SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE

Fakulta chemickej a potravinárskej technológie

DIPLOMOVÁ PRÁCA

2007 Bc. Martina Bihuňová

SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE

FAKULTA CHEMICKEJ A POTRAVINÁRSKEJ TECHNOLÓGIE

ÚSTAV INFROMATIZÁCIE, AUTOMATIZÁCIE A MATEMATIKY

ODDELENIE INFORMATIZÁCIE A RIADENIA PROCESOV

D I P L O M O V Á P R Á C A

Riadenie systémov s dopravným oneskorením

Vypracovala: Bc. Martina Bihuňová

Školiteľka: Doc. Ing. Monika Bakošová, CSc.

BRATISLAVA

2007

Poďakovanie

Touto cestou si dovoľujem poďakovať vedúcej diplomovej práce Doc. Ing. Monike Bakošovej, CSc., za cenné rady, pripomienky a odbornú pomoc pri vedení diplomovej práce.

Abstrakt

Dopravné oneskorenie sa často vyskytuje v riadiacich systémoch, buď v stavových veličinách, vo vstupných veličinách, alebo v dôsledku merania. V mnohých prípadoch je dopravné oneskorenie zdrojom nestability a preto sa musí vhodne aproximovať. Cieľom tejto práce bolo analyzovať možnosti aproximácie dopravného oneskorenia v systémoch 1. rádu a systémoch 2.rádu a navrhnúť regulátor pre systémy s aproximovaným dopravným oneskorením. Ďalej sa táto práca zaoberá návrhom grafického užívateľského prostredia (GUI) pre jednoduchú syntézu regulátora a simuláciu riadenia systému s dopravným oneskorením v prostredí MATLAB.

Abstract

Time-delay often appears in many control systems either in states variables, the input variables, or the measurements. In many cases, time-delay is a source of instability and therefore it must be suitable approximated. Purpose of this work was to analyze possibilities of approximation of time-delay in first-order systems and second-order systems and design controllers for systems with approximated time-delay. Next, this work deals with design of Graphical User Interface (GUI) for simple synthesis of controllers and for simulation control of time-delay systems in MATLAB.

Obsah

1 Úvod 8

2 Systémy s dopravným oneskorením 9

3 Aproximácie dopravného oneskorenia 11

3.1 Aproximácie systému 1. rádu s dopravným oneskorením 12

3.1.1 Porovnanie jednotlivých aproximácií vykreslením prechodových charakteristík 15

3.1.2 Porovnanie jednotlivých aproximácií vykreslením frekvenčných charakteristík. 20

3.1.3 Zhodnotenie aproximácií systému 1. rádu s dopravným oneskorením 22

3.2 Aproximácie systému 2. rádu s dopravným oneskorením 23

3.2.1 Porovnanie jednotlivých aproximácií vykreslením prechodových charakteristík 26

3.2.2 Porovnanie jednotlivých aproximácií vykreslením frekvenčných charakteristík. 30

3.2.3 Zhodnotenie aproximácií systému 2. rádu s dopravným oneskorením 32

3.3 Zhodnotenie aproximácií systému 1. a 2. rádu 32

4 Syntéza regulátora 33

4.1 Naslinova metóda syntézy regulátora 34

4.2 Polynomická syntéza regulátora 35

4.3 Posudzovanie kvality spätnoväzbového riadenia 38

5 Rozvetvené regulačné obvody 39

5.1 Smithov prediktor 39

6 Riadenie systémov s dopravným oneskorením 40

6.1 Riadenie systémov 1. rádu 40

6.1.1 Riadenie regulátorom navrhnutým Naslinovou metódou 40

6.1.1.1 Riadenie regulátorom navrhnutým pre systém so zanedbaním dopravného oneskorenia 40

6.1.1.2 Riadenie regulátorom navrhnutým pre systém s aproximovaným členom dopravného oneskorenia 43

6.1.2 Riadenie regulátorom navrhnutým polynomickou syntézou 47

6.1.2.1 Riadenie regulátorom navrhnutým pre systém so zanedbaním dopravného oneskorenia 47
6.1.2.2 Riadenie regulátorom navrhnutým pre systém s aproximovaným členom dopravného oneskorenia 48
6.1.3 Riadenie so Smithovým prediktorom 51
6.1.4 Analýza riadenia systému 1. rádu s dopravným oneskorením 52
6.2 Riadenie systémov 2. rádu 53
6.2.1 Riadenie regulátorom navrhnutým Naslinovou metódou 53
6.2.1.1 Riadenie regulátorom navrhnutým pre systém so zanedbaním dopravného oneskorenia 53
6.2.1.2 Riadenie regulátorom navrhnutým pre systém s aproximovaným členom dopravného oneskorenia 54
6.2.2 Riadenie regulátorom navrhnutým polynomickou syntézou 57
6.2.2.1 Riadenie regulátorom navrhnutým pre systém so zanedbaním dopravného oneskorenia 57
6.2.2.2 Riadenie regulátorom navrhnutým pre systém s aproximovaným členom dopravného oneskorenia 58
6.2.3 Riadenie so Smithovým prediktorom 61
6.2.4 Analýza riadenia systému 2. rádu s dopravným oneskorením 62
6.3 Analýza riadenia systémov 1. a 2.rádu s dopravným oneskorením 62
7 Grafické užívateľské rozhranie pre riadenie systémov s dopravným oneskorením 65
7.1 Použitie grafického užívateľského rozhrania 66
8 Záver 72
9 Použitá literatúra 73
Prílohy 74

1 Úvod

V súčasnosti existuje nespočetné množstvo rôznych procesov, ktoré je treba ovplyvňovať a riadiť, pričom ich zložitosť každým rokom narastá.

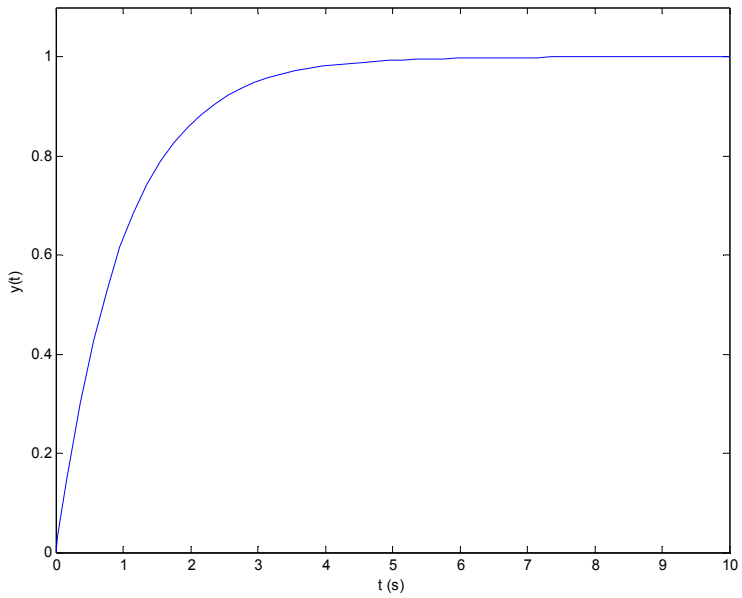
Špecifickou skupinou sú systémy s dopravným oneskorením, pri ktorých dochádza k časovému oneskoreniu signálu, informácie alebo látky, čo vedie k zhoršeniu vlastností regulačného obvodu. Nulové dopravné oneskorenie možno dosiahnuť iba teoreticky, avšak v prípade nízkej hodnoty dopravného oneskorenia vzhľadom k časovej konštante je možné jeho zanedbanie a vtedy možno hovoriť o systéme bez dopravného oneskorenia. V ostatných prípadoch sa uvažuje systém s dopravným oneskorením.

Je logické, že aj systémy s dopravným oneskorením vyžadujú syntézu regulačného obvodu. Prítomnosť dopravného oneskorenia v systéme má však pri riadení nepriaznivý vplyv na stabilitu, pričom sklon k nestabilite rastie s veľkosťou dopravného oneskorenia. Z tohto dôvodu sa často pristupuje k aproximácii člena dopravného oneskorenia, čím dochádza k určitej nepresnosti, ale získaný prenos už neobsahuje člen dopravného oneskorenia vyjadreného v exponenciálnom tvare. U systémov s veľkým dopravným oneskorením sa používa Smithov prediktor.

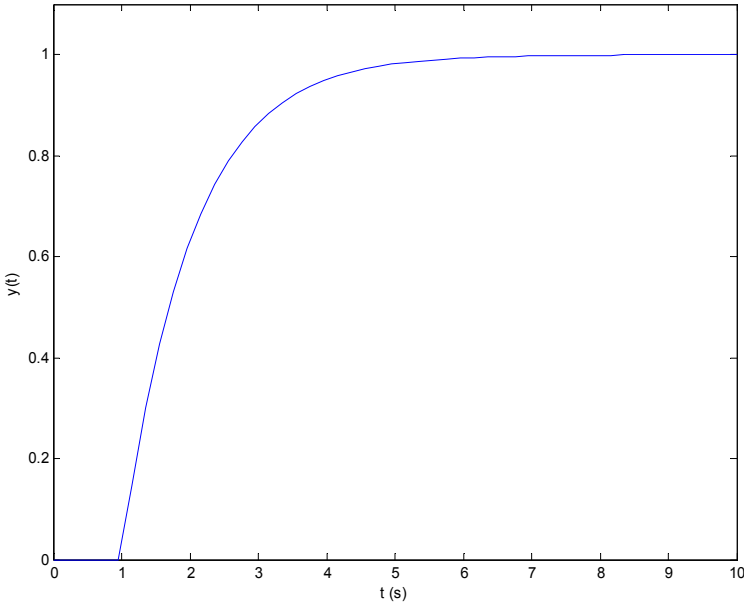
Cieľom diplomovej práce bolo navrhnúť vhodný regulátor na riadenie sústavy 1. a 2. rádu s dopravným oneskorením. Pre každý systém boli odvodené aproximácie člena dopravného oneskorenia, ktoré boli následne porovnané vykreslením prechodových a frekvenčných charakteristík. Ďalšia časť bola venovaná syntéze regulátora pre systém so zanedbaním dopravného oneskorenia a pre systém s aproximovaným dopravným oneskorením a na základe najnižších hodnôt ukazovateľov kvality bola zvolená najlepšia aproximácia. Nakoniec bolo v prostredí MATLAB vytvorené grafické užívateľské prostredie, ktoré umožňuje užívateľovi navrhnúť vhodný regulátor pre systém 1. a 2. rádu s dopravným oneskorením.

2 Systémy s dopravným oneskorením

V regulačných obvodoch sa často vyskytuje člen dopravného oneskorenia, ktorý sa prejavuje tým, že daný systém reaguje na zmenu vstupnej veličiny až po určitej dobe, ktorá sa nazýva dopravným oneskorením *D*. Vplyv dopravného oneskorenia na správanie sa systémov možno vidieť na nasledovných obrázkoch, kde sú vykreslené prechodové charakteristiky systému bez dopravného oneskorenia (obr. 1) a systému s dopravným oneskorením (obr. 2).



Obr. 1 Prechodová charakteristika systému bez dopravného oneskorenia (Z=1;T=1)



Obr. 2 Prechodová charakteristika systému s dopravným oneskorením (Z=1;T=1;D=1)

Systém n-tého rádu bez dopravného oneskorenia (obr. 1) možno opísať diferenciálnou rovnicou

$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + ... + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = u(t)\,. \tag{1}$$

Za predpokladu nulových počiatočných podmienok možno vyjadriť prenos tohto systému v tvare:

$$G(s) = \frac{1}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + ... + a_1 s + a_0} \tag{2}$$

Systém n-tého rádu s dopravným oneskorením (obr. 2) možno opísať diferenciálnou rovnicou v tvare:

$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + ... + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = u(t - D) \tag{3}$$

a za predpokladu nulových počiatočných podmienok možno vyjadriť prenos tohto systému v tvare [1]:

$$G(s) = \frac{1}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + ... + a_1 s + a_0} e^{-Ds} \tag{4}$$

Z porovnania vzťahov (2) a (4) vyplýva, že tieto dva prenosy sa líšia členom e^{-Ds}. Tento člen predstavuje vlastný prenos dopravného oneskorenia $G_D(s)$. Pri dostatočne nízkych hodnotách D je možné tento člen zanedbať, avšak pri určitých hodnotách treba tento člen vziať do úvahy. Z tohto dôvodu sa používajú rôzne aproximácie dopravného oneskorenia, ktoré sú bližšie rozpracované v nasledovnej kapitole.

3 Aproximácie dopravného oneskorenia

Pre analýzu a syntézu regulačných obvodov, ktoré obsahujú systém s dopravným oneskorením sa často používa aproximácia člena dopravného oneskorenia. Aproximáciou sa získa prenos systému vyššieho rádu, v ktorom je zahrnuté dopravné oneskorenie bez toho, aby bolo vyjadrené v exponenciálnom tvare. Výraz s dopravným oneskorením možno nahradiť pomocou nasledovných aproximácií [2], [6]:

1. <u>Taylorov rozvoj čitateľa</u>

$$G_D(s) = e^{-Ds} \approx \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{D^n}{n!} s^n = 1 - Ds + \frac{D^2}{2!} s^2 - \frac{D^3}{3!} s^3 + ... \tag{5}$$

2. <u>Taylorov rozvoj menovateľa</u>

$$G_D(s) = e^{-Ds} = \frac{1}{e^{Ds}} \approx \frac{1}{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{D^n}{n!} s^n} = \frac{1}{1 + Ds + \frac{D^2}{2!} s^2 + \frac{D^3}{3!} s^3 + ...} \tag{6}$$

3. <u>Maclaurinov rozvoj upravenej funkcie</u>

$$G_D(s) = e^{-Ds} = \frac{e^{-\frac{D}{2}s}}{e^{\frac{D}{2}s}} \approx \frac{\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^n}{n!} s^n}{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^n}{n!} s^n} = \frac{1 - \frac{D}{2} s + \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^2}{2!} s^2 - \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^3}{3!} s^3 + ...}{1 + \frac{D}{2} s + \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^2}{2!} s^2 + \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^3}{3!} s^3 + ...} \tag{7}$$

4. <u>Padého aproximácia</u>

$$G_D(s) = e^{-Ds} \approx \frac{\sum_{k=0}^{r} \frac{(2r-k)!}{k!(r-k)!} (-Ds)^k}{\sum_{k=0}^{r} \frac{(2r-k)!}{k!(r-k)!} (Ds)^k} = \frac{\frac{(2n)!}{n!} - \frac{(2n-1)!}{(n-1)!} Ds + \frac{(2n-2)!}{2!(n-2)!} D^2 s^2 - \frac{(2n-3)!}{3!(n-3)!} D^3 s^3 + ...}{\frac{(2n)!}{n!} + \frac{(2n-1)!}{(n-1)!} Ds + \frac{(2n-2)!}{2!(n-2)!} D^2 s^2 + \frac{(2n-3)!}{3!(n-3)!} D^3 s^3 + ...} \tag{8}$$

5. „Limitná“ aproximácia

$$G_D(s) = e^{-Ds} = \frac{1}{e^{Ds}} \approx \lim_{s\to\infty} \frac{1}{\left(1+\frac{D}{n}s\right)^n} \quad , \quad n = \{1,2,...\} \tag{9}$$

Z rovníc (5) až (9) vyplýva, že pre lineárnu aproximáciu je Taylorov rozvoj menovateľa totožný s „limitnou“ aproximáciou a tiež Maclaurinov rozvoj upravenej funkcie je totožný s Padého aproximáciou.

3.1 Aproximácie systému 1. rádu s dopravným oneskorením

Systém 1. rádu s dopravným oneskorením možno opísať prenosovou funkciou vo všeobecnom tvare:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{Z}{Ts+1} e^{-Ds} \tag{10}$$

kde Z je zosilnenie,

T je časová konštanta a

D je dopravné oneskorenie systému.

Na systém 1. rádu s dopravným oneskorením (10) boli aplikované rovnice (5) až (9) a odvodené jeho prenosy s lineárnou, kvadratickou a kubickou aproximáciou dopravného oneskorenia (tab. 1).

Tab. 1 Aproximované prenosy systému 1. rádu s dopravným oneskorením

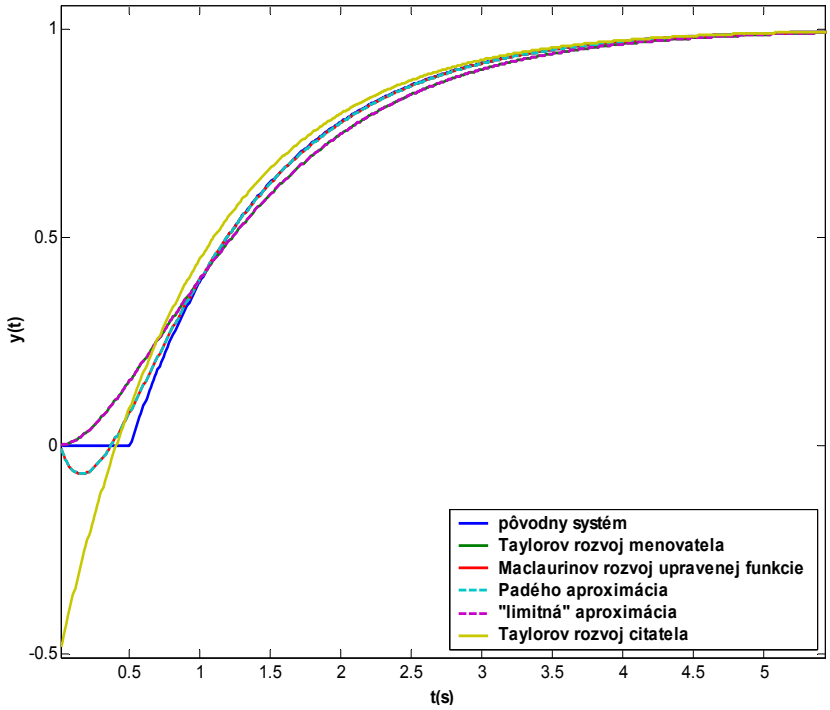
lineárna aproximácia	
typ aproximácie	**všeobecný tvar**
Taylorov rozvoj čitateľa	$G(s)=\frac{-ZDs+Z}{Ts+1}$
Taylorov rozvoj menovateľa	$G(s)=\frac{Z}{TDs^2+(T+D)s+1}$
Maclaurinov rozvoj upravenej funkcie	$G(s)=\frac{-\frac{D}{2}Zs+Z}{T\frac{D}{2}s^2+\left(T+\frac{D}{2}\right)s+1}$
Padého aproximácia	$G(s)=\frac{-\frac{D}{2}Zs+Z}{T\frac{D}{2}s^2+\left(T+\frac{D}{2}\right)s+1}$
„limitná“ aproximácia	$G(s)=\frac{Z}{TDs^2+(T+D)s+1}$
kvadratická aproximácia	
typ aproximácie	**všeobecný tvar**
Taylorov rozvoj čitateľa	$G(s)=\frac{Z\frac{D^2}{2}s^2-ZDs+Z}{Ts+1}$
Taylorov rozvoj menovateľa	$G(s)=\frac{Z}{T\frac{D^2}{2}s^3+\left(TD+\frac{D^2}{2}\right)s^2+(T+D)s+1}$
Maclaurinov rozvoj upravenej funkcie	$G(s)=\frac{Z\frac{D^2}{8}s^2-Z\frac{D}{2}s+Z}{T\frac{D^2}{8}s^3+\left(T\frac{D}{2}+\frac{D^2}{8}\right)s^2+\left(T+\frac{D}{2}\right)s+1}$
Padého aproximácia	$G(s)=\frac{Z\frac{D^2}{12}s^2-Z\frac{D}{2}s+Z}{T\frac{D^2}{12}s^3+\left(T\frac{D}{2}+\frac{D^2}{12}\right)s^2+\left(T+\frac{D}{2}\right)s+1}$
„limitná“ aproximácia	$G(s)=\frac{Z}{T\frac{D^2}{4}s^3+\left(TD+\frac{D^2}{4}\right)s^2+(T+D)s+1}$

kubická aproximácia	
typ aproximácie	**všeobecný tvar**
Taylorov rozvoj čitateľa	$G(s)=\dfrac{-Z\dfrac{D^3}{6}s^3+Z\dfrac{D^2}{2}s^2-ZDs+Z}{Ts+1}$
Taylorov rozvoj menovateľa	$G(s)=\dfrac{Z}{T\dfrac{D^3}{6}s^4+\left(T\dfrac{D^2}{2}+\dfrac{D^3}{6}\right)s^3+\left(TD+\dfrac{D^2}{2}\right)s^2+(T+D)s+1}$
Maclaurinov rozvoj upravenej funkcie	$G(s)=\dfrac{-Z\dfrac{D^3}{48}s^3+Z\dfrac{D^2}{8}s^2-Z\dfrac{D}{2}s+Z}{T\dfrac{D^3}{48}s^4+\left(T\dfrac{D^2}{8}+\dfrac{D^3}{48}\right)s^3+\left(T\dfrac{D}{2}+\dfrac{D^2}{8}\right)s^2+\left(T+\dfrac{D}{2}\right)s+1}$
Padého aproximácia	$G(s)=\dfrac{-Z\dfrac{D^3}{120}s^3+Z\dfrac{D^2}{10}s^2-Z\dfrac{D}{2}s+Z}{T\dfrac{D^3}{120}s^4+\left(T\dfrac{D^2}{10}+\dfrac{D^3}{120}\right)s^3+\left(T\dfrac{D}{2}+\dfrac{D^2}{10}\right)s^2+\left(T+\dfrac{D}{2}\right)s+1}$
„limitná“ aproximácia	$G(s)=\dfrac{Z}{T\dfrac{D^3}{27}s^4+\left(T\dfrac{D^2}{3}+\dfrac{D^3}{27}\right)s^3+\left(T.D+\dfrac{D^2}{3}\right)s^2+(T+D)s+1}$

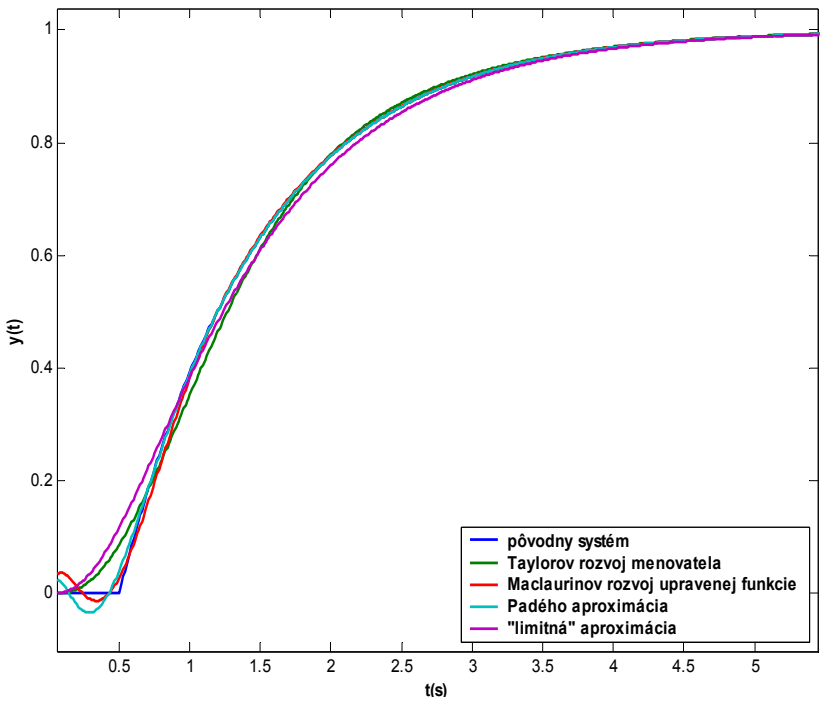
V prípade kvadratickej a kubickej aproximácie Taylorovým rozvojom čitateľa je získaný prenos fyzikálne nerealizovateľný, a preto ďalej neboli tieto aproximácie uvažované.

