

SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA
V BRATISLAVE

**FAKULTA CHEMICKÉJ A POTRAVINÁRSKEJ
TECHNOLÓGIE**

Ústav informatizácie, automatizácie a matematiky

Oddelenie informatizácie a riadenia procesov

Semestrálny projekt

Riadenie systémov s dopravným oneskorením

Vypracoval: Radoslav Paulen

Vedúca projektu: Doc. Ing. Monika Bakošová, CSc.

Bratislava, máj 2006

Ďakujem vedúcej semestrálneho projektu Doc. Ing. Monike Bakošovej, CSc.
za cenné rady a pripomienky, ktoré mi poskytla pri tvorbe tohto projektu.

Obsah

1	Úvod	5
2	Systémy s dopravným oneskorením	6
3	Aproximácie dopravného oneskorenia	7
3.1	Aproximácia systému 1. rádu s dopravným oneskorením	9
3.2	Aproximácia systému 2. rádu s dopravným oneskorením	12
4	Polynomická syntéza regulátora	15
5	Riadenie systémov s dopravným oneskorením	18
5.1	Riadenie so zanedbaním dopravného oneskorenia	18
5.2	Riadenie a aproximáciou dopravného oneskorenia	20
5.3	Riadenie so Smithovým prediktorom	21
5.4	Integrálne ukazovatele kvality riadenia	22
5.5	Analýza vplyvu veľkosti dopravného oneskorenia na riadenie	22
5.6	Grafické užívateľské rozhranie pre riadenie systémov s dopravným oneskorením	25
5.6.1	Použitie grafického užívateľského rozhrania	26
6	Záver	32

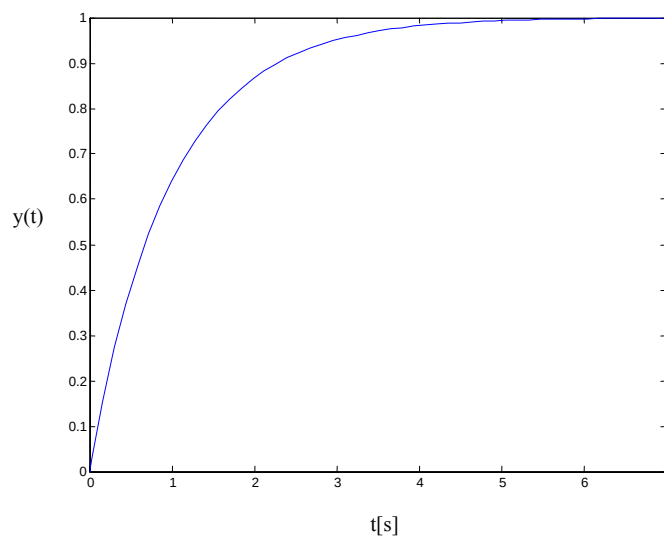
1 Úvod

Systémy s dopravným oneskorením sú špecifickou skupinou dynamických systémov. Dochádza u nich k časovému oneskoreniu signálu, informácie alebo látky, čo má za následok zhoršenie vlastností regulačného obvodu, ak takéto systémy chceme riadiť. Prítomnosť dopravného oneskorenia zťažuje syntézu regulačného obvodu a z tohto dôvodu sa musí vhodne aproximovať.

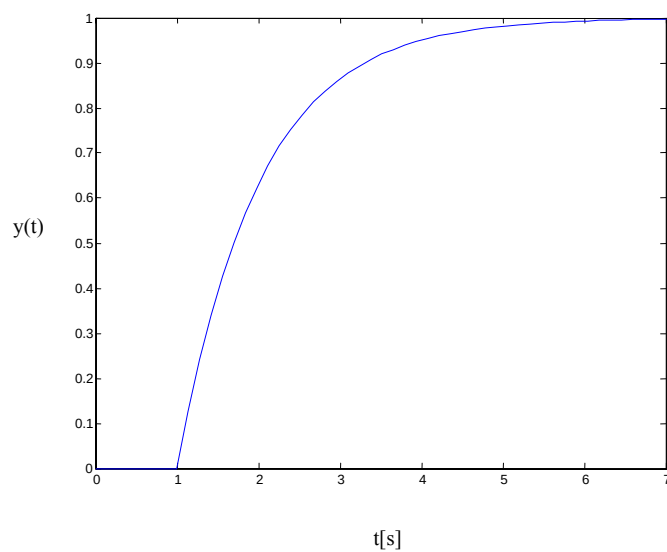
Cieľom práce bolo porovnanie jednotlivých aproximácií dopravného oneskorenia pri riadení systémov 1. a 2. rádu s dopravným oneskorením, porovnať niektoré prístupy riadenia systémov s dopravným oneskorením a vytvorenie grafického užívateľského rozhrania v programovom prostredí MATLAB, ktoré by umožňovalo užívateľovi navrhnúť vhodný regulátor pre systém 1. a 2. rádu s dopravným oneskorením.

2 Systémy s dopravným oneskorením

V regulačných obvodoch sa často vyskytuje člen dopravného oneskorenia, ktorý sa prejavuje tým, že daný systém reaguje na zmenu vstupnej veličiny až po určitej dobe, ktorá sa nazýva dopravným oneskorením. Dopravné oneskorenie budem označovať písmenom D . Vplyv dopravného oneskorenia na správanie sa systémov je zrejmý z obr. 1, kde sú vykreslené prechodové charakteristiky dvoch systémov v ktorých bola vykonaná skoková zmena vstupnej veličiny z hodnoty 0 na hodnotu 1 v čase $t = 0$ s.



A. Systém bez dopravného oneskorenia



B. Systém s dopravným oneskorením ($D=1$ s)

Obr. 1 – Prechodová charakteristika systému 1. rádu

Systém n-tého rádu bez dopravného oneskorenia môžeme opísať diferenciálnou rovnicou [1]:

$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \dots + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = u(t) \quad (1)$$

Za predpokladu nulových začiatočných podmienok môžeme prenos tohto systému vyjadriť v tvare:

$$G_s(s) = \frac{1}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} \quad (2)$$

Ak uvažujeme posunutie vstupného signálu systému s dopravným oneskorením oproti systému bez dopravného oneskorenia ako je zrejmé z obr. 1, môžeme systém n-tého rádu s dopravným oneskorením opísať diferenciálnou rovnicou:

$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \dots + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = u(t - D) \quad (3)$$

Pomocou Laplaceovej transformácie pri nulových začiatočných podmienkach získame prenos daného systému:

$$G_s^D(s) = \frac{1}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} e^{-Ds} \quad (4)$$

Porovnaním r. (2) s r. (4) zistíme, že prenos systému bez dopravného oneskorenia a prenos systému s dopravným oneskorením sa líšia členom e^{-Ds} , ktorý reprezentuje vlastný prenos dopravného oneskorenia $G_D(s)$. Pri dostatočne nízkych hodnotách D sa člen e^{-Ds} dá bez zanedbať, avšak ďalšie zvyšovanie hodnoty D môže mať podstatný vplyv na kvalitu riadenia. Z tohto dôvodu sa používajú rôzne aproximácie dopravného oneskorenia.

3 Aproximácie dopravného oneskorenia

Pre analýzu a syntézu regulačných obvodov, ktoré obsahujú systém s dopravným oneskorením, sa často používajú aproximácie prenosu člena dopravného oneskorenia, pomocou ktorých získame prenos systému vyššieho rádu ale už bez dopravného oneskorenia.

Pre takto získané prenosy možno použiť klasické postupy syntézy, akoby išlo o systémy bez dopravného oneskorenia. Nasledujúce funkcie možno použiť pre aproximáciu člena vlastného dopravného oneskorenia [1]:

a) Taylorov rozvoj čitateľa

$$G_D(s) = e^{-Ds} \approx \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{D^n}{n!} s^n = 1 - D.s + \frac{D^2}{2!} s^2 - \frac{D^3}{3!} s^3 + \dots \quad (5)$$

b) Taylorov rozvoj menovateľa

$$G_D(s) = e^{-Ds} = \frac{1}{e^{Ds}} \approx \frac{1}{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{D^n}{n!} s^n} = \frac{1}{1 + D.s + \frac{D^2}{2!} s^2 + \frac{D^3}{3!} s^3 + \dots} \quad (6)$$

c) Maclaurinov rozvoj upravenej funkcie

$$G_D(s) = e^{-Ds} = \frac{e^{-\frac{D}{2}s}}{e^{\frac{D}{2}s}} \approx \frac{\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^n}{n!} s^n}{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^n}{n!} s^n} = \frac{1 - \frac{D}{2}.s + \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^2}{2!} s^2 - \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^3}{3!} s^3 + \dots}{1 + \frac{D}{2}.s + \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^2}{2!} s^2 + \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^3}{3!} s^3 + \dots} \quad (7)$$

d) Padého aproximácia

$$G_D(s) = e^{-Ds} = \frac{e^{-\frac{D}{2}s}}{e^{\frac{D}{2}s}} \approx \frac{\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{(2n)!} D^n s^n}{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{(2n)!} D^n s^n} = \frac{1 - \frac{D}{2}.s + \frac{D^2}{12} s^2 - \frac{D^3}{120} s^3 + \dots}{1 + \frac{D}{2}.s + \frac{D^2}{12} s^2 + \frac{D^3}{120} s^3 + \dots} \quad (8)$$

e) „Limitná“ aproximácia

$$G_D(s) = e^{-Ds} = \frac{1}{e^{Ds}} \approx \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\left(1 + \frac{D}{n}\right)^n}, \quad n = \{1, 2, \dots\} \quad (9)$$

Z dôvodu požiadavky na jednoduchosť aproximovaného prenosu sa v praxi najčastejšie používajú aproximácie uvažujúce iba lineárne alebo kvadratické polynómy.

Ako je postrehnuteľné z r. (5) až (9) pre lineárnu aproximáciu bude mať Taylorov rozvoj menovateľa zhodný tvar s „Limitnou“ aproximáciou a takisto bude rovnaký tvar Padého aproximácie a Maclaurinovho rozvoja upravenej funkcie.

