SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA
V BRATISLAVE
FAKULTA CHEMICKEJ A POTRAVINÁRSKEJ TECHNOLÓGIE

BAKALÁRSKA PRÁCA

BRATISLAVA 2008

EVA TURAYOVÁ

SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA

V BRATISLAVE

FAKULTA CHEMICKEJ A POTRAVINÁRSKEJ TECHNOLÓGIE

PREDIKTÍVNE RIADENIE ZÁSOBNÍKOV KVAPALINY

Záverečná práca bakalárskeho štúdia

Vedúci bakalárskej práce: Ing. Michal Kvasnica

Autor: Eva Turayová

Bratislava 2008

Čestné prehlásenie

Podpísaná (Eva Turayová) týmto prehlasujem, že som bakalársku prácu na tému: „Prediktívne riadenie zásobníkov kvapaliny“ , vypracovala samostatne, s použitím uvedenej literatúry.

V Bratislave, 23.5.2008 ....

Podpis

Poďakovanie

Ďakujem môjmu vedúcemu bakalárskej práce Ing. Michalovi Kvasnicovi, za vynikajúce usmerňovanie pri tvorbe práce, za jeho hodnotné odborné rady , pripomienky a v neposlednom rade aj za príjemný a motivujúci prístup.

Abstrakt

Práca bola zameraná na oboznámenie s problematikou prediktívneho riadenia, čiže riadenia založeného na optimalizácii. Základom bolo vytvoriť systém dvoch zásobníkov kvapaliny s interakciou, t j. hybridný systém. Tento systém bolo nutné opísať matematickým modelom, linearizovať a diskretizovať model na účely návrhu prediktívnych regulátorov. Cieľom práce bolo analyzovať vplyv typu účelovej funkcie, horizontu predikcie a váhových koeficientov na výkonnosť výsledného regulátora. Výpočty sa vykonávali na základe dostupných balíkov, ako je napr. Multi-Parametrický Toolbox.

Abstract

This works gives an introduction into Model Predictive Control, which is an optimization-based control strategy. The aim is to analyze the impact of different tuning parameters, such as the prediction horizon or the penalty matrices on the complexity of the resulting optimization problems. The comparison is illustrated using a two tanks systems with switchings, which leads to a hybrid behavior. The computations were carried out using the Multi-Parametric Toolbox for Matlab.

Obsah

Úvod.

Témou bakalárskej práce je prediktívne riadenie zásobníkov kvapaliny. Prediktívne riadenie sa v posledných rokoch stalo veľmi silným nástrojom riadenia. Táto oblasť neustále poskytuje rozšírenie možností praktického použitia v priemyselnej praxi.

Prediktívne riadenie, konkrétne riadenie zásobníkov kvapaliny má široké zameranie, pretože je možné riadiť zásobníky kvapaliny s interakciou alebo bez interakcie. Pri prediktívnom riadení zásobníkoch kvapaliny s interakciou ide vždy o riadenie hybridného systému, pretože nemôžeme s určitosťou povedať, ktorým smerom prúdi kvapalina z jedného zásobníka do druhého. Táto neurčitosť ma zaujala a preto sa práve tejto otázke zásobníkov kvapaliny venujem v celej mojej práci. Téma je veľmi aktuálna, pretože sa hybridné systémy zásobníkov kvapaliny nachádzajú v rôznych odvetviach priemyslu. Ako veľmi vhodný príklad vysvetlenia tejto problematiky, je príklad modelu dvoch zásobníkov kvapaliny s interakciou. Na pohľad vyzerá model jednoducho, no jeho hybridnosť ho robí zaujímavým a pre mňa nepreskúmaným.

Cieľom práce je vysvetliť vplyv výberu Q váhovej matice na reguláciu bez trvalej regulačnej odchýlky a s trvalou regulačnou odchýlkou do ľubovoľnej referencie, vplyv výberu R váhovej matice na reguláciu bez trvalej regulačnej odchýlky a s trvalou regulačnou odchýlkou do ľubovoľnej referencie a vplyv výberu časového horizontu N na celkový čas regulácie.

1. Prediktívne riadenie [1]

Prediktívne riadenie zaznamenalo v posledných desaťročiach významný prechod od jeho teoretického výskumu k praktickým aplikáciám. Jeho vývoj bol silne ovplyvnený požiadavkami priemyslu. V súčasnosti, prediktívne riadenie s množstvom reálnych priemyselných aplikácií, patrí medzi najčastejšie implementované moderné prístupy riadenia priemyselných procesov. Prvé algoritmy prediktívneho riadenia sa už pred vyše dvadsiatimi piatimi rokmi začali využívať v priemysle ako účinný spôsob riadenia mnohorozmerných systémov s obmedzeniami. Od tej doby boli uskutočnené mnohé veľmi úspešné implementácie najmä v oblasti ropných rafinérií a petrochemického priemyslu, avšak pozoruhodné úspechy boli dosiahnuté aj pri riadení zložitých procesov v oblasti chémie, metalurgií, energetiky a robotiky.

Za jednu z najvýznamnejších predností prediktívneho riadenia je možné označiť schopnosť efektívneho zaobchádzania s obmedzeniami vstupných, stavových a výstupných veličín. Takmer všetky reálne systémy podliehajú takýmto obmedzeniam. Stratégia prediktívneho riadenia takto prekonáva nedostatky existujúcich metód, akými sú *LQ* (z angl. linear quadratic) resp. *LQG* (z angl. linear quadratic Guassian), ktoré pracujú na nekonečnom horizonte bez schopnosti zohľadňovania obmedzení. V praktických problémoch riadenia sú akčné členy prirodzene obmedzené vo svojom rozsahu, vplyve pôsobenia na systém alebo v limitovanej rýchlosti zmeny pôsobenia. Rovnako dôležitú úlohu v riadení tiež zohrávajú aj tzv. bezpečnostné obmedzenia určujúce odvodené pracovné hodnoty niektorých stavových, príp. výstupných veličín za účelom zaručenia bezpečnosti prevádzky alebo tzv. technologického obmedzenia stavových, príp. výstupných veličín, ktoré sú požadované najmä z dôvodu zabezpečenia výslednej kvality produkcie. Prediktívne riadenie je jednou z mála metodológií riadenia, ktoré sú úspešne nasadzované vo forme softvérových balíkov v priemysle, nakoľko je schopné zohľadňovať rôzne typy obmedzení a často poskytuje lepšie regulačné vlastnosti ako konvenčné metódy riadenia. Vďaka týmto vlastnostiam sa stalo veľmi atraktívnym moderným spôsobom riadenia technologických a výrobných procesov.

V poslednom období sa metódy prediktívneho riadenia čoraz viac uplatňujú i pri riadení systémov s rýchlou dynamikou, hybridných systémov, až po presné mikro-elektro-mechanické systémy (*MEMS*). Uplatňujú sa tiež pri vývoji nových pokročilých riadiacich funkcií mechatronických systémov najmä v oblasti automobilového priemyslu [2]. Tieto aplikácie sú umožnené vznikom a vývojom nových numericky efektívnych metód a stratégií prediktívneho riadenia predložených napríklad v článkoch [3, 4, 5] minimalizujúcich pri praktickom riadení numerickú výpočtovú záťaž najmä v režimoch reálneho času na úkor vyššieho objemu pomocných výpočtov vykonávaných mimo režim reálneho času. V tomto smere sa rýchlo rozvíjajú najmä metódy zamerané na explicitné riešenie úlohy prediktívneho riadenia využívajúce multi-parametrické programovanie [6, 7].

1.1 **Základné myšlienky** [1]

Prediktívne riadenie označuje triedu metód riadenia, v ktorých je model riadeného systému použitý na určenie riadiaceho vstupu na základe predikcií účinkov riadenia na riadený výstup. Teda nie je jedinečným presne vymedzeným prístupom riadenia, ale skôr pomerne rozsiahlou skupinou metód riadenia založených na niekoľkých spoločných myšlienkach, ktorých prepojenie vedie na algoritmy s navzájom pomerne blízkou štruktúrou.

V prediktívnom riadení sa snažíme na základe predpokladu chovania systému zistiť, akú hodnotu riadiaceho vstupu budeme potrebovať (napr. prietok vstupnej suroviny do procesu) na to, aby sme získali požadovaný výstup (výstupný produkt). Tak isto môžeme postupovať aj opačne, t.j. chceme zistiť, aké hodnoty riadených výstupov získame ak aplikujeme danú hodnotu riadených vstupov. Riadenými vstupmi môže byť napr. vstupná koncentrácia, vstupná teplota, teplota chladenia zariadenia (pri systéme reaktor), teplota elektrického ohrevu (pri systéme výmenníka tepla s ohrevom).

Všetky metódy prediktívneho riadenia obsahujú v určitej miere nasledovné základné prvky:

- *Matematický model* riadeného systému je použitý na predikciu budúceho riadeného výstupu systému, na základe aktuálne dostupných informácií a zvolenej trajektórie riadenia.

  Matematický model je umelo vytvorený opis daného reálneho systému (objektu, alebo viacerých objektov, ktoré sú navzájom pospájané), ktorý chceme riadiť. Vzniká projekciou z originálu. Matematický model má presne definované veličiny a vzťahy medzi nimi. Veličiny matematického modelu môžeme rozdeliť do nasledovných skupín:

  - Vstupné veličiny = *u*

    sú to fyzikálne parametre prúdov, ktoré vstupujú do systému
  - Stavové veličiny = *x*

    sú to fyzikálne parametre média, ktoré je vo vnútri systému
  - Výstupné veličiny = *y*

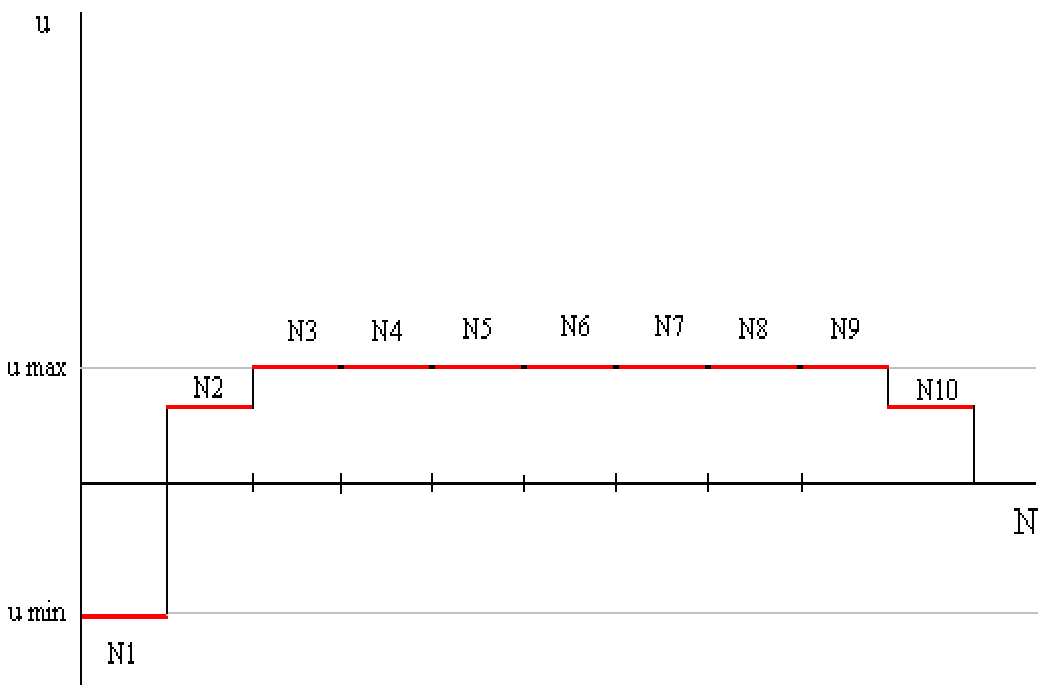
    sú to fyzikálne parametre prúdov, ktoré vystupujú zo systému

- Postupnosť projektovaných riadiacich vstupov je určená minimalizáciou určitého kritéria riadenia na zvolenom časovom intervale tzv. *horizonte predikcie*. V záujme zabezpečenia stability riadenia sa často uvažuje s limitným predlžovaním horizontu predikcie do nekonečna.

1.2 Význam horizontu predikcie

Horizont predikcie vieme veľmi ľahko vysvetliť na základe riadenia auta. Vodič sa pozerá v čase *t* na cestu nejakej dĺžky. O tejto dĺžke by sa dalo povedať, že to je predikčný horizont. Na základe toho, že vodič vidí, aká je cesta dlhá a ako pokračuje ďalej, vykoná rozhodnutie, ako nastaví rýchlosť pomocou plynového pedála aby sa čo najrýchlejšie, malou spotrebou a bez havárie dostal do cieľa. Lenže čo sa stane keď zistí, že cestu opravujú a nemôže sa dostať ďalej? Keby sa riadil predchádzajúcimi rozhodnutiami ohľadne spôsobu riadenia vozidla, nabúral by (v predikčnom riadení by nastala havária v procese). Z toho dôvodu neustále prehodnocuje svoje rozhodnutia (vykonáva nové výpočty). Pre čas *t* prijme počiatočné rozhodnutia, ale pre čas *t+1* opakovane prehodnotí, ako nastaviť rýchlosť a akú cestu vyberie, aby sa dostal do cieľa podľa svojich požiadaviek. Čím viac krokov, počas ktorých bude prehodnocovať spôsob cesty, tým dlhší čas má na rozmýšľanie (dlhšie trvá predikčný výpočet), ale obmedzí sa možnosť havárie.

Dôležité je spomenúť, že neplatí úvaha, čím kratší prediktívny horizont, tým lepšie prediktívne riadenie. Príliš krátky horizont predikcie môže spôsobiť nekvalitný regulačný pochod, prípadne môže viesť k nestabilite riadenia (Vodič sa zrazí s pomalším autom a pod.). Je dôležité, aby sme pri predikcií predvídali aj neobvyklé situácie a skutočnosti, ktoré by mohli nastať aj za horizontom predikcie a predchádzali im.



Obr.1: Grafické znázornenie horizontu predikcie.

u – vstupná veličina, na základe ktorej sa riadi systém

N1, N2 ... N10 – jednotlivé kroky horizontu predikcie, pri každom z nich sa vykonávajú opakovane prediktívne výpočty

N – celkový predikčný horizont, cieľ kam sa chceme dostať predikčným riadením.

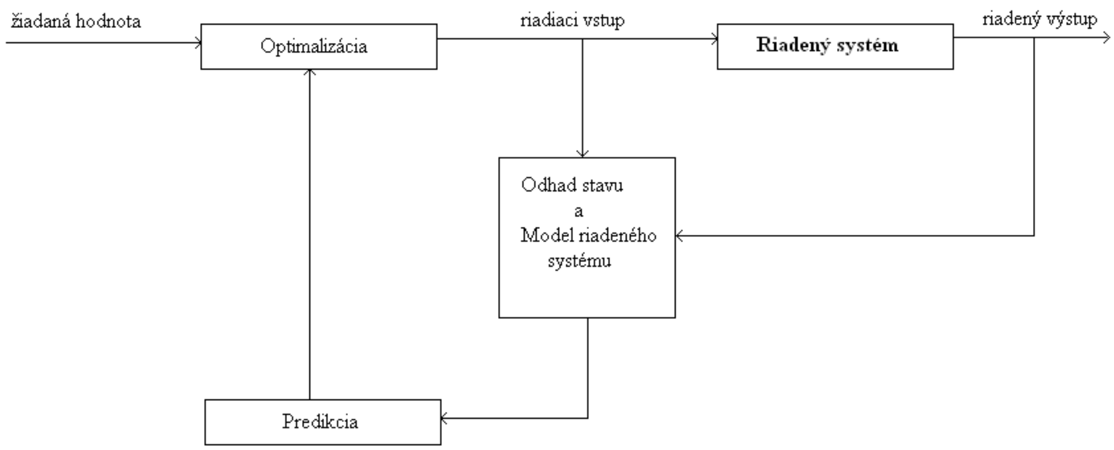
- Používa sa tzv. *stratégia pohyblivého horizontu*, kedy je na riadenie v danom okamihu použitý len prvý člen z určenej postupnosti riadenia a v ďalšom kroku sa opäť určí optimálna postupnosť riadenia z nových dostupných informácií. Takýto prístup umožňuje prediktívnemu riadeniu pracovať v zmysle spätnoväzbového regulátora.