3.1.1 Porovnanie jednotlivých aproximácií vykreslením prechodových charakteristík

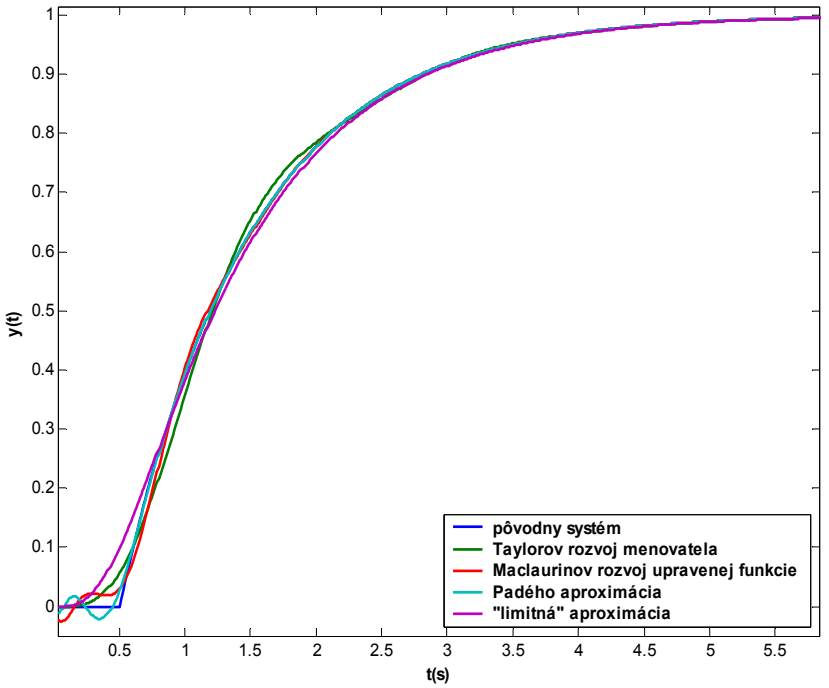
Pôvodný systém 1. rádu (10) (Z=1;T=1;D=0,5) bol porovnaný s aproximovanými prenosmi vykreslením prechodových charakteristík (PCH) pri jednotkovom skoku vstupnej veličiny v čase $t = 0\ s$. Jednotlivé prechodové charakteristiky sú uvedené na obr. 3 - 5.



Obr. 3 Porovnanie PCH pôvodného systému 1. rádu s dopravným oneskorením a systémov s lineárnou aproximáciou člena dopravného oneskorenia (Z=1;T=1;D=0,5)



Obr. 4 Porovnanie PCH pôvodného systému 1.rádu s dopravným oneskorením a systémov s kvadratickou aproximáciou člena dopravného oneskorenia (Z=1;T=1;D=0,5)



Obr. 5 Porovnanie PCH pôvodného systému 1.rádu s dopravným oneskorením a systémov s kubickou aproximáciou člena dopravného oneskorenia (Z=1;T=1;D=0,5)

Pre porovnanie prechodových charakteristík pôvodného systému 1. rádu (10) a aproximovaných systémov bol zvolený ukazovateľ kvality

$$\int_0^\infty |y(t) - y_a(t)| dt \tag{11}$$

kde $y(t)$ je výstup pôvodného systému a

$y_a(t)$ je výstup aproximovaného systému.

V nasledovnej tabuľke je uvedené porovnanie pôvodného systému 1. rádu s jeho aproximovanými prenosmi na základe hodnôt zvoleného ukazovateľa kvality (11):

Tab. 2 Porovnanie aproximácií systému 1. rádu

systém 1.rádu s dopravným oneskorením Z = 1; T = 1; D = 0,5		
stupeň aproximácie	**typ aproximácie**	**hodnota ukazovateľa**
lineárna aproximácia	Taylorov rozvoj čitateľa	0,2014
	Maclaurinov rozvoj	0,0376
	Padého aproximácia	0,0376
	Taylorov rozvoj menovateľa	0,1179
	"limitná" aproximácia	0,1179
kvadratická aproximácia	Maclaurinov rozvoj	0,0239
	Padého aproximácia	0,0174
	Taylorov rozvoj menovateľa	0,0585
	"limitná" aproximácia	0,0683
kubická aproximácia	Maclaurinov rozvoj	0,0236
	Padého aproximácia	0,0103
	Taylorov rozvoj menovateľa	0,046
	"limitná" aproximácia	0,0492

systém 1.rádu s dopravným oneskorením Z = 1; T = 1; D = 2		
stupeň aproximácie	**typ aproximácie**	**hodnota ukazovateľa**
lineárna aproximácia	Taylorov rozvoj čitateľa	1,8196
	Maclaurinov rozvoj	0,5097
	Padého aproximácia	0,5097
	Taylorov rozvoj menovateľa	0,9446
	"limitná" aproximácia	0,9446
kvadratická aproximácia	Maclaurinov rozvoj	0,2690
	Padého aproximácia	0,2156
	Taylorov rozvoj menovateľa	0,6042
	"limitná" aproximácia	0,6220
kubická aproximácia	Maclaurinov rozvoj	0,3298
	Padého aproximácia	0,1231
	Taylorov rozvoj menovateľa	0,5741
	"limitná" aproximácia	0,3298

systém 1.rádu s dopravným oneskorením Z = 1; T = 1; D = 5		
stupeň aproximácie	**typ aproximácie**	**hodnota ukazovateľa**
lineárna aproximácia	Taylorov rozvoj čitateľa	6,4436
	Maclaurinov rozvoj	2,0435
	Padého aproximácia	2,0435
	Taylorov rozvoj menovateľa	3,0170
	"limitná" aproximácia	3,0170
kvadratická aproximácia	Maclaurinov rozvoj	1,1850
	Padého aproximácia	1,0830
	Taylorov rozvoj menovateľa	2,0820
	"limitná" aproximácia	2,0850
kubická aproximácia	Maclaurinov rozvoj	1,4779
	Padého aproximácia	0,6793
	Taylorov rozvoj menovateľa	2,0491
	"limitná" aproximácia	1,6506

Pôvodný systém (10) so zosilnením $Z=1$, časovou konštantou $T=1$ a dopravným oneskorením $D=0,5;2;5$ bol porovnaný s prenosmi s lineárnou, kvadratickou a kubickou aproximáciou dopravného oneskorenia, jednak vykreslením prechodových charakteristík (pre systém s dopravným oneskorením $D=0,5$ sú uvedené na obr. 3-5) a jednak na základe hodnoty zvoleného ukazovateľa kvality. Vzhľadom na tieto dve skutočnosti najlepšou aproximáciou je Taylorov rozvoj menovateľa, v prípade kubickej aproximácie je najlepšou „limitná“ aproximácia.

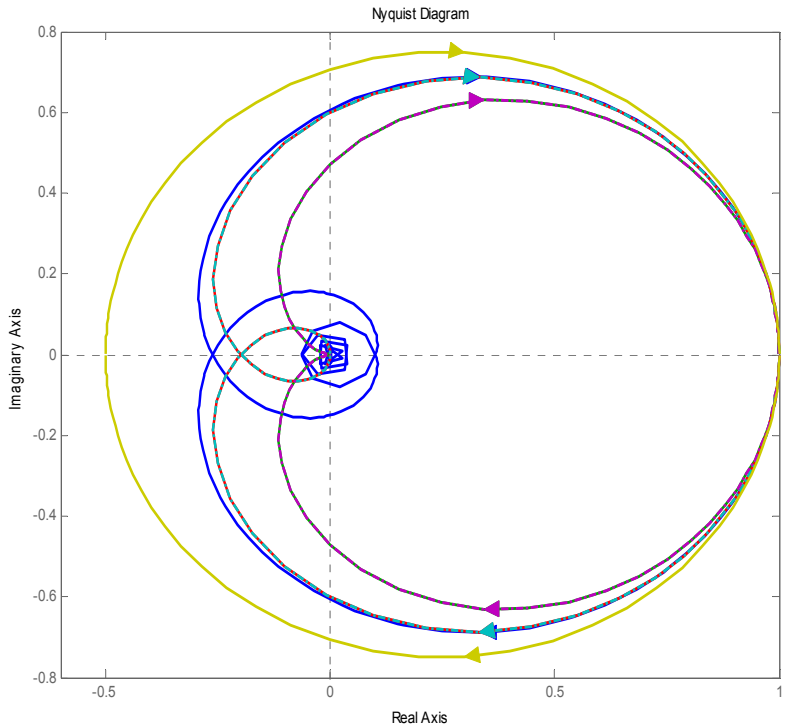
Ako vyplýva z tab. 2, v prípade Padého aproximácie a Maclaurinovho rozvoja je hodnota zvoleného ukazovateľa najnižšia, avšak prenosy využívajúce tieto dve aproximácie vedú k neminimálnej fázovosti systému, čo možno pokladať za nepriaznivý jav.

Najhoršou aproximáciou, avšak iba v prípade lineárnej aproximácie dopravného oneskorenia, je Taylorov rozvoj čitateľa, kedy sú hodnoty ukazovateľa najvyššie a vedie tiež k neminimálnej fázovosti systému. V prípade kvadratickej a kubickej aproximácie pomocou Taylorovho rozvoja čitateľa dostávame fyzikálne nerealizovateľný systém.

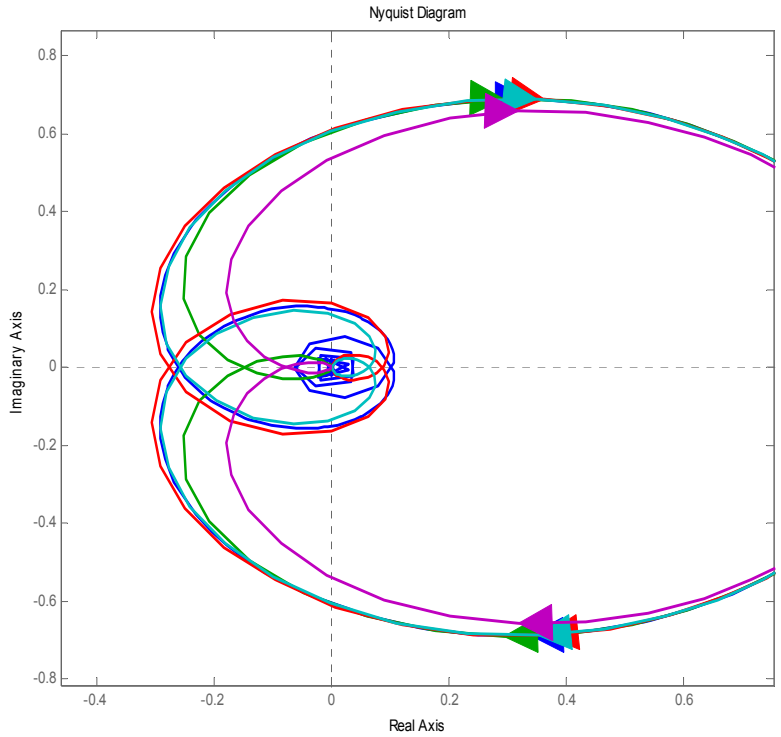
Použitie kubickej aproximácie poskytuje o niečo lepšie výsledky, avšak za cenu zvýšenia rádu prenosu. Tento poznatok môže byť využitý pri syntéze regulátora, kedy stačí uvažovať len lineárne a kvadratické.

3.1.2 Porovnanie jednotlivých aproximácií vykreslením frekvenčných charakteristík

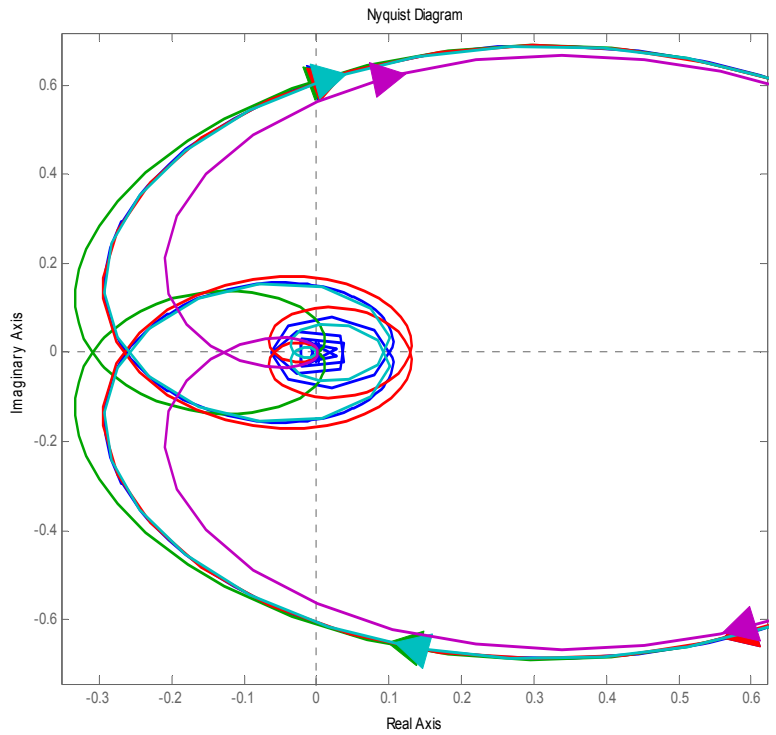
Porovnanie systému (10) $(Z=1;T=1;D=0,5)$ s jeho aproximovanými prenosmi bolo realizované tiež vykreslením frekvenčných charakteristík. V prípade prenosov s kvadratickou a kubickou aproximáciou dopravného oneskorenia (obr. 7, 8) sú z dôvodu lepšej prehľadnosti uvedené výseky grafov. Všetky frekvenčné charakteristiky začínajú v bode [1,0].



Obr. 6 Porovnanie FCH systému 1.rádu s dopravným oneskorením a systémov s lineárnou aproximáciou člena dopravného oneskorenia (Z=1;T=1;D=0,5) (— pôvodný systém, — Taylorov rozvoj menovateľa, — Maclaurinov rozvoj,— Padého aproximácia, — „limitná“ aproximácia, — Taylorov rozvoj čitateľa)



Obr. 7 Porovnanie FCH systému 1. rádu s dopravným oneskorením a systémov s kvadratickou aproximácia člena dopravného oneskorenia (Z=1;T=1;D=0,5) (— pôvodný systém, — Taylorov rozvoj menovateľa, — Maclaurinov rozvoj upravenej funkcie, — Padého aproximácia, — „limitná“ aproximácia)



Obr. 8 Porovnanie FCH systému 1. rádu s dopravným oneskorením a systémov s kubickou aproximáciou člena dopravného oneskorenia (Z=1;T=1;D=0,5) (— pôvodný systém, — Taylorov rozvoj menovateľa, — Maclaurinov rozvoj upravenej funkcie, — Padého aproximácia, — „limitná“ aproximácia)

Na základe porovnania frekvenčných charakteristík pôvodného systému (10) a jeho aproximovaných prenosov uvedených na obr. 6 - 8 je v prípade lineárnej aproximácie dopravného oneskorenia najhoršou aproximáciou Taylorov rozvoj čitateľa, v prípade kvadratickej a kubickej aproximácie je najhoršou „limitná“ aproximácia.

Najlepšie výsledky boli dosiahnuté voľbou Padého aproximácie a Maclaurinovho rozvoja, avšak, ako bolo spomenuté pri porovnávaní prechodových charakteristík, tieto aproximácie vedú k neminimálnej fázovosti. Po zohľadnení tohto poznatku možno za najlepšiu aproximáciu považovať Taylorov rozvoj menovateľa.

Analogické výsledky boli dosiahnuté aj pri vyšších hodnotách dopravného oneskorenia (D=2;D=5).

3.1.3 Zhodnotenie aproximácií systému 1. rádu s dopravným oneskorením

Jednotlivé aproximácie dopravného oneskorenia boli porovnávané s pôvodným systémom vykreslením prechodových a frekvenčných charakteristík, pričom v prvom prípade bolo možné aproximácie hodnotiť aj podľa hodnoty zvoleného ukazovateľa kvality (11). Z týchto troch skutočností vyplýva, že najlepšou aproximáciou dopravného oneskorenia je Taylorov rozvoj menovateľa spolu s „limitnou“ aproximáciou, naopak, najhoršou je lineárna aproximácia pomocou Taylorovho rozvoja čitateľa.

Najnižšie hodnoty ukazovateľov boli dosiahnuté Padého aproximáciou a Maclaurinovym rozvojom, pričom aj frekvenčné charakteristiky takto aproximovaných prenosov sa najviac podobali frekvenčnej charakteristiky pôvodného systému. Avšak pri vykresľovaní prechodových charakteristík (obr. 3 - 5) bolo ukázané, že tieto aproximácie vedú k neminimálnej fázovosti systému, čo bolo považované za nepriaznivý jav.

3.2 Aproximácie systému 2. rádu s dopravným oneskorením

Systém 2. rádu s dopravným oneskorením opíšeme prenosom v tvare:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{Z}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1} e^{-Ds} \tag{12}$$

kde Z je zosilnenie,

T je časová konštanta,

ζ je koeficient tlmenia a

D je dopravné oneskorenie systému.

Aplikáciou rovníc (5) až (9) boli odvodené pre systém 2. rádu (12) prenosy s lineárnou, kvadratickou a kubickou aproximáciou dopravného oneskorenia, ktoré sú uvedené v tab. 3 - 5.