3.1 Aproximácia systému 1. rádu s dopravným oneskorením

Rovnice (5) až (9) som aplikoval na systém 1. rádu s dopravným oneskorením, ktorého všeobecný zápis je:

$$G = \frac{Z}{T.s+1} e^{-D.s} \quad (10)$$

kde Z predstavuje zosilnenie a T časovú konštantu, a odvodiť som lineárne a kvadratické aproximácie prenosov tohto systému, ktoré sú zhrnuté v tabuľke 1.

Tab.1 Aproximované prenosy systému 1. rádu s dopravným oneskorením

Typ aproximácie	Lineárna aproximácia	Kvadratická aproximácia
Taylorov rozvoj čitateľa	$G = \frac{-Z.D.s + Z}{T.s + 1}$	$G = \frac{Z \frac{D^2}{2}.s^2 - Z.D.s + Z}{T.s + 1}$
Taylorov rozvoj menovateľa	$G = \frac{Z}{T.D.s^2 + (T + D).s + 1}$	$G = \frac{Z}{T \frac{D^2}{2}.s^3 + \left(T.D + \frac{D^2}{2}\right).s^2 + (T + D).s + 1}$
Maclaurinov rozvoj upravenej funkcie	$G = \frac{-Z \frac{D}{2}.s + Z}{T \frac{D}{2}.s^2 + \left(T + \frac{D}{2}\right).s + 1}$	$G = \frac{Z \frac{D^2}{8}.s^2 - Z \frac{D}{2}.s + Z}{T \frac{D^2}{8}.s^3 + \left(T \frac{D}{2} + \frac{D^2}{8}\right).s^2 + \left(T + \frac{D}{2}\right).s + 1}$
Padého aproximácia	$G = \frac{-Z \frac{D}{2}.s + Z}{T \frac{D}{2}.s^2 + \left(T + \frac{D}{2}\right).s + 1}$	$G = \frac{Z \frac{D^2}{12}.s^2 - Z \frac{D}{2}.s + Z}{T \frac{D^2}{12}.s^3 + \left(T \frac{D}{2} + \frac{D^2}{12}\right).s^2 + \left(T + \frac{D}{2}\right).s + 1}$
„Limitná“ aproximácia	$G = \frac{Z}{T.D.s^2 + (T + D).s + 1}$	$G = \frac{Z}{T \frac{D^2}{4}.s^3 + \left(T.D + \frac{D^2}{4}\right).s^2 + (T + D).s + 1}$

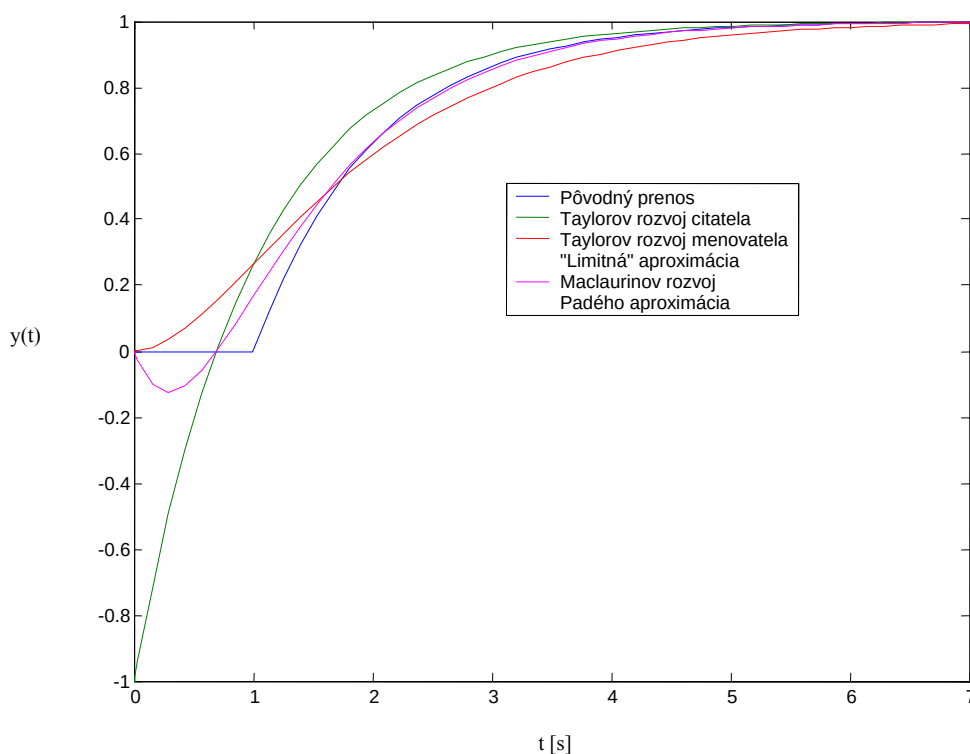
Je očividné, že použitím aproximácie Taylorovho rozvoja čitateľa ako polynómu druhého stupňa som získal aproximovaný prenos, ktorý má fyzikálne

nerealizovateľný tvar, čiže kvadratická aproximácia systému 1. rádu s dopravným oneskorením pomocou Taylorov rozvoja čitateľa nie je vhodná a nebudem ju ďalej používať pri aplikáciách aproximovaných prenosov.

Aproximácie člena dopravného oneskorenia som porovnal vykreslením prechodových charakteristík pôvodného systému s dopravným oneskorením a systémov s aproximovaným členom dopravného oneskorenia pri realizovaní jednotkového skoku v čase $t = 0$ s. Porovnanie prechodových charakteristík lineárnych aproximácií systému s dopravným oneskorením, ktoré je vykreslené na obr. 2 som realizoval na konkrétnom systéme s dopravným oneskorením:

$$G_s^D = \frac{1}{s+1} e^{-s} = \frac{1}{s+1} G_D(s) \quad (11)$$

kde $Z=1$, $T=1$, $D=1$ s a $G_D(s)$ predstavuje jednu z r. (5) až (9).

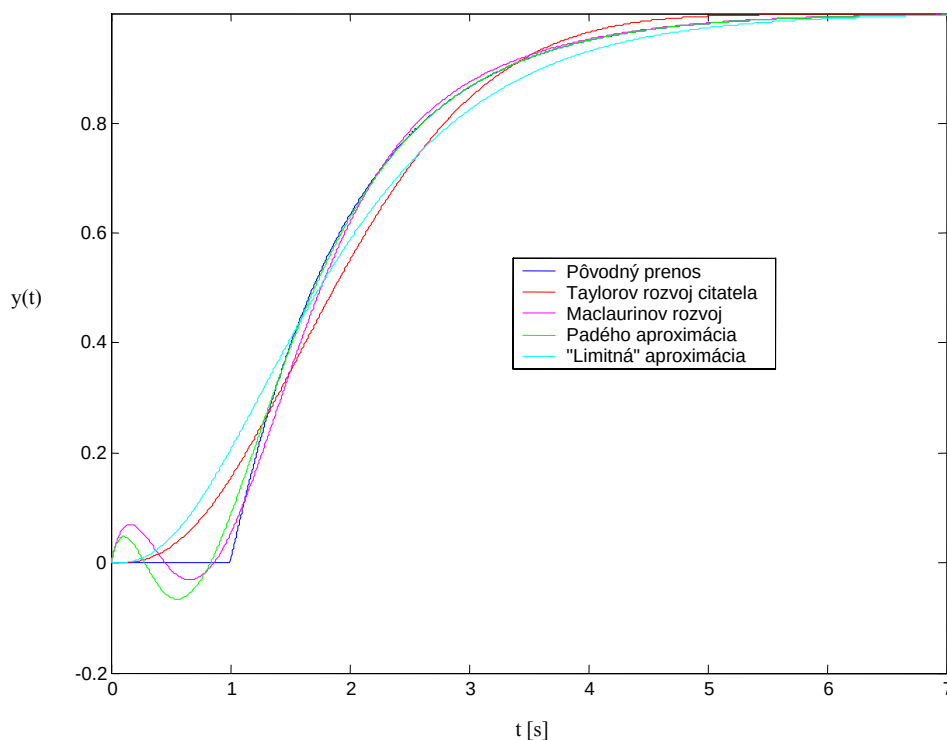


Obr. 2 – Porovnanie prechodových charakteristík lineárnych aproximácií systému 1.rádu s dopravným oneskorením

Z obr. 2 je očividné, že najlepšimi aproximáciami pôvodného prenosu sú Taylorov rozvoj menovateľa a „Limitná“ aproximácia a najhoršou je Taylorov rozvoj čitateľa. Prechodová charakteristika prenosu využívajúca Padého aproximáciu či Maclaurinov rozvoj upravenej funkcie sa na prechodovej charakteristike pôvodného prenosu ustáli

najskôr, avšak s podkmitom do záporných hodnôt, ktorý je spôsobený nestabilnou nulou s hodnotou $2/D$ (vyplýva z r. (7) resp. (8)).

V obr. 3 som porovnal prechodové charakteristiky kvadratických aproximácií systému 1. rádu s dopravným oneskorením, ktorého matematický opis predstavuje opäť r. (11).



Obr. 3 – Porovnanie prechodových charakteristík kvadratických aproximácií systému 1. rádu s dopravným oneskorením

Z obr. 3 je zrejmé, že najlepšiu odozvu na jednotkový skok má prenos využívajúci Taylorov rozvoj menovateľa a hneď následne „Limitnú“ aproximáciu. Na krivke prechodovej charakteristiky pôvodného prenosu sa najrýchlejšie ustáli odozva prenosu, ktorá využíva Padého aproximáciu. Nevýhodou je zakmitanie na začiatku priebehu a najmä podkmit do záporných hodnôt, ktorý je v prípade kvadratickej aproximácie spôsobený dvoma nestabilnými nulami v r. (7). Analogický priebeh badať aj pri prenose s Maclaurinovým rozvojom upravenej funkcie. Prechodová charakteristika aproximovaného prenosu s Taylorovým rozvojom čitateľa nie je na obr. 3 vykreslená z dôvodu už vyššie uvedenej fyzikálnej nerealizovateľnosti tohto systému.