- Prediktívne riadenie umožňuje jednoduché zaobchádzanie s obmedzeniami vstupných, stavových a výstupných veličín.

Zaujímavá analógia vysvetľujúca rozdiel medzi prediktívnym a klasickým riadením je uvedená v knihe [8]: „ ak chceme riadiť automobil, pozeráme sa na cestu cez predné okno, čo sa zhoduje so stratégiou prediktívneho riadenia, zatiaľ čo klasické riadenie by nám umožňovalo len pohľad cez zadné okno“. Samozrejme i keď takéto porovnanie nie je celkom primerané, veľmi jednoduchým spôsobom popisuje myšlienku prediktívneho riadenia, ktoré sa pokúša riadiť systém (v tomto prípade automobil) vytvorením predikcie o jeho budúcnosti (ďalšej polohy na ceste) použitím znalosti modelu riadeného systému (jednotlivé ovládacie prvky automobilu, zrýchlenie, brzdenie atď.), pričom zároveň dbá na dodržiavanie stanovených obmedzení (pravidlá premávky, prevádzkové charakteristiky automobilu, atď.). Použitím predikcií určuje prediktívny regulátor optimálne riadiace vstupy.

2. Oblasti základných problémov [1]

Súčasné prístupy prediktívneho riadenia sú takmer vždy formulované v stavovej reprezentácii a všeobecná štruktúra je uvedená na obrázku 2:



Obr.2: Všeobecná štruktúra prediktívneho riadenia

Jednotlivé bloky plnia nasledovné funkcie:

- *Optimalizácia* – blok obsahuje všetky zadané obmedzenia a jeho hlavným znakom je, že pracuje priebežne v reálnom čase. Hlavnou úlohou je určovanie riadiacej postupnosti vstupu tak aby uvedený výstup sledoval žiadanú hodnotu.

- *Odhad stavu* – blok poskytuje odhad súčasného stavu pre blok predikcie.

- *Model riadeného systému* – blok obsahuje matematický model riadeného systému.

- *Predikcia* – blok, ktorý je srdcom algoritmov prediktívneho riadenia, poskytuje informáciu o budúcich hodnotách vstupov a stavov.

Uvedené bloky tvoria základnú štruktúru prediktívneho regulátora a pre rozličné algoritmy môžu byť modifikované. Rovnako môže byť základná sada blokov doplnená o ďalšie bloky akými sú napr. identifikácia, detekcia poruchy na strane merania atď.

Riadený systém býva popísaný diskrétnym lineárnym časovo-nepremenlivým modelom:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k$$

Pred popísaním riadeného systému na základe diskrétneho lineárneho časovo-nepremenlivého modelu, si musíme stanoviť vstupné, stavové a výstupné veličiny procesu.

$A \in R^{nxn}, B \in R^{nxm}, x_k \in R^n$ je vektor stavu a $u_k \in R^m$ je vektor vstupu.
Maticu *A* nazývame maticu dynamiky systému, alebo maticu stravu.
Maticu *B* nazývame maticu riadenia, alebo maticu vstupov.

Implementácia pohyblivého horizontu je formulovaná zavedením nasledovného optimalizačného problému:

$$J_{(N,Nu)}(x_0) = \min[x_N^T P x_N + \sum_{i=0}^{N-1} x_i^T Q x_i + \sum_{i=0}^{N_u-1} u_i^T R u_i]$$

pre $N \geq N_u$ kde *N* predstavuje dĺžku horizontu predikcie, N_u dĺžku horizontu riadenia a *P, Q, R* sú váhové matice. Kritérium $J_{(N,Nu)}$ je minimalizované vzhľadom na zadané obmedzenia stavu a vstupov:

$x_k \in X = \{x \in r^n : Ex \leq e\}$ a $u_k \in U = \{u \in R^m : Fu \leq f\}$

Kde $E \in R^{pxn}, F \in R^{qxm}$ a *e*, f sú vektory príslušných rozmerov.

Keď $N \longrightarrow \infty$, je takáto úloha označovaná ako problém riadenia na nekonečnom horizonte a ak je N konečná hodnota, jedná sa o problém riadenia na konečnom horizonte. Aby takáto úloha mala zmysel, je potrebné uvažovať, že počiatok stavového priestoru pre *x = 0* a *u = 0* je vo vnútri zlučiteľnej oblasti t.j. oblasti vyhovujúcej

$$x_k \in X = \{x \in r^n : Ex \leq e\} \qquad \text{a} \qquad u_k \in U = \{u \in R^m : Fu \leq f\}$$

Vyššie uvedené rovnice reprezentujú optimalizačnú úlohu kvadratického programovania, pre ktorú existuje množstvo algoritmov. Nech $\tilde{u}_i$ pre $i = 0, ..., N_u - 1$ je postupnosť riadenia, ktorá minimalizuje kritérium $J_{(N,Nu)}(x_k)$ vzhľadom na dynamiku systému $x_{k+1} = Ax_k + Bu_k$ a obmedzenia

$$x_k \in X = \{x \in r^n : Ex \leq e\} \qquad \text{a} \qquad u_k \in U = \{u \in R^m : Fu \leq f\}$$

Stratégia pohyblivého horizontu využíva len prvý člen $\tilde{u}_0$ postupnosti $\tilde{u}_i$ pre určenie $x_{k+1} = Ax_k + B\tilde{u}_0$. Zvyšok postupnosti $\tilde{u}_i$ je zanedbaný a stav x_{k+1} je použitý ak nová počiatočná informácia pre optimalizačnú úlohu

$$J_{(N,Nu)}(x_0) = \min[x_N^T P x_N + \sum_{i=0}^{N-1} x_i^T Q x_i + \sum_{i=0}^{N_u-1} u_i^T R u_i]$$

Takýto postup je v každom kroku opakovaný, kedy je použitý len prvý člen postupnosti pre získanie novej počiatočnej informácie a posunutím kritéria o krok dopredu v čase sa opäť určí nová postupnosť riadenia. Z uvedenej myšlienky vyplýva pre prediktívne riadenie charakteristické označenie riadenia s pohyblivým horizontom.

Ak by bol zvolený nekonečný horizont predikcie a riadenia a zároveň by neboli uvažované žiadne obmedzenia, úloha by viedla k *LQ* riadeniu. Optimálna postupnosť riadenia je v takomto prípade generovaná pevným stavovým spätnoväzbovým riadiacim zákonom, ktorého matica zosilnenia je získaná riešením algebraickej *Riccatiho rovnice ARE*. Významná prednosť takéhoto riadiaceho zákona spočíva v tom, že pre akúkoľvek pozitívne semi-definitnú maticu *Q* a akúkoľvek pozitívne definitnú maticu *R* zaručuje stabilitu riadenia.

Za prítomnosti obmedzení sa však problém riadenia na nekonečnom horizonte stáva neriešiteľným, nakoľko vedie na nekonečne-rozmernú optimalizačnú úlohu. Na druhej strane, voľbou konečným horizontov riadenia a predikcie je optimalizačná úloha konečno-rozmerová a teda relatívne ľahko riešiteľná v každom kroku.

Pri riešení problémov prediktívneho riadenia je potrebné si odpovedať na nasledovné základné otázky. Každú otázku vieme ľahko vysvetliť na základe riadenia auta:

- *Je nevyhnutné zohľadňovať obmedzenia v syntéze riadenia?*

  Ako obmedzenia v syntéze riadenia môžeme uviesť napr. maximálne/minimálne pretočenie kolies.

- *Kedy je vyššie formulovaný problém zlučiteľný resp. kedy dáva uvedený algoritmus riadenie, ktoré môže byť v danom kroku použité?*

  Čiže existuje taký ľubovoľný „vodič" (riadenie), čo auto nenabúra. Nemusí to byť pritom ten najlepší možný šofér.

- *Kedy je možné prehlásiť, že takto získané riadenie je stabilné?*

  Pri jazde autom nastáva vtedy, keď auto dôjde bezpečne do cieľa.

- *Akú kvalitu riadenia poskytuje stratégia s pohyblivým horizontom?*

  Stanovíme si, čo charakterizuje kvalitu riadenia „dobrého" šoféra. Môže to byť napr. nízka spotreba, rýchlosť príjazdu do cieľa a pod.

Optimalizačný problém

$$J_{(N,Nu)}(x_0) = \min[x_N^T P x_N + \sum_{i=0}^{N-1} x_i^T Q x_i + \sum_{i=0}^{N_u-1} u_i^T R u_i]$$

je veľmi často využívaný aj v technologicko – ekonomickej oblasti. Dá sa rozpísať ako:

$x_N^T P x_N$ - odmena na konci práce, za dosiahnutie cieľa

$\sum_{i=0}^{N-1} x_i^T Q x_i$ - strata alebo pokuta z prevádzky, brané podľa toho, ako ďaleko od požadovanej hodnoty sa nachádzame

$\sum_{i=0}^{N_u-1} u_i^T R u_i$ - náklady na prevádzku

Ak uvažujeme napr. $x = \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \end{bmatrix}$ a podľa počtu stavov (závisí od systému, v tomto príklade dva stavy) sa volí diagonálna matica $Q = \begin{bmatrix} q1 & 0 \\ 0 & q2 \end{bmatrix}$ (matica rozmerov 2x2).

q1,q2 v matici *Q* znamenajú pokutu alebo stratu z prevádzky daných stavov, alebo dôležitosť jednotlivých zložiek

$u = \begin{bmatrix} u1 \\ u2 \end{bmatrix}$ podľa počtu vstupov (závisí od systému, v našom príklade dva vstupy) sa volí diagonálna matica $R = \begin{bmatrix} r1 & 0 \\ 0 & r2 \end{bmatrix}$ (matica rozmerov 2x2).

r1, r2 v matici *R* znamenajú ceny vstupných prietokov.

<u>Príklad č.1:</u> Majme systém, so stavmi $x = \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \end{bmatrix}$ a vstupmi $u = \begin{bmatrix} u1 \\ u2 \\ u3 \end{bmatrix}$.

Cena u_1: r_1=100,- .

Cena u_2: r_2=20,- .

Cena u_3: r_3=50,- .

Na základe vstupov si vytrovíme maticu $R = \begin{bmatrix} r1 & 0 & 0 \\ 0 & r2 & 0 \\ 0 & 0 & r3 \end{bmatrix}$.

Do matice *R* doplníme hodnoty vstupov $R = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 50 \end{bmatrix}$.

Daná voľba matice R povie regulátoru, aby vstup u_1 používal najmenej, pretože je drahý, vstup u_2 aby používal najviac, lebo je najlacnejší a vstup u_3 aby používal len trochu, lebo nie je ani príliš drahý, ani lacný.

Príklad č.2: Majme systém, so stavmi $x = \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \end{bmatrix}$ a vstupmi $u = \begin{bmatrix} u1 \\ u2 \\ u3 \end{bmatrix}$.

Strata z prevádzky stavu q_1 je: q_1=100,- .

Strata z prevádzky stavu q_2 je: q_2=20,- .

Strata z prevádzky stavu q_3 je q_3=50,- .

Na základe vstupov si vytrovíme maticu $Q = \begin{bmatrix} q1 & 0 & 0 \\ 0 & q2 & 0 \\ 0 & 0 & q3 \end{bmatrix}$.

Daná voľba matice Q povie regulátoru, aby nastavil riadiace zásahy tak, aby sa stav č. 1 dostal do nulového bodu rýchlejšie ako stavy 2 a 3, pretože strata vyplývajúca z nenulovej hodnoty stavu x_1 je najväčšia v porovnaní s ostatnými stratami. Inými slovami povedané, regulátoru najviac záleží na stave x_1, potom na stave x_3 a nakoniec na x_2.

2.1 Obmedzenia [1]

V každej úlohe riadenia reálneho technologického procesu alebo technického systému je nevyhnutné splniť celý rad dopredu zadaných obmedzení.

Úloha obmedzení pri návrhu riadenia má prinajmenšom tri dôležité *aspekty*:

- *Použitie obmedzení pre lepšiu reprezentáciu fyzikálnych systémov*: pri tomto aspekte sú brané do úvahy fyzikálne obmedzenia existujúce v praktických aplikáciách. Patrí sem napr. výška hladiny zásobníka kvapaliny. Keby sme zvýšili prítok kvapaliny (vstupný prúd) a znížili alebo ponechali hodnotu odtoku kvapaliny (výstupného prúdu), došlo by k pretečeniu zásobníka, t.j. k poruche. Ďalšími fyzikálnymi obmedzeniami sú napr. miera rozsahu teplotnej znášanlivosti konštrukčného materiálu pri výmenníkoch tepla, reaktoroch a pod. Efektívny riadiaci systém musí byť navrhovaný tak, aby jeho akčné zásahy aplikované pri riadení procesu spĺňali zadané obmedzenia a pracovný bod procesu ležal vždy v ich prieniku.

- *Obmedzenia pre zaručenie stability riadenia:* v aspekte vystupujú obmedzenia napr. vo forme koncových stabilizujúcich obmedzení.

- *Využitie obmedzení ako ďalších ladiaci parametrov regulátora*: vykonáva sa za účelom dosiahnutia lepšej kvality riadenia. Pri šoférovaní auta sem patrí napr. obmedzenie akcelerácie auta na zvýšenie komfortu pasažierov a pod..

Z hľadiska charakteru je možné obmedzenia rozdeliť nasledovne [9]:

- *Fyzikálne obmedzenia*: vstupné veličiny procesu sa počas riadenia môžu meniť iba v konečnom, vopred danom rozsahu a s limitovanou rýchlosťou. Medzi fyzikálne obmedzenia patrí, napr.: rýchlosť otvárania ventilu, teplotná stálosť materiálu, výška hladiny kvapaliny, koncentrácia reakčnej zmesi a pod. Nad fyzikálne obmedzenie sa už nemôžeme dostať, je to nerealizovateľné.

- *Technologické obmedzenia:* riadené výstupné a stavové veličiny nesmú vybočiť z dopredu zadaných hraníc, v opačnom prípade obvykle hrozí strata kvality produkcie . Napr. pri nedostatočnom chladení zmesi v reaktore môže dôjsť buď k vytvoreniu úplne iného produktu, aký bolo plánované dosiahnuť, nemusí dôjsť k vôbec žiadnej reakčnej premene, alebo len k čiastočnej. K podobným problémom môže dôjsť aj pri príliš intenzívnom chladení. Problémy závisia od typu reakcie. Pri nedostatočnom miešaní pri procese miešania sa môže získať nekvalitný, nedostatočne premiešaný produkt. Pri výmenníku tepla s externým ohrevom, pri nedostatočnom ohreve nedochádza k požadovanej intenzite výmeny tepla.

- *Bezpečnostné obmedzenia:* Pomocné veličiny, ktoré nie sú priamo riadené, nesmú prekročiť z bezpečnostných dôvodov svoje stanovené kritické hranice. Patrí sem napr. tlak v chemickom reaktore, zásobníku kvapaliny a pod.

- *Stabilizujúce obmedzenia:* Stabilizujúce obmedzenia sú špecifické obmedzenia na stavové veličiny uvažované pri syntéze riadenia, ktoré garantujú stabilitu riadenia procesu. Je možné povedať, že sem patrí výber z fyzikálnych obmedzení, technologických obmedzení a bezpečnostných obmedzení, ktoré zabezpečujú stabilné riadenie.