Tab. 3 Lineárne aproximácie systému 2. rádu s dopravným oneskorením

typ aproximácie	všeobecný tvar
Taylorov rozvoj čitateľa	$G(s) = \frac{-ZDs + Z}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1}$
Taylorov rozvoj menovateľa	$G(s) = \frac{Z}{T^2 D s^3 + \left(T^2 + 2\xi T D\right) s^2 + \left(2\xi T + D\right) s + 1}$
Maclaurinov rozvoj upravenej funkcie	$G(s) = \frac{-\frac{D}{2} Z s + Z}{T^2 \frac{D}{2} s^3 + \left(T^2 + \xi T D\right) s^2 + \left(2\xi T + \frac{D}{2}\right) s + 1}$
Padého aproximácia	$G(s) = \frac{-\frac{D}{2} Z s + Z}{T^2 \frac{D}{2} s^3 + \left(T^2 + \xi T D\right) s^2 + \left(2\xi T + \frac{D}{2}\right) s + 1}$
„limitná“ aproximácia	$G(s) = \frac{Z}{T^2 D s^3 + \left(T^2 + 2\xi T D\right) s^2 + \left(2\xi T + D\right) s + 1}$

Tab. 4 Kvadratické aproximácie systému 2. rádu s dopravným oneskorením

typ aproximácie	všeobecný tvar
Taylorov rozvoj čitateľa	$G(s)=\dfrac{Z\dfrac{D^2}{2}s^2-ZDs+Z}{T^2s^2+2\xi Ts+1}$
Taylorov rozvoj menovateľa	$G(s)=\dfrac{Z}{T^2\dfrac{D^2}{2}s^4+\left(T^2D+\xi TD^2\right)s^3+\left(T^2+\dfrac{D^2}{2}+2\xi TD\right)s^2+\left(2\xi T+D\right)s+1}$
Maclaurinov rozvoj upravenej funkcie	$G(s)=\dfrac{Z\dfrac{D^2}{8}s^2-Z\dfrac{D}{2}s+Z}{T^2\dfrac{D^2}{8}s^4+\left(T^2\dfrac{D}{2}+\xi T\dfrac{D^2}{4}\right)s^3+\left(T^2+\dfrac{D^2}{8}+\xi TD\right)s^2+\left(2\xi T+\dfrac{D}{2}\right)s+1}$
Padého aproximácia	$G(s)=\dfrac{Z\dfrac{D^2}{12}s^2-Z\dfrac{D}{2}s+Z}{T^2\dfrac{D^2}{12}s^4+\left(T^2\dfrac{D}{2}+\xi T\dfrac{D^2}{6}\right)s^3+\left(T^2+\dfrac{D^2}{12}+\xi TD\right)s^2+\left(2\xi T+\dfrac{D}{2}\right)s+1}$
„limitná“ aproximácia	$G(s)=\dfrac{Z}{T^2\dfrac{D^2}{4}s^4+\left(T^2D+\xi T\dfrac{D^2}{2}\right)s^3+\left(T^2+\dfrac{D^2}{4}+2\xi TD\right)s^2+\left(2\xi T+D\right)s+1}$

Tab. 5 Kubické aproximácie systému 2.rádu s dopravným oneskorením

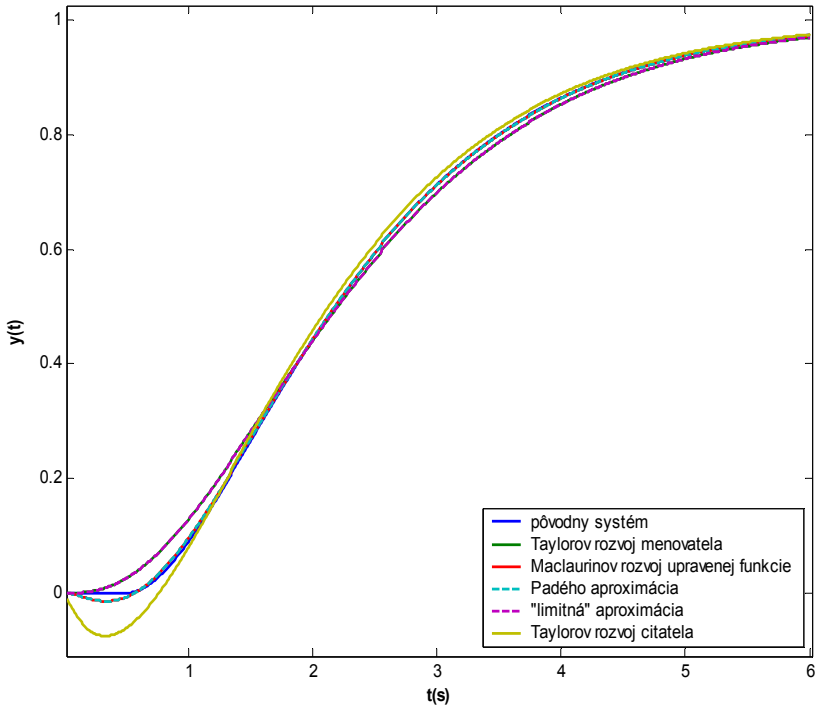
Taylorov rozvoj čitateľa
$G(s)=\dfrac{-Z\dfrac{D^3}{6}s^3+Z\dfrac{D^2}{2}s^2-ZDs+Z}{T^2s^2+2\xi Ts+1}$
Taylorov rozvoj menovateľa
$G(s)=\dfrac{Z}{T^2\dfrac{D^3}{6}s^5+\left(T^2\dfrac{D^2}{2}+\xi T\dfrac{D^3}{3}\right)s^4+\left(T^2D+\xi TD^2+\dfrac{D^3}{6}\right)s^3+\left(T^2+2\xi TD+\dfrac{D^2}{2}\right)s^2+\left(2\xi T+D\right)s+1}$
Maclaurinov rozvoj upravenej funkcie
$G(s)=\dfrac{-Z\dfrac{D^3}{48}s^3+Z\dfrac{D^2}{8}s^2-Z\dfrac{D}{2}s+Z}{T^2\dfrac{D^3}{48}s^5+\left(T^2\dfrac{D^2}{8}+\xi T\dfrac{D^3}{24}\right)s^4+\left(T^2\dfrac{D}{2}+\xi T\dfrac{D^2}{4}+\dfrac{D^3}{48}\right)s^3+\left(T^2+\xi TD+\dfrac{D^2}{8}\right)s^2+\left(2\xi T+\dfrac{D}{2}\right)s+1}$

Padého aproximácia
$$G(s)=\frac{-Z\frac{D^3}{120}s^3+Z\frac{D^2}{10}s^2-Z\frac{D}{2}s+Z}{T^2\frac{D^3}{120}s^5+\left(T^2\frac{D^2}{10}+\xi T\frac{D^3}{60}\right)s^4+\left(T^2\frac{D}{2}+\xi T\frac{D^2}{5}\right)s^3+\left(T^2+\xi TD+\frac{D^2}{10}\right)s^2+\left(2\xi T+\frac{D}{2}\right)s+1}$$
„limitná“ aproximácia
$$G(s)=\frac{Z}{T^2\frac{D^3}{27}s^5+\left(T^2\frac{D^2}{3}+\frac{2}{27}\xi TD^3\right)s^4+\left(T^2D+\frac{2}{3}\xi TD^2+\frac{D^3}{27}\right)s^3+\left(T^2+2\xi TD+\frac{D^2}{3}\right)s^2+(2\xi T+D)s+1}$$

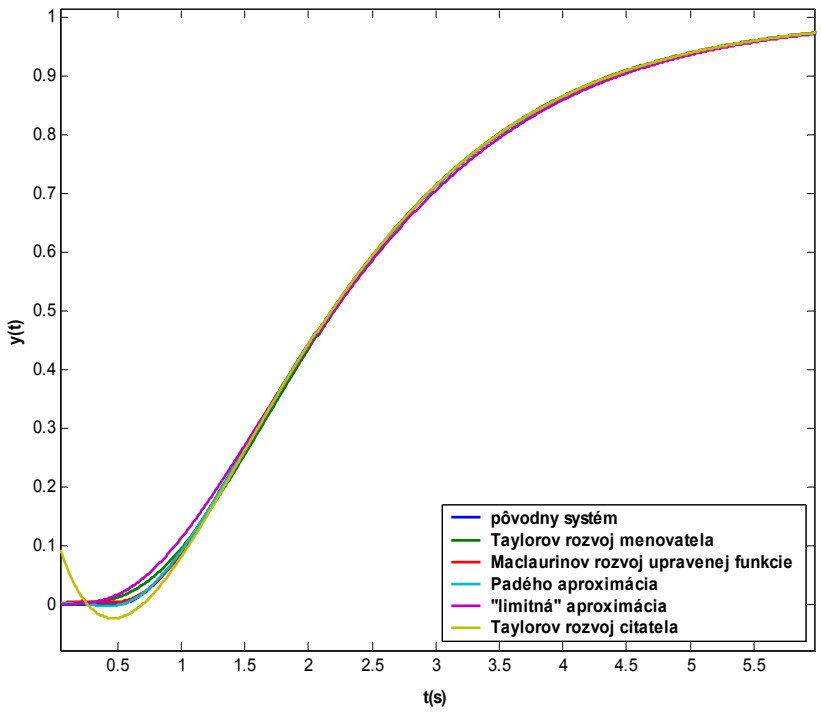
V prípade kubickej aproximácie Taylorovým rozvojom čitateľa je získaný prenos fyzikálne nerealizovateľný a preto v ďalších krokoch nebol viac uvažovaný.

3.2.1 Porovnanie jednotlivých aproximácií vykreslením prechodových charakteristík

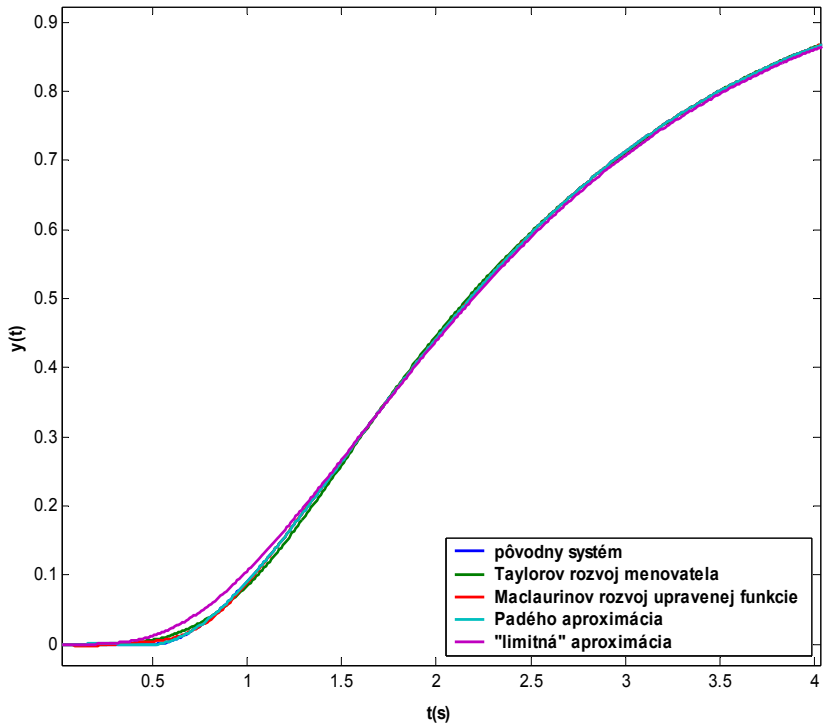
Systém 2. rádu (12) s hodnotami $Z=1, T=1, \zeta=1, D=0,5$ bol opäť porovnávaný s aproximovanými systémami vykreslením prechodových charakteristík pri realizácií jednotkového skoku vstupnej veličiny v čase $t = 0\,s$. Jednotlivé priebehy sú uvedené na obr. 9 - 11. Z dôvodu lepšej prehľadnosti sú uvedené výseky grafov. Všetky prechodové charakteristiky sa ustálili na hodnote zosilnenia ($Z=1$).



Obr. 9 Porovnanie PCH pôvodného systému 2. rádu s dopravným oneskorením a systémov s lineárnou aproximáciou člena dopravného oneskorenia (Z=1;T=1;ξ=1;D=0,5)



Obr. 10 Porovnanie PCH pôvodného systému 2. rádu s dopravným oneskorením a systémov s kvadratickou aproximáciou člena dopravného oneskorenia (Z=1;T=1;ξ=1;D=0,5)



Obr. 11 Porovnanie PCH pôvodného systému 2. rádu s dopravným oneskorením a systémov s kubickou aproximáciou člena dopravného oneskorenia (Z=1;T=1;ξ=1;D=0,5)

V nasledovnej tabuľke je uvedené porovnanie pôvodného systému 2. rádu s jeho aproximovanými prenosmi na základe hodnôt zvoleného ukazovateľa kvality (11).

Tab. 6 Porovnanie aproximácií systému 2. rádu

systém 2.rádu s dopravným oneskorením Z =1; T = 1; ξ = 1; D = 0,5		
stupeň aproximácie	**typ aproximácie**	**hodnota ukazovateľa**
lineárna aproximácia	Taylorov rozvoj čitateľa	0,0987
	Maclaurinov rozvoj	0,0118
	Padého aproximácia	0,0118
	Taylorov rozvoj menovateľa	0,0745
	"limitná" aproximácia	0,0745
kvadratická aproximácia	Taylorov rozvoj čitateľa	0,0396
	Maclaurinov rozvoj	0,0101
	Padého aproximácia	0,0033
	Taylorov rozvoj menovateľa	0,0246
	"limitná" aproximácia	0,0377
kubická aproximácia	Maclaurinov rozvoj	0,0055
	Padého aproximácia	0,0022
	Taylorov rozvoj menovateľa	0,0116
	"limitná" aproximácia	0,0257

systém 2. rádu s dopravným oneskorením Z =1; T = 1; ξ = 1; D = 2		
stupeň aproximácie	**typ aproximácie**	**hodnota ukazovateľa**
lineárna aproximácia	Taylorov rozvoj čitateľa	1,306
	Maclaurinov rozvoj	0,3184
	Padého aproximácia	0,3184
	Taylorov rozvoj menovateľa	0,7835
	"limitná" aproximácia	0,7835
kvadratická aproximácia	Taylorov rozvoj čitateľa	1,2277
	Maclaurinov rozvoj	0,1428
	Padého aproximácia	0,0800
	Taylorov rozvoj menovateľa	0,4309
	"limitná" aproximácia	0,4824
kubická aproximácia	Maclaurinov rozvoj	0,1418
	Padého aproximácia	0,0338
	Taylorov rozvoj menovateľa	0,3664
	"limitná" aproximácia	0,3539

systém 2. rádu s dopravným oneskorením Z =1; T = 1; ξ = 1; D = 5		
stupeň aproximácie	**typ aproximácie**	**hodnota ukazovateľa**
lineárna aproximácia	Taylorov rozvoj čitateľa	5,5235
	Maclaurinov rozvoj	1,6802
	Padého aproximácia	1,6802
	Taylorov rozvoj menovateľa	2,7430
	"limitná" aproximácia	2,7430
kvadratická aproximácia	Taylorov rozvoj čitateľa	10,2930
	Maclaurinov rozvoj	0,8189
	Padého aproximácia	0,7090
	Taylorov rozvoj menovateľa	1,8160
	"limitná" aproximácia	1,8495
kubická aproximácia	Maclaurinov rozvoj	1,0912
	Padého aproximácia	0,3519
	Taylorov rozvoj menovateľa	1,797
	"limitná" aproximácia	1,4298

Systém 2.rádu (12) $(Z=1, T=1, \xi=1, D=0,5;2;5)$ bol porovnaný s aproximovanými prenosmi vykreslením prechodových charakteristík a podľa hodnoty zvoleného ukazovateľa. Po zohľadnení výsledkov z oboch porovnaní možno povedať, že pri nízkej hodnote dopravného oneskorenia $(D=0,5)$ je najlepšou aproximáciou Taylorov rozvoj menovateľa. Pri vyšších hodnotách *D* je najlepšou „limitná“ aproximácia.

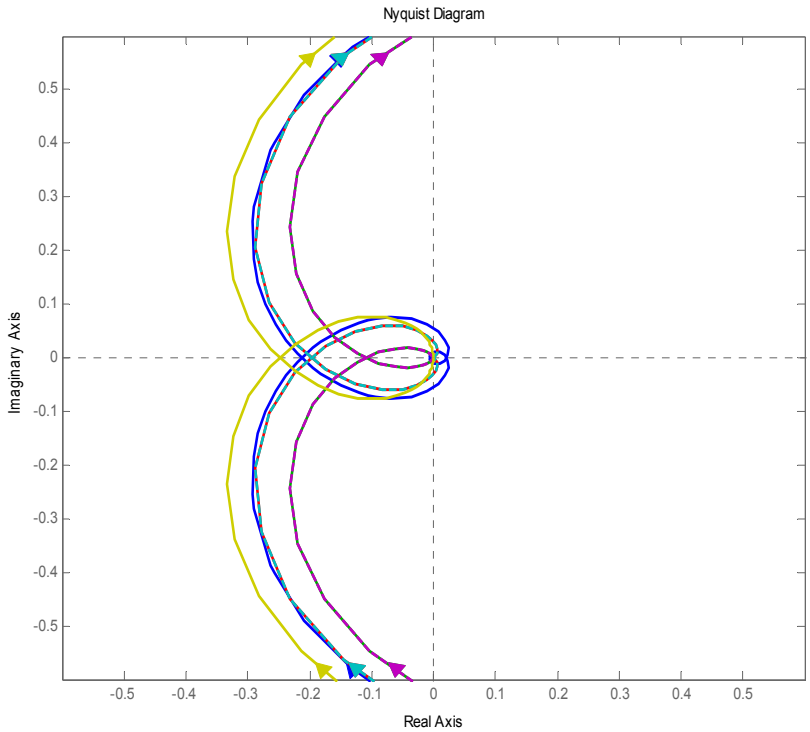
Na základe najvyššej hodnoty ukazovateľa a podľa grafického porovnania prechodových charakteristík je najhoršou aproximácia pomocou Taylorovho rozvoja čitateľa.

Rovnako ako v prípade systému 1. rádu, Padého aproximácia a Maclaurinov rozvoj majú najnižšie hodnoty ukazovateľa, ale vedú k neminimálnej fázovosti systému.

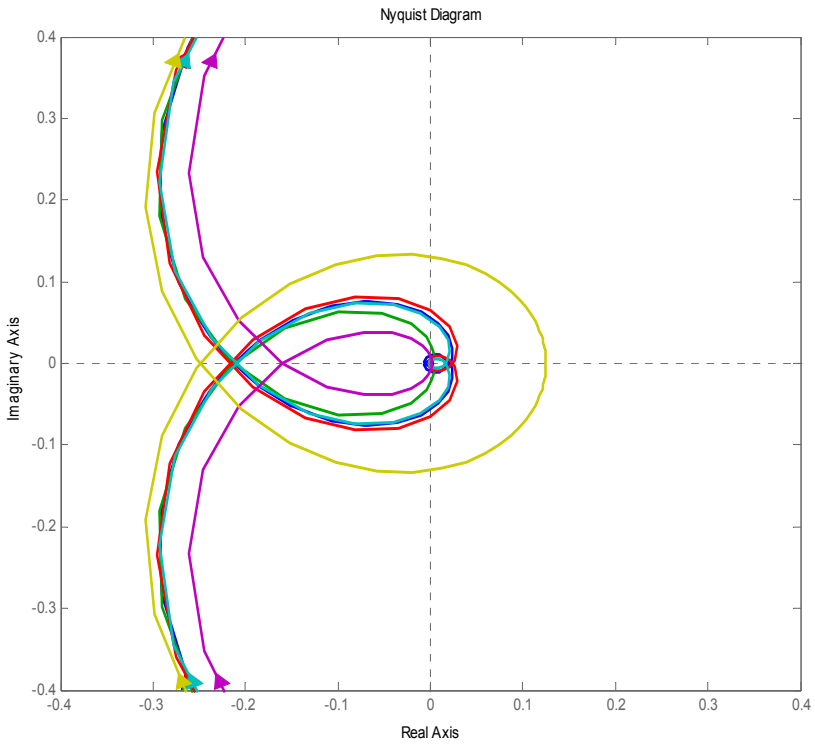
Z tabuľky ďalej vyplýva, že výsledky dosiahnuté kubickou aproximáciou sú o málo lepšie ako pri kvadratickej aproximácii.

3.2.2 Porovnanie jednotlivých aproximácií vykreslením frekvenčných charakteristík

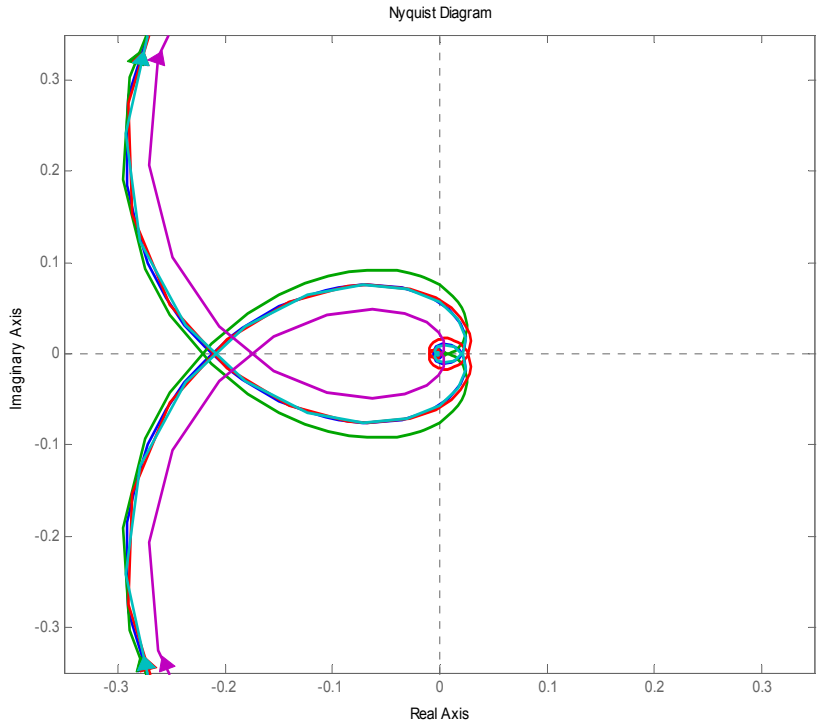
Porovnanie systému (12) ($Z=1; T=1; \xi=1; D=0,5$) s jeho aproximovanými prenosmi vykreslením frekvenčných charakteristík je uvedené na obr. 12-14. Z dôvodu lepšej prehľadnosti sú uvedené iba výseky grafov. Všetky frekvenčné charakteristiky začínajú v bode [1,0].



