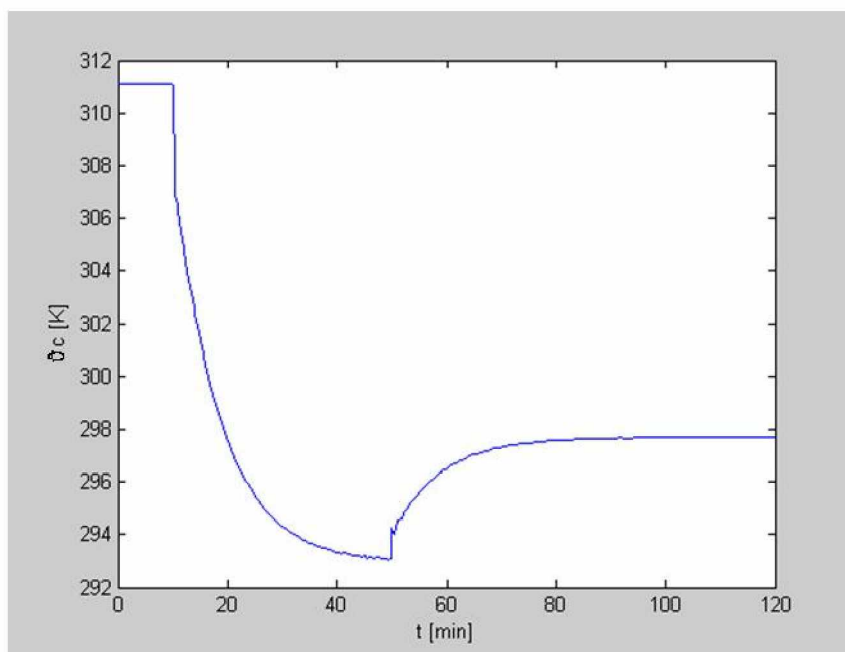


Obr. 4.6 Priebeh riadiacej veličiny pri zmene koncentrácie c_{Av} z 1 na 0,9 mol/m³.

Sledoval som ako je navrhnutý regulátor schopný odstrániť vplyv poruchy ktorú predstavuje zmena koncentrácie c_{Av} ako porucha v čase 10min. a zabezpečiť dosiahnutie žiadanej veličiny ktorú predstavuje teplota so zmenou v čase 50min.



Obr. 4.7 Prechodová charakteristika so zmenou koncentrácie c_{Av} z 1 na 1,2 mol/m³ a zmena žiadanej teploty z 385 na 390 K.



Obr. 4.8 Prechodová charakteristika teploty chladenia so zmenou koncentrácie c_{Av} z 1 na 1,2 mol/m³ a zmena žiadanej teploty z 385 na 390 K.

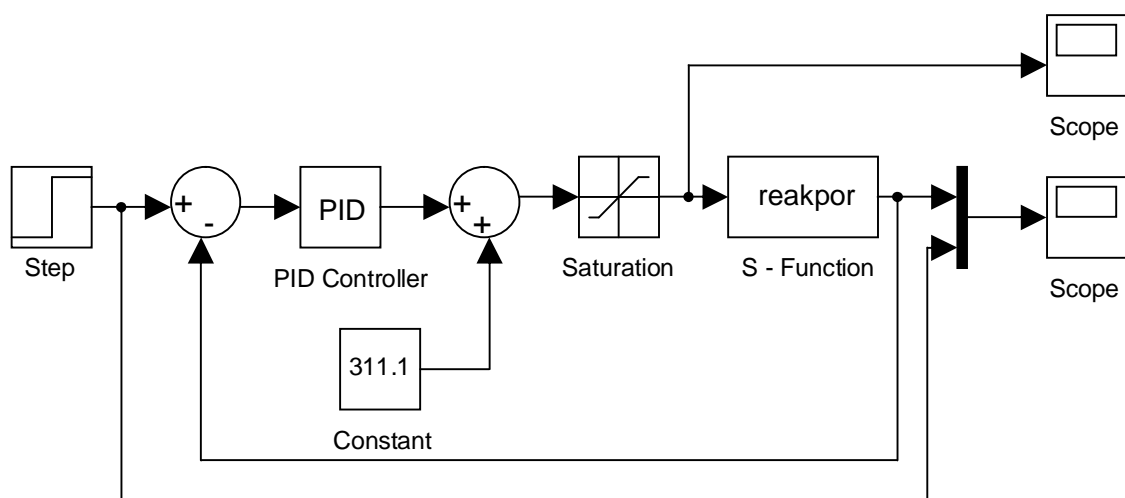


Schéma4.3: Schéma použitá na simuláciu riadenia daného reaktora.