Všetky vyššie spomínané obmedzenia sa zoraďujú podľa dôležitosti, v poradí od najdôležitejších:

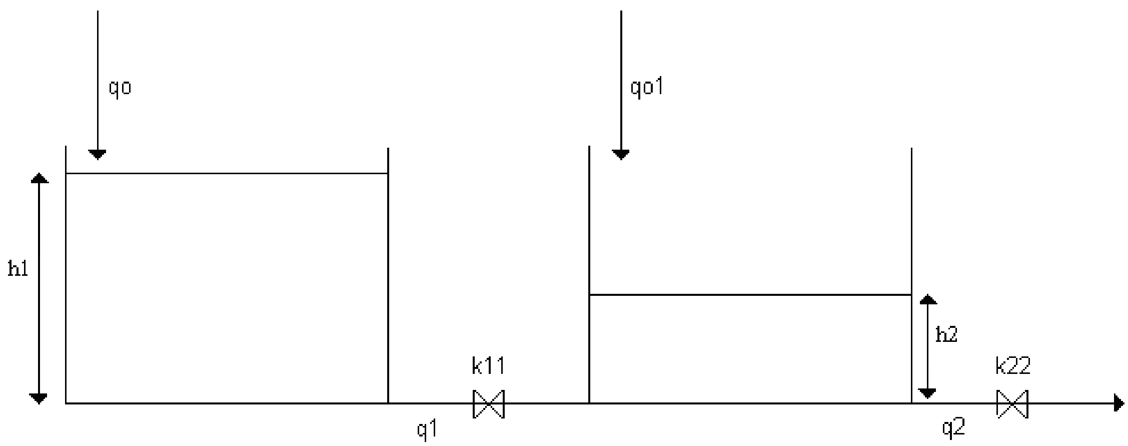
1. Fyzikálne obmedzenia
2. Technologické obmedzenia
3. Bezpečnostné obmedzenia
4. Stabilizujúce obmedzenia

V ďalšej časti práce ilustrujeme použitie prediktívneho riadenia pre riadenie zásobníkov kvapaliny.

3. Dva zásobníky kvapaliny s interakciou.

Odvodenie linearizovaného matematického modelu dvoch zásobníkov kvapaliny s interakciou:

3.1 Výška zásobníkov $h_1 > h_2$



Obr. 3: Zobrazenie dvoch zásobníkov kvapaliny $h_1 > h_2$

$q_0^s = 1 \mathrm{m}^3 \min^{-1}$
$q_{01}^s = 0{,}5\, m^3 \min^{-1}$
$k_{11}, k_{22} = 1{,}75\, m^{2,5} \min^{-1}$
$F_1, F_2 = 2{,}2 m^2$

$$m_0(t) = m_1(t) + \frac{dm_1(t)}{dt}$$

$$m_1(t) + m_{01}(t) = m_2(t) + \frac{dm_2(t)}{dt}$$

$$q_0(t)\rho = q_1(t)\rho + \frac{d[V_1(t)\rho]}{dt}$$

$$q_1(t)\rho + q_{01}(t)\rho = q_2(t)\rho + \frac{d[V_2(t)\rho]}{dt}$$

$$q_0(t) = k_{11}\sqrt{h_1(t) - h_2(t)} + \frac{F_1 dh_1(t)}{dt}$$

$$k_{11}\sqrt{h_1(t) - h_2(t)} + q_{01}(t) = k_{22}\sqrt{h_2(t)} + \frac{F_2 dh_2(t)}{dt}$$

Nelineárny dynamický matematický model:

$$\frac{dh_1(t)}{dt} = \frac{q_0(t)}{F_1} - \frac{k_{11}}{F_1}\sqrt{h_1(t) - h_2(t)}$$
$$\frac{dh_2(t)}{dt} = \frac{k_{11}}{F_2}\sqrt{h_1(t) - h_2(t)} + \frac{q_{01}(t)}{F_2} - \frac{k_{22}}{F_2}\sqrt{h_2(t)}$$
$$y_1(t) = h_1(t)$$
$$y_2(t) = h_2(t)$$

Veličiny:

$$Stavové : h_1(t), h_2(t)$$
$$Vstupné : q_0(t), q_{01}(t)$$
$$Výstupné : h_1(t), h_2(t)$$

Matematický model rovnovážneho stavu:

$$0 = q_0^s - k_{11}\sqrt{h_{1^s} - h_{2^s}}$$
$$0 = k_{11}\sqrt{h_{1^s} - h_{2^s}} + q_{01}^s - k_{22}\sqrt{h_{2^s}}$$

Výpočet výšok v rovnovážnom stave:

$$h_1^s = \left(\frac{q_0^s}{k_{11}}\right)^2 + h_2^s = \left(\frac{1}{1,75}\right)^2 + 0,7347 = 1,0612m$$
$$h_2^s = \left(\frac{\left(q_0^s + q_{01}^s\right)}{k22}\right)^2 = \left(\frac{\left(1+0,5\right)}{1,75}\right)^2 = 0,7347m$$

Odchýlkové veličiny:

$$
\begin{aligned}
&Vstupné: \\
&u_1(t) = q_0 - q_0^s \\
&u_2(t) = q_{01} - q_{01}^s \\
&Stavové: \\
&x_1(t) = h_1(t) - h_1^s \\
&x_2(t) = h_2(t) - h_2^s \\
&Výstupné: \\
&y_1(t) = x_1(t) \\
&y_2(t) = x_2(t)
\end{aligned}
$$

Taylorov rozvoj:

$$\sqrt{h_2} \approx \sqrt{h_2^s} + \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{h_2^s}}\left(h_2 - h_2^s\right) = \sqrt{h_2^s} + \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{h_2^s}} x_2(t)$$

$$\sqrt{h_1 - h_2} \approx \sqrt{h_1^s - h_2^s} + \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{h_1^s - h_2^s}}(h_1 - h_1^s) - \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{h_1^s - h_2^s}}(h_2 - h_2^s) = \sqrt{h_1^s - h_2^s} +$$
$$\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{h_1^s - h_2^s}} x_1(t) - \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{h_1^s - h_2^s}} x_2(t)$$

Linearizovaný dynamický matematický model:

$$F_1 \frac{dx_1(t)}{dt} = u_1 - k_1 x_1(t) + k_1 x_2(t)$$

$$F_2 \frac{dx_2(t)}{dt} = k_1 x_1(t) - k_1 x_2(t) - k_2 x_2(t) + u_2(t)$$

$$k_1 = \frac{k_{11}}{2\sqrt{h_1^s - h_2^s}}$$

$$k_2 = \frac{k_{22}}{2\sqrt{h_2^s}}$$

Linearizovaný dynamický matematický model s doplnenými číselnými hodnotami:

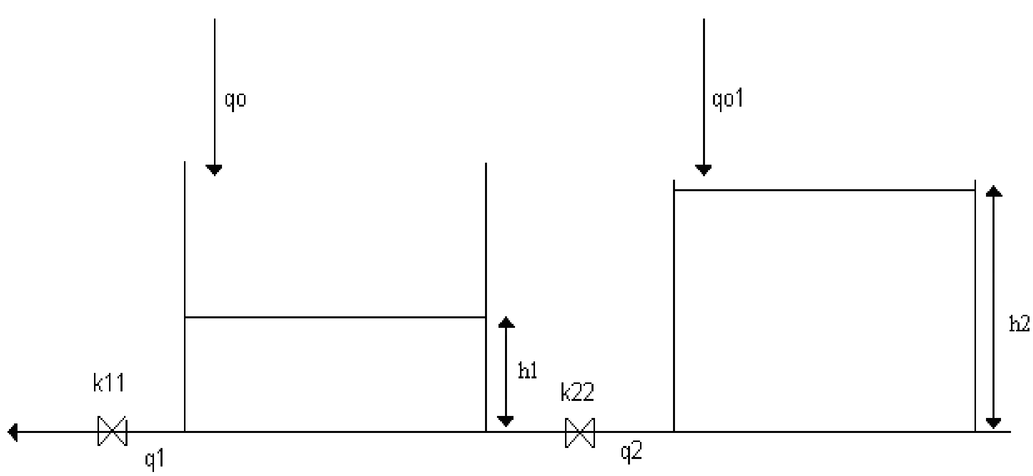
$$\frac{dx_1(t)}{dt} = 0{,}4545u_1(t) - 0{,}696x_1(t) + 0{,}696x_2(t)$$

$$\frac{dx_2(t)}{dt} = 0{,}696x_1(t) - 1{,}16x_2(t) + 0{,}4545u_2(t)$$

Matice systému:

$$A = \begin{pmatrix} -0{,}696 & 0{,}696 \\ 0{,}696 & -1{,}16 \end{pmatrix}$$
$$B = \begin{pmatrix} 0{,}4545 & 0 \\ 0 & 0{,}4545 \end{pmatrix}$$
$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$
$$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3.2 **Výška zásobníkov h1 < h2**



Obr. 4: Zobrazenie dvoch zásobníkov kvapaliny $h_1 > h_2$

$$q_0^s = 1\mathrm{m}^3\min^{-1}$$
$$q_{01}^s = 0{,}5m^3\min^{-1}$$
$$k_{11}, k_{22} = 1{,}75m^{2,5}\min^{-1}$$
$$F_1, F_2 = 2{,}2m^2$$

$$m_{01}(t) = m_2(t) + \frac{dm_2(t)}{dt}$$
$$m_0(t) + m_2(t) = m_1(t) + \frac{dm_1(t)}{dt}$$
$$q_{01}(t)\rho = q_2(t)\rho + \frac{d\left[V_2(t)\rho\right]}{dt}$$
$$q_0(t)\rho + q_2(t)\rho = q_1(t)\rho + \frac{d\left[V_1(t)\rho\right]}{dt}$$
$$q_{01}(t) = k_{22}\sqrt{h_2(t) - h_1(t)} + \frac{F_2 dh_2(t)}{dt}$$
$$k_{22}\sqrt{h_2(t) - h_1(t)} + q_0(t) = k_{11}\sqrt{h_1(t)} + \frac{F_1 dh_1(t)}{dt}$$

Nelineárny dynamický matematický model:

$$\frac{dh_1(t)}{dt} = \frac{k_{22}}{F_1}\sqrt{h_2(t) - h_1(t)} + \frac{q_0(t)}{F_1} - \frac{k_{11}}{F_1}\sqrt{h_1(t)}$$
$$\frac{dh_2(t)}{dt} = \frac{q_{01}(t)}{F_2} - \frac{k_{22}}{F_2}\sqrt{h_2(t) - h_1(t)}$$
$$y_1(t) = h_1(t)$$
$$y_2(t) = h_2(t)$$

Veličiny:

$$Stavové : h_1(t), h_2(t)$$
$$Vstupné : q_0(t), q_{01}(t)$$
$$Výstupné : h_1(t), h_2(t)$$

Matematický model rovnovážneho stavu:

$$0 = k_{22}\sqrt{h_{2^s} - h_{1^s}} + q_0^s - k_{11}\sqrt{h_{1^s}}$$
$$0 = q_{01}^s - k_{22}\sqrt{h_{2^s} - h_{1^s}}$$

Výpočet výšok v rovnovážnom stave:

$$h_2^s = \left(\frac{q_{01}^s}{k_{22}}\right)^2 + h_1^s = \left(\frac{0,5}{1,75}\right)^2 + 0,7347 = 0,8174m$$
$$h_2^s = \left(\frac{\left(q_0^s + q_{01}^s\right)}{k22}\right)^2 = \left(\frac{\left(1+0,5\right)}{1,75}\right)^2 = 0,7347m$$

Odchýlkové veličiny:

$$Vstupné :$$
$$u_1(t) = q_0 - q_0^s$$
$$u_2(t) = q_{01} - q_{01}^s$$
$$Stavové :$$
$$x_1(t) = h_1(t) - h_1^s$$
$$x_2(t) = h_2(t) - h_2^s$$
$$Výstupné :$$
$$y_1(t) = x_1(t)$$
$$y_2(t) = x_2(t)$$

Taylorov rozvoj:

$$\sqrt{h_1} \approx \sqrt{h_1^s} + \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{h_1^s}}\left(h_1 - h_1^s\right) = \sqrt{h_1^s} + \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{h_1^s}}x_1(t)$$

$$\sqrt{h_2 - h_1} \approx \sqrt{h_2^s - h_1^s} + \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{h_2^s - h_1^s}}(h_2 - h_2^s) - \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{h_2^s - h_1^s}}(h_1 - h_1^s) = \sqrt{h_2^s - h_1^s} +$$

$$\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{h_2^s - h_1^s}}x_2(t) - \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{h_2^s - h_1^s}}x_1(t)$$

Linearizovaný dynamický matematický model:

$$F_1\frac{dx_1(t)}{dt} = k_1x_2(t) - k_1x_1(t) - k_2x_1(t) + u_1(t)$$

$$F_2\frac{dx_2(t)}{dt} = u_2 - k_1x_2(t) + k_1x_1(t)$$

$$k_1 = \frac{k_{22}}{2\sqrt{h_2^s - h_1^s}}$$

$$k_2 = \frac{k_{22}}{2\sqrt{h_1^s}}$$

Linearizovaný dynamický matematický model s doplnenými číselnými hodnotami:

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = 0{,}696x_2(t) - 1{,}16x_1(t) + 0{,}4545u_1(t)$$

$$\frac{dx_2(t)}{dt} = 0{,}4545u_2(t) - 0{,}696x_2(t) + 0{,}696x_1(t)$$

Matice systému:

$$A = \begin{pmatrix} -1{,}16 & 0{,}696 \\ 0{,}696 & -0{,}696 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0{,}4545 & 0 \\ 0 & 0{,}4545 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

5. Vplyv voľby váhovej matice Q na simulácie dvoch zásobníkov kvapaliny s interakciou v MATLAB-e

Majme účelovú funkciu $J = \sum_{i}^{N} x^T Q x + \boldsymbol{u}^T \boldsymbol{R} \boldsymbol{u}$.

V tejto účelovej funkcií sa nachádzajú váhové matice Q a R.

Ako prvé sme si určili obmedzenia:

u_{max}=[0.5;0.5] - maximálna hodnota vstupných veličín (vstupných prietokov) u_{1max} a u_{2max}

u_{min}=[-1;-0.5] - minimálna hodnota vstupných veličín (vstupných prietokov) u_{1min} a u_{2min}

x_{max}=[2.1222;1.4692] - maximálna hodnota stavových veličín (výšok hladín v zásobníkoch) x_{1max} a x_{2max}

x_{min}=[-1.0611;-0.7346] - minimálna hodnota stavových veličín (výšok hladín v zásobníkoch) x_{1min} a x_{2min}

Výpočet sme vykonávali pomocou Multi – Parametrického Toolbox-u (MPT) v MATLAB-e. Cieľom bolo zistiť vplyv typu účelovej funkcie, horizontu predikcie a váhových koeficientov na výkonnosť výsledného regulátora.

4.1 Vplyv voľby váhovej matice *Q* na simuláciu k nulovej hodnote v MATLAB-e

Na začiatku simulácie sme si zvolili sedem hodnôt váhovej matice *Q* a referenčnú výšku hladiny zásobníka (*ref*), ktorú chceme dosiahnuť.