Obr. 12 Porovnanie FCH systému 2. rádu s dopravným oneskorením a systémov s lineárnou aproximáciou člena dopravného oneskorenia (Z=1;T=1;ξ=1;D=0,5) (— pôvodný systém, — Taylorov rozvoj menovateľa, — Maclaurinov rozvoj, — Padého aproximácia, — „limitná“ aproximácia ,— Taylorov rozvoj čitateľa)



Obr. 13 Porovnanie FCH systému 2. rádu s dopravným oneskorením a systémov s kvadratickou aproximáciou člena dopravného oneskorenia (Z=1;T=1;ξ=1;D=0,5) (— pôvodný systém, — Taylorov rozvoj menovateľa, —Maclaurinov rozvoj, — Padého aproximácia, — „limitná“ aproximácia ,— Taylorov rozvoj čitateľa)



Obr. 14 Porovnanie FCH systému 2. rádu s dopravným oneskorením a systémov s kubickou aproximáciou člena dopravného oneskorenia (Z=1;T=1;ξ=1;D=0,5) (— pôvodný systém,— Taylorov rozvoj menovateľa, — Maclaurinov rozvoj, — Padého aproximácia, — „limitná“ aproximácia)

Porovnaním frekvenčných charakteristík pôvodného systému 2.rádu ($Z=1;T=1;\xi=1;D=0,5;2;5$) a systémov s aproximovaným dopravným oneskorením sa ako najlepšia aproximácia javí Taylorov rozvoj menovateľa. Od pôvodného systému sa najviac líši prenos s aproximovaným dopravným oneskorením pomocou Taylorovho rozvoja čitateľa. Toto tvrdenie platí pre lineárnu a kvadratickú aproximáciu dopravného oneskorenia, kedy možno Taylorov rozvoj čitateľa uplatniť. V prípade kubickej aproximácie je najhoršou „limitná“ aproximácia. Najlepšie výsledky boli dosiahnuté voľbou Maclaurinovho rozvoja a Padého aproximácie, ale prenosy takto aproximované vedú k neminimálnej fázovosti systému.

3.2.3 Zhodnotenie aproximácií systému 2. rádu s dopravným oneskorením

Aby bolo možné zvoliť najvhodnejšou aproximáciu dopravného oneskorenia, boli jednotlivé aproximácie porovnané s pôvodným systémom opäť vykreslením prechodových a frekvenčných charakteristík. Takisto boli hodnotené aj podľa hodnoty ukazovateľa (11).

Aj pri systéme 2.rádu sa ako najhoršia aproximácia javí Taylorov rozvoj čitateľa, keďže vedie k neminimálnej fázovosti a hodnoty ukazovateľa sú opäť najvyššie.

Najlepšou aproximáciou dopravného oneskorenia je Taylorov rozvoj menovateľa a „limitná“ aproximácia, pričom všeobecne je najvhodnejšia kubická aproximácia, kedy sú hodnoty ukazovateľov najnižšie.

Systémy s aproximovaným dopravným oneskorením pomocou Padého aproximácie a Maclaurinovho rozvoja vedú tiež k neminimálnej fázovosti.

3.3 Zhodnotenie aproximácií systému 1. a 2. rádu

Na základe porovnania prechodových a frekvenčných charakteristík pôvodných systémov 1. a 2. rádu a ich aproximovaných systémov, uvedených v kap. 3.1 a 3.2, možno za najlepšiu aproximáciu považovať Taylorov rozvoj menovateľa a následne „limitnú“ aproximáciu. S ohľadom na najvyššie hodnoty ukazovateľov kvality, najhoršou aproximáciou je Taylorov rozvoj čitateľa, ktorá vedie tiež k neminimálnej fázovosti systému. Ako bolo už spomenuté, najnižšie hodnoty ukazovateľov boli dosiahnuté porovnaním pôvodných systémov s prenosmi využívajúcimi Padého aproximáciu a Maclaurinov rozvoj upravenej

funkcie, rovnako však vedú k neminimálnej fázovosti systému, čo bolo považované za nepriaznivý vplyv.

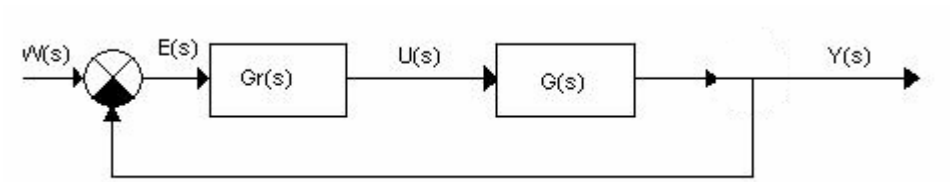
Na základe výsledkov dosiahnutých z porovnania jednotlivých aproximácií člena dopravného oneskorenia systému 1. a 2. rádu možno povedať, že stačí spraviť kvadratickú aproximáciu, ktorá v porovnaní s lineárnou aproximáciou poskytuje oveľa lepšie výsledky, a naopak, kubická aproximácia poskytuje výsledky porovnateľné s kvadratickou aproximáciou.

4 Syntéza regulátora

Regulátor je dynamické zariadenie, ktoré má za úlohu spracovaním regulačnej odchýlky *e(t)* generovať akčnú veličinu *u(t)* [3].

Úloha syntézy regulátora sa obyčajne formuluje tak, že pre riadený systém opísaný prenosom *G(s)* je treba nájsť taký prenos regulátora $G_r(s)$, aby bol uzavretý systém riadenia vnútorne stabilný a realizovateľný a regulačná odchýlka *e(t)* pri spätnoväzbovom riadení po skokovej zmene žiadanej veličiny *w* musí v čase $t \rightarrow \infty$ konvergovať k nule [4].

Všeobecná bloková schéma uzatvoreného regulačného obvodu (ďalej len URO) je znázornená na obr. 15,



Obr. 15 Bloková schéma URO

kde *W(s)* je Laplaceov obraz žiadanej veličiny, *E(s)* je Laplaceov obraz regulačnej odchýlky, *U(s)* je Laplaceov obraz akčnej veličiny, *Y(s)* je Laplaceov obraz riadenej veličiny, $G_r(s)$ je prenos regulátora a *G(s)* je prenos riadeného systému.

Charakteristická rovnica uzatvoreného regulačného obvodu (obr. 15) má tvar

$$1 + G(s)G_r(s) = 0\,, \tag{13}$$

po úprave

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + ... + a_1 s + a_0 = 0\,, \tag{14}$$

kde v koeficientoch a_1, ... a_n môžu vystupovať neznáme parametre regulátora [5].

4.1 Naslinova metóda syntézy regulátora

Pri tejto metóde sa regulátor navrhuje na základe požiadavky na maximálne preregulovanie. Medzi koeficientmi CHR URO (14) platí vzťah

$$a_i^2 = \alpha a_{i-1} a_{i+1} \quad \text{pre } i = 1, 2, ..., (n-1) \tag{15}$$

pričom medzi parametrom α a maximálnym preregulovaním σ_{max}[%] je vzťah daný tab. 7.

Tab. 7 Vzťah medzi parametrom α a maximálnym preregulovaním σ_{max}[%]

σ_{max}[%]	20	16	12	8	5	3	1
α	1,7	1,75	1,8	1,9	2,0	2,2	2,4

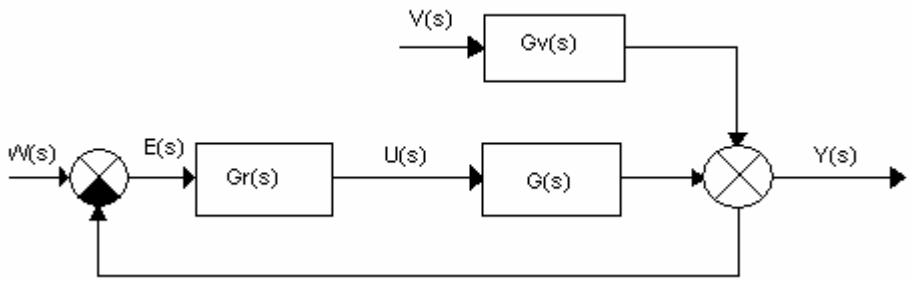
Pre CHR URO n-tého stupňa, ktorá má $n + 1$ koeficientov, dostaneme podľa (15) systém $n - 1$ rovníc. Aby mal systém rovníc jediné riešenie, štruktúru regulátora je vhodné zvoliť tak, aby sme dostali toľko rovníc, koľko v nich bude vystupovať neznámych parametrov regulátora [5].

4.2 Polynomická syntéza regulátora

Výhodou tejto metódy je jej relatívna jednoduchosť, keďže pracuje len s polynómami a tiež fakt, že nie je potrebné dopredu voliť štruktúru regulátora (P, PI, PID, PD). Typ regulátora vyplynie z vlastného návrhu, čím odpadá problém nutnosti opätovného prepočítavania parametrov pri nevhodnej voľbe typu regulátora. Typ regulátora navrhnutého polynomickou syntézou je závislý nielen od požiadaviek kladených na chovanie sa uzavretého regulačného obvodu, ale aj od tvaru žiadaných a poruchových veličín [1].

V tejto kapitole je uvedený základný postup návrhu regulátora pomocou tejto metódy, pričom je uvažovaný jednorozmerový systém s deterministickou poruchou pôsobiacou na systém.

Schéma systému riadenia je znázornená na obr. (16), kde $G_v(s)$ je časť riadeného systému, cez ktorú prechádza poruchová veličina s Laplaceovým obrazom $V(s)$ [1].



Obr. 16 Uzavretý regulačný obvod s poruchou

Prenos riadeného systému a časti riadeného systému, cez ktorú prechádza poruchová veličina, môžeme zapísať v tvare

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)}, \qquad G_v(s) = \frac{c(s)}{a(s)}, \tag{16}$$

kde $a(s)$, $b(s)$ a $c(s)$ sú polynómy, u ktorých predpokladáme nerovnosť

$$\deg b \le \deg a, \qquad \deg c \le \deg a, \tag{17}$$

čím je zaručená podmienka fyzikálnej realizovateľnosti systému.

Prenos regulátora môžeme zapísať v tvare

$$G_r(s) = \frac{q(s)}{p(s)}, \tag{18}$$

kde *q(s)* a *p(s)* sú polynómy, pre ktoré platí podmienka fyzikálnej realizovateľnosti v tvare

$$\deg q \leq \deg p \tag{19}$$

Žiadanú a poruchovú veličinu vyjadríme pomocou Laplaceovej transformácie v tvare

$$W(s) = \frac{h_w(s)}{f_w(s)}, \qquad V(s) = \frac{h_v(s)}{f_v(s)} \tag{20}$$

kde $h_w(s)$, $f_w(s)$, $h_v(s)$ a $f_v(s)$ sú polynómy, u ktorých predpokladáme nerovnosť

$$\deg h_w \leq \deg f_w, \qquad \deg h_v \leq \deg f_v \tag{21}$$

Vyplývajúc zo schémy URO (obr. 16) pre výstup *Y(s)* platí:

$$Y(s) = \frac{1}{d(s)}\left[b(s)q(s)\frac{h_w(s)}{f_w(s)} + c(s)p(s)\frac{h_v(s)}{f_v(s)}\right] \tag{22}$$

Podobným spôsobom vyjadríme výsledný vzťah pre obraz vstupnej veličiny *U(s)* a regulačnej odchýlky *E(s)*

$$U(s) = \frac{q(s)}{d(s)}\left[a(s)\frac{h_w(s)}{f_w(s)} - c(s)\frac{h_v(s)}{f_v(s)}\right], \tag{23}$$

$$E(s) = \frac{p(s)}{d(s)}\left[a(s)\frac{h_w(s)}{f_w(s)} - c(s)\frac{h_v(s)}{f_v(s)}\right]. \tag{24}$$

Stabilitu systému riadenia, odstránenie vplyvu poruchy a asymptotické sledovanie žiadanej veličiny zabezpečí spätnoväzbový regulátor, ktorý sa získa riešením diofantickej rovnice

$$a(s)p(s) + b(s)q(s) = d(s) \tag{25}$$

so stabilným polynómom *d(s)* na pravej strane, ktorý reprezentuje charakteristický polynóm URO. Vnútorná stabilita systému je zabezpečená platnosťou nerovností (17) a (19).

Pre hodnotu regulačnej odchýlky v nekonečne platí

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) \tag{26}$$

Asymptotické sledovanie žiadanej veličiny a kompenzácia poruchy je zabezpečená v prípade, že hodnota trvalej regulačnej odchýlky v nekonečne (26) je nulová. Z tohto poznatku a z rovnice (24) vyplýva, že polynóm *p(s)* by mal byť deliteľný tak polynómom $f_w(s)$ pre asymptotické sledovanie žiadanej hodnoty, ako aj polynómom $f_v(s)$ pre kompenzáciu poruchy. Táto podmienka je splnená, ak polynóm *p(s)* môžeme prepísať do tvaru

$$p(s) = f(s)\tilde{p}(s)\,, \tag{27}$$

kde *f(s)* je polynóm, ktorý je najmenším možným spoločným násobkom polynómov $f_w(s)$ a $f_v(s)$.

Diofantickú rovnicu (25) potom možno prepísať do tvaru

$$a(s)f(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) = d(s) \tag{28}$$

Z rovnice (28) vyplýva postup pri polynomickej syntéze regulátora. Najprv sa zvolí stupeň polynómu *d(s)*, ktorý je daný väčším stupňom z násobkov polynómov $a(s)f(s)\,\tilde{p}\,(s)$ a *b(s)q(s)*. Z platnosti rovníc (17) a (19) vyplýva, že stupeň polynómu *d(s)* je rovný

$$\deg d(s) = \deg a(s) + \deg f(s) + \deg \tilde{p}(s)\,. \tag{29}$$

Z rovnice (28) vyplýva počet rovníc (PR) a počet neznámych (PN) nasledovne:

$$PR = \deg a(s) + \deg f(s) + \deg \widetilde{p}(s) + 1, \tag{30}$$

$$PN = \deg q(s) + \deg \widetilde{p}(s) + 2. \tag{31}$$

Na základe rovníc (28-31) môžeme vyjadriť stupne polynómov:

$$\deg q(s) = \deg a(s) + \deg f(s) - 1, \tag{32}$$

$$\deg \widetilde{p}(s) \geq \deg a(s) - 1, \tag{33}$$

$$\deg d(s) \geq 2 \deg a(s) + \deg f(s) - 1 \tag{34}$$

V rovniciach (33, 34) sa volí spravidla znamienko rovnosti. Výsledný regulátor $G_r(s)$ možno potom prepísať do tvaru:

$$G_r(s) = \frac{q(s)}{f(s)\widetilde{p}(s)} \tag{35}$$

4.3 Posudzovanie kvality spätnoväzbového riadenia

Kvalitu riadenia možno posudzovať pomocou ukazovateľov kvality, medzi ktoré patria aj integrálne kritéria kvality, kedy sa minimalizuje plocha odchýliek medzi žiadanou a regulovanou veličinou [7]. Sú to napr.:

- integrál absolútnej hodnoty regulačnej odchýlky

$$IAE = \int_0^\infty |e(t)| dt \tag{36}$$

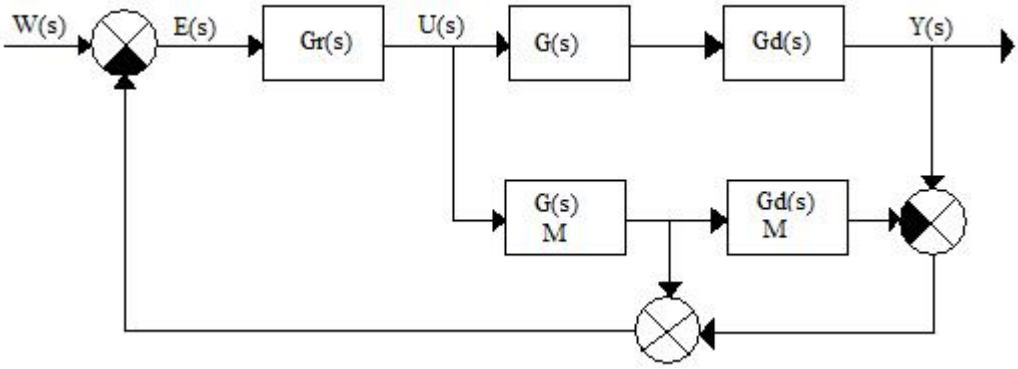
- integrál kvadratickej hodnoty regulačnej odchýlky

$$ISE = \int_0^{\infty} e^2(t)dt \tag{37}$$

5 Rozvetvené regulačné obvody

5.1 Smithov prediktor

Smithov prediktor sa používa ako efektívny kompenzátor dopravného oneskorenia, špeciálne pre stabilný systém s vysokým dopravným oneskorením. Je založený na poznaní čo najpresnejšieho matematického modelu riadeného procesu, ktorý sa skladá z modelu procesu bez dopravného oneskorenia a modelu dopravného oneskorenia (obr. 17) [8].



Obr. 17 Schéma Smithovho predikora

Smithov prediktor predstavuje rozvetvený regulačný obvod, ktorý využíva to, že k prenosu systému s dopravným oneskorením sa paralelne zapojí model systému bez dopravného oneskorenia a model dopravného oneskorenia.

Dopravné oneskorenie treba kompenzovať vždy, keď sa jeho hodnota blíži k hodnote časovej konštanty, alebo keď je dokonca väčšie, než časová konštanta riadeného systému.

6 Riadenie systémov s dopravným oneskorením

Dopravné oneskorenie sa pri riadení technologických procesov často stáva problémom. Prítomnosť dopravného oneskorenia v systéme pri spätnoväzbovom riadení má nepriaznivý vplyv na stabilitu systému riadenia, pričom sklon k nestabilite rastie s veľkosťou dopravného oneskorenia [4]. Na riadenie možno použiť nasledovné prístupy: zanedbanie dopravného oneskorenia, aproximáciu dopravného oneskorenia, rozvetvené regulačné obvody (Smithov prediktor) a iné. V nasledujúcich kapitolách sú uvedené základné princípy a použitie týchto metód.

6.1 Riadenie systémov 1. rádu

6.1.1 Riadenie regulátorom navrhnutým Naslinovou metódou

6.1.1.1 Riadenie regulátorom navrhnutým pre systém so zanedbaním dopravného oneskorenia

Zanedbanie dopravného oneskorenia predstavuje spôsob aproximácie dopravného oneskorenia, keď člen $e^{-Ds} = 1$. Táto aproximácia sa dá použiť len vtedy, keď je dopravného oneskorenie veľmi malé a je možné ho zanedbať. Syntéza regulátora sa urobí pre systém bez dopravného oneskorenia.

Najprv je potrebné zvoliť štruktúru regulátora. Riadený systém je 1. rádu a keďže použitie Naslinovej metódy vyžaduje CHR URO minimálne 2. stupňa (15), na riadenie treba použiť regulátor s I zložkou, kedy sa stupeň CHR URO zväčší o 1. Na riadenie systému bol zvolený PI regulátor s prenosom v tvare:

$$G_R(s) = Z_R\left(1 + \frac{1}{T_I s}\right), \tag{38}$$

kde Z_R je zosilnenie a T_I je časová konštanta regulátora.