3.2 Aproximácia systému 2. rádu s dopravným oneskorením

Aplikovaním r. (5) až (9) na systém 2. rádu s dopravným oneskorením, ktorého všeobecný zápis je:

$$G = \frac{Z}{T^2 s^2 + 2.\xi.T.s + 1} e^{-D.s} \quad (12)$$

kde Z predstavuje zosilnenie, T časovú konštantu a ξ koeficient tlmenia, som odvodil lineárne a kvadratické aproximácie prenosov tohto systému, ktoré sú zhrnuté v tab. 2 a 3.

Tab.2 Lineárne aproximácie prenosov systému 2.rádu s dopravným oneskorením

Typ aproximácie	Lineárna aproximácia
Taylorov rozvoj čitateľa	$G = \frac{-Z.D.s + Z}{T^2.s^2 + 2.\xi.T.s + 1}$
Taylorov rozvoj menovateľa	$G = \frac{Z}{T^2.D.s^3 + (T^2 + 2.\xi.T.D)s^2 + (2.\xi.T + D).s + 1}$
Maclaurinov rozvoj upravenej funkcie	$G = \frac{-Z \frac{D}{2} s + Z}{T^2 \frac{D}{2} s^3 + (T^2 + \xi T D)s^2 + \left(2.\xi.T + \frac{D}{2}\right).s + 1}$
Padého aproximácia	$G = \frac{-Z \frac{D}{2} s + Z}{T^2 \frac{D}{2} s^3 + (T^2 + \xi T D)s^2 + \left(2.\xi.T + \frac{D}{2}\right).s + 1}$
„Limitná“ aproximácia	$G = \frac{Z}{T^2.D.s^3 + (T^2 + 2.\xi.T.D)s^2 + (2.\xi.T + D).s + 1}$

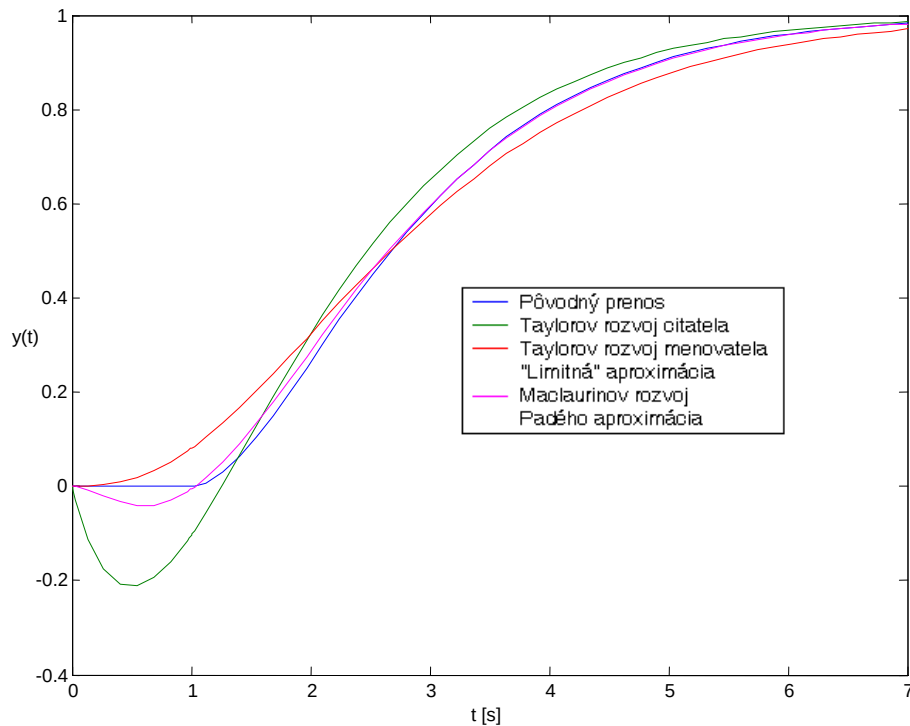
Tab.3 Kvadratické aproximácie prenosov systému 2. rádu s dopravným oneskorením

Typ aproximácie	Kvadratická aproximácia
Taylorov rozvoj čitateľa	$G = \frac{Z \frac{D^2}{2} s^2 - Z.D.s + Z}{T^2 s^2 + 2.\xi.T.s + 1}$
Taylorov rozvoj menovateľa	$G = \frac{Z}{T^2 \frac{D^2}{2} s^4 + (T^2.D + \xi.T.D^2)s^3 + \left(T^2 + \frac{D^2}{2} + 2.\xi.T.D\right)s^2 + (2.\xi.T + D)s + 1}$
Maclaurinov rozvoj upravenej funkcie	$G = \frac{Z \frac{D^2}{8} s^2 - Z \frac{D}{2} s + Z}{T^2 \frac{D^2}{8} s^4 + \left(T^2 \frac{D}{2} + \xi.T \frac{D^2}{4}\right)s^3 + \left(T^2 + \frac{D^2}{8} + \xi.T.D\right)s^2 + \left(2.\xi.T + \frac{D}{2}\right)s + 1}$
Padého aproximácia	$G = \frac{Z \frac{D^2}{12} s^2 - Z \frac{D}{2} s + Z}{T^2 \frac{D^2}{12} s^4 + \left(T^2 \frac{D}{2} + \xi.T \frac{D^2}{6}\right)s^3 + \left(T^2 + \frac{D^2}{12} + \xi.T.D\right)s^2 + \left(2.\xi.T + \frac{D}{2}\right)s + 1}$
„Limitná“ aproximácia	$G = \frac{Z}{T^2 \frac{D^2}{4} s^4 + \left(T^2.D + \xi.T \frac{D^2}{2}\right)s^3 + \left(T^2 + \frac{D^2}{4} + \xi.T \frac{D}{2}\right)s^2 + (2.\xi.T + D)s + 1}$

Aproximácie člena dopravného oneskorenia pre systém druhého rádu som porovnal vykreslením prechodových charakteristík pôvodného systému s dopravným oneskorením a systémov s aproximovaným členom dopravného oneskorenia pri realizovaní jednotkového skoku v čase $t = 0$ s . Porovnanie prechodových charakteristík lineárnych aproximácií systému s dopravným oneskorením, ktoré je vykreslené na obr. 4 som realizoval na konkrétnom systéme s dopravným oneskorením:

$$G_s^D = \frac{1}{s^2 + 2s + 1} e^{-s} = \frac{1}{s^2 + s + 1} G_D(s) \quad (13)$$

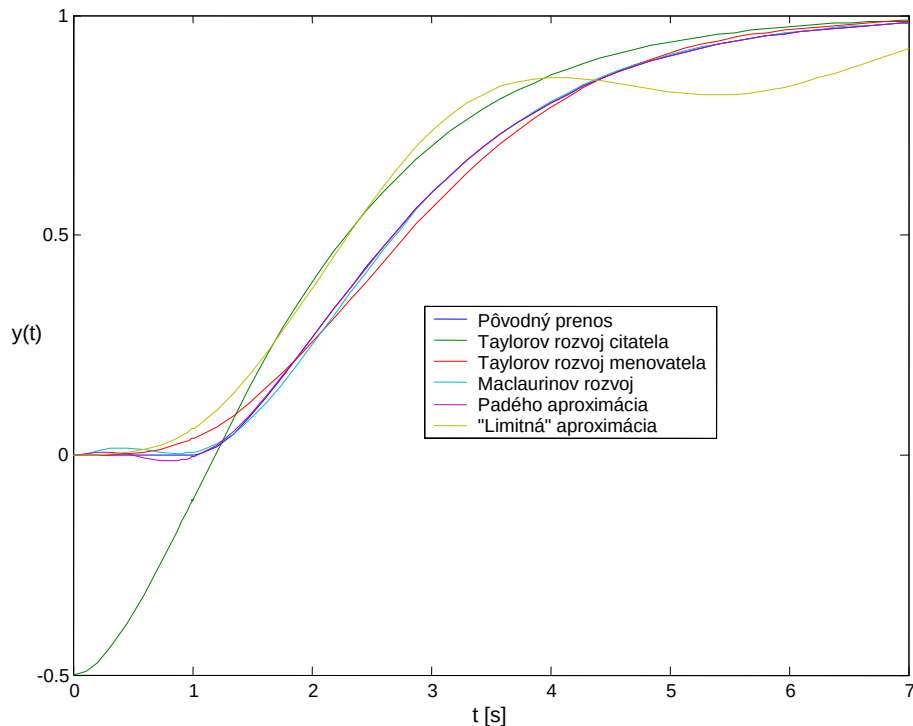
kde $Z=1$, $T=1$, $\xi=1$, $D=1$ s a $G_D(s)$ predstavuje jednu z r. (5) až (9).



Obr. 4 – Porovnanie prechodových charakteristík lineárnych aproximácií systému 2. rádu s dopravným oneskorením

Najlepšími aproximáciami pôvodného prenosu (13) zakreslenými na obr. 4 sú Taylorov rozvoj menovateľa a „Limitná“ aproximácia, pretože sa svojím priebehom najviac približujú priebehu prechodovej charakteristiky pôvodného systému, aj keď sa na nej ustáľujú najneskôr. Najhoršou aproximáciou je Taylorov rozvoj čitateľa, ktorého prechodová charakteristika má najvýraznejší podkmit do záporných hodnôt. Prechodová charakteristika prenosu využívajúca Padého aproximáciu či Maclaurinov rozvoj upravenej funkcie sa na prechodovej charakteristike pôvodného prenosu ustáli najskôr, avšak s podkmitom do záporných hodnôt, ktorý je spôsobený nestabilnou nulou v prenose týchto aproximácií (vid' Tab. 2).

V obr. 5 som porovnal prechodové charakteristiky kvadratických aproximácií systému 2. rádu s dopravným oneskorením, ktorého matematický opis predstavuje opäť r. (13).