Q= 0,1   1   10   100   1000   10 000   1000 000

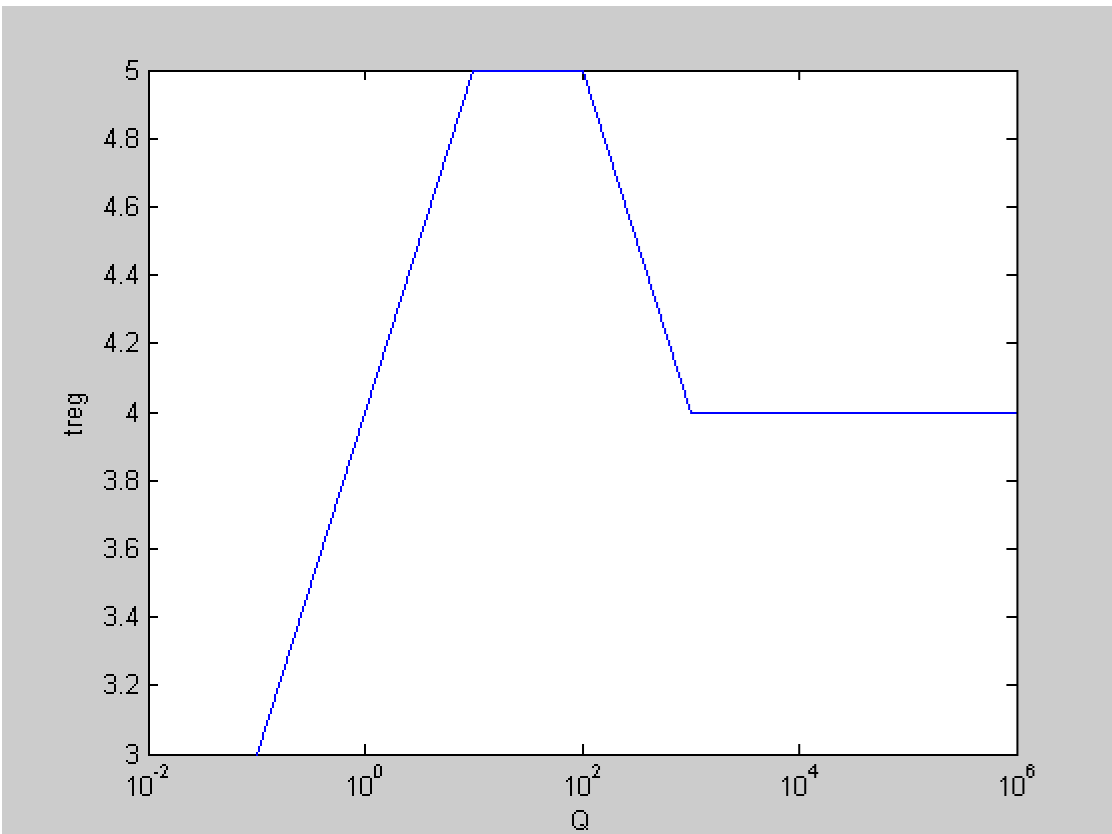
ref = 1,2

Počas simulácie sme sledovali vplyv voľby váhovej matice *Q* na trvalú regulačnú odchýlku (*TRO*) a čas regulácie (*t reg*). Čas regulácie znamená počet krokov, za ktoré sme dosiahli referenčnú výšku.

Tabuľka č. 1

Q	TRO	t reg
0,1	10	5
1	0	3
10	0	4
100	0	5
1000	0	4
10 000	0	4
1000 000	0	4

Q- váhová matica, *TRO* – trvalá regulačná odchýlka, *t reg* – čas regulácie



Graf č. 1: Závislosť $t_{reg} = f\,(\,Q\,)$ – simulácia k nulovej hodnote

4.2 Vplyv voľby váhovej matice *Q* na simuláciu bez trvalej regulačnej odchýlky (*TRO*) v MATLAB-e

M – file:

```
clear model problem sysStruct
A1=[-0.696 0.696;0.696 -1.16];
B1=[0.4545 0;0 0.4545];
C1=[0 1];
D1=[0 0];
A2=[-1.16 0.696;0.696 -0.696];
B2=[0.4545 0;0 0.4545];
C2=[0 1];
D2=[0 0];

Ts = 10;

dva_zasobniky
model = sysStruct;

%model.umax=[2;1];
model.umax=[0.5;0.5];
model.umin=[-1;-0.5];
model.xmax=[2.1222;1.4692];
model.xmin=[-1.0611;-0.7346]

problem.N = 5;
problem.norm = 1;
problem.Q = eye(2);
problem.R = eye(2);
problem.Qy = 0.1;
problem.tracking = 1;
% [model, problem] = mpt_verifySysProb(model, problem);

%problem.Qy = ...
problem.tracking = 1;
problem.norm = 1;
problem.Qy = 0.1;
ctrl = mpt_control(model, problem, 'online');
x0 = model.xmin;
ref = 1.2;
[x, u, y] = simplot(ctrl, x0, 50, struct('reference', ref));
diff(y)
z=y(end, :) - ref'; z=z'; z'*z
```

Na začiatku simulácie sme si zvolili sedem hodnôt váhovej matice *Q* a časový horizont *N=5*.

Q= 0,1 1 10 100 1000 10 000 100 000

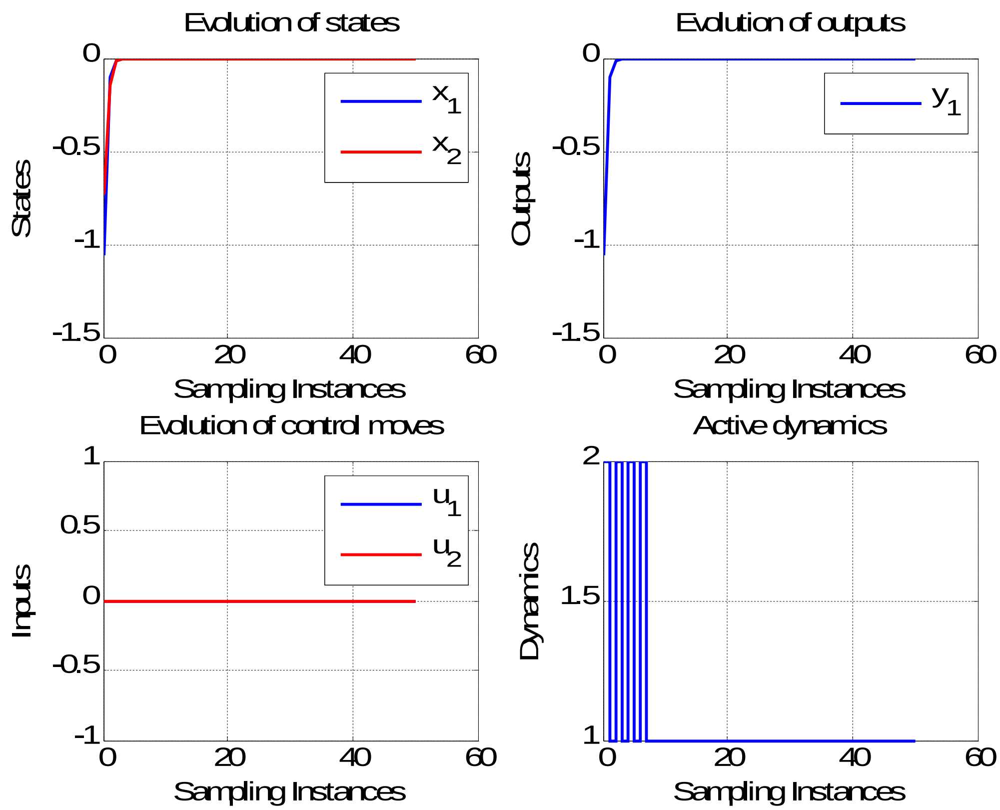
V tabuľke č.2. sme si nezvolili ako prvú hodnotu *Q=0,1*. Pri tejto hodnote regulátor radšej nič nerobil, pretože výpočtom zistil, že je to výhodnejšie. Vstupy sú nulové a nastáva trvalá regulačná odchýlka s hodnotou *TRO= 1,44*. Keďže sme regulovali bez trvalej regulačnej odchýlky, je to zásadná chyba.

Následnou metódou polenia intervalu sme zistili, že pri hodnote *Q=0,27* regulátor začína napúšťať zásobník kvapaliny, t.j. reguluje.

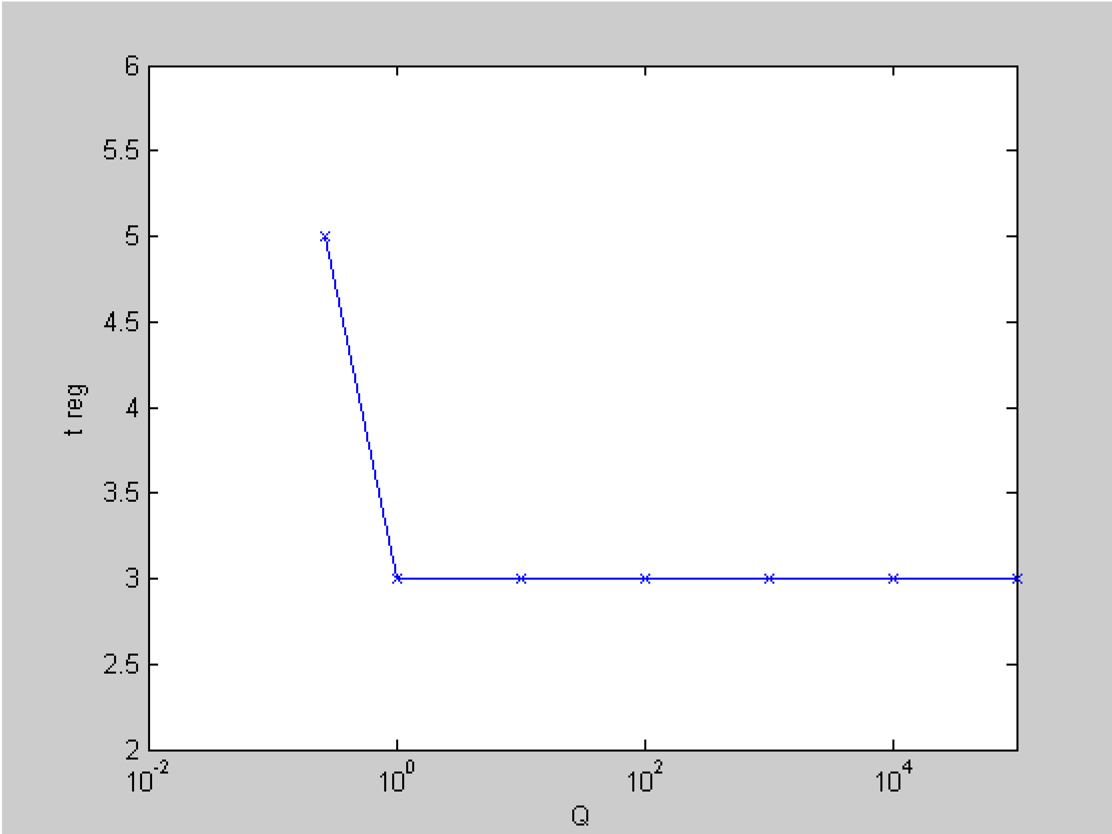
Tabuľka č. 2

Q	TRO	t reg
0,1	1,44	∞
0,27	0	5
1	0	3
10	0	3
100	0	3
1000	0	3
10 000	0	3
100 000	0	3

Q- váhová matica, *TRO* – trvalá regulačná odchýlka, *t reg* – čas regulácie



Obr. 5: Simulácia bez TRO, pri nevhodne zvolenej hodnote Q (Q=0,1).

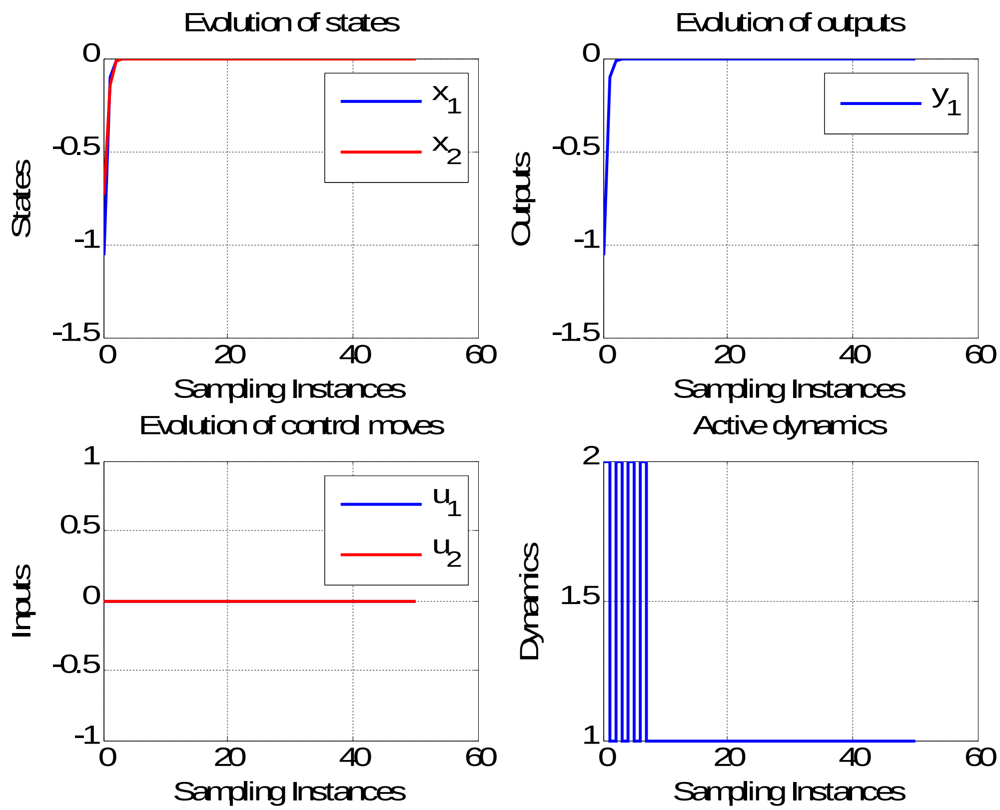


Graf č. 2: Závislosť $t_{reg} = f\,(\,Q\,)$ – simulácia bez *TRO*

4.3 Vplyv voľby váhovej matice *Q* na simuláciu s trvalou regulačnou odchýlkou (*TRO*) v MATLAB-e

Na začiatku simulácie sme si zvolili sedem hodnôt váhovej matice *Q* a časový horizont *N=5*.
Q= 0,1   1   10   100   1000   10 000   100 000

Následnou simuláciou sme zistili, že pri hodnote *Q=0,1* regulátor opäť nič nerobil, pretože výpočtom zistil, že to je výhodnejšie. Vstupy sú nulové a nastáva trvalá regulačná odchýlka s hodnotou *TRO= 1,44*. Keďže sme regulovali s trvalou regulačnou odchýlkou, neberieme tento výsledok simulácie za chybný. Už pri hodnote *Q= 1* regulátor reguluje, trvalá regulačná odchýlka nie je až taká veľká, ako pri hodnote *Q=0,1* , jej hodnota je *TRO= 0,1472 = 0*.