Charakteristická rovnica uzavretého regulačného obvodu (14) so systémom 1. rádu bez dopravného oneskorenia a PI regulátorom (38) má tvar:

$$Ts^2 + (1 + Z_R Z)s + Z\frac{Z_R}{T_I} = 0\,. \tag{39}$$

Pre CHR URO 2. stupňa s 3 koeficientmi dostaneme podľa (15) 1 rovnicu o 2 neznámych:

$$(1 + Z_R Z)^2 = \alpha T Z \frac{Z_R}{T_I} \tag{40}$$

Vyriešenie rovnice (40) predpokladá voľbu jedného z parametrov regulátora, či už zosilnenia Z_R alebo integračnej časovej konštanty T_I. Zosilnenie regulátora je možné zvoliť podľa zosilnenia systému (41) a integračnú časovú konštantu regulátora možno zvoliť podľa časovej konštanty systému (42) napr. nasledovne:

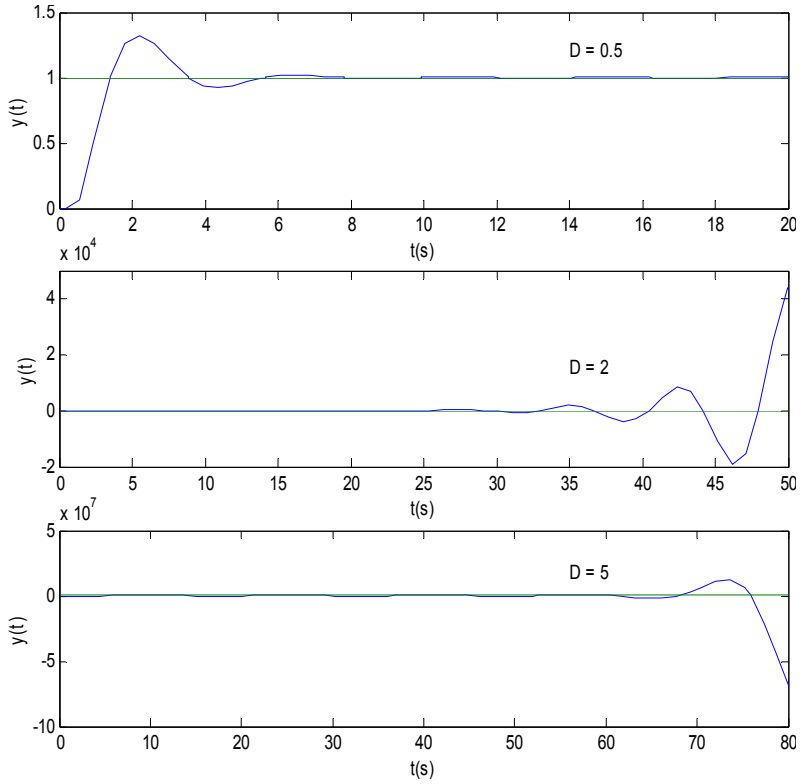
$$Z_R \approx \frac{1}{Z} \tag{41}$$

$$T_I \approx T \tag{42}$$

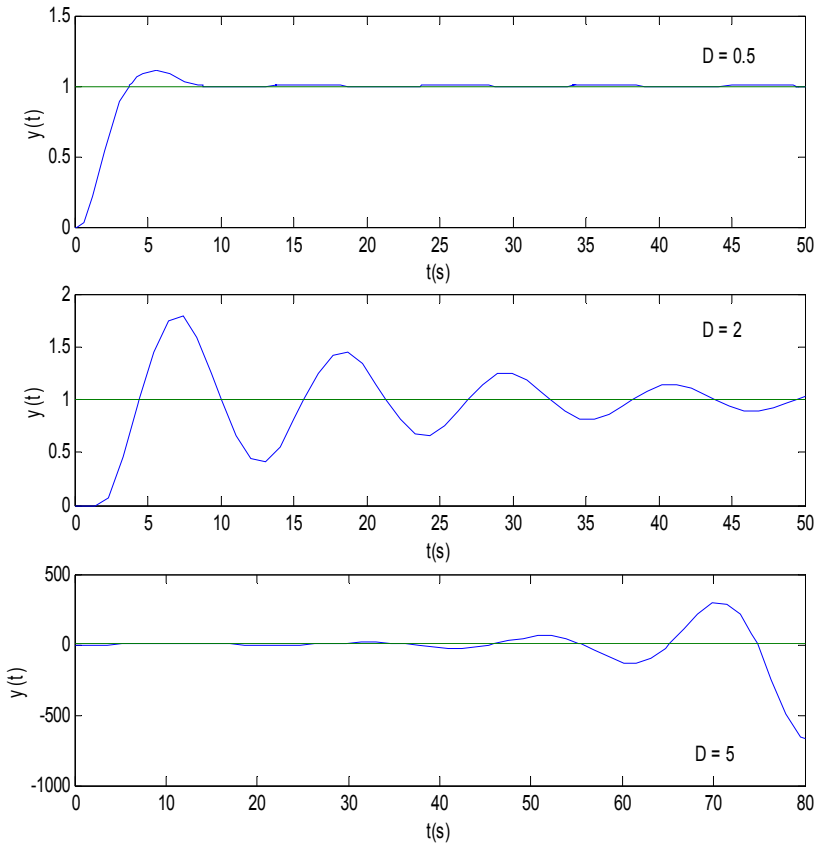
Na základe opísaného postupu bol pri požiadavke maximálneho preregulovania 1 % navrhnutý PI regulátor pre riadenie sústavy 1.rádu s dopravným oneskorením (10). Na obr. 18 je zobrazený priebeh riadenia regulátorom so zvolenou hodnotou zosilnenia regulátora $\left(Z_R = \frac{1}{Z}\right)$, na obr. 19 je priebeh riadenia zo zvolenou integračnou časovou konštantou regulátora ($T_I = 0,3\,T$). V nasledovnej tabuľke sú uvedené zvolené a následne dopočítané hodnoty parametrov regulátora.

Tab. 8 Parametre PI regulátora pri riadení so zanedbaním dopravného oneskorenia

$Z_R = 1$	$T_I = 0,6$
$T_I = 0,3$	$Z_R = 0,172$



Obr. 18 Odozva URO s PI regulátorom navrhnutým Naslinovou metódou (zvolené Z_R=1) pre systém so zanedbaním dopravného oneskorenia (w=1;α=2,4;Z=1;T=1;D=0,5;2;5)



Obr. 19 Odozva URO s PI regulátorom navrhnutým Naslinovou metódou (zvolené T_I=0,3) pre systém so zanedbaním dopravného oneskorenia (w=1;α=2,4; Z=1;T=1;D=0,5;2;5)

Ako vyplýva z obr. 18 a 19, regulátorom navrhnutým pre systém so zanedbaním dopravného oneskorenia možno uriadiť systém 1. rádu len s veľmi nízkymi hodnotami dopravného oneskorenia (D=0,5). Zvyšovaním hodnoty dopravného oneskorenia sa URO približuje k hranici stability, pri veľkých hodnotách *D* sa stáva nestabilným a preto je vhodné zvoliť inú metódu riadenia.

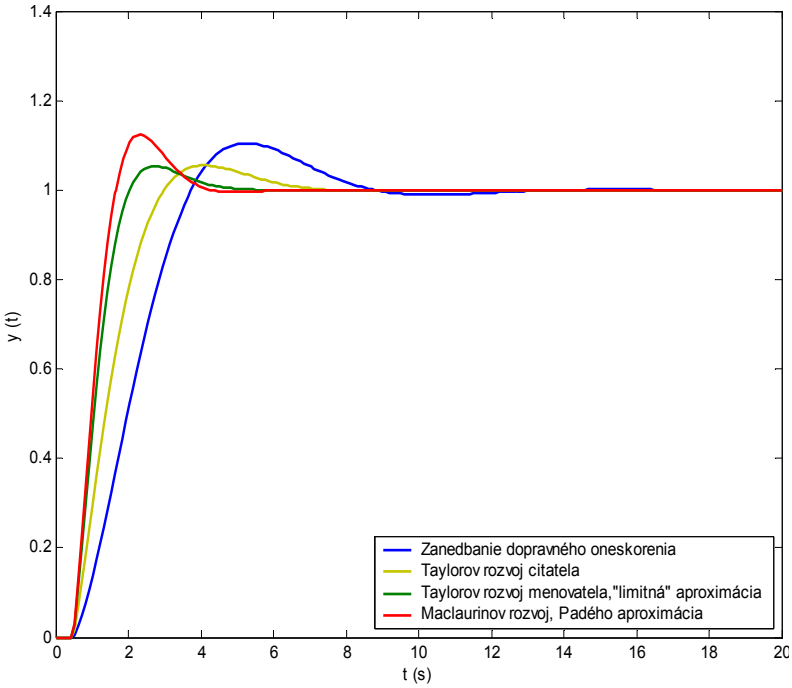
6.1.1.2 Riadenie regulátorom navrhnutým pre systém s aproximovaným členom dopravného oneskorenia

Pri tejto metóde sa použije niektorá z aproximácií člena dopravného oneskorenia e^{-Ds} opísaných v kap. 3 (tab. 1). Prenos získaný aproximáciou, s výnimkou Taylorovho rozvoja čitateľa, je vyššieho rádu, ale už bez člena dopravného oneskorenia vyjadreného v exponenciálnom tvare, pričom dopravné oneskorenie je zahrnuté v koeficientoch samotného prenosu.

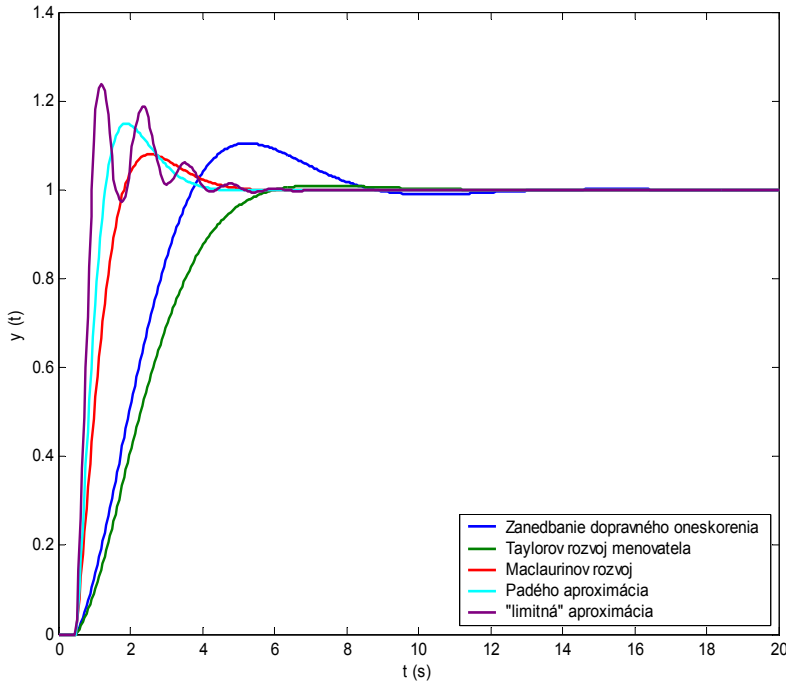
V prípade riadenia s aproximáciou dopravného oneskorenia Taylorovým rozvojom čitateľa bolo takisto potrebné voliť jeden z parametrov regulátora (bolo zvolené zosilnenie regulátora $Z_R = 0{,}1Z$ a integračná časová konštanta $0{,}7T_I$).

Pri riadení bola v URO vykonaná jednotková skoková zmena žiadanej veličiny. Kvalita riadenia systému opísaného rovnicou (10) bola posudzovaná podľa hodnôt ukazovateľov ISE a IAE. Ich hodnoty pre jednotlivé metódy riadenia sú uvedené v tab. 9.

Na obr. 20 sú uvedené priebehy riadenia s PI regulátorom navrhnutým na základe prenosu riadeného systému získaného lineárnou aproximáciou, na obr. 21 sú uvedené priebehy riadenia s PID regulátorom navrhnutým na základe prenosu riadeného systému získaného kvadratickou aproximáciou



Obr. 20 Odozva URO s PI regulátorom navrhnutým Naslinovou metódou pre systému 1.rádu s lineárnou aproximáciou dopravného oneskorenia (w=1;α=2,4;Z=1;T=1;D=0,5)



Obr. 21 Odozva URO s PID regulátorom navrhnutým Naslinovou metódou pre systému 1.rádu s kvadratickou aproximáciou dopravného oneskorenia (w=1;α=2,4;Z=1;T=1;D=0,5)

Zhodnotenie jednotlivých metód riadenia systému 1.rádu regulátorom navrhnutým Naslinovou metódou je uvedené v tab. 9.

Tab. 9 Porovnanie metód riadenia systému 1. rádu s dopravným oneskorením

hodnota D	typ aproximácie	stupeň aproximácie	hodnota ISE	hodnota IAE
0,5	zanedbanie dopravného oneskorenia		0,9126	1,5162
			1,5607	2,3634
	Taylorov rozvoj čitateľa	lineárna	2,0232	2,8849
		lineárna	1,1095	1,7247
	Taylorov rozvoj menovateľa	lineárna	0,8937	1,4380
		kvadratická	1,8700	4,2300
	„limitná“ aproximácia	lineárna	0,8937	1,4380
		kvadratická	0,8690	2,4500
	Maclaurinov rozvoj	lineárna	0,8531	1,2200
		kvadratická	0,9600	3,3000
	Padého aproximácia	lineárna	0,8531	1,2200
		kvadratická	0,8800	3,3000
2	zanedbanie dopravného oneskorenia		6,4800	13,3100
	Taylorov rozvoj čitateľa	lineárna	3,9848	5,4377
		lineárna	3,4804	4,8346
	Taylorov rozvoj menovateľa	lineárna	3,2271	5,5282
		kvadratická	4,3633	6,1534
	„limitná“ aproximácia	lineárna	3,2271	5,5282
		kvadratická	2,6910	4,5341
	Maclaurinov rozvoj	lineárna	2,9866	3,8531
		kvadratická	3,6289	4,7982
	Padého aproximácia	lineárna	2,9866	3,8531
		kvadratická	3,0574	3,8539
5	Taylorov rozvoj čitateľa	lineárna	8,0117	11,5502
		lineárna	8,0501	11,5523
	Maclaurinov rozvoj	kvadratická	7,8288	10,1170
	Padého aproximácia	kvadratická	6,8217	8,3450

V tab. 9 sú uvedené výsledky len pre tie aproximácie, pre ktoré bol URO stabilný, pričom v URO bola vykonaná jednotková skoková zmena žiadanej veličiny.

Pre systém so zanedbaním dopravného oneskorenia a pre systém s lineárnou aproximáciou člena dopravného oneskorenia bol navrhnutý Naslinovou metódou PI regulátor, pre systém s kvadratickou aproximáciou člena dopravného oneskorenia bol navrhnutý PID regulátor. Takto navrhnutý regulátor bol použitý na riadenie pôvodného systému 1. rádu (10).

Vyplývajúc z hodnôt ISE a IAE, riadenie so zanedbaním dopravného oneskorenia možno voliť len pri nízkych hodnotách dopravného oneskorenia ($D=0,5$), vyššie hodnoty vyžadujú riadenie s aproximáciou dopravného oneskorenia.

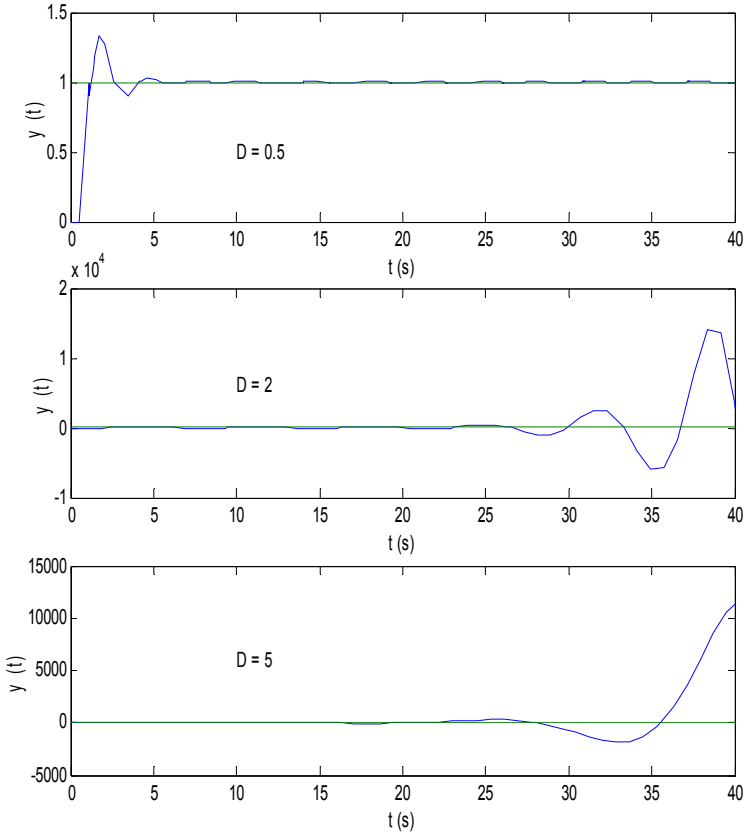
Z tab. 9 ďalej vyplýva, že pri nízkych hodnotách dopravného oneskorenia ($D=0,5$) sa dosiahne najlepšia odozva URO riadením s lineárnou aproximáciou dopravného oneskorenia, konkrétne voľbou Padého aproximácie a Maclaurinovho rozvoja. Pri vyšších hodnotách ($D=2$) je najvhodnejšou metódou riadenia kvadratická „limitná“ aproximácia, systém s dopravným oneskorením $D=5$ je možné uriadiť na žiadanú hodnotu regulátorom navrhnutým pre systém s aproximovaným dopravným oneskorením pomocou Taylorovho rozvoja čitateľa a kvadratickou Padého aproximáciou a Maclaurinovym rozvojom.

6.1.2 Riadenie regulátorom navrhnutým polynomickou syntézou

Keďže pól riadeného systému 1. rádu (10) so Z=1 a T=1 je *-1*, pri jeho riadení regulátorom navrhnutým polynomickou syntézou bol zvolený pól charakteristického polynómu URO *-1,3*, pričom násobok tohto pólu závisí od stupňa menovateľa systému *a(s)* a od stupňa *f(s)* (34).

6.1.2.1 Riadenie regulátorom navrhnutým pre systém so zanedbaním dopravného oneskorenia

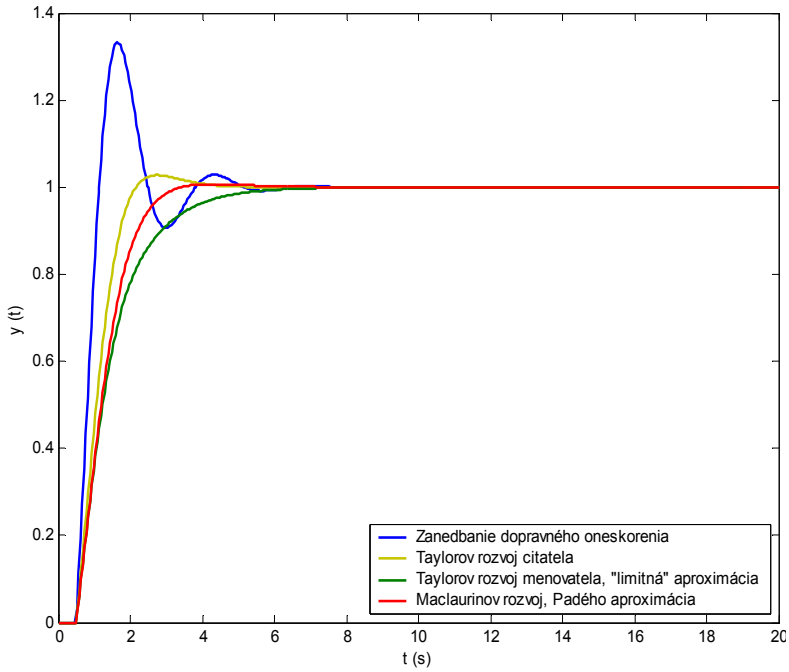
Priebehy riadenia systému (10) s regulátorom, pri syntéze ktorého bolo zanedbané dopravného oneskorenia, pre hodnoty dopravného oneskorenia D=0,5; 2 a 5 sú uvedené na obr. 22.



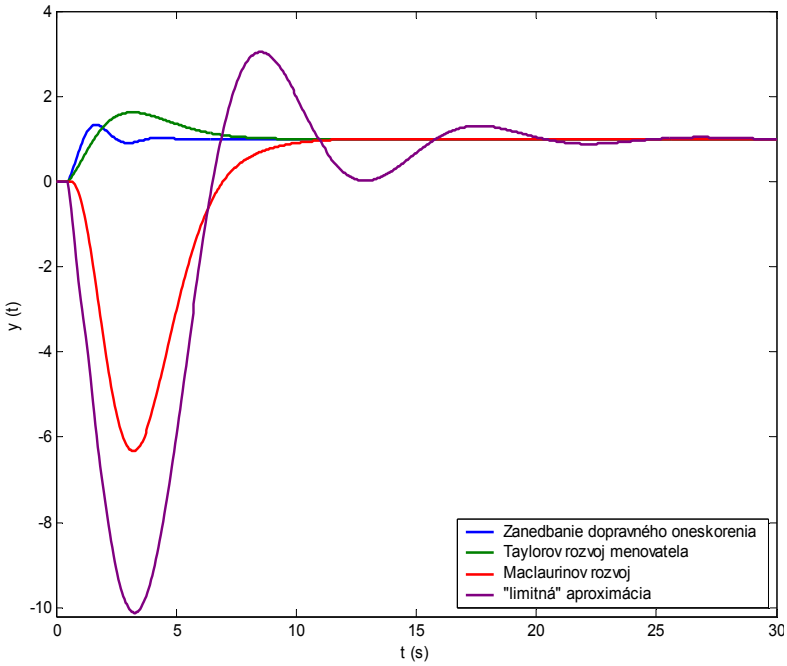
Obr. 22 Odozva URO pri syntéze regulátora polynomickou metódou pre systém 1. rádu so zanedbaním dopravného oneskorenia (w=1;pól=-1,3;Z=1;T=1;D=0,5;2;5)

6.1.2.2 Riadenie regulátorom navrhnutým pre systém s aproximovaným členom dopravného oneskorenia

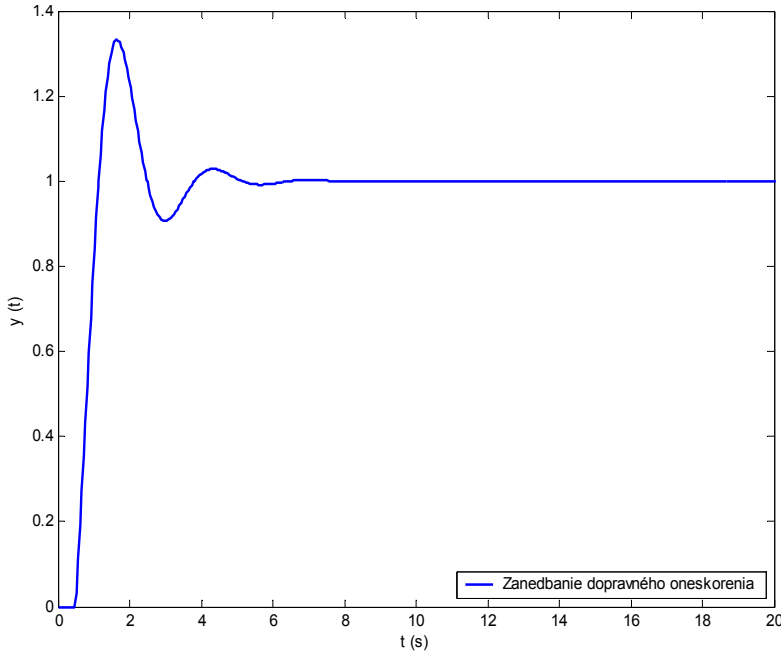
Regulátor bol navrhnutý pre systémy s aproximovanými prenosmi (tab. 1) a takto navrhnutým regulátorom bol riadený pôvodný systém 1. rádu s dopravným oneskorením (D=0,5;2;5). Priebehy riadenia systému (10) s hodnotou dopravného oneskorenia D=0,5 sú uvedené na obr. 23-25.