Obr. 5 – Porovnanie prechodových charakteristík kvadratických aproximácií systému 2. rádu s dopravným oneskorením

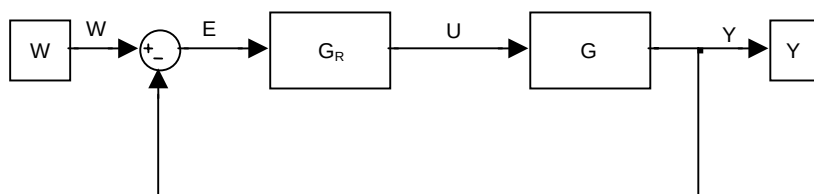
Z obr. 5 vyplýva, že medzi kvadratickými aproximáciami systému 2. rádu s dopravným oneskorením je najlepšou aproximáciou Taylorov rozvoj menovateľa. Kvôli prekmitu prechodovej charakteristiky do záporných hodnôt sú o niečo horšie Maclaurinov rozvoj upravenej funkcie a Padého aproximácia. Nevýhodnou pre aproximáciu tohto systému sa javí byť „Limitná“ aproximácia, pretože z dôvodu kmitania jej prechodovej charakteristiky sa na prechodovej charakteristike aproximovaného systému ustáli najneskôr. Ako úplne najhoršia sa zdá aproximácia pomocou Taylorovho rozvoja čitateľa.

4 Polynomická syntéza regulátora

Ak chceme riadiť akýkoľvek dynamický systém musíme pre tento navrhnúť vhodný regulátor. Regulátor je dynamické zariadenie, ktoré má za úlohu spracovaním regulačnej odchýlky $e(t)$ generovať akčnú veličinu $u(t)$ [3]. Existuje veľa rôznych metód návrhu regulátora, pomocou ktorých je možné navrhnúť regulátor, aby mal uzavretý regulačný obvod určité vlastnosti. Jednou z nich je polynomická syntéza regulátora. Výhodou tejto metódy je jej relatívna jednoduchosť, keďže pracuje len s polynómami, a tiež fakt, že pri návrhu nie je potrebné dopredu zvoliť typ regulátora (P, PI, PD,

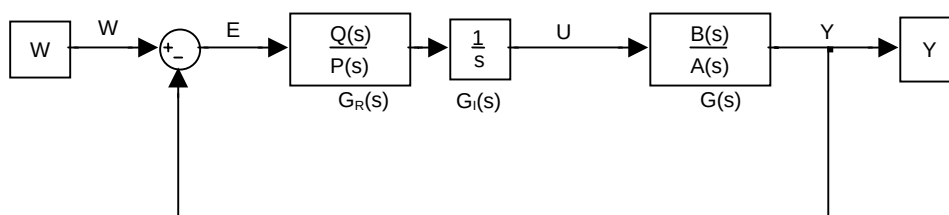
PID), tento vyplynie z vlastného návrhu, čo odstráni problém nutnosti opätovného prepočítania jeho parametrov pri nevhodnej voľbe typu regulátora. V tejto časti je zhrnuté odvodenie štruktúry regulátora a výpočtu jeho parametrov pri použití polynomickej syntézy.

V schéme obr. 6 je znázornený najjednoduchší spätnoväzbový uzavretý regulačný obvod (URO), kde $w(t)$ predstavuje žiadanú veličinu, $e(t)$ regulačnú odchýlku, $u(t)$ akčnú veličinu, $y(t)$ riadenú veličinu, G_R je prenos regulátora a G je prenos riadeného systému.



Obr. 6 – Uzavretý regulačný obvod

Ak sa požaduje aby hodnota $y(t)$ dosiahla presne hodnotu $w(t)$, t.j. aby v URO ostala trvalá regulačná odchýlka nulová, musí mať regulátor integračné vlastnosti. Tieto sa zabezpečia tak, že sa k regulátoru sériovo zapojí integračný člen s prenosom $G_I = 1/s$, ktorý sa nazýva integrátor. Základným predpokladom pre polynomickejšiu syntézu je fyzikálna realizovateľnosť celého URO a tiež všetkých jeho častí, ktoré sú definované v schéme na obr. 7.



Obr. 7 – Uzavretý regulačný obvod s integračným členom

Aby bol systém fyzikálne realizovateľný musí platiť, že stupeň polynómu čitateľa (ďalej len $st(\text{čitateľa})$) musí byť menší alebo rovný stupňu polynómu menovateľa [2]. Pre podmienku fyzikálnej realizovateľnosti systému na obr. 7 platí:

$$st(Q) \leq st(P) \quad (14)$$

$$st(B) \leq st(A) \quad (15)$$

Predpokladom pre riadenie dynamického systému je tiež jeho stabilita. Z teórie vyplýva, že stabilný je systém, ktorého póly (korene menovateľa prenosu) majú zápornú reálnu časť. Prenos URO na obr. 7 má tvar:

$$G_{URO}(s) = \frac{G(s)G_R(s)G_I(s)}{1 + G(s)G_R(s)G_I(s)} = \frac{B_{URO}}{A_{URO}} \quad (16)$$

Ak položíme menovateľ tohto prenosu rovný nule dostaneme charakteristickú rovnicu (CHR) URO, ktorej koreňmi sú póly URO.

$$CHR \text{ URO: } A_{URO} = 1 + G(s)G_R(s)G_I(s) = 0 \quad (17)$$

Dosadením za prenosy G a G_R (uvedené v schéme na obr.7) do CHR URO a následnou úpravou získame rovnicu syntézy regulátora:

$$A_{URO} = P(s)s A(s) + Q(s)B(s) \quad (18)$$

Z tejto rovnice vyplýva postup pri polynomickej syntéze regulátora. Najprv sa zvolia vo vhodnom počte korene polynómu A_{URO} (póly celého URO) a pomocou tohto polynómu sa dopočítajú neznáme koeficienty polynómov $P(s)$ a $Q(s)$, keďže polynómy $A(s)$ a $B(s)$ sú známe z prenosu riadeného systému G , ktorý je tiež známy. Nasledujúca časť práce sa venuje odvodeniu štruktúry regulátora a počtu koreňov CHR URO, ktoré je treba zvoliť pre syntézu regulátora.

Z rovníc (14) a (15) vyplýva pre r. (18) nasledovné:

$$st[P(s)s A(s)] > st[Q(s)B(s)] \quad (19)$$

$$\text{z čoho vyplýva:} \quad st(A_{URO}) = st(P(s)s A(s)) \quad (20)$$

a teda počet koeficientov polynómu (PK) A_{URO} sa dá vyjadriť:

$$PK(A_{URO}) = st(A_{URO}) + 1 = st[P(s)s A(s)] + 1 = st[P(s)] + st[A(s)] + 2 \quad (21)$$

Pre počet koeficientov hľadaného regulátora platí:

$$PK(G_R) = PK[P(s)] + PK[Q(s)] = st[P(s)] + st[Q(s)] + 2 \quad (22)$$

Pre exaktné riešenie r. (20) sa $PK(A_{URO})$ musí rovnať $PK(G_R)$ a z porovnania rovníc (21) a (22) vyplýva, že stupeň polynómu $Q(s)$ sa rovná stupňu polynómu $A(s)$. Pre štruktúru regulátora platí r. (14), z ktorej možno zvoliť stupeň polynómu $P(s)$ rovný stupňu polynómu $Q(s)$ a teda:

$$st[P(s)] = st[Q(s)] = st[A(s)] \quad (23)$$

Dosadením r. (23) do r. (20) dostávame:

$$st(A_{URO}) = st[A(s)s A(s)] = 2 st[A(s)] + 1 \quad (24)$$

Z r. (23) vyplýva štruktúra regulátora a z r. (24) počet pólov URO, ktoré treba zvoliť, keďže počet koreňov polynómu sa rovná jeho stupňu.

Na výpočet koeficientov polynómov $P(s)$ a $Q(s)$ možno v programe MATLAB použiť príkazy polynomickeho toolboxu napr. príkaz $AXBYC(a,b,c)$, pomocou ktorého je možné riešiť r.(18).

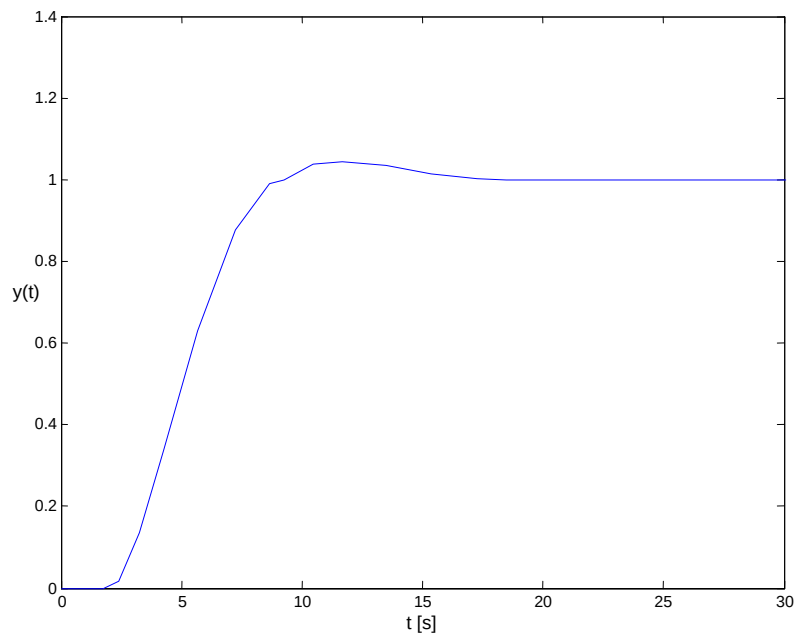
5 Riadenie systémov s dopravným oneskorením

V uzavretých regulačných obvodoch (URO) sa často vyskytujú systémy s dopravným oneskorením. Vo väčšine prípadov býva systém s dopravným oneskorením riadeným systémom. Takéto obvody majú práve kvôli členu e^{-Ds} zhoršenú stabilitu. Na riadenie systémov s dopravným oneskorením možno použiť tieto prístupy: zanedbanie dopravného oneskorenia, aproximácia dopravného oneskorenia, Smithov prediktor a iné. V nasledujúcich kapitolách sú uvedené základné princípy a použitie týchto metód.