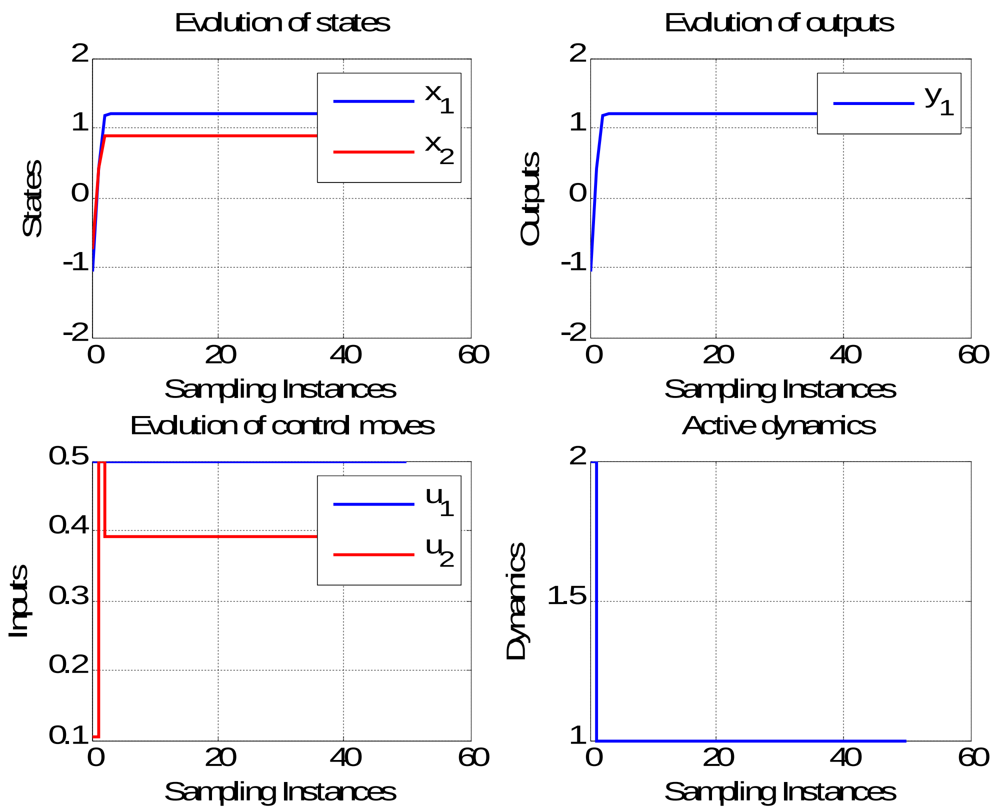


Obr. 6: Simulácia s *TRO*, regulátor výpočtom zistil, že je pre daný proces so zvolenou maticou *Q (Q=0,1)* výhodnejšie nenapúšťať zásobníky, vstupy sú nulové.

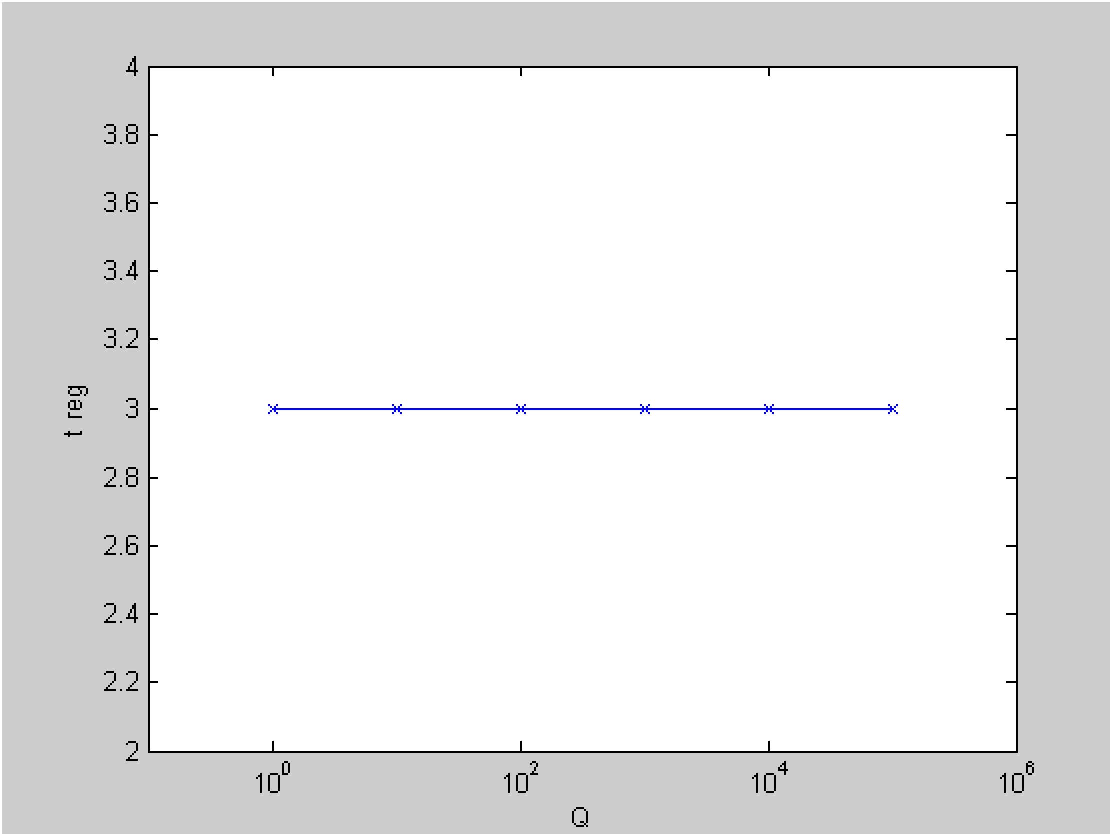
Tabuľka č. 3

Q	TRO	t reg
0,1	1,44	∞
1	0	3
10	0	3
100	0	3
1000	0	3
10 000	0	3
100 000	0	3

Q- váhová matica, *TRO* – trvalá regulačná odchýlka, *t reg* – čas regulácie



Obr. 7: Simulácia s *TRO*, regulátor výpočtom reguluje daný proces s vhodne zvolenou maticou *Q (Q=10),* pri ktorej je *TRO =0*, napriek tomu, že prebehla simulácia, počas ktorej by mala nastať *TRO*



Graf č. 3: Graf závislosti $t_{reg} = f\,(\,Q\,)$ – simulácia s *TRO*

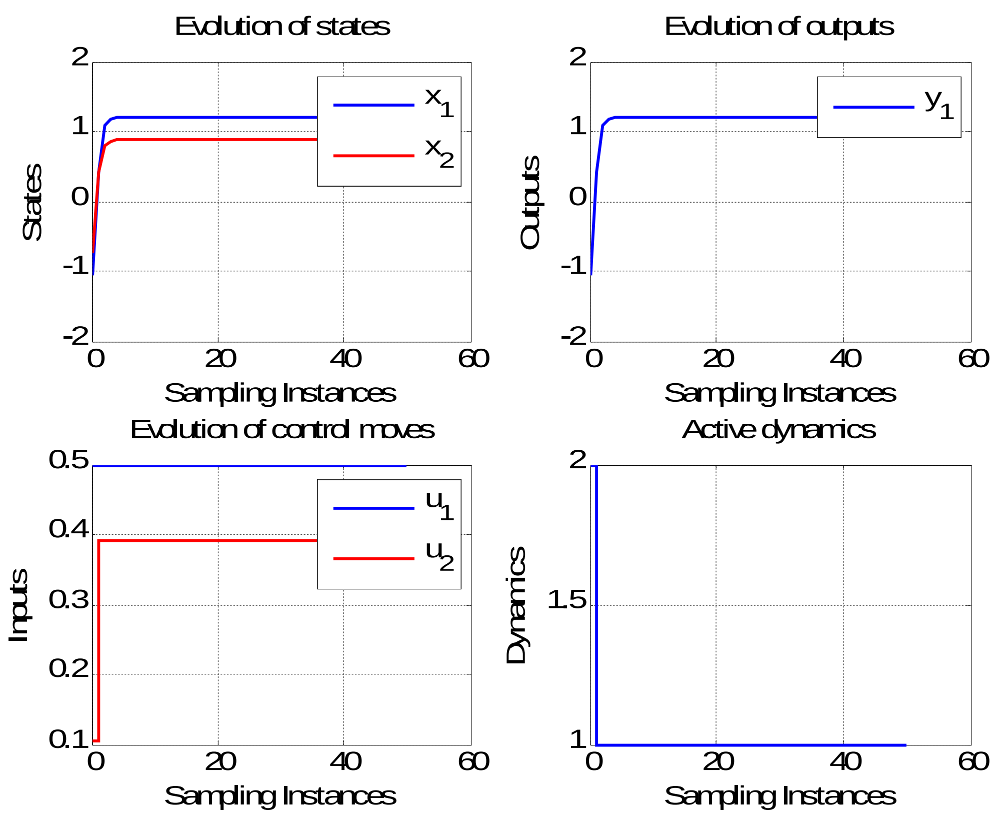
4.4 Vplyv posunutia časového horizontu *N* na nevhodnú voľbu váhovej matice *Q* pri simulácií bez trvalej regulačnej odchýlky (*TRO*) v MATLAB-e

V predchádzajúcich simuláciách sme mali hodnotu časového horizontu $N=5$. V prípade simulácie bez trvalej regulačnej odchýlky sme pri hodnote váhovej matice $Q=0,1$ dosiahli trvalú regulačnú odchýlku, čo je chyba. V tomto prípade, pri zvolenej hodnote *Q* dokážeme daný systém odsimulovať aj bez trvalej regulačnej odchýlky a to posunutím (zväčšením) časového horizontu predikcie *N*.

Tabuľka č. 4

Q	N	TRO	t reg
0,1	5	1,2	∞
0,1	20	0	5

Q- váhová matica, *TRO* – trvalá regulačná odchýlka, *t reg* – čas regulácie, *N* – časový horizont predikcie



Obr. 8: Simulácia bez *TRO*, regulátor výpočtom reguluje daný proces so síce predtým nevhodne zvolenou maticou *Q* *(Q=0,1)*, ale s primerane zvoleným posunom časového horizontu predikcie.

4.5 Vplyv posunutia časového horizontu *N* na voľbu váhovej matice *Q* pri simulácií bez trvalej regulačnej odchýlky (*TRO*) v MATLAB-e

Na začiatku simulácie sme si zvolili sedem hodnôt časového horizontu predikcie *N* a šesť hodnôt váhovej matice *Q*.

N= 5 6 7 8 9 10 11

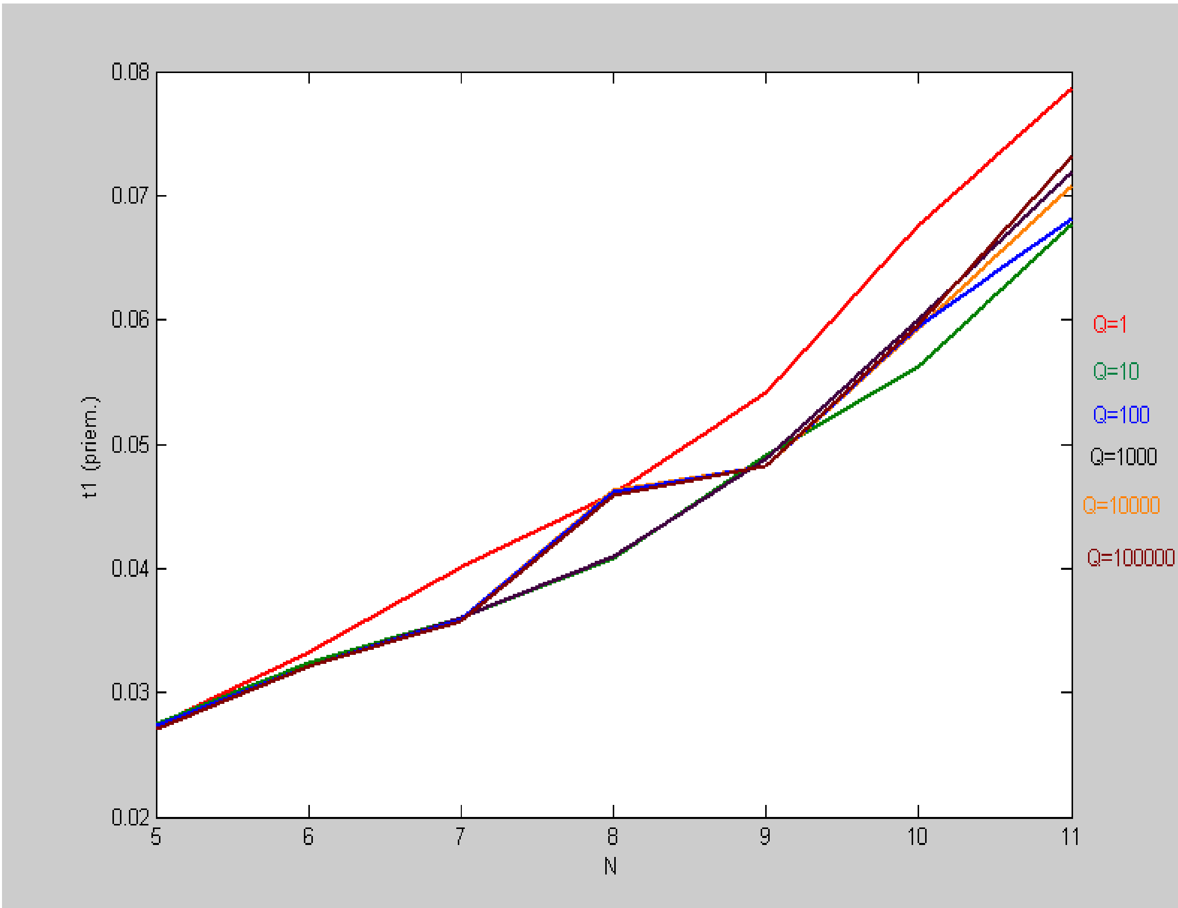
Q= 1 10 100 1000 10 000 100 000

Tabuľka č. 5

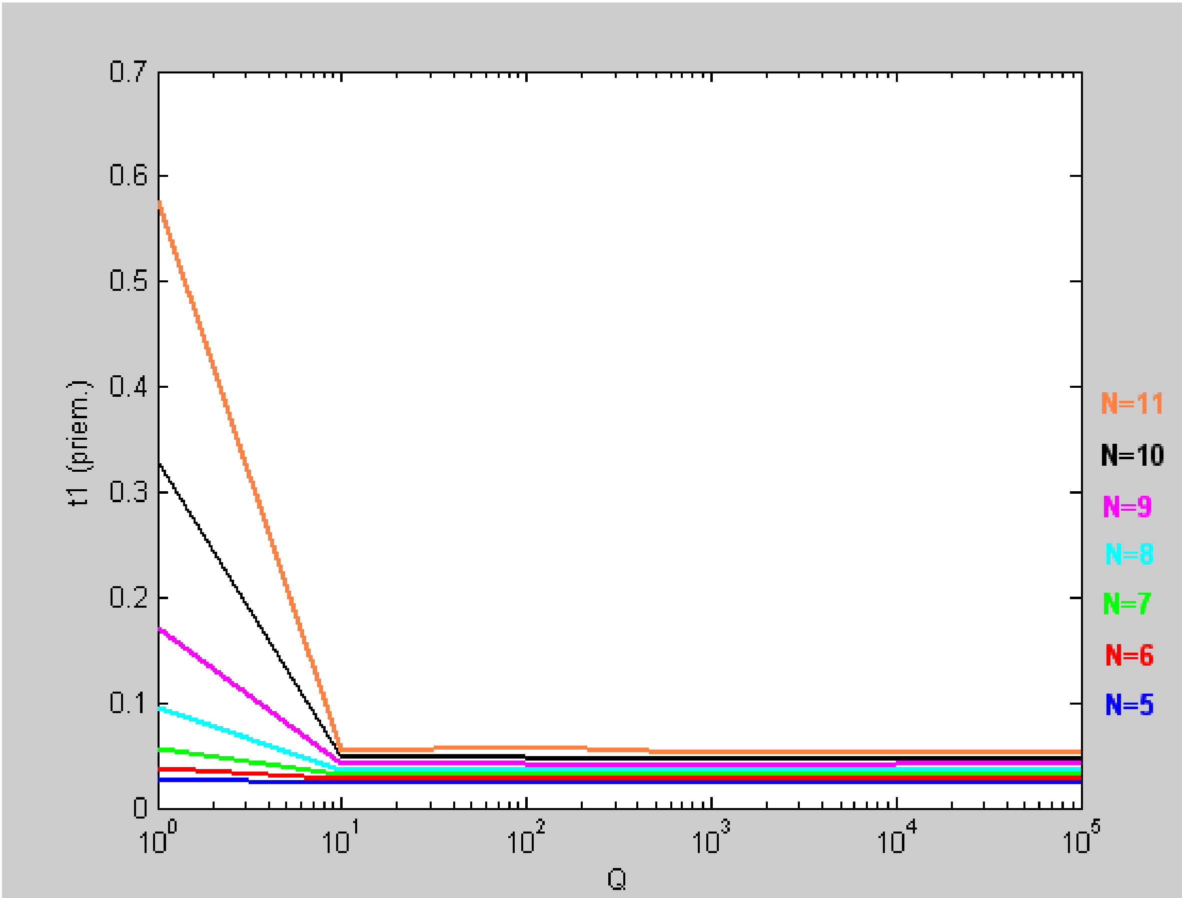
	Q					
	1	**10**	**100**	**1000**	**10 000**	**100 000**
N=5						
$t_{celk.\,(priem)}$	0,5468	0,5489	0,5451	0,5474	0,5463	0,5405
$t_{1(priem.)}$	0,0273	0,0274	0,0273	0,0274	0,0273	0,0270
N=6						
$t_{celk.\,(priem)}$	0,6641	0,6494	0,6425	0,6433	0,6421	0,6416
$t_{1(priem.)}$	0,0332	0,0325	0,0321	0,0322	0,0321	0,0321
N=7						
$t_{celk.\,(priem)}$	0,8019	0,7222	0,7171	0,7212	0,7197	0,7150
$t_{1(priem.)}$	0,0401	0,0361	0,0359	0,0361	0,0360	0,0358
N=8						
$t_{celk.\,(priem)}$	0,9201	0,8168	0,9263	0,8189	0,8243	0,9173
$t_{1(priem.)}$	0,0460	0,0408	0,0463	0,0410	0,0462	0,0459
N=9						
$t_{celk.\,(priem)}$	1,0830	0,982	0,9651	0,9766	0,9638	0,9662
$t_{1(priem.)}$	0,0542	0,0491	0,0483	0,0488	0,0482	0,0483
N=10						
$t_{celk.\,(priem)}$	1,3533	1,1247	1,1880	1,1994	1,1902	1,1922
$t_{1(priem.)}$	0,0677	0,0562	0,0594	0,0600	0,0595	0,0596
N=11						
$t_{celk.\,(priem)}$	1,5726	1,3536	1,4162	1,4394	1,3622	1,4652
$t_{1(priem.)}$	0,0786	0,0677	0,0708	0,0720	0,0681	0,0733