Obr. 23 Odozva URO pri syntéze regulátora polynomickou metódou pre systém 1. rádu s lineárnou aproximáciou dopravného oneskorenia (w=1;pól=-1,3;Z=1;T=1;D=0,5)



Obr. 24 Odozva URO pri syntéze regulátora polynomickou metódou pre systém 1. rádu s kvadratickou aproximáciou dopravného oneskorenia (w=1;pól=-1,3;Z=1;T=1;D=0,5)



Obr. 25 Odozva URO pri syntéze regulátora polynomickou metódou pre systém 1. rádu s kubickou aproximáciou dopravného oneskorenia (w=1;pól=-1,3;Z=1;T=1;D=0,5)

Zhodnotenie metód riadenia systému 1. rádu regulátorom navrhnutým Naslinovou metódou je uvedené v tab. 10.

Tab. 10 Porovnanie metód riadenia systému 1. rádu s dopravným oneskorením

hodnota D	typ aproximácie	stupeň aproximácie	hodnota ISE	hodnota IAE
0,5	zanedbanie dopravného oneskorenia		0,7829	1,2265
	Taylorov rozvoj čitateľa	lineárna	0,8832	1,1768
	Taylorov rozvoj menovateľa	lineárna	1,0347	1,5408
		kvadratická	1,847	3,1882
		kubická	257,2682	35,937
	„limitná“ aproximácia	lineárna	1,0347	1,5408
		kvadratická	350,36	48,35
	Maclaurinov rozvoj	lineárna	0,9867	1,3436
		kvadratická	135,832	30,15
	Padého aproximácia	lineárna	0,9867	1,3436
		kvadratická	2,817	291,13
2	Taylorov rozvoj čitateľa	lineárna	3,0821	4,5673
	„limitná“ aproximácia	kubická	2,5969	3,2097
	Maclaurinov rozvoj	lineárna	2,4379	3,545
		kvadratická	2,8288	3,7134
		kubická	2,9308	3,7775
	Padého aproximácia	lineárna	2,4379	3,545
		kvadratická	2,871	3,5929
		kubická	5,2488	6,1754
5	Taylorov rozvoj čitateľa	lineárna	7,9438	12,6781

V tab. 10 sú uvedené len tie metódy riadenia, pri ktorých je URO tvorený regulátorom a pôvodným systémom stabilný.

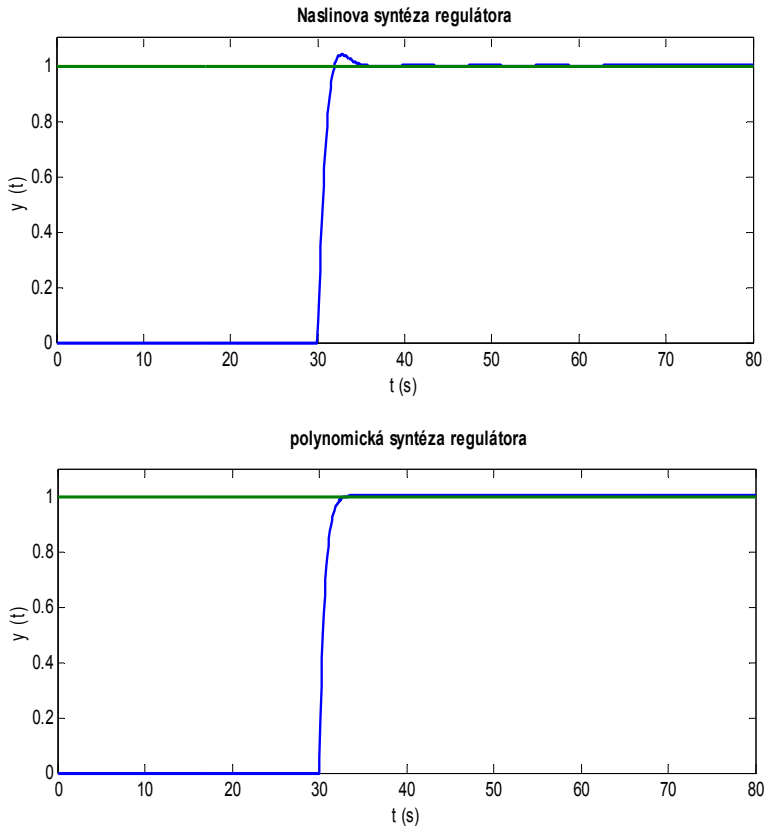
Na základe najnižších hodnôt *ISE* a *IAE* možno povedať, že pre veľmi nízke hodnoty dopravného oneskorenia dostaneme najkvalitnejšiu odozvu URO riadením so zanedbaním dopravného oneskorenia a tiež riadením s aproximovaným dopravným oneskorením pomocou Taylorovho rozvoja čitateľa.

Pri vyššej hodnote dopravného oneskorenia sa najlepší regulačný pochod dosiahne riadením s aproximovaným dopravným oneskorením Maclaurinovym rozvojom, resp. kvadratickou „limitnou“ aproximáciou.

Pri riadením systémov s vysokým dopravným oneskorením možno po zohľadnení výsledkov uvedených v tab. uplatniť len riadenie s aproximovaným dopravným oneskorením Taylorovým rozvojom čitateľa, prípadne je vhodné zvoliť riadenie so Smithovým prediktorom.

6.1.3 Riadenie so Smithovým prediktorom

Regulátor bol navrhnutý Naslinovou a polynomickou metódou pre systém 1.rádu so zanedbaním dopravného oneskorenia. Takto navrhnutým regulátorom bol riadený pôvodný systém (10). Odozva URO pri použití Smithovho prediktora je uvedená na obr. 26, kde v prvom prípade ide o riadenie regulátorom navrhnutým Naslinovou metódou pri voľbe zosilnenia regulátora $Z_R = 1$ a dopočítanej integračnej časovej konštante $T_I = 0,6$ a v druhom prípade bol regulátor navrhnutý polynomickou metódou s voľbou pólu CHR URO $-1,3$.



Obr. 26 Odozva URO pri použití Smithovho prediktora (D=30s)

Riadenie systému 1.rádu (10) s oboma navrhnutými regulátormi pri použití Smithovho prediktora možno porovnať aj podľa hodnôt ISE a IAE uvedených v tab. 11.

Tab. 11

typ syntézy	hodnota ISE	hodnota IAE
Naslinova metóda	0,4	0,7462
polynomická metóda	0,3061	0,5964

6.1.4 Analýza riadenia systému 1. rádu s dopravným oneskorením

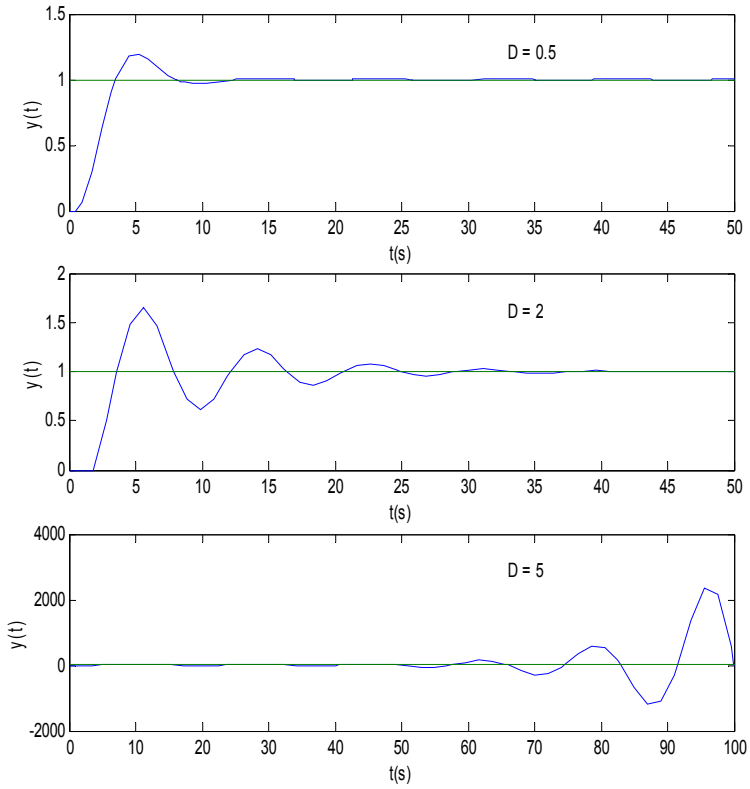
Systém 1. rádu (10) bol riadený regulátormi navrhnutými Naslinovou a polynomickou metódou, pre systém so zanedbaním dopravného oneskorenia a pre systém s aproximovaným dopravným oneskorením. V oboch prípadoch možno povedať, že regulátor navrhnutý pre systém so zanedbaným dopravným oneskorením možno použiť na riadenie len v prípade nízkeho pomeru *D/T*, inak je vhodné člen dopravného oneskorenia aproximovať a regulátor navrhnúť pre aproximovaný prenos. Ako najvhodnejšia sa javí aproximácia pomocou Taylorovho rozvoja čitateľa, ktorú možno uplatniť aj pri vyšších pomeroch *D/T*. Ak je dopravné oneskorenie v porovnaní s časovou konštantou systému veľmi veľké, a žiadna z aproximácia nebude pre riadenie dobrá, musí sa použiť rozvetvený regulačný obvod so Smithovým prediktorom.

6.2 Riadenie systémov 2. rádu

6.2.1 Riadenie regulátorom navrhnutým Naslinovou metódou

6.2.1.1 Riadenie regulátorom navrhnutým pre systém so zanedbaním dopravného oneskorenia

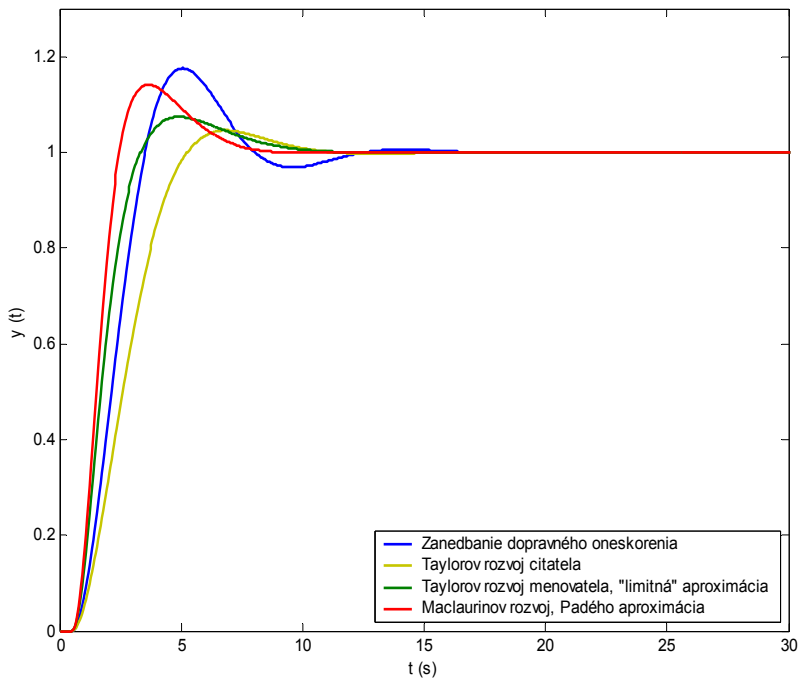
Na základe postupu opísaného v kap. 4.1 bol pri požiadavke maximálneho preregulovania 1 % navrhnutý PI regulátor pre systém so zanedbaním dopravného oneskorenia, a takto navrhnutým regulátorom bol riadený pôvodný systém 2. rádu (12). Priebeh riadenia je uvedený na obr. 27.



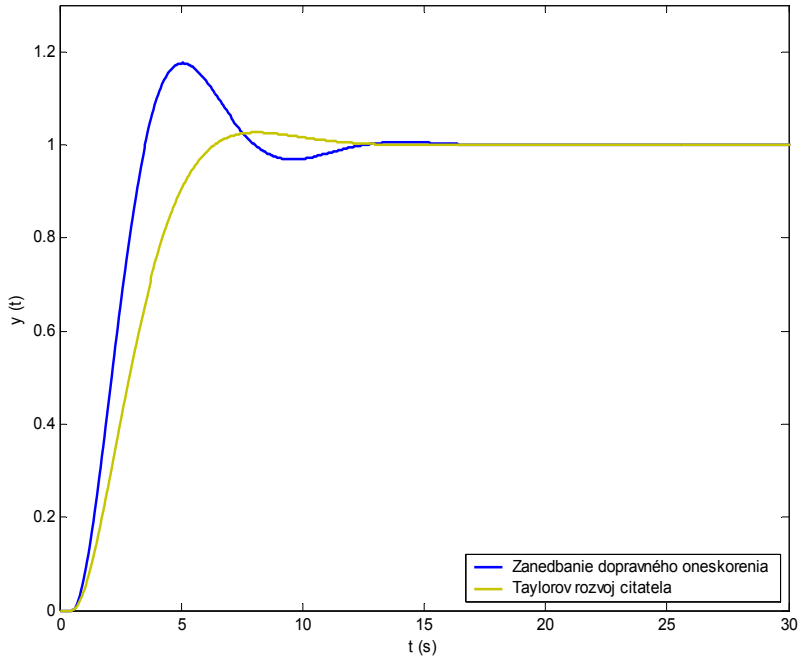
Obr. 27 Odozva URO pri syntéze regulátora Naslinovou metódou so zanedbaním dopravného oneskorenia (w=1;α=2,4;Z=1;T=1;ξ=1;D=0,5;2;5)

6.2.1.2 Riadenie regulátorom navrhnutým pre systém s aproximovaným členom dopravného oneskorenia

V tomto prípade možno Naslinovou metódou navrhnúť regulátor pre systémy s lineárnou aproximáciou dopravného oneskorenia a pre systém s kvadratickou aproximáciou dopravného oneskorenia pomocou Taylorovho rozvoja čitateľa. Pre systémy s ostatnými typmi kvadratickej aproximácie a pre systémy s kubickou aproximáciou dopravného oneskorenia nie je možné navrhnúť regulátor, nakoľko syntéza vyžaduje menovateľ prenosu najviac 3.stupňa. Takto navrhnutými regulátormi bol opäť pri požiadavke 1%-ného preregulovania riadený pôvodný systém 2. rádu.



Obr. 28 Odozva URO s regulátorom navrhnutým Naslinovou metódou pre systém 2.rádu s lineárnou aproximáciou dopravného oneskorenia (w=1;α=2,4;Z=1;T=1;ξ=1;D=0,5)



Obr. 29 Odozva URO s regulátorom navrhnutým Naslinovou metódou pre systém 2.rádu s kvadratickou aproximáciou dopravného oneskorenia (w=1;α=2,4;Z=1;T=1;ξ=1;D=0,5)

Zhodnotenie jednotlivých metód riadenia systému 2. rádu s dopravným oneskorením regulátorom navrhnutým Naslinovou metódou je uvedené v tab. 12, pričom výsledky sú uvedené len pre tie aproximácie, pre ktoré bol URO stabilný.

Tab. 12 Porovnanie metód riadenia systému 2. rádu s dopravným oneskorením

hodnota D	typ aproximácie	stupeň aproximácie	hodnota ISE	hodnota IAE
0,5	zanedbanie dopravného oneskorenia		1,7651	2,7188
	Taylorov rozvoj čitateľa	lineárna	2,0382	2,8340
		kvadratická	2,2324	3,1029
	Taylorov rozvoj menovateľa	lineárna	1,3820	2,2200
	„limitná“ aproximácia	lineárna	1,3820	2,2200
	Maclaurinov rozvoj	lineárna	1,265	2,2800
	Padého aproximácia	lineárna	1,265	2,2800
2	zanedbanie dopravného oneskorenia		13,6670	28,0725
	Taylorov rozvoj čitateľa	kvadratická	5,8897	7,8886
	Taylorov rozvoj menovateľa	lineárna	3,4259	6,1513
	„limitná“ aproximácia	lineárna	3,4259	6,1513
	Maclaurinov rozvoj	lineárna	3,5834	4,4801
	Padého aproximácia	lineárna	3,5834	4,4801
5	Maclaurinov rozvoj	lineárna	6,9266	9,0396
	Padého aproximácia	lineárna	6,9266	9,0396

Vyplývajúc z tab. 12, riadenie systému 2. rádu regulátorom navrhnutým pre systém so zanedbaním dopravného oneskorenia možno uplatniť len pri nízkych hodnotách dopravného oneskorenia, prípadne pri vyšších, kedy je ale regulačný pochod menej kvalitný.

Pre systém s nízkou hodnotou dopravného oneskorenia ($D=0,5$) možno uplatniť riadenie regulátorom navrhnutým pre systém s lineárnou aproximáciou dopravného oneskorenia, s výnimkou aproximácie Taylorovým rozvojom čitateľa, kedy sú hodnoty ukazovateľov najvyššie.

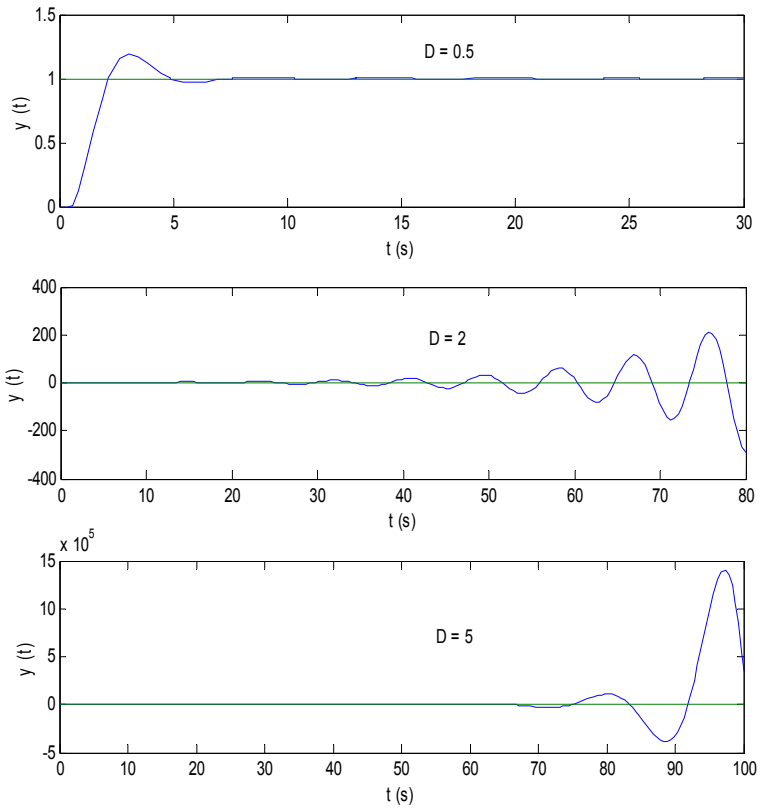
Čo sa týka systémov s vyššími hodnotami dopravného oneskorenia ($D=2$), najlepšou voľbou je riadenie regulátorom navrhnutým pre systém s aproximovaným dopravným oneskorením, a to Maclaurinovym rozvojom a Padého aproximáciou. Túto metódu riadenia možno uplatniť aj pri vysokých hodnotách dopravného oneskorenia ($D=5$).

6.2.2 Riadenie regulátorom navrhnutým polynomickou syntézou

Pri riadení systému (12) so $Z=1$, $T=1$ a $\xi=1$ regulátorom navrhnutým polynomickou syntézou bol zvolený pól charakteristického polynómu URO opäť *-1,3*. Ako bolo už vyššie spomenuté, násobok tohto pólu závisí od stupňa menovateľa systému *a(s)* a od stupňa *f(s)* (34).