5.1 Riadenie so zanedbaním dopravného oneskorenia

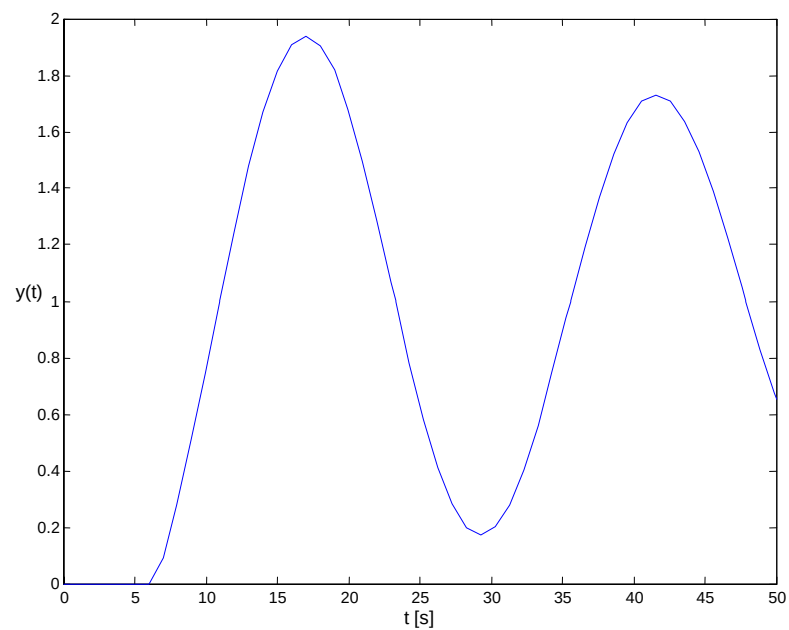
Zanedbanie dopravného oneskorenia je vlastne ďalším typom aproximácie člena dopravného oneskorenia (kap. 3), kde $e^{-Ds}=1$. Táto aproximácia sa dá použiť pre systémy s malou hodnotou dopravného oneskorenia. Pri tejto metóde sa predpokladá, že dopravné oneskorenie je nulové a postup pre syntézu regulátora je totožný s postupom pre syntézu regulátora pre riadený systém bez dopravného oneskorenia.

Pre systém opísaný r.(11) môžeme dopravné oneskorenie $D=1s$ považovať za dostatočne malé a jeho zanedbaním a použitím polynomickej syntézy regulátora (podľa r. (24) volíme trojnásobný pól $-1/2$) som získal regulátor, ktorého regulačný pochod v jednoduchom regulačnom obvode pri jednotkovej skokovej zmene žiadanej veličiny v čase $t=1s$ je znázornený na obr. 8.



Obr. 8 – Odozva URO pri syntéze regulátora so zanedbaním dopravného oneskorenia
(riadený systém s $D=1\text{s}$, $w=1$)

Z obr. 8 je očividné, že regulátor zasahuje až po uplynutí času, ktorý sa rovná dopravnému oneskoreniu, odstraňuje trvalú regulačnú odchýlku a uzavretý regulačný obvod je stabilný. Na obr. 9 je znázornená odozva systému opísaného r. (11) pri väčšom dopravnom oneskorení $D=5\text{s}$.



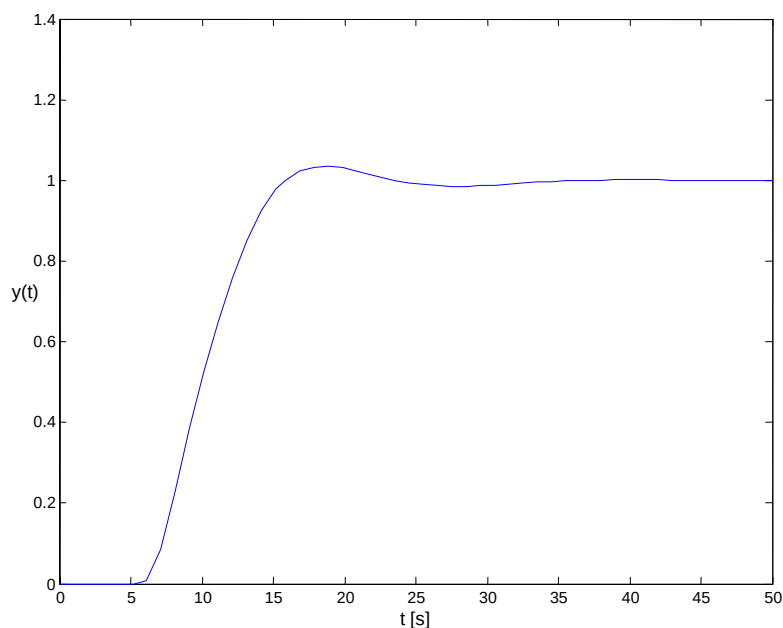
Obr. 9 – Odozva URO pri syntéze regulátora so zanedbaním dopravného oneskorenia
(riadený systém s $D=5\text{s}$, $w=1$)

Je očividné, že uzavretý regulačný obvod výrazne kmitá a na žiadanej hodnote sa prechodová charakteristika ustáľuje oveľa dlhšie. Pre rýchlejší regulačný pochod pri riadení systému(11) s $D=5s$ je teda vhodné použiť inú metódu riadenia.

5.2 Riadenie s aproximáciou dopravného oneskorenia

Pri tejto metóde sa použije niektorá z vyššie uvedených aproximácií člena e^{-Ds} , čím získame prenos systému vyššieho rádu ale už bez dopravného oneskorenia a syntézu regulátora aplikujeme na tento systém. Táto metóda sa však nedá použiť pre ľubovoľne veľké dopravné oneskorenie.

Pre systém, ktorý je opísaný r.(11) a dopravné oneskorenie $D=5s$ použitím lineárneho stupňa Maclaurinovho rozvoja čitateľa a následnou aplikáciou polynomickej syntézy regulátora (zvolil som päťnásobný pól $-1/2$) som odvodil prenos regulátora, ktorý pri zaradení do uzavretého regulačného obvodu poskytuje na jednotkový skok žiadanej veličiny v čase $t=1s$ odozvu znázornenú na obr. 10.

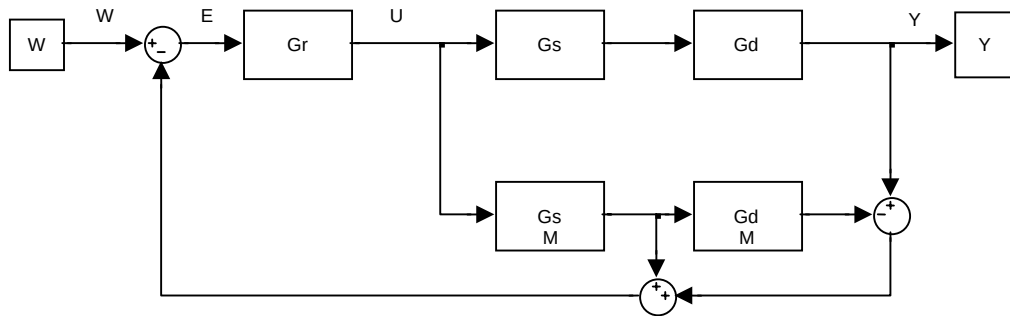


Obr. 10 – Odozva URO pri aproximovaní dopravného oneskorenia systému ($D=5s$)

Je očividné, že navrhnutý regulátor uríadi systém na žiadanú hodnotu a uzavretý regulačný obvod je stabilný. Z porovnania obr. 9 a 10 zistíme, že pre riadenie systému s vyšším dopravným oneskorením je vhodnejšie na syntézu regulátora použiť aproximovaný prenos systému s dopravným oneskorením.

5.3 Riadenie so Smithovým prediktorom

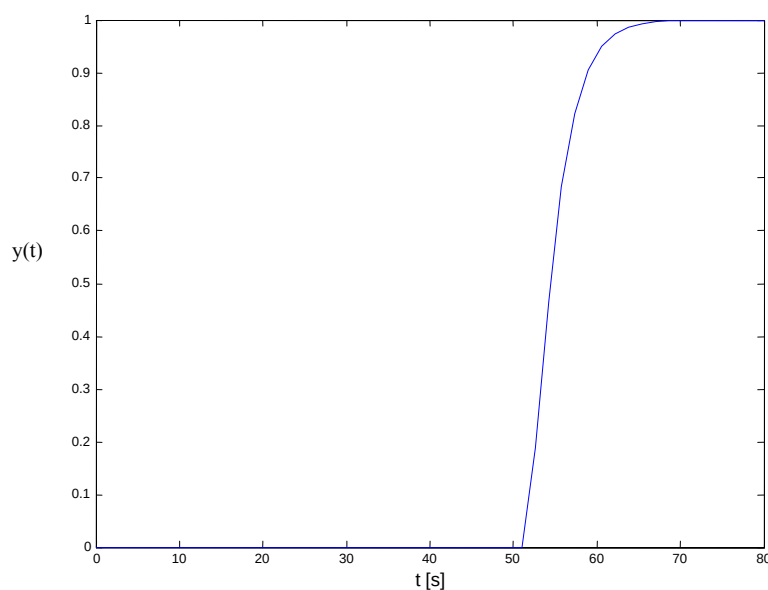
Smithov prediktor predstavuje rozvetvený regulačný obvod, ktorý využíva to, že k prenosu systému s dopravným oneskorením sa paralelne zapojí model systému bez dopravného oneskorenia a prenos vlastného dopravného oneskorenia [4].



Obr. 11 – Schéma Smithovho prediktora

Vďaka tomuto zapojeniu je možné kompenzovať vplyv dopravného oneskorenia na správanie sa celého systému aj pri veľkých hodnotách dopravného oneskorenia.

Napríklad pre systém (11) s dopravným oneskorením $D=50\text{s}$ je odozva rozvetveného obvodu riadenia so Smithovým prediktorom pri jednotkovej skokovej zmene v čase $t=1\text{s}$ žiadanej veličiny, pri použití regulátora navrhnutého polynomicou syntézou (zvolený bol trojnásobný pól URO s hodnotou $-1/2$) pre systém bez dopravného oneskorenia znázornená na obr. 12.