Q- váhová matica , *TRO* – trvalá regulačná odchýlka, $t_{celk.}$*(priem.)*– priemerný celkový čas regulácie, t_1*(priem.)*- priemerný čas regulácie jedného kroku, *N* – časový horizont predikcie

Z údajov, nachádzajúcich sa v tabuľke č.5 sa dá vyvodiť, že postupným zvyšovaním časového horizontu predikcie sa postupne zvyšuje aj zložitosť výpočtov regulátora a na základe toho aj čas výpočtu regulátora.



Graf č. 4: Graf závislosti t_1 *(priem.)* $= f\,(\,N\,)$ – simulácia bez *TRO*



Graf č. 5: Graf závislosti t_1 *(priem.)* $= f\,(\,Q\,)$ – simulácia bez *TRO*

4.6 Vplyv posunutia časového horizontu *N* na voľbu váhovej matice *Q* pri simulácií s trvalou regulačnou odchýlkou (*TRO*) v MATLAB-e

Na začiatku simulácie sme si zvolili sedem hodnôt časového horizontu predikcie *N* a šesť hodnôt váhovej matice *Q*.

N= 5 6 7 8 9 10 11

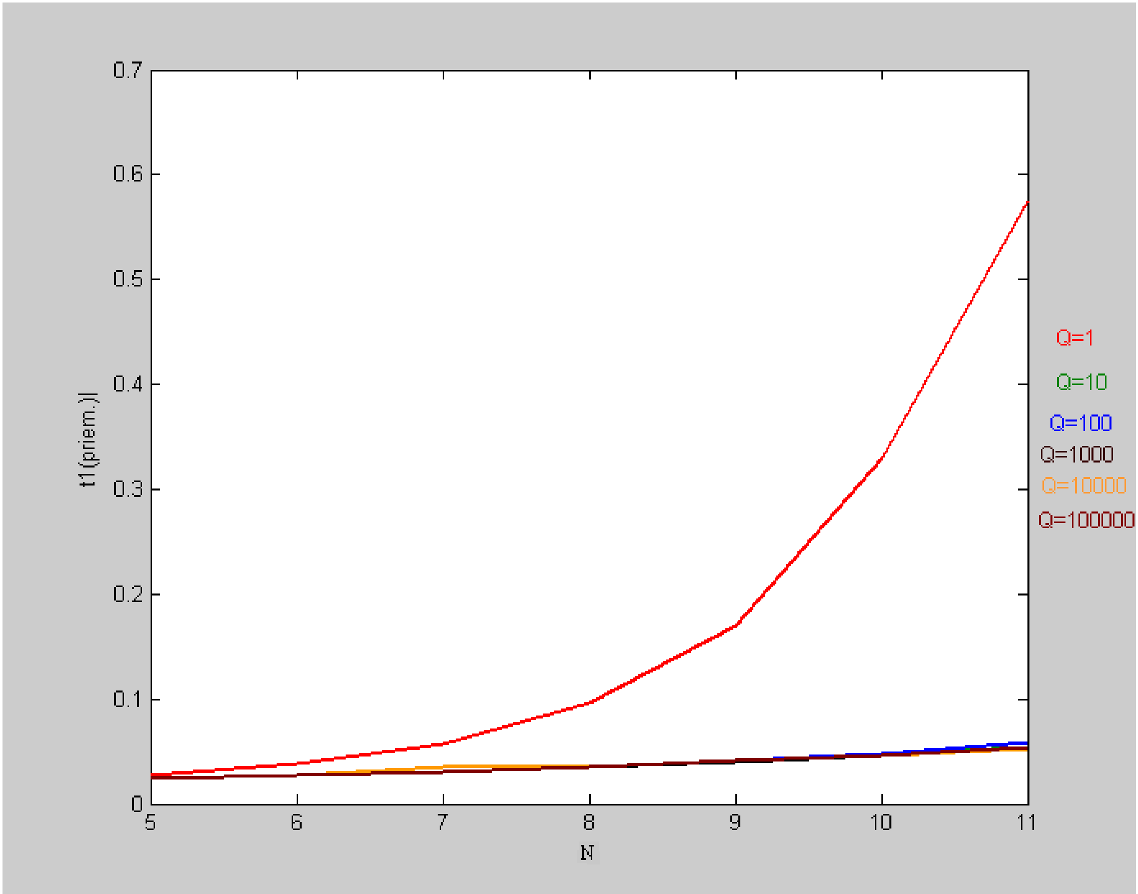
Q= 1 10 100 1000 10 000 100 000

Tabuľka č. 5

	Q					
	1	**10**	**100**	**1000**	**10 000**	**100 000**
N=5						
$t_{celk.\ (priem)}$	0,5567	0,4775	0,4794	0,4808	0,4875	0,4885
$t_{1(priem.)}$	0,0278	0,0239	0,0239	0,0240	0,0244	0,0244
N=6						
$t_{celk.\ (priem)}$	0,7564	0,5492	0,5483	0,5458	0,5472	0,5549
$t_{1(priem.)}$	0,0378	0,0275	0,0274	0,0273	0,0274	0,02749
N=7						
$t_{celk.\ (priem)}$	1,1298	0,6234	0,6228	0,6203	0,6898	0,6259
$t_{1(priem.)}$	0,0565	0,0311	0,0311	0,0310	0,0345	0,0313
N=8						
$t_{celk.\ (priem)}$	1,9177	0,7204	0,7122	0,7087	0,7073	0,7148
$t_{1(priem.)}$	0,0959	0,0360	0,0356	0,0354	0,0354	0,0357
N=9						
$t_{celk.\ (priem)}$	3,406	0,8239	0,8305	0,8117	0,8353	0,8225
$t_{1(priem.)}$	0,1703	0,04119	0,0415	0,0406	0,0418	0,0411
N=10						
$t_{celk.\ (priem)}$	6,5803	0,9692	0,9578	0,9327	0,9369	0,9378
$t_{1(priem.)}$	0,3290	0,0485	0,04789	0,0466	0,0468	0,0469
N=11						
$t_{celk.\ (priem)}$	11,5129	1,0861	1,0624	1,0596	1,0613	1,0767
$t_{1(priem.)}$	0,5756	0,0547	0,0591	0,0529	0,0531	0,0539

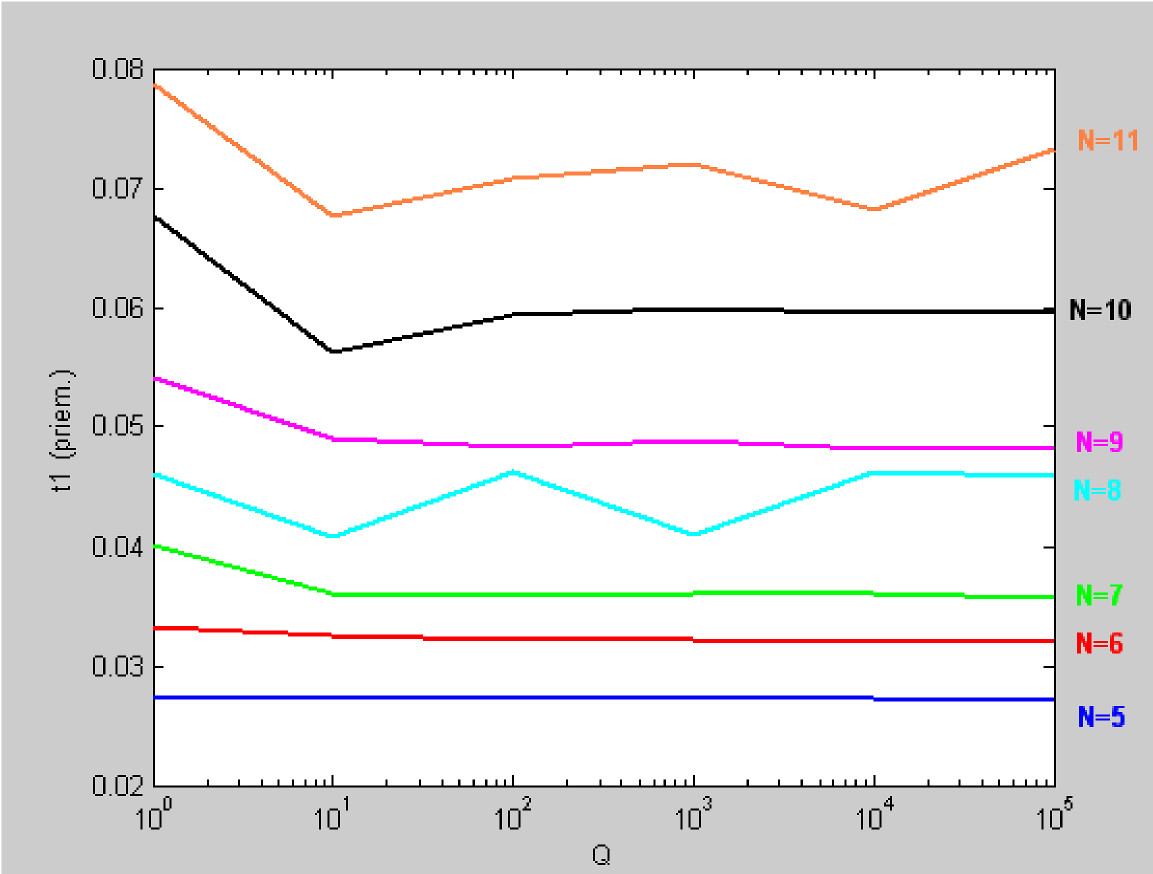
Q- váhová matica , *TRO* – trvalá regulačná odchýlka, $t_{celk.}$*(priem.)*– priemerný celkový čas regulácie, t_1*(priem.)*- priemerný čas regulácie jedného kroku, *N* – časový horizont predikcie

Pozorovaním údajov, nachádzajúcich sa v tabuľke č. 6 zisťujeme, že zvyšovaním časového horizontu predikcie sa od hodnoty *N= 9* vo veľkých krokoch zvyšuje aj čas výpočtov regulátora. To znamená, že od predikčného horizontu *N=10* sa prudko zvyšuje zložitosť výpočtov regulátora pri regulácií s *TRO*.



Graf č. 6: Graf závislosti t_1 *(priem.) = f (N)* – simulácia s *TRO*

Z grafického znázornenia môžeme vidieť, že závislosti t_1 *(priem.) = f (N)* počas simulácie s *TRO*, pri hodnote váhovej matice *Q=10, 100, 1000, 10 000 a 100 000* sa takmer úplne prekrývajú.



Graf č. 7: Graf závislosti t_1 *(priem.)* $= f(Q)$ – simulácia s *TRO*

5. Vplyv voľby váhovej matice R na simulácie dvoch zásobníkov kvapaliny s interakciou v MATLAB-e

5.1 Vplyv voľby váhovej matice *R* a voľby časového horizontu predikcie *N* na simuláciu bez trvalej regulačnej odchýlky (*TRO*) v MATLAB-e

Na začiatku simulácie sme si zvolili šesť hodnôt váhovej matice *R,* referenčnú výšku hladiny zásobníka (*ref*), ktorú chceme dosiahnuť a sedem hodnôt predikčného horizontu N . Váhová matica $Q = 1$.

N = 5 6 7 8 9 10 11

R = 1 10 100 1000 10 000 100 000

ref = 1,2

Q = 1

Počas simulácie sme sledovali vplyv voľby váhovej matice *R* na čas regulácie (*t reg*).