6.2.2.1 Riadenie regulátorom navrhnutým pre systém so zanedbaním dopravného oneskorenia

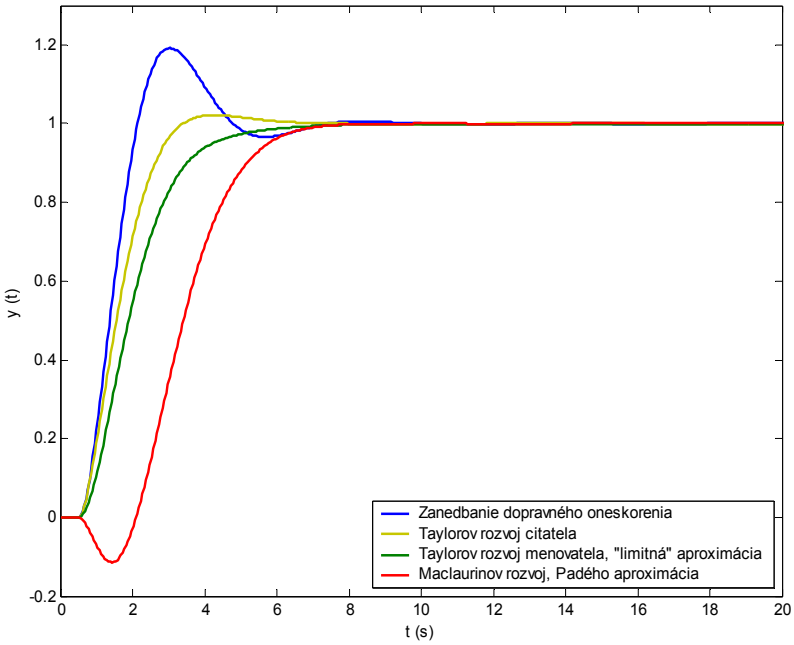
Priebehy riadenia systému (12) ($Z=1;T=1;\xi=1;D=0,5;2;5$) regulátorom navrhnutým polynomickou syntézou pre systém so zanedbaním dopravného oneskorenia sú uvedené na obr. 30.



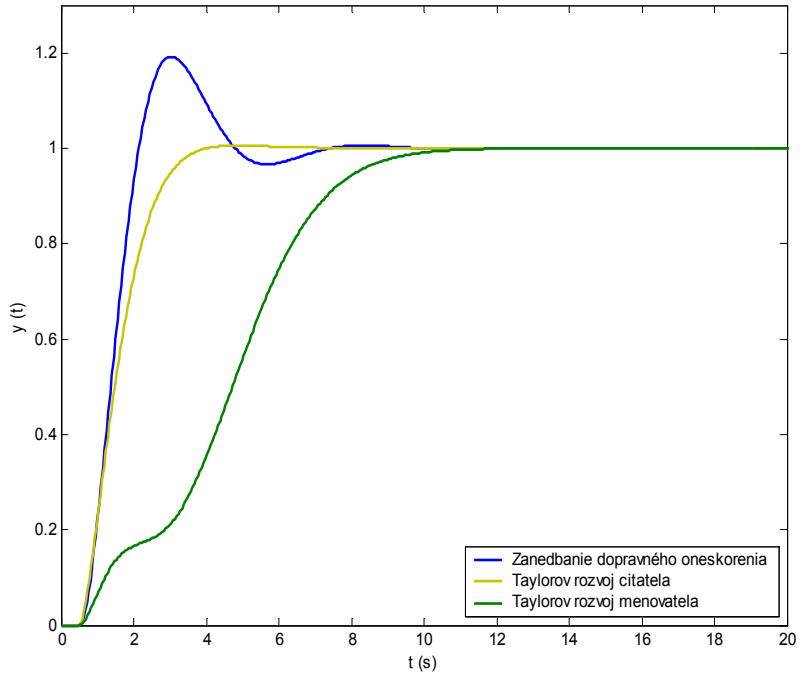
Obr. 30 Odozva URO pri syntéze regulátora polynomickou metódou so zanedbaním dopravného oneskorenia (w=1;pól=-1,3;Z=1;T=1;ξ=1;D=0,5;2;5)

Ako vyplýva z obr. 30, riadenie systému 2. rádu regulátorom navrhnutým touto metódou možno zvoliť len pri veľmi nízkych hodnotách dopravného oneskorenia. Pri vyšších hodnotách je vhodnejšie riadenie regulátorom navrhnutým pre systém s aproximovaným členom dopravného oneskorenia.

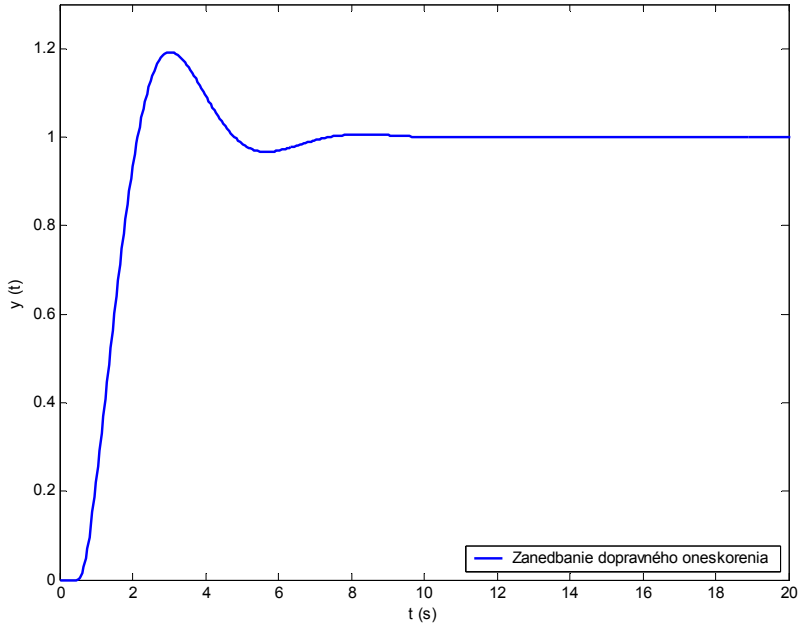
6.2.2.2 Riadenie regulátorom navrhnutým pre systém s aproximovaným členom dopravného oneskorenia



Obr. 31 Odozva URO pri syntéze regulátora polynomickou metódou pre systému 2.rádu s lineárnou aproximáciou dopravného oneskorenia (w=1;pól=-1,3;Z=1;T=1;ξ=1;D=0,5)



Obr. 32 Odozva URO pri syntéze regulátora polynomickou metódou pre systému 2.rádu s kvadratickou aproximáciou dopravného oneskorenia (w=1;pól=-1,3;Z=1;T=1;ξ=1;D=0,5)



Obr. 33 Odozva URO pri syntéze regulátora polynomickou metódou pre systému 2.rádu s kubickou aproximáciou dopravného oneskorenia (w=1;pól=-1,3;Z=1;T=1;ξ=1;D=0,5)

Zhodnotenie jednotlivých metód riadenia systému 2. rádu s dopravným oneskorením regulátorom navrhnutým polynomickou metódou je uvedené v tab. 13.

Tab. 13 Porovnanie metód riadenia systému 2. rádu s dopravným oneskorením

hodnota D	typ aproximácie	stupeň aproximácie	hodnota ISE	hodnota IAE
0,5	zanedbanie dopravného oneskorenia		1,1837	1,747
	Taylorov rozvoj čitateľa	lineárna	1,2729	1,701
		kvadratická	1,2156	1,6338
	Taylorov rozvoj menovateľa	lineárna	1,5439	2,1343
		kvadratická	3,3934	4,6255
		kubická	32437	572,12
	„limitná“ aproximácia	lineárna	1,5439	2,1343
	Maclaurinov rozvoj	lineárna	3,2376	3,7397
		kvadratická	654,1651	63,0304
	Padého aproximácia	lineárna	3,2376	3,7397
		kvadratická	15876	363,117
2	Taylorov rozvoj čitateľa	lineárna	3,2604	4,5638
	„limitná“ aproximácia	kvadratická	3,8478	8,0567
		kubická	3,0686	3,7539
	Maclaurinov rozvoj	lineárna	2,6529	3,497
		kvadratická	3,2548	4,1716
		kubická	4,958	6,3279
	Padého aproximácia	lineárna	2,6529	3,497
		kvadratická	3,3636	4,1443
		kubická	4,4458	5,3562
5	Taylorov rozvoj čitateľa	lineárna	7,8582	12,0219
	Maclaurinov rozvoj	lineárna	95,28	87,2027
	Padého aproximácia	lineárna	95,28	87,2027

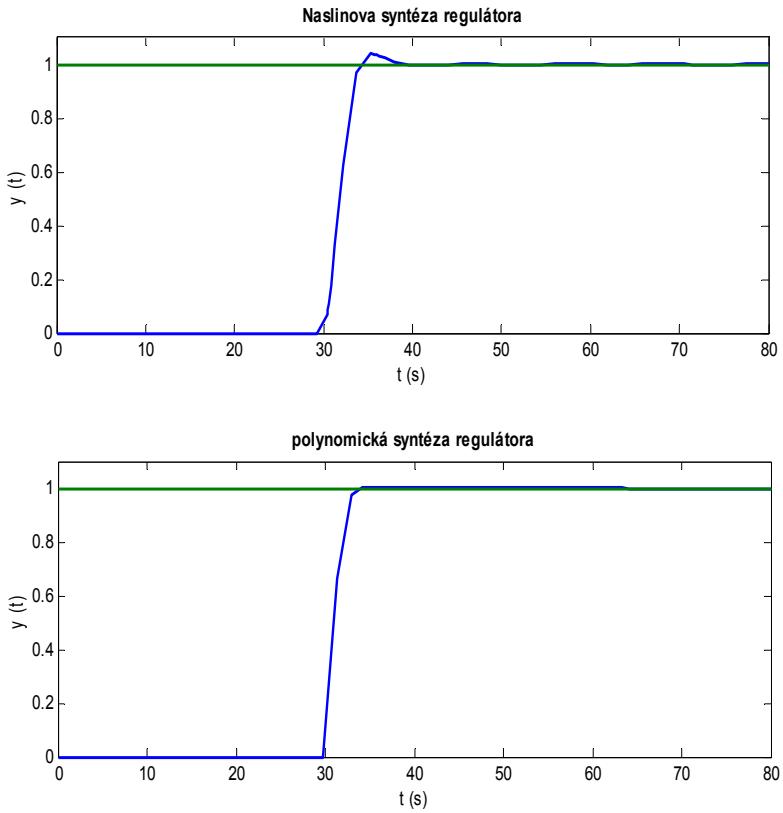
Na základe najnižších hodnôt ISE a IAE uvedených v tab. 13 možno povedať, že najkvalitnejšie riadenie systému 2. rádu dosiahneme regulátorom navrhnutým polynomickou syntézou pre systém so zanedbaním dopravného oneskorenia (v prípade nízkych hodnôt

dopravného oneskorenia) a pre systém s aproximovaným dopravným oneskorením, konkrétne Taylorovým rozvojom čitateľa do 1. a 2. stupňa.

Systémy s vyššou hodnotou dopravného oneskorenia (D=2) je vhodné riadiť regulátorom navrhnutým pre systémy s lineárnou aproximáciou dopravného oneskorenia Maclaurinovym rozvojom a Padého aproximáciou, kedy sú hodnoty ukazovateľov kvality najnižšie. Pri vysokých hodnotách dopravného oneskorenia (D=5) je možné len riadenie regulátorom navrhnutým pre systém s aproximovaným dopravným oneskorením pomocou Taylorovho rozvoja čitateľa.

6.2.3 Riadenie so Smithovým prediktorom

Na riadenie bol regulátor opäť navrhovaný Naslinovou a polynomickou metódou pre systém so zanedbaným dopravným oneskorením a takto navrhnutý regulátor bol použitý na riadenie systému 2.rádu s dopravným oneskorením. Priebehy riadenia sú uvedené na obr. 34 s regulátorom navrhnutým Naslinovou metódou v prvom prípade a s regulátorom navrhnutým polynomickou metódou v druhom prípade.



Obr. 34 Odozva pri použití Smithovho prediktora (D=30s)

Riadenie systému 2.rádu (12) s oboma navrhnutými regulátormi možno taktiež porovnať podľa hodnôt ISE a IAE uvedených v tab. 14:

Tab. 14

typ syntézy	hodnota ISE	hodnota IAE
Naslinova metóda	1,2918	1,9586
polynomická metóda	0,73	1,1354

6.2.4 Analýza riadenia systému 2. rádu s dopravným oneskorením

Na riadenie systém 2. rádu (12) boli regulátory rovnako navrhnuté Naslinovou a polynomickou metódou, a to pre systém so zanedbaním dopravného oneskorenia a pre systém s aproximovaným členom dopravného oneskorenia. Pri syntéze regulátora možno zanedbanie dopravného oneskorenia uvažovať len pri nízkom pomere *D/T*, pri vyšších hodnotách treba na riadenie použiť regulátor navrhnutý pre aproximovaný systém. Na základe hodnôt ISE a IAE uvedených v tab. 12 a 13 možno povedať, že najkvalitnejšiu odozvu URO dosiahneme s regulátorom navrhnutým pre systém s aproximovaným dopravným oneskorením pomocou Taylorovho rozvoja čitateľa v prípade polynomickej syntézy, a pomocou Padého aproximácie a Maclaurinovho rozvoja v prípade syntézy Naslinovou metódou. Pri zlyhaní všetkých aproximácií sa musí pôvodný systém riadiť pomocou Smithovho prediktora.

6.3 Analýza riadenia systémov 1. a 2.rádu s dopravným oneskorením

Z analýzy jednotlivých metód riadenia systému 1. a 2. rádu regulátormi navrhnutými Naslinovou a polynomickou metódou vyplýva, že nie všetky metódy riadenia môžu byť aplikované na systémy s ľubovoľnou hodnotou dopravného oneskorenia.

V prípade oboch systémov možno zanedbanie dopravného oneskorenia pri syntéze regulátora uvažovať len pri nízkom pomere *D/T*, inak je potrebné pri syntéze člen dopravného oneskorenia e^{-Ds} aproximovať niektorou z metód uvedených v kap. 3.

Na základe hodnôt ukazovateľov kvality ISE a IAE, uvedených v tab. 9-10 a 12-13, možno povedať, že najširšie využitie, čo sa týka rozpätia dopravného oneskorenia, má

riadenie regulátorom navrhnutým pre systém s aproximovaným dopravným oneskorením pomocou Taylorovho rozvoja čitateľa.

Táto metóda riadenia bola uplatnená na riadenie systému 1. a 2.rádu s dopravným oneskorením v rozpätí od $D=0,5$ po $D=20$. Zhodnotenie na základe hodnôt ISE a IAE je uvedené v tab. 15 - 16.

Tab. 15 Vplyv veľkosti dopravného oneskorenia systému 1.rádu na kvalitu riadenia pri aproximácii dopravného oneskorenia Taylorovým rozvojom čitateľa

pomer D/T	hodnota ISE	hodnota IAE
0,5	0,8832	1,1768
1	1,5731	2,2328
2	3,0821	4,5673
5	7,9438	12,6781
6	9,6112	15,4766
7	11,296	18,2596
8	12,97	21,11
9	14,648	23,91
10	16,386	26,8
12	19,771	32,59
15	24,785	40,98
18	29,91	49,7
20	33,28	55,2

Tab. 16 Vplyv veľkosti dopravného oneskorenia systému 2.rádu na kvalitu riadenia pri aproximácii dopravného oneskorenia Taylorovým rozvojom čitateľa

pomer D/T	hodnota ISE	hodnota IAE
0,5	1,2729	1,701
1	1,8903	2,504
2	3,2604	4,5638
5	7,8582	12,022
6	9,4652	14,68
7	11,091	17,365
8	12,7303	20,02
9	14,381	22,9
10	16,0394	25,64
12	19,374	31,27
15	24,4066	39,7644
18	29,461	48,123
20	33,28	55,2

Ak pôvodný systém nemožno uriadiť regulátorom navrhnutým pre systém s aproximovaným členom dopravného oneskorenia, treba použiť rozvetvený regulačný obvod s použitím Smithovho prediktora.

7 Grafické užívateľské rozhranie pre riadenie systémov s dopravným oneskorením

Program MATLAB poskytuje vizualizáciu dát, čím umožňuje vytvoriť prostredie, ktoré sa vyznačuje jednoduchosťou a jednoznačnosťou obsluhy. Toto prostredie sa vytvára v príkazovom riadku prostredníctvom zadávania nasledovných príkazov:

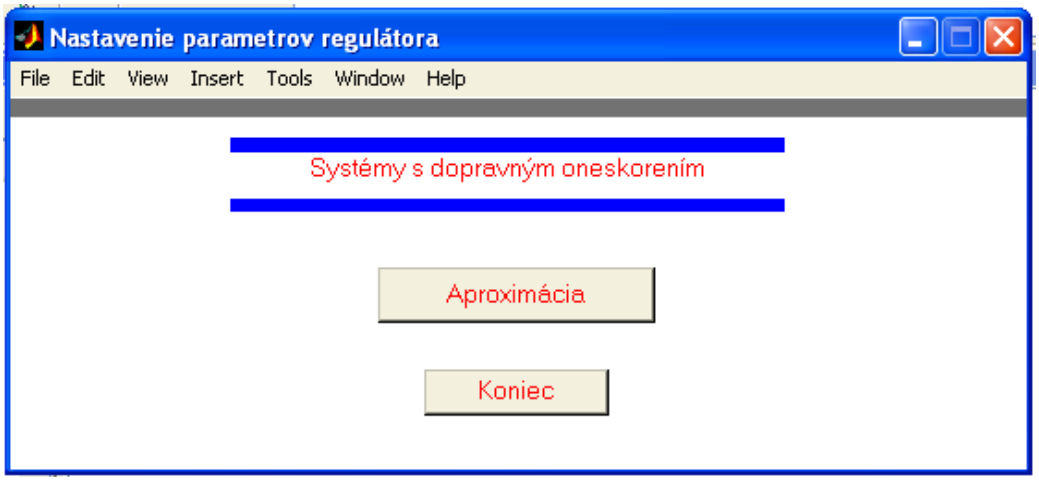
FIGURE – vytvorenie celkovej podoby okna s použitím nižšie uvedených príkazov
UICONTROL – vytvorenie prepojenia medzi užívateľom a ovládaním aktuálneho okna
STYLE – zápis na určenie charakteristiky tlačidla
napr.: 'Style', 'popup' – rolovacie tlačidlo,
'Style', 'push' – tlačidlo,
'Style', 'text' – ikona v ktorej sa nachádza len text,
'Style', 'edit' – ikona na zápis údajov.
FOREGROUNDCOLOR – farba popredia
BACKGROUNDCOLOR – farba pozadia
POSITION – určuje polohu okna, ikony, tlačidla
STRING – slúži na zápis textu do textovej ikony
CALLBACK – návrat do predošlého okna
STR2NUM – konverzia reťazca na číslo
NUM2STR – konverzia čísla na reťazec
POL2MAT – konverzia matice polynóm
MAT2POL – konverzia polynómu na maticu
AXBYC – riešenie diofantickej rovnice AX + BY = C

Grafické užívateľské rozhranie (GUI), ktoré bolo v MATLAB-e vytvorené, umožňuje užívateľovi zadať parametre či už systému 1. rádu alebo systému 2. rádu s dopravným oneskorením. Pre zadaný systém umožňuje porovnať prechodové a frekvenčné charakteristiky pôvodného systému a aproximovaného systému a navrhnúť regulátor dvoma metódami – Naslinovou metódou a polynomickou syntézou.

V nasledovnej kapitole je opísané použitie GUI pri riadení systému 1. a 2. rádu s dopravným oneskorením.

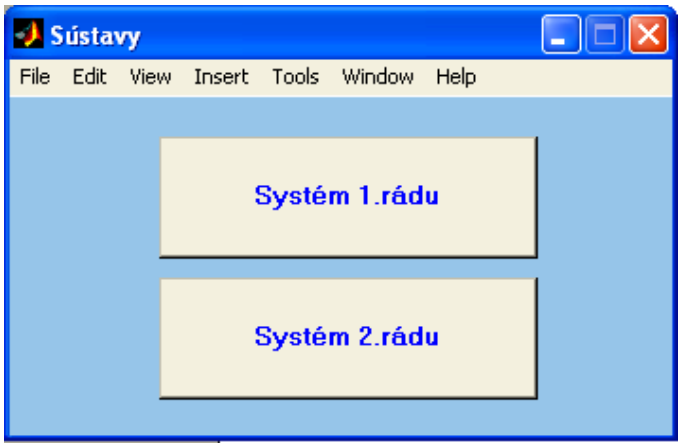
7.1 Použitie grafického užívateľského rozhrania

Vytvorené užívateľské rozhranie sa spustí v MATLAB-e príkazom *riadenie*, čím sa otvorí základné okno s názvom „Nastavenie parametrov regulátora“.