Obr. 12 – Odozva URO pri použití Smithovho prediktora ($D=50\text{s}$)

Pri takto veľkej hodnote dopravného oneskorenia s použitím predchádzajúcich metód je URO nestabilný. Na obr. (12) je vidno, že po uplynutí času dopravného oneskorenia prebehne v URO pomerne rýchly regulačný pochod a navyše systém nie je preregulovaný nad žiadanú hodnotu výstupnej veličiny, ako tomu bolo pri dvoch predchádzajúcich metódach riadenia systému s dopravným oneskorením.

5.4 Integrálne ukazovatele kvality riadenia

Kvalitu riadenia dvoch systémov môžeme posúdiť porovnaním prechodových charakteristík URO. Na číselné vyjadrenia kvality riadenia slúžia ukazovatele kvality riadenia, medzi ktoré patria aj integrálne ukazovatele kvality, ktoré som použil na posúdenie vhodnosti jednotlivých aproximácií dopravného oneskorenia pri riadení systémov s dopravným oneskorením v ďalšej kapitole. Integrálnymi ukazovateľmi kvalita riadenia sú napr.:

- Integrál štvorca regulačnej odchýlky ISE

$$ISE = \int_0^t e^2(t) dt \quad (25)$$

- Integrál absolútnej regulačnej odchýlky IAE

$$IAE = \int_0^t |e(t)| dt \quad (26)$$

5.5 Analýza vplyvu veľkosti dopravného oneskorenia na riadenie systémov s dopravným oneskorením

Z kapitol 5.1 až 5.3 vyplýva, že postupy v nich opísané nie je vhodné aplikovať pre ľubovoľné hodnoty dopravného oneskorenia systému s dopravným oneskorením.

Zanedbanie dopravného oneskorenia môžeme aplikovať len pre systém s dostatočne malou hodnotou D a pri väčších hodnotách nedosahuje riadenie dobré výsledky.

Pri aproximácii dopravného oneskorenia sme takisto zhora obmedzení hodnotou D , nad ktorou je použitím tejto metódy URO nestabilný alebo je jeho regulačný pochod príliš pomalý.

Smithov prediktor dokáže vďaka svojej štruktúre riadiť aj systém s veľkým dopravným oneskorením, avšak jeho štruktúra je v porovnaní so štruktúrou jednoduchého URO (obr. 6) zložitejšia a podmienkou použiteľnosti je dobrý model riadeného systému a jeho dopravného oneskorenia. Preto jednou z mojich úloh bolo pre metódy 5.1 a 5.2 nájsť oblasti hodnôt D , ktoré pre riadenie systému s dopravným oneskorením dávajú najlepšie výsledky. Skúmaným systémom bol systém 1. rádu so $Z=1$ a $T=1$.

Tab. 4 – Vplyv veľkosti pomeru dopravného oneskorenia a časovej konštanty systému 1. rádu (11) na kvalitu riadenia pri aproximácii dopravného oneskorenia

Typ aproximácie	Stupeň aproximácie	Pomer D/T	Hodnota ISE	Hodnota IAE
Zanedbanie dopravného oneskorenia		0,5	2,8	4,0
		1	3,2	4,4
		2	4,3	6,4
		5	25,2	42,2
Taylorov rozvoj čitateľa	lineárna	0,5	3,2	4,8
	lineárna	1	3,9	5,5
	lineárna	2	5,1	6,8
	lineárna	5	9,0	11,9
	lineárna	10	16,0	22,5
Taylorov rozvoj menovateľa a „Limitná“ aproximácia	lineárna	0,5	1243	136
	lineárna	1	17,5	16,0
	lineárna	2	6,1	8,0
Taylorov rozvoj menovateľa	kvadratická	1	4722	292
	kvadratická	2	5,8	8,0

Typ aproximácie	Stupeň aproximácie	Pomer D/T	Hodnota ISE	Hodnota IAE
Maclaurinov rozvoj upravenej funkcie a Padého aproximácia	lineárna	0,5	32048	754
	lineárna	1	303	68,4
	lineárna	2	11,0	12,8
	lineárna	5	7,9	9,5
	lineárna	10	14,2	22,7
Maclaurinov rozvoj upravenej funkcie	kvadratická	1	31571	885
	kvadratická	2	294	75,2
	kvadratická	5	9,8	12,6
„Limitná“ aproximácia	kvadratická	2	224	72,6
	kvadratická	5	7,0	9,6

Pri skúmaní vplyvu dopravného oneskorenia na riadenie systému bola v URO vykonaná jednotková skoková zmena žiadanej veličiny a pre výpočet regulátora použitá polynomická syntéza opísaná v kap. 4, kde vo všetkých prípadoch bol volený násobný pól URO o hodnote $-1/2$. Ako nezávisle premenná pre tento výskum bol zvolený pomer D/T , a to kvôli možnému uplatneniu výsledkov tohto výskumu aj pre systémy s inými hodnotami Z a T ako má systém (11). Výskum som realizoval pre hodnoty D/T od 0,5 po 10. V tab. 4 sú uvedené výsledky len pre tie aproximácie, pre ktoré bol URO stabilný a zároveň výstupná veličina dosiahla hodnotu žiadanej do času 100s.

Z tab. 4 vyplýva, že pre pomer D/T od 0,5 po 2 je najvhodnejšou metódou pre syntézu regulátora zanedbanie dopravného oneskorenia. Výskum ďalej ukázal, že pre ďalšie zvyšovanie hodnoty D/T už nie je vhodné zanedbať člen dopravného oneskorenia, ale je vhodnejšie ho aproximovať pomocou rovníc (5) až (9). Pre hodnotu $D/T=5$ je

najkvalitnejšie riadený systém, pre ktorého aproximáciu dopravného oneskorenia sa použije kvadratická „Limitná“ aproximácia dopravného oneskorenia. Táto sa ďalším zväčšovaním pomeru D/T na hodnotu 10 stáva pre riadenie nevhodnou a pri tejto hodnote D/T sú použiteľné len Taylorov rozvoj čitateľa a lineárna aproximácia pomocou Maclaurinovho rozvoja upravenej funkcie.

Ako aproximáciu s najširším použitím pre systém 1. rádu s dopravným oneskorením možno vyhodnotiť lineárnu aproximáciu Taylorovho rozvoja čitateľa aj keď sa spočiatku pri porovnaní prechodových charakteristík (obr. 2) javila ako najhoršia. Kvadratická Padého aproximácia nie je v tab. 4 uvedená lebo pri žiadnej D/T zo súboru použitých hodnôt nedávala uspokojivé výsledky.

Pri riadení systému s tak veľkým dopravným oneskorením, že žiadna z aproximácií nebude pre riadenie dobrá sa musí použiť riadenie so Smithovým prediktorom.

5.6 Grafické užívateľské rozhranie pre riadenie systémov s dopravným oneskorením

Program MATLAB poskytuje vizualizáciu dát a tým umožňuje vytvoriť prostredie, ktoré sa vyznačuje jednoduchosťou a jednoznačnosťou obsluhy. Prostredie sa vytvorí pomocou príkazov zadávaných v príkazovom okne.

Typy použitých príkazov:

FIGURE - vytvorenie celkovej podoby okna s použitím nižšie uvedených príkazov

CLEAR – vymazanie všetkých premenných a funkcií z pamäti

UICONTROL – vytvorenie prepojenia medzi užívateľom a ovládaním aktuálneho okna

STYLE – zápis na určenie charakteristiky tlačidla

Napríklad: ‘Style’, ‘popup’ – rolovacie tlačidlo

‘Style’, ‘push’ – tlačidlo

‘Style’, ‘text’ – ikona v ktorej sa nachádza len text

‘Style’, ‘edit’ – ikona na zápis údajov

FOREGROUNDCOLOR – farba popredia

BACKGROUNDCOLOR – farba pozadia

POSITION – určuje polohu tlačidla, ikony alebo celého okna

STRING – pomocou tohto príkazu zadávame text do textovej ikony

CALLBACK – návrat do predošlého kroku

STR2NUM – konverzia reťazca na číslo

NUM2STR – konverzia čísla na reťazec

MAT2POL – konverzia matice na polynóm

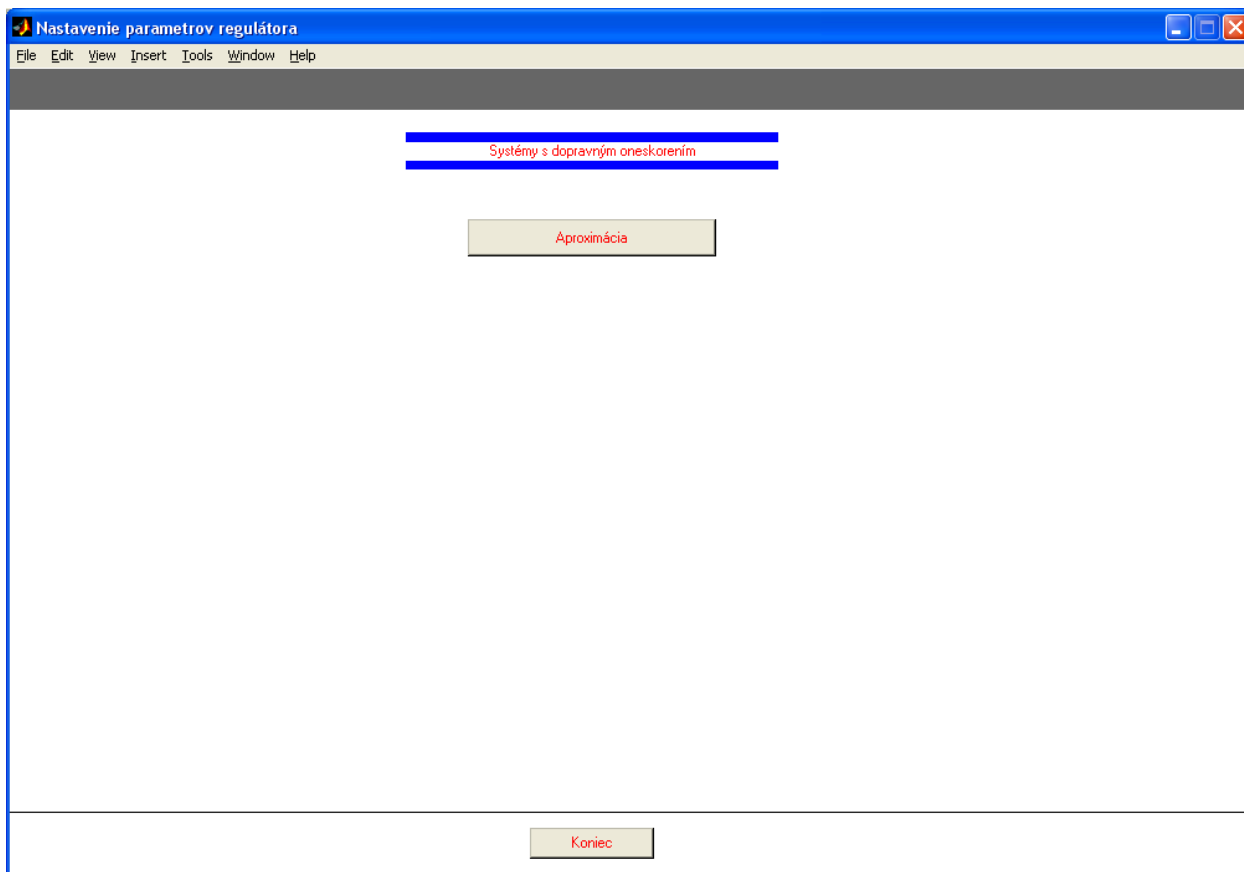
POL2MAT – konverzia polynómu na maticu

AXBYC – nájdenie riešenia rovnice $AX + BY = C$ (riešenie rovnice 18)

Užívateľské rozhranie, ktoré som vytvoril umožňuje užívateľovi navrhnuť regulátor, pomocou vyššie uvedených metód, a simulovať priebeh riadenia, pomocou takto navrhnutého regulátora, pre systém 1. a 2. rádu s dopravným oneskorením. V nasledujúcej časti bude opísané použitie grafické užívateľského prostredia pri riadení systému (11).

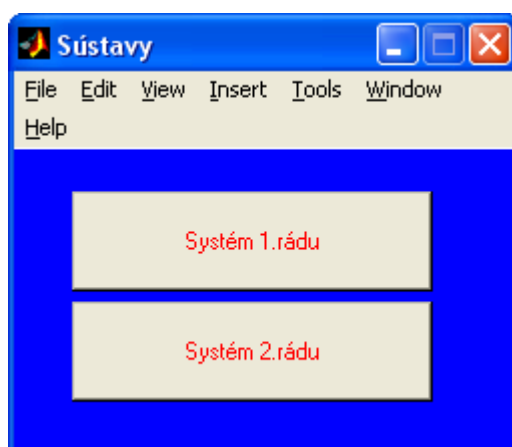
5.6.1 Použitie grafického užívateľského rozhrania

V príkazovom okne programu MATLAB sa zadá príkaz *riadenie* a stlačením klávesy ENTER sa otvorí základné okno užívateľského rozhrania s názvom „Nastavenie parametrov regulátora“ (obr. 13).



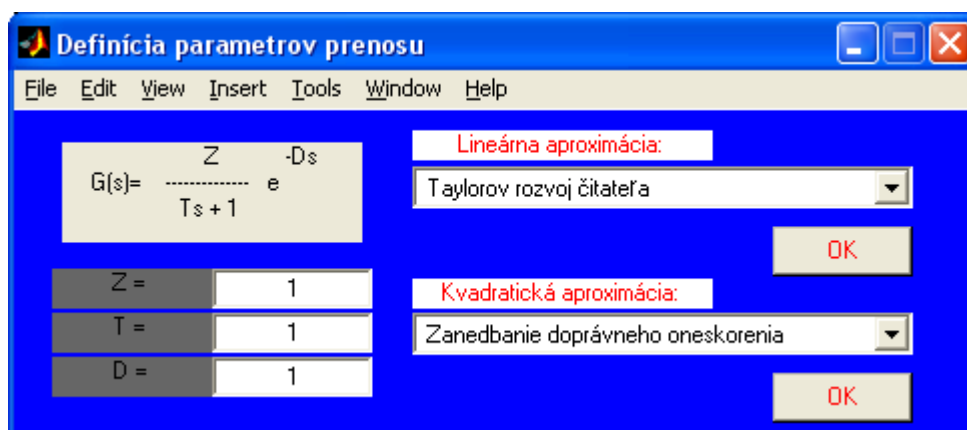
Obr. 13 – Základné okno grafického užívateľského rozhrania

Kliknutím na tlačidlo „Aproximácia“ sa otvorí okno s názvom „Sústavy“, kde si užívateľ vyberie rád systému, ktorý chce riadiť.



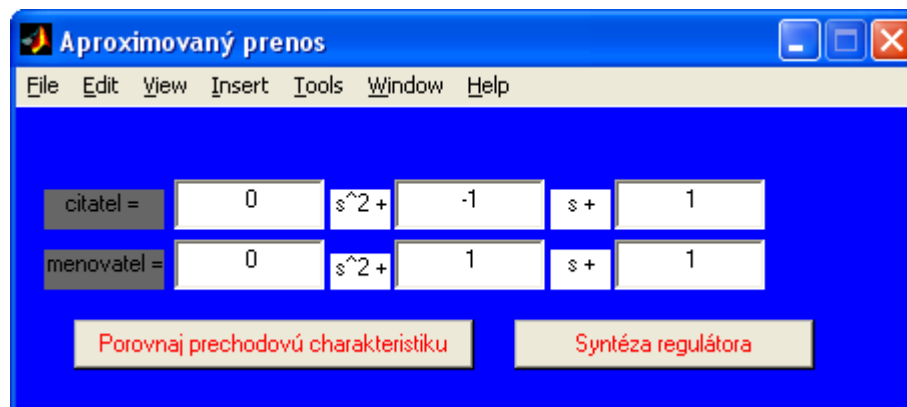
Obr. 14 – Okno pre voľbu rádu riadeného systému

Pre riadenie systému (11) sa klikne na tlačidlo „Systém 1.rádu“ a zobrazí sa okno s názvom „Definícia parametrov prenosu“, kde sa zadávajú požadované údaje, čiže hodnoty zosilnenia Z , časovej konštanty T a dopravného oneskorenia D , a zvolí sa typ a stupeň aproximácie dopravného oneskorenia.



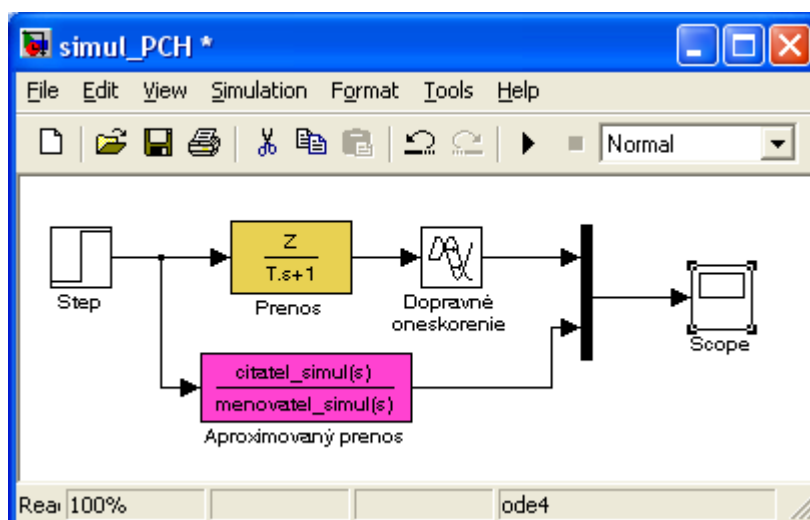
Obr. 15 – Okno pre definíciu parametrov prenosu riadeného systému

V našom prípade zvolíme lineárnu aproximáciu Taylorovho rozvoja, ktorý sa ukázal ako jedna z najlepších aproximácií v kap. 5.5. Kliknutím na tlačidlo „OK“ sa zobrazí okno s názvom „Aproximovaný prenos“, v ktorom je uvedený aproximovaný prenos systému vypočítaný na základe tab. 1.



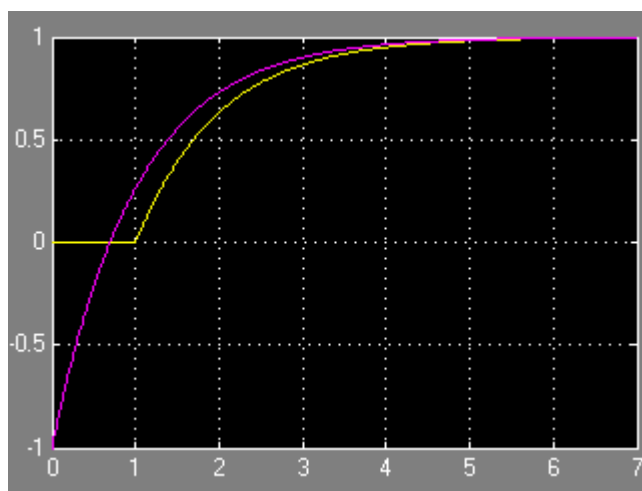
Obr. 16 – Okno pre zobrazenie aproximovaného prenosu riadeného systému

Kliknutím na tlačidlo „Porovnaj prechodovú charakteristiku“ sa otvorí simulačná schéma „simul_PCH“.



Obr. 17 – Simulačná schéma na porovnanie prechodových charakteristík

Po prebehnutí simulácie môžeme porovnať prechodové charakteristiky pôvodného systému a systému aproximovaného.