Tabuľka č. 6

	R					
	1	**10**	**100**	**1000**	**10 000**	**100 000**
N=5						
$\mathbf{t_{celk.\,(priem)}}$	0.5569	0.5438	0.9331	0.9610	0.9521	0.9006
$\mathbf{t_{1(priem.)}}$	0,0278	0,0272	0,0467	0,0480	0,0476	0,0450
TRO	0	0	1,44	1,44	1,44	1,44
Konvergencia	**Ú.K.**	**Ú.K.**	**N.K.**	**N.K.**	**N.K.**	**N.K.**
N=6						
$\mathbf{t_{celk.\,(priem)}}$	0.6435	0.6553	1.6344	1.7068	1.6694	1.7382
$\mathbf{t_{1(priem.)}}$	0,0322	0,0328	0,0817	0,0853	0,0835	0,0869
TRO	0	0	1,44	1,44	1,44	1,44
Konvergencia	**Ú.K.**	**Ú.K.**	**N.K.**	**N.K.**	**N.K.**	**N.K.**
N=7						
$\mathbf{t_{celk.\,(priem)}}$	0.7249	0.8047	3.4209	3.3970	3.3391	3.2400
$\mathbf{t_{1(priem.)}}$	0,0362	0,0402	0,1710	0,1698	0,1670	0,1620
TRO	0	0	1,44	1,44	1,44	1,44
Konvergencia	**Ú.K.**	**Ú.K.**	**N.K.**	**N.K.**	**N.K.**	**N.K.**
N=8						
$\mathbf{t_{celk.\,(priem)}}$	0,8368	0,9456	1,1423	7,7135	7,4639	7,4032
$\mathbf{t_{1(priem.)}}$	0,0418	0,0473	0,0571	0,3857	0,3732	0,3702

TRO	0	0	0,1472	1,44	1,44	1,44
Konvergencia	**Ú.K.**	**Ú.K.**	**Č.K.**	**N.K.**	**N.K.**	**N.K.**
N=9						
$\mathbf{t_{celk.\ (priem)}}$	1,0138	1,0442	2,0475	16,6004	16,0364	17,1383
$\mathbf{t_{1(priem.)}}$	0,0507	0,0522	0,1024	0,8300	0,8018	0,8569
TRO	0	0	0,1472	1,44	1,44	1,44
Konvergencia	**Ú.K.**	**Ú.K.**	**Č.K.**	**N.K.**	**N.K.**	**N.K.**
N=10						
$\mathbf{t_{celk.\ (priem)}}$	1,1918	1,3033	2,9638	38,5651	37,1342	36,1130
$\mathbf{t_{1(priem.)}}$	0,0599	0,0652	0,1482	1,9283	1,8567	1,8057
TRO	0	0	0,1472	1,44	1,44	1,44
Konvergencia	**Ú.K.**	**Ú.K.**	**Č.K.**	**N.K.**	**N.K.**	**N.K.**
N=11						
$\mathbf{t_{celk.\ (priem)}}$	1,3932	1,4332	3,6512	76,4659	73,8794	72,2484
$\mathbf{t_{1(priem.)}}$	0,0697	0,0717	0,1826	3,8233	3,6940	3,6124
TRO	0	0	0,1472	1,44	1,44	1,44
Konvergencia	**Ú.K.**	**Ú.K.**	**Č.K.**	**N.K.**	**N.K.**	**N.K.**

Q- váhová matica , *TRO* – trvalá regulačná odchýlka, $t_{celk.}$*(priem.)*– priemerný celkový čas regulácie, t_1*(priem.)*- priemerný čas regulácie jedného kroku, *N* – časový horizont predikcie

Konvergencia:

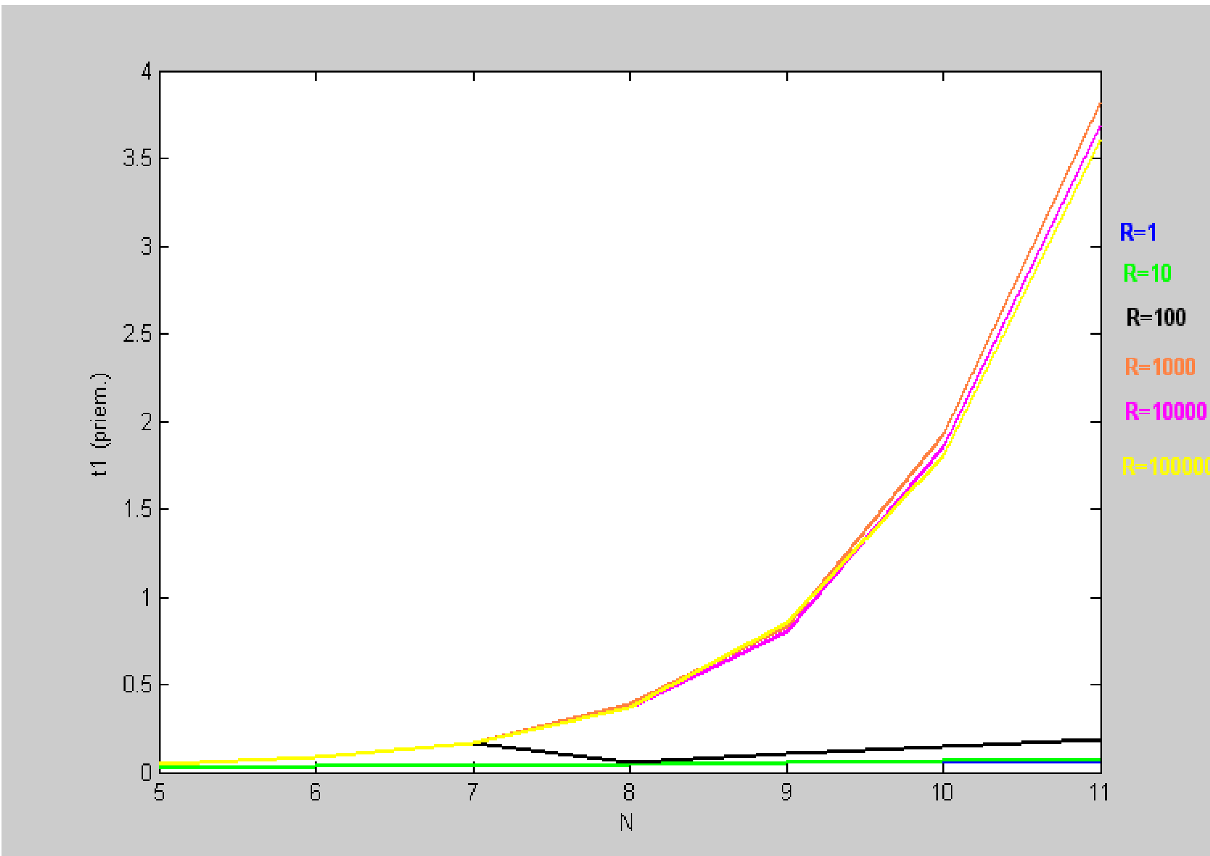
Ú.K – úplne konvergovalo k referenčnej hodnote

N.K – nekonvergovalo k referenčnej hodnote

Č.K. – čiastočne konvergovalo k referenčnej hodnote

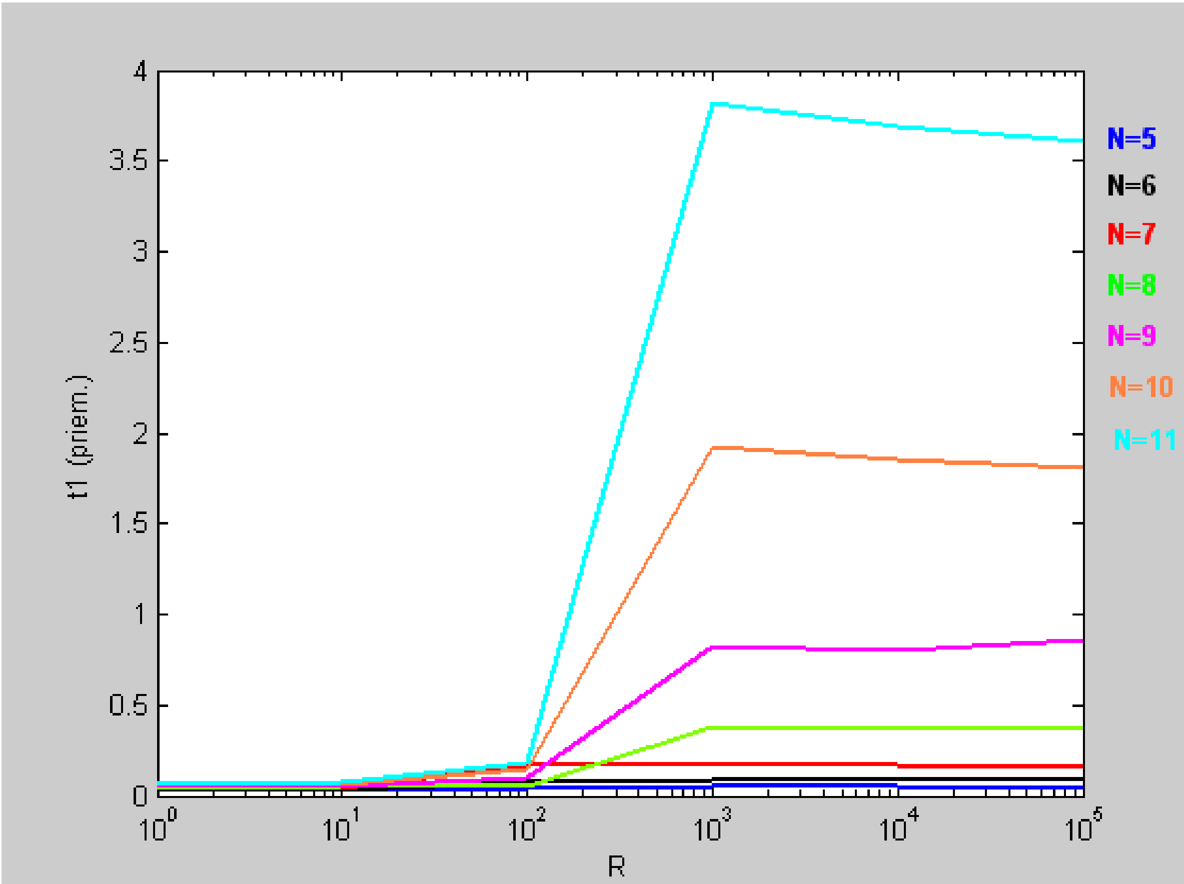
Z údajov v tabuľke č. 6 môžeme vyčítať, že pri simulácií so zvolenou hodnotou váhovej matice *R* nad *100*, nedochádza ku konvergencií k referenčnej hodnote. Keďže simulujeme bez trvalej regulačnej odchýlky (*TRO*), je to neprípustná chyba. Zvyšovaním časového horizontu predikcie sa zvyšuje aj priemerný čas regulácie, pretože regulátor musí riešiť zložitejšie výpočty, náročnejšie na čas.

Porovnaním dvoch simulácií bez trvalej regulačnej odchýlky s postupným zvyšovaním časového horizontu *N*, s voľbou váhovej matice *Q* alebo *R* sme dospeli k záveru, že pri obidvoch simuláciách dochádza k postupnému zvyšovaniu priemerného času regulácie, nezávisle od toho, či volíme k navolenému časovému horizontu *N* váhovú maticu *Q* alebo *R*.



Graf č. 8: Graf závislosti t_1 *(priem.)* $= f\,(N)$ – simulácia bez *TRO*

Z grafického znázornenia sa môže zdať, že závislosti t_1 *(priem.)* $= f\,(N)$ počas simulácie bez *TRO*, pri hodnote váhovej matice *R=1 a 10* sa úplne prekrývajú , ale hodnoty týchto dvoch závislostí nie sú totožné.



Graf č. 9: Graf závislosti t_1 *(priem.) = f (R)* – simulácia bez *TRO*

5.2 Vplyv voľby váhovej matice *R* a voľby časového horizontu predikcie *N* na simuláciu s trvalou regulačnou odchýlkou (*TRO*) v MATLAB-e

Na začiatku simulácie sme si zvolili šesť hodnôt váhovej matice *R,* referenčnú výšku hladiny zásobníka (*ref*), ktorú chceme dosiahnuť a sedem hodnôt predikčného horizontu N . Váhová matica *Q =1*.

N = 5 6 7 8 9 10 11

R = 1 10 100 1000 10 000 100 000

ref = 1,2

Q = 1

Počas simulácie sme sledovali vplyv voľby váhovej matice *R* na čas regulácie (*t reg*).

Tabuľka č. 7

	R					
	1	**10**	**100**	**1000**	**10 000**	**100 000**
N=5						
$\mathbf{t_{celk.\ (priem)}}$	0,5534	0,5541	0,9313	0,9602	0,9512	0,9073
$\mathbf{t_{1(priem.)}}$	0,0277	0,0277	0,0466	0,0480	0,0476	0,0454
TRO	0	0	1,44	1,44	1,44	1,44
Konvergencia	**Ú.K.**	**Ú.K.**	**N.K.**	**N.K.**	**N.K.**	**N.K.**
N=6						
$\mathbf{t_{celk.\ (priem)}}$	0,6641	0,6781	0,6791	0,6900	0,6910	1,7265
$\mathbf{t_{1(priem.)}}$	0,0332	0,0339	0,0840	0,0845	0,0846	0,0863
TRO	0	0	1,44	1,44	1,44	1,44
Konvergencia	**Ú.K.**	**Ú.K.**	**N.K.**	**N.K.**	**N.K.**	**N.K.**
N=7						
$\mathbf{t_{celk.\ (priem)}}$	0,7315	0,8147	3,5697	3,5915	3,5391	3,4264
$\mathbf{t_{1(priem.)}}$	0,0366	0,0407	0,1785	0,1796	0,1770	0,1713
TRO	0	0	1,44	1,44	1,44	1,44
Konvergencia	**Ú.K.**	**Ú.K.**	**N.K.**	**N.K.**	**N.K.**	**N.K.**
N=8						
$\mathbf{t_{celk.\ (priem)}}$	0,8227	0,9483	1,1306	7,5583	7,3171	7,2132
$\mathbf{t_{1(priem.)}}$	0,0411	0,0474	0,0565	0,3779	0,3659	0,3607
TRO	0	0	0,1472	1,44	1,44	1,44

Konvergencia	**Ú.K.**	**Ú.K.**	**Č.K.**	**N.K.**	**N.K.**	**N.K.**
N=9						
$\mathbf{t_{celk.\ (priem)}}$	0,9931	1,0149	1,9867	16,6498	16,4560	16,7151
$\mathbf{t_{1(priem.)}}$	0,0497	0,0507	0,0993	0,8325	0,8228	0,8358
TRO	0	0	0,1472	1,44	1,44	1,44
Konvergencia	**Ú.K.**	**Ú.K.**	**Č.K.**	**N.K.**	**N.K.**	**N.K.**
N=10						
$\mathbf{t_{celk.\ (priem)}}$	1,2200	1,3062	3,0438	40,1549	39,8812	38,1354
$\mathbf{t_{1(priem.)}}$	0,0610	0,0653	0,1522	2,0077	1,9941	1,9068
TRO	0	0	0,1472	1,44	1,44	1,44
Konvergencia	**Ú.K.**	**Ú.K.**	**Č.K.**	**N.K.**	**N.K.**	**N.K.**
N=11						
$\mathbf{t_{celk.\ (priem)}}$	1,4021	1,4491	3,6950	80,9797	81,6388	77,7299
$\mathbf{t_{1(priem.)}}$	0,0701	0,0725	0,1847	4,0490	4,0819	3,8865
TRO	0	0	0,1472	1,44	1,44	1,44
Konvergencia	**Ú.K.**	**Ú.K.**	**Č.K.**	**N.K.**	**N.K.**	**N.K.**

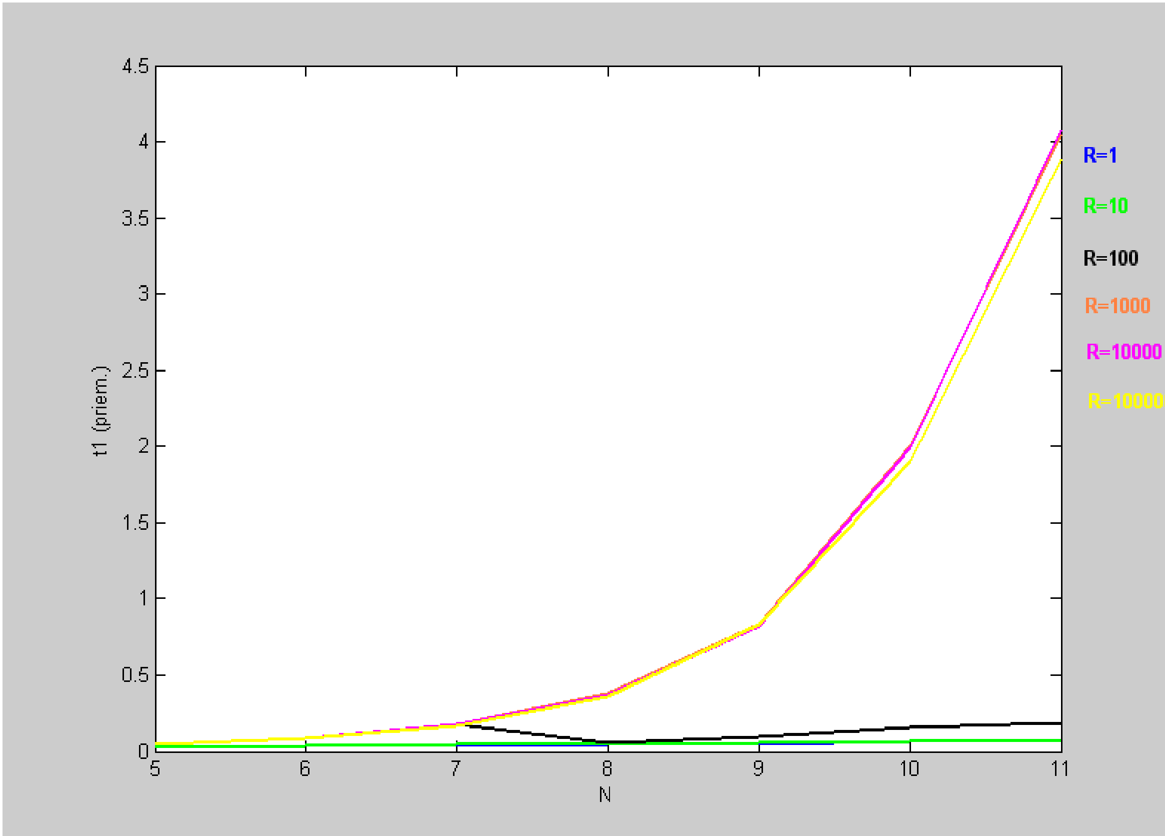
Q- váhová matica , *TRO* – trvalá regulačná odchýlka, $t_{celk.}$*(priem.)*– priemerný celkový čas regulácie, t_1*(priem.)*- priemerný čas regulácie jedného kroku, *N* – časový horizont predikcie