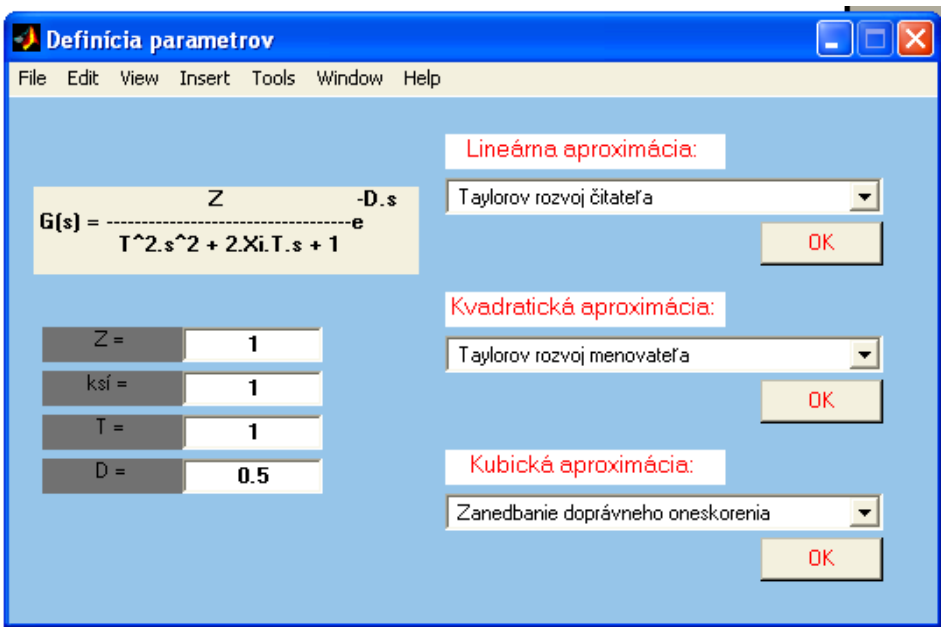
Obr. 35 Základné okno GUI

Kliknutím na tlačidlo „Aproximácia“ sa otvorí okno, v ktorom si užívateľ volí systém, ktorý chce riadiť (obr. 36), či už systém 1. rádu alebo systém 2. rádu.



Obr. 36 Okno pre voľbu riadeného systému

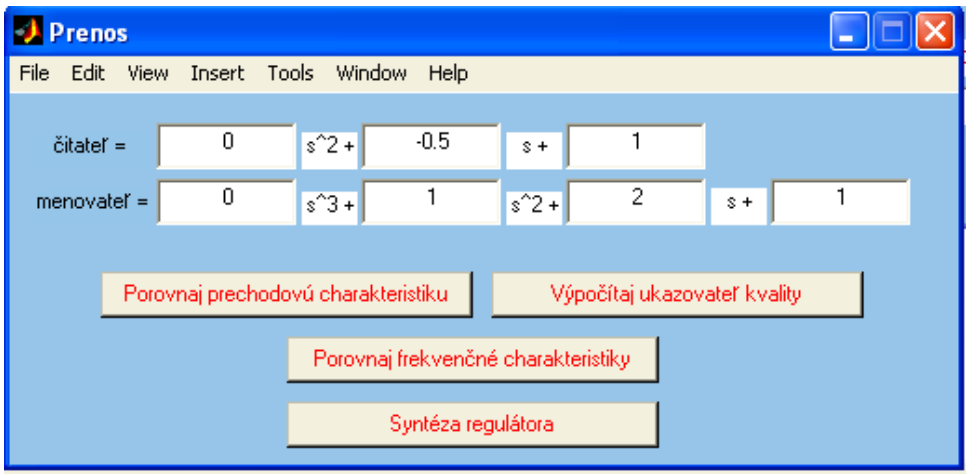
Pri voľbe napríklad systému 2. rádu sa otvorí okno (obr. 37), v ktorom užívateľ volí parametre riadeného prenosu (Z, T, D, ξ) a typ a stupeň aproximácie dopravného oneskorenia.



Obr. 37 Okno pre zadávanie parametrov riadeného systému a voľbu aproximácie dopravného oneskorenia

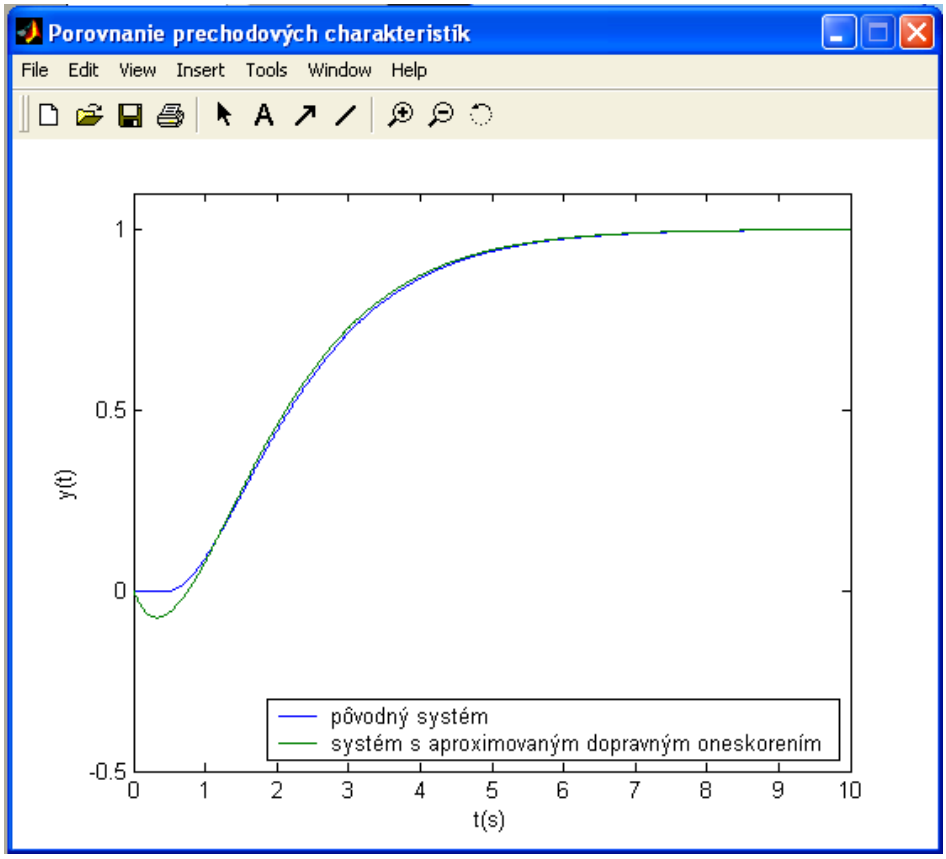
Po zvolení ľubovoľného typu a stupňa aproximácie dopravného oneskorenia sa otvorí okno, v ktorom je vypísaný čitateľ a menovateľ aproximovaného prenosu. Ďalej sú tu uvedené tlačidlá, ktoré umožňujú užívateľovi porovnať prechodové, prípadne frekvenčné charakteristiky pôvodného systému a aproximovaného systému, vypočítať ukazovateľ kvality a navrhnúť regulátor.

Na obr. 38 je zobrazené okno s lineárnou aproximáciou dopravného oneskorenia Taylorovým rozvojom čitateľa, ktorá sa pri riadení ukázala ako najvhodnejšia.



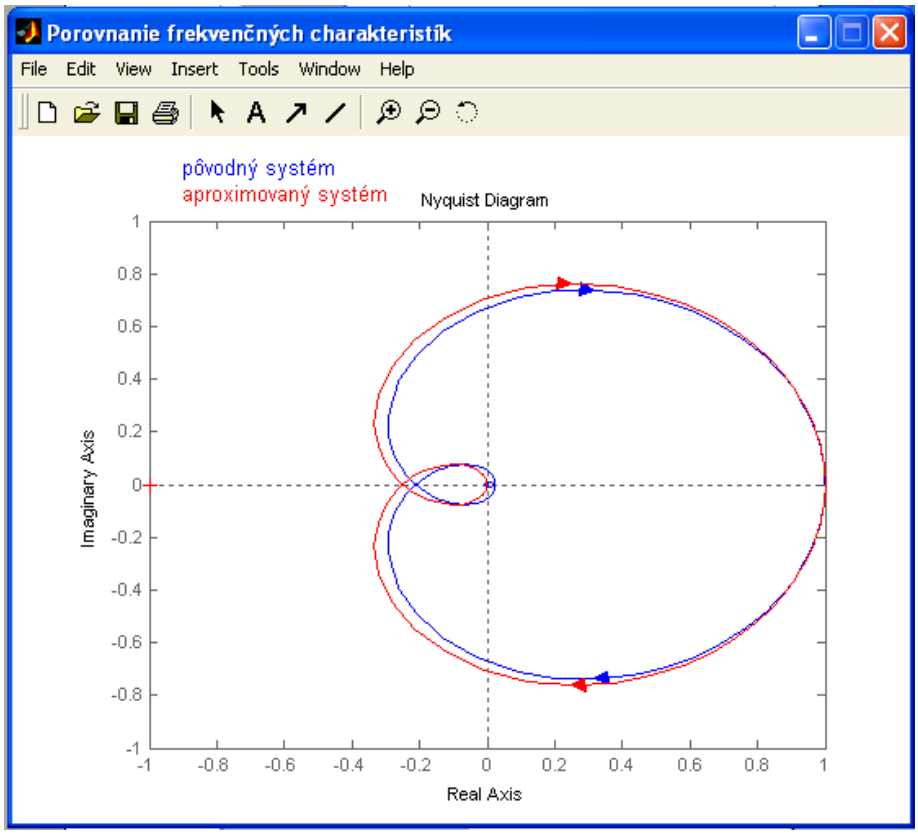
Obr. 38 Okno zobrazujúce aproximovaný prenos

Kliknutím na tlačidlo „Porovnaj prechodovú charakteristiku“ sa zobrazí okno, v ktorom sú zakreslené prechodové charakteristiky pôvodného systému a aproximovaného systému (obr. 39), kliknutím na tlačidlo „Porovnaj frekvenčné charakteristiky “ sa zobrazí okno s frekvenčnými charakteristikami pôvodného systému a aproximovaného systému (40). Kliknutím na tlačidlo „Syntéza regulátora“ sa objaví okno, v ktorom si užívateľ volí metódu syntézy regulátora (obr. 41).



Obr. 39 Okno s PCH pôvodného systému a systému s aproximovaným dopravným oneskorením Taylorovým rozvojom čitateľa

Pri voľbe tlačidla „Vypočítaj ukazovateľ kvality“ sa otvorí simulačná schéma, z ktorej po spustení simulácie možno zistiť hodnotu zvoleného ukazovateľa kvality.

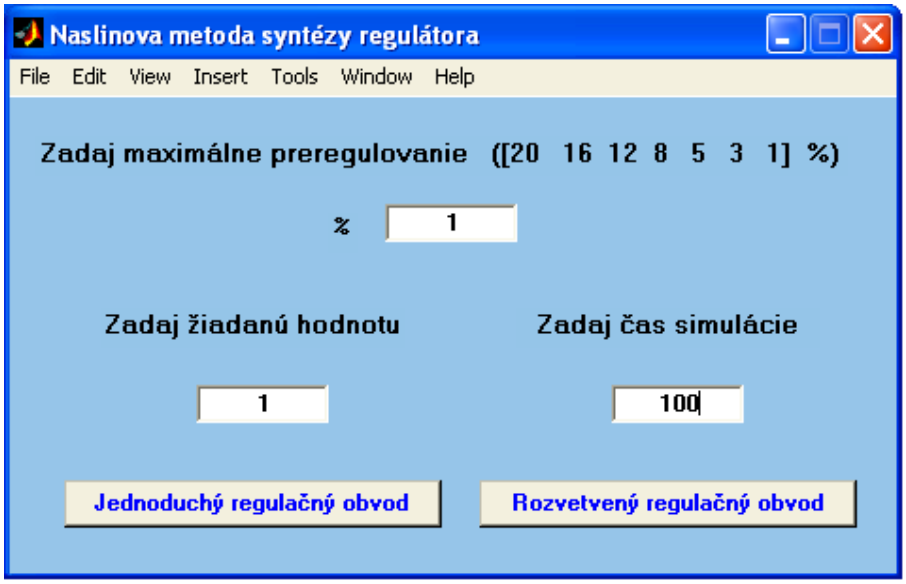


Obr. 40 Okno s FCH pôvodného systému a systému s aproximovaným dopravným oneskorením Taylorovým rozvojom čitateľa

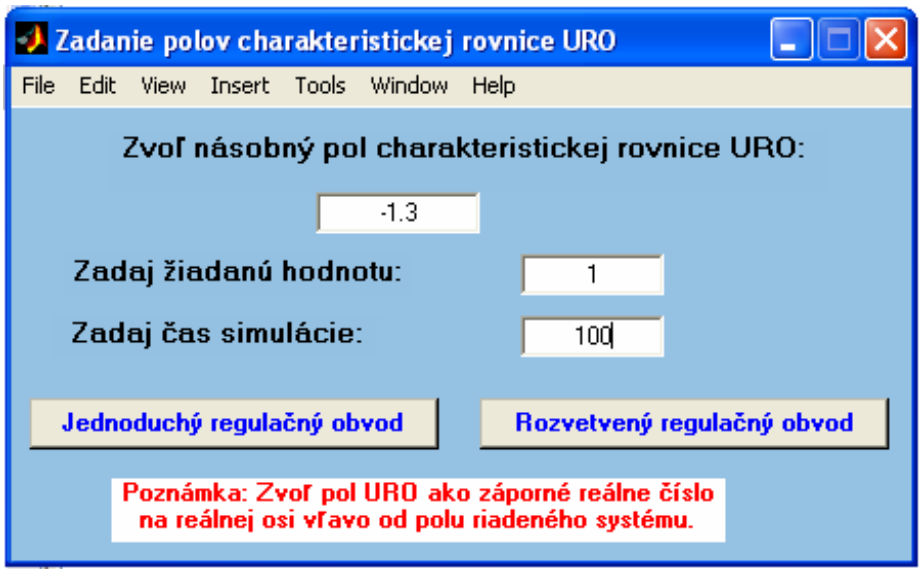
Obr. 41 Okno pre voľbu metódy syntézy regulátora

Ako už bolo vyššie spomenuté, v okne uvedenom na obr. 41 si užívateľ volí metódu syntézy regulátora, a to buď Naslinovu metódu alebo polynomickú metódu syntézy regulátora. V prípade voľby Naslinovej metódy (obr. 42), užívateľ zadáva maximálne preregulovanie v %. Ak si užívateľ zvolí polynomickú syntézu regulátora (obr. 43), musí

zadať násobný pól charakteristickej rovnice uzavretého regulačného obvodu. V oboch prípadoch je treba zadať aj žiadanú hodnotu a čas simulácie.



Obr. 42 Okno pre zadanie údajov potrebných pre Naslinovu metódu syntézy regulátora

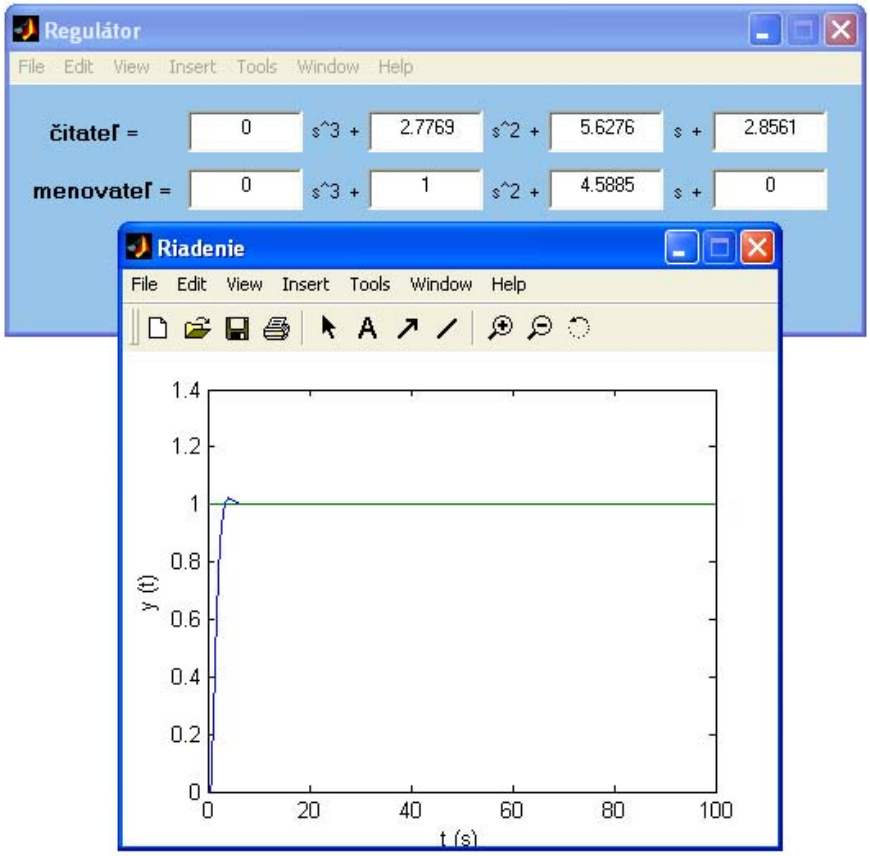


Obr. 43 Okno pre zadanie údajov potrebných pre polynomickú syntézu regulátora

Vyplývajúc z obr. 42 - 43, užívateľ si tiež môže zvoliť spôsob riadenia, pričom môže zvoliť jednoduchý regulačný obvod, alebo rozvetvený regulačný obvod. Po zvolení ľubovoľného tlačidla sa zjaví okno, v ktorom je vypísaný čitateľ a menovateľ prenosu.

Zároveň sa objaví aj okno s priebehom riadenia zvoleného systému s dopravným oneskorením.

Na obr. 44 je uvedené okno s parametrami regulátora navrhnutým polynomickou syntézou so zvoleným násobným pólom CHR URO *-1,3*, pri voľbe jednoduchého regulačného obvodu, spolu so zobrazením priebehu riadenia systému daným regulátorom.



Obr. 44 Okno zobrazujúce čitateľ a menovateľ navrhnutého regulátora, okno zobrazujúce priebeh riadenia pri použití jednoduchého regulačného obvodu

Po spustení simulácie možno posúdiť vhodnosť použitej metódy riadenia zadaním príkazov ISE a IAE v MATLAB - e, čím sa vypíšu hodnoty daného ukazovateľa kvality.

8 Záver

Hlavným cieľom diplomovej práce bolo analyzovanie možností aproximácie člena dopravného oneskorenia, ktoré spôsobuje pri riadení nemalé problémy. Pre systém 1. a 2. rádu boli odvodené prenosy s lineárnou, kvadratickou a kubickou aproximáciou dopravného oneskorenia, ktoré boli následne porovnané s pôvodným systémom vykreslením prechodových a frekvenčných charakteristík. Z porovnania vyplynulo, že najvhodnejšou je aproximácia pomocou Taylorovho rozvoja menovateľa a následne „limitná“ aproximácia. Naopak, dopravné oneskorenie je nevhodné aproximovať pomocou Taylorovho rozvoja čitateľa, Padého aproximáciou a Maclaurinovym rozvojom upravenej funkcie, keďže takto aproximované prenosy vedú k neminimálnej fázovosti systému. Pri porovnávaní jednotlivých stupňov aproximácie sa ukázalo, že kubická aproximácia poskytuje len o málo lepšie výsledky ako kvadratická aproximácia.

Ďalšia kapitola je venovaná syntéze regulátorov, pričom boli použité dve metódy syntézy, a to Naslinova a polynomická. Tiež sa zaoberá aj posudzovaním kvality riadenia pomocou integrálnych kritérií.

V nasledujúcich kapitolách je uvedené samotné riadenie systémov 1. a 2. rádu regulátormi, ktoré boli navrhované pre systém so zanedbaním dopravného oneskorenia a pre systémy s aproximovaným dopravným oneskorením. Z dosiahnutých výsledkov vyplýva, že zanedbanie dopravného oneskorenia pri syntéze možno uvažovať len pri nízkych hodnotách pomeru dopravného oneskorenia vzhľadom k časovej konštante, v ostatných prípadoch je nutné pristúpiť k aproximovaniu. Táto časť bola zameraná aj na posúdenie najvhodnejšej aproximácie, ktorou je, na základe výsledkov riadenia, aproximácia pomocou Taylorovho rozvoja čitateľa, ktorú možno použiť pre široké rozpätie pomeru *D/T*. V prípade zlyhania všetkých aproximácií je nutné použiť Smithov prediktor, teda rozvetvený regulačný obvod.

V poslednej časti je uvedený program, ktorý bol vytvorený v prostredí MATLAB a ktorý môže užívateľ využiť na získanie vyššie spomenutých výsledkov.

9 Použitá literatúra

[1] Vavruša, S.: Řizení spojitých systémů s dopravním zpožděním různými metodami. Teze k státní doktorské skoušce, UTB, Zlín 2005.

[2] Paulen, R.: Riadenie systémov s dopravným oneskorením. Semestrálny projekt, STU, Bratislava 2006.

[3] Mészáros, A. a kol.: Základy automatizácie. STU, Bratislava 1997.

[4] Borkovič, P.: Robustné riadenie sústavy s dopravným oneskorením. Semestrálny projekt, STU, Bratislava 2003

[5] Bakošová, M. a kol.: Laboratórne cvičenia zo základov automatizácie. STU, Bratislava 2003

[6] Guillermo, J. S., Datta, A., Bhattacharyya, S. P.: PID controllers for Time-Delay Systems. Birkhäuser, Boston 2005.

[7] Mikleš, J., Fikar, M.: Modelovanie, identifikácia a riadenie procesov II. STU, Bratislava 2004.

[8] Šulc, B., Vítečková, M.: Teorie a praxe návrhu regulačních obvodu. Vydavatelství ČVUT, Praha 2004

[9] Fridman, E., Shaked, U.: Special issue on time-delay systems. Int. Journal of Robust and Nonlinear Control 13, p. 791 – 792, 2003. Dostupné na <http://www.eng.tau.ac.il/~emilia/papers/rc03.pdf>

Prílohy

Priložené CD obsahuje programový systém s grafickým užívateľským rozhraním pre riadenie systémov 1. a 2. rádu s dopravným oneskorením.