5. Záver

Dvomi metódami som navrhol regulátor a to metódou umiestnenia pólov a Naslinovou metódou, ktoré som uviedol v niekoľkých príkladoch. V súlade so zvolenými cieľmi pre robustné riadenie som odvodil nelineárny matematický model, ktorý bol po linearizácii prevedený na stavový opis, potrebný na získanie nominálneho prenosu. Pre návrh regulátora pre robustný reaktor som zvolil metódu umiestnenia pólov. Sledoval som ako je navrhnutý regulátor schopný odstrániť vplyv poruchy ktorú predstavuje zmena koncentrácie c_{Av} a zabezpečí dosiahnutie žiadanej veličiny ktorú predstavuje teplota. Regulátor dokáže odstrániť malú zmenu koncentrácie ako aj zmenu žiadanej veličiny v danom čase. Pre rýchlejší regulátor môžem voliť iné póly pri návrhu regulátora.

Literatúra

1. Barmish, B. R.: New tools for Robustness of Linear Systems. Macmillan, New York 1994, 394 s.
2. Mikleš, J., Fikar, M.: Modelovanie, identifikácia a riadenie procesov I. STU, Bratislava 1999, 192 s.
3. Bakošová, M., Fikar, M., Čirka, Ľ.: Základy automatizácie. STU, Bratislava 2003, 153 s.
4. Hurák, Z., Hrončík, M.: Učebné texty. ČVUT, Praha 2004, 1-28 s.

Príloha

S-Funkcia s názvom reakpor :

```
function [sys,x0,str,ts] = spojs(t,x,u,flag)
q=100;%l.min-1
caf=1;%mol.l-1
tf=350;%K
v=100;%l
ua=5e4;%J.min-1.K-1
k0=7.2e10;%min-1
elr=8750;%K
dh=-5e4;%J.mol-1
ro=1000;%g.l-1
cp=0.239;%J.g-1.K-1
%tc=311.1;%K
%ca=9.3413e-2;%mol.l-1
%t=385;%K
cas=9.3413e-2;ts=385;
switch flag,
case 0
    [sys,x0,str,ts] = mdlInitializeSizes(cas,ts); % inicializacia
case 1
    sys = mdlDerivatives(t,x,u,q,v,caf,k0,elr,dh,ro,cp,ua,tf); % vypocet derivacii
case 3
    sys = mdlOutputs(t,x,u); % vypocet vystupov
case {2, 4, 9}
    sys = [];
otherwise
    error(['unhandled flag = ',num2str(flag)]);
end;
```

```

function [sys,x0,str,ts] = mdlInitializeSizes(cas,ts)
sizes = simsizes;
sizes.NumContStates = 2; % pocet spojitych stavov
sizes.NumDiscStates = 0; % pocet diskretnych stavov
sizes.NumOutputs = 1; % pocet vystupov
sizes.NumInputs = 1; % pocet vstupov
sizes.DirFeedthrough = 1; % = 0 v prípade, že vystupy sú definované len pomocou stavov,
inak =1
sizes.NumSampleTimes = 1; % 1 pre spojité systémy
sys = simsizes(sizes);
x0=[cas ts]; % začiatkové podmienky pre dif. rovnice
str = []; % str je prázdna matica
ts = [0 0]; % veľkosť periódy vzorkovania, pre spojité systémy 0 0

```

```

function sys = mdlDerivatives(t,x,u,q,v,caf,k0,elr,dh,ro,cp,ua,tf) % do tejto funkcie vkladáme
vlastné údaje - rovnice dynamiky
if t<10
    caf=1;
else
    caf=1.1;
end
sys(1)=q/v*(caf-x(1))-k0*exp(-elr/x(2))*x(1);
sys(2)=q/v*(tf-x(2))-dh/(ro*cp)*k0*exp(-elr/x(2))*x(1)+ua/(v*ro*cp)*(u-x(2));
function sys = mdlOutputs(t,x,u) % do tejto funkcie vkladáme vlastné údaje - rovnice
vystupu
sys=x(2);

```