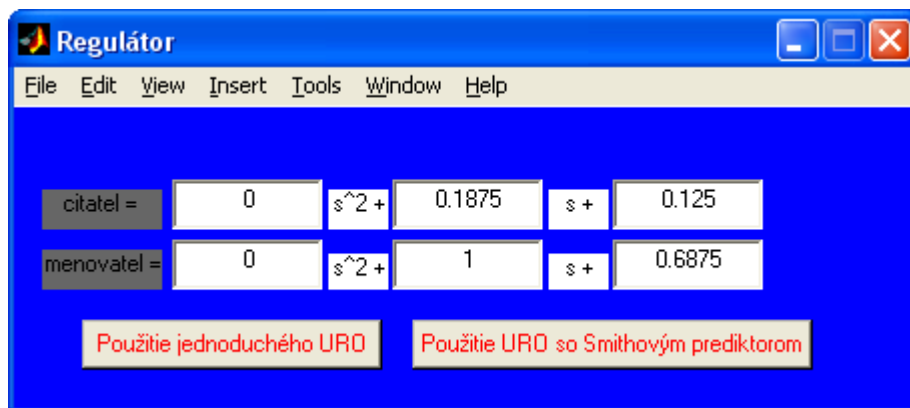
Obr. 18 – Grafický výstup zo simulačnej schémy (obr. 17)

Ak v okne „Aproximovaný prenos“ klikneme na tlačidlo „Syntéza regulátora“ objaví sa okno „Zadanie pólov URO“.



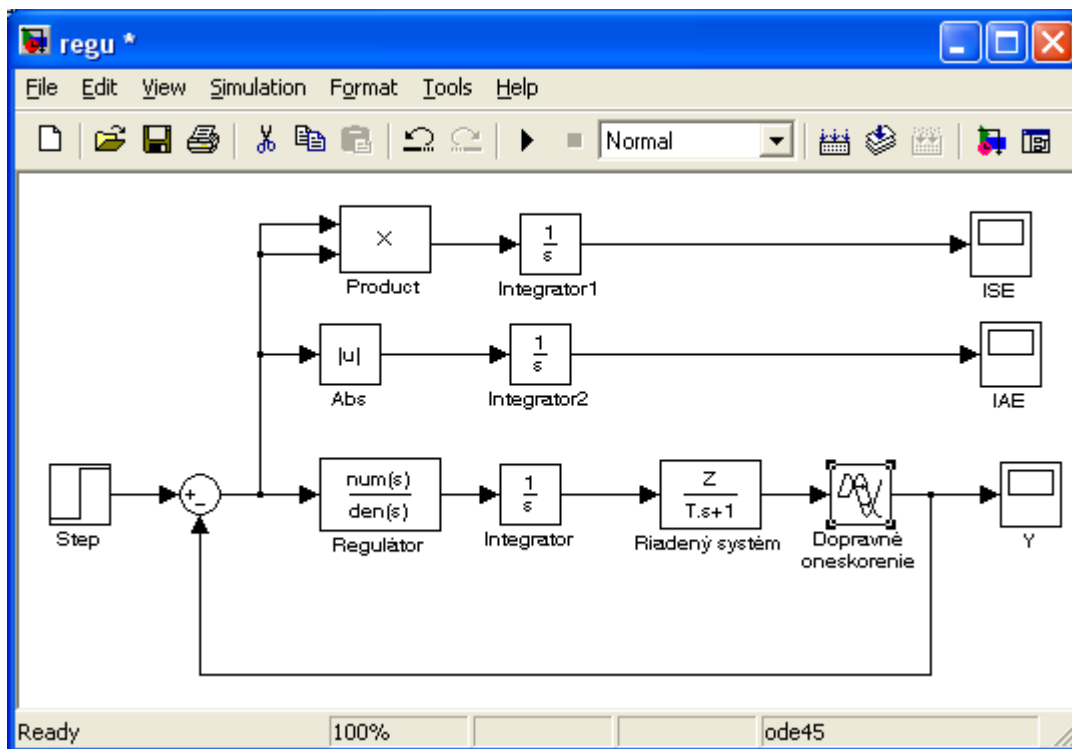
Obr. 19 – Okno pre zadanie násobného pólu uzavretého regulačného obvodu

Po zadaní násobného pólu URO a stlačení tlačidla „Simulácia“ sa na obrazovke objaví okno „Regulátor“, kde sa zjavia parametre vypočítaného regulátora.



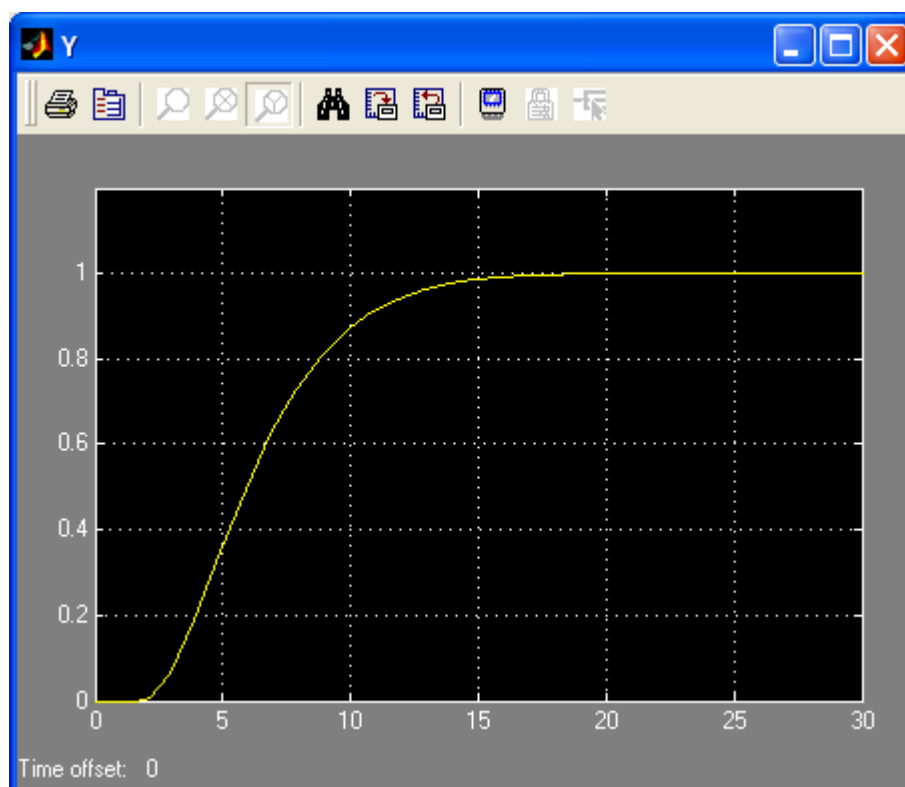
Obr. 20 – Okno pre zobrazenie parametrov vypočítaného regulátora

Po kliknutí na tlačidlo „Použitie jednoduchého URO“, ktoré nám po kliknutí zobrazí simulačnú schému „regu“ jednoduchého URO podobnú obr. 7.



Obr. 21 – Simulačná schéma pre posúdenie vhodnosti navrhnutého regulátora

Z priebehu premennej Y môžeme posúdiť vhodnosť použitého regulátora.



Obr. 22 – Grafický výstup zo schémy (21) pre riadenú veličinu

Ak potrebujeme posúdiť vhodnosť riadenia viacerými regulátormi s podobnou odozvou URO môžeme kvalitu riadenia pre daný regulátor posúdiť pomocou parametrov ISE a IAE, ktorých hodnoty je možné takisto v schéme na obr. 21 zobrazit'.

Ak je dopravné oneskorenie systému príliš veľké môžeme pre simuláciu riadenia systému použiť Smithov prediktor a to kliknutím na tlačidlo „Použitie URO so Smithovým prediktorom“, pri ktorom sa zobrazí schéma „smith1“ podobná schéme (11).

Programový systém grafického užívateľského prostredia obsahuje CD priložené k tejto práci.

6 Záver

V mojej práci som sa zaoberal aproximáciou člena dopravného oneskorenia pre systémy 1. a 2. rádu rôznymi funkciami. Tieto aproximácie som porovnal vykreslením prechodových charakteristík a z tohto porovnania sa ako najlepšia ukázala byť aproximácia dopravného oneskorenia pomocou funkcie Taylorovho rozvoja menovateľa.

Následne som odvodené aproximácie prenosov systémov 1. rádu s dopravným oneskorením aplikoval pri syntéze regulátora a z pomocou integrálnych ukazovateľov kvality riadenia vyhodnotil najvhodnejšie aproximácie člena dopravného oneskorenia a zároveň určil oblasti hodnôt pomeru dopravného oneskorenia a časovej konštanty, pre ktoré sú jednotlivé prístupy k riadeniu systémov s dopravným oneskorením najvhodnejšie. Najlepšia aproximácia pre riadenie systému s dopravným oneskorením je Taylorov rozvoj čitateľa. Dávala najlepšie výsledky v celej oblasti spektra skúmaného pomeru dopravného oneskorenia a časovej konštanty, aj keď pri porovnávaní prechodových charakteristík sa zdala byť najhoršou.

Vo výskume vplyvu dopravného oneskorenia by sa dalo pokračovať pri použití rôznych iných prístupov pri syntéze regulátora a takisto by sa mohol rozšíriť o riadenie systémov 2. rádu, pre ktoré sú v tejto práci vytvorené teoretické základy. Mne sa toto z časových dôvodov uskutočniť nepodarilo.

Použitá literatúra

- [1] Vavruša, S.: Řízení spojitých systémů s dopravním zpožděním různými metodami. Tězy k štátnej doktorskej skúške, UTB Zlín 2005.
- [2] Bakošová, M. a kol.: Laboratórne cvičenia zo základov automatizácie. STU, Bratislava 2003.
- [3] Mészáros, A. a kol.: Základy automatizácie. STU, Bratislava 1997.
- [4] Šulc, B., Vítěčková, M.: Teorie a praxe návrhu regulačních obvodů. Vydavatelství ČVUT, Praha 2004.

Prílohy

Priložené CD obsahuje programový systém s grafickým užívateľským rozhraním pre riadenie systémov s dopravným oneskorením.