Konvergencia:

Ú.K – úplne konvergovalo k referenčnej hodnote

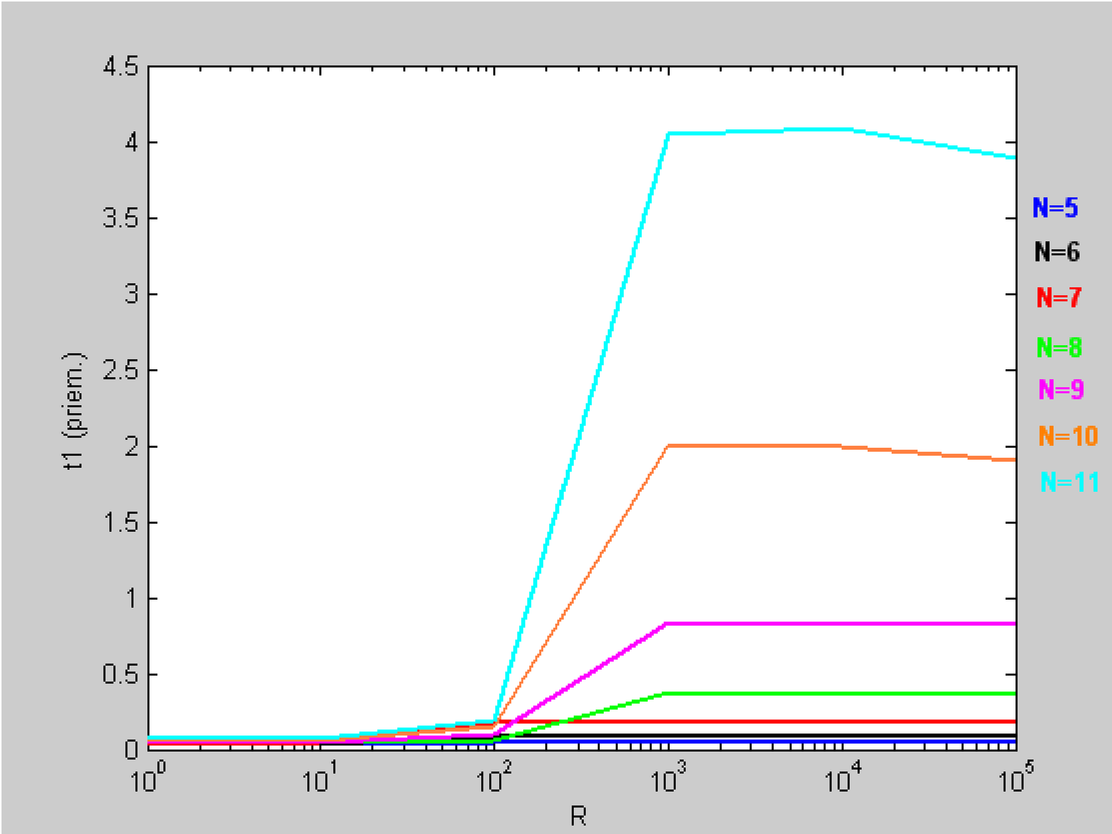
N.K – nekonvergovalo k referenčnej hodnote

Č.K. – čiastočne konvergovalo k referenčnej hodnote



Graf č. 10: Graf závislosti t_1 *(priem.) = f (N)* – simulácia s *TRO*

Z grafického znázornenia sa opätovne zdá, že závislosti t_1 *(priem.)* $= f\ (\ N\ )$, počas simulácie s *TRO*, pri hodnote váhovej matice *R=1 a 10* sa úplne prekrývajú , ale hodnoty týchto dvoch závislostí nie sú totožné.

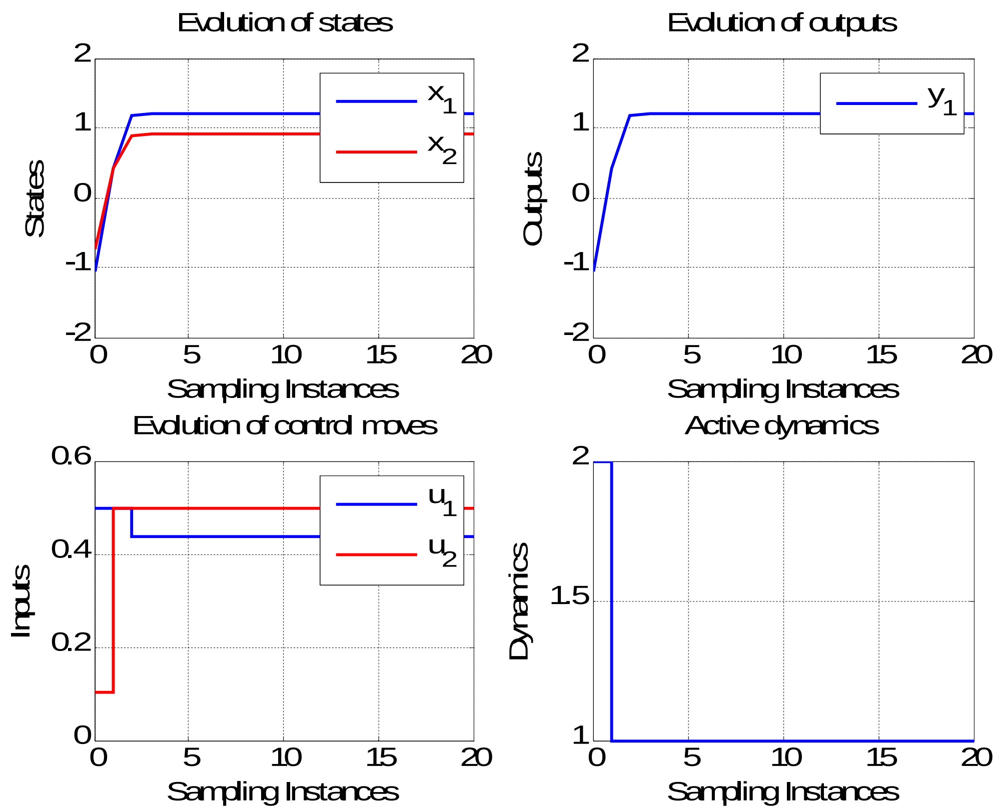


Graf č. 11: Graf závislosti t_1 *(priem.) = f (R)* – simulácia s *TRO*

6. Vzájomná súvislosť výberu váhovej matice *R* a váhovej matice Q a ich vplyv na simuláciu s trvalou regulačnou odchýlkou (*TRO*) v MATLAB-e

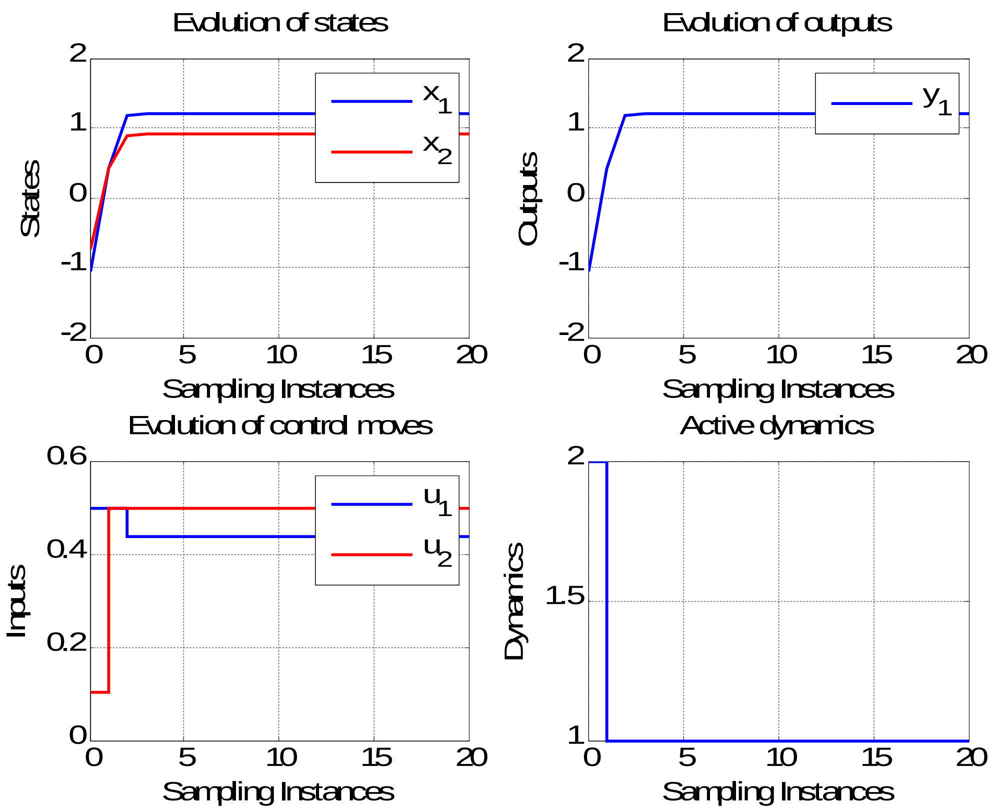
Pre jednoduché vysvetlenie vplyvu výberu váhovej matice *R* a *Q* na simuláciu s trvalou regulačnou odchýlkou (*TRO)*, sme vytvorili simulácie pre dva prípady:

Na začiatku prvej simulácie sme si zvolili hodnotu váhovej matice *R= 0,1* a hodnotu váhovej matice *Q= 10*. Hodnota predikčného horizontu bola veľkosti *N=5* a referenčná hodnota - výška hladiny kvapaliny v zásobníku *ref=1,2*.



Obr. 8: Simulácia s *TRO*, regulátor výpočtom reguluje daný proces, do požadovanej referenčnej hodnoty, pri *R=0,1* a *Q=10*.

Na začiatku druhej simulácie sme si zvolili hodnotu váhovej matice *R= 1* a hodnotu váhovej matice *Q= 10*. Hodnota predikčného horizontu bola veľkosti *N=5* a referenčná hodnota - výška hladiny kvapaliny v zásobníku *ref=1,2*.



Obr. 9: Simulácia s *TRO*, regulátor výpočtom reguluje daný proces, do požadovanej referenčnej hodnoty, pri *R=0,1* a *Q=1*.

Porovnaním priebehov simulácií, zobrazených na Obr. 8 a Obr. 9 sme zistili, že sú identické, t.j. regulátor postupuje pri výpočtoch rovnako pri voľbe váhových matíc *R=0,1*, *Q=10* ako aj pri voľbe váhových matíc *R=0,1* a *Q=1*.

Záver

Práca bola zameraná na pozorovanie vplyvu váhových matíc *Q*, *R* a vplyvu posunu horizontu predikcie *N* na systém dvoch zásobníkov kvapaliny s interakciou. Je to hybridný systém, čo znamená, že dynamické správanie systému sa mení v závislosti od výšok hladín v jednotlivých zásobníkoch. Ak totiž výška hladiny v ľavom zásobníku klesne pod výšku hladiny v pravom, dôjde k prepnutiu (čiže k zmene) lineárneho matematického modelu popisujúceho daný systém.

Pri simulácií bez trvalej regulačnej odchýlky (*TRO*) nastali prípady, keď sme si nevhodne zvolili váhovú maticu *Q* (príliš malú hodnotu) , regulátor výpočtom zistil, že je výhodnejšie neregulovať – nenapúšťať zásobníky, vstupy boli nulové a nastala trvalá regulačná odchýlka, čo bola chyba. Následne sme metódou polenia intervalu vypočítali najmenšiu možnú hodnotu *Q*, kedy regulátor začína regulovať a nenastáva trvalá regulačná odchýlka.

Zvýšením časového horizontu predikcie *N* sme dokázali aj pri nevhodne zvolenej váhovej matici *Q* odsimulovať systém bez trvalej regulačnej odchýlky (*TRO*). Zvyšovaním hodnoty váhovej matice *Q* sa znižoval čas regulácie. Zvyšovaním hodnoty váhovej matice *R* sa zvyšoval aj čas regulácie. Keď sme zvolili vyššiu hodnotu váhovej matice *R*, znamenalo to pre výpočty regulátora skomplikovanie, lebo mal k dispozícií viac ciest na dosiahnutie cieľa. Následne sa aj čas regulácie zvýšil.

Pri nevhodne zvolenej váhovej matici *R* (príliš veľkej hodnote) nastala počas simulácie bez trvalej regulačnej odchýlky (*TRO*) odchýlka, čo bola chyba. Posunom časového horizontu predikcie *N* sa zvyšoval čas regulácie, pretože aj týmto posunom vykonával regulátor zložitejšie výpočty. Pri pozorovaní vzájomnej súvislosti výberu váhovej matice *Q* a váhovej matice *R* a ich vplyvu na simuláciu s trvalou regulačnou odchýlkou (*TRO*) sme zistili, že simulácie pri voľbe $Q_1 = 10$ a $R_1 = 1$ a $Q_2 = 1$ a $R_2 = 0{,}1$ sú totožné, t. j. výpočet regulátora je rovnaký. Z toho vyplýva : $\frac{Q_1}{R_1} = \frac{Q_2}{R_2} \Rightarrow \frac{10}{1} = \frac{1}{0{,}1} \Rightarrow 10 = 10 \Rightarrow$ *rovnaký výpočet regulátora pre obidve voľby váhových matíc.*

Zoznam použitej literatúry.

[1] Adrián Karas a kol. (2007), Praktické aspekty prediktívneho riadenia. STU Bratislava.

[2] Polóni a kol. 2007, Multiple arx model-based air-fuel ratio predictive control for si engines. In: IFAC Workshop on advanced fuzzy and neural control. Valenciennes, France. Conference paper.

[3] Kouvaritakis a kol (2002a), Who needs QP for linear mpc anyway. Automatica 38 (5), 879-884

[4] Grieder a kol. (2005), Stabilizing low complexity feedback control of constrained piecewise affine systems. Automatica 41(10), 1638 – 1694.

[5] Ferreau a kol. (2006), An online active set strategy for fast parametric quadratic programming in MPC applications. In: Proceedings of the NMPC-FS06 IFAC Workshop on Nonlinear Model Predictive Control of Fast Systems. Grenoble, France.

[6] Bemporad a kol. (2000), The explicit solution of model predictive control via multiparametric quadratic programming. In: Proceedings of the American control conference. Chicago. Pp 872 – 876.

[7] Tøndel a kol. (2003), An algorithm for multi-parametric quadratic programming and explicit MPC solutions. Automatica 39, 489 – 497.

[8] Camacho a Bordos (1998), Model Predictive Control. Springer.

[9] Kuznetsov a kol. (1996), Constrained predictive control: a brief survey. Journal A 37(2), 3-8.