

Slovenská Technická Univerzita v Bratislave
Fakulta chemickej a potravinárskej technológie
Katedra informatizácie a riadenia procesov
Automatizácia, informatizácia a manažment v chémii a potravinárstve

Záverečná práca bakalárskeho štúdia

Ladislav Miklovitz
2008

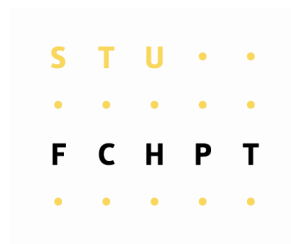
Bratislava

SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE

FAKULTA CHEMICKEJ A POTRAVINÁRSKEJ TECHNOLOGIE

Ústav informatizácie, automatizácie a matematiky

Oddelenie informatizácie a riadenia procesov



PREDIKTÍVNE RIADENIE VYBRANÝCH PROCESOV

Vypracoval: Ladislav Miklovitz

Školiteľ: Ing. Michal Kvasnica, PhD.

Bratislava 2008

Čestné vyhlásenie

Čestne prehlasujem, že som bakalársku prácu písal sám s použitím danej literatúry, ktorú uvádzam v mojej práci.

V Bratislave, 1. júna 2006

Ďakujem vedúcemu bakalárskej práce
Ing. Michalovi Kvasnicovi, PhD. za pomoc
pri získavaní vedomostí v oblasti
prediktívneho riadenia a celkovo za vedenie,
rady a pripomienky, ktoré mi poskytol pri
zostavovaní bakalárskej práce.

ABSTRAKT

Obsahom práce bolo zoznámiť sa s problematikou prediktívneho riadenia s modelom. Jednalo sa konkrétne o model zásobníkov kvapaliny. Tento model bolo potrebné navrhnuť, linearizovať a diskretizovať na účely návrhu prediktívnych regulátorov. Výpočty sa vykonávali pomocou Multi-Parametrického Toolboxu v Matlavyb-e. Taktiež bolo potrebné navrhnuť vhodný tvar účelovej funkcie a analyzovať vplyv typu účelovej funkcie, horizontu predikcie a váhových koeficientov na výkonnosť výsledného regulátora.

ABSTRACT

This work deals with various aspects of model predictive control. The model used in the MPC design was the one of a multiple tanks system. First, the model was design, linearized, and subsequently converted into a discrete-time representation in order for it to be used in the MPC design procedure. Solutions to the given MPC problems have been obtained using the Multi-Parametric Toolbox in Matlab. The aim of this work was to investigate the influence of the coefficients of the value function, such as the prediction horizon and penalty matrices, on the overall performance of the model predictive control scheme.

Obsah

Úvod	8
1. TEORETICKÁ ČASŤ	
1.1 Vývoj prediktívneho riadenia	9
1.2 Základné myšlienky	10
1.3 Oblasti základných problémov	12
1.3.1 Opis systému	14
1.4 Obmedzenia	16
1.4.1 Rozdelenie obmedzení	17
1.4.2 Zlučiteľnosť obmedzení	18
2. PRAKTICKÁ ČASŤ	
2.1 Úvod do praktickej časti	21
2.2 Systém zásobníkov kvapaliny	23
2.3 Linearizácia systému zásobníkov kvapaliny bez interakcie	23
2.4 Analýza riaditeľnosti systému	28
2.5 Vyhodnotenie simulácií	28
2.5.1 Výsledky simulácie bez <i>TRO</i> pri konštantnej hodnote váhovej matice R , zmene váhovej matice Q a súčasnej zmene predikčného horizontu N	31
2.5.2 Výsledky simulácie s <i>TRO</i> pri konštantnej hodnote váhovej matice R , zmene váhovej matice Q a súčasnej zmene predikčného horizontu N	33
2.5.3 Výsledky simulácie bez <i>TRO</i> pri konštantnej hodnote váhovej matice Q , zmene váhovej matice R a súčasnej zmene predikčného horizontu N	35
2.5.4 Výsledky simulácie s <i>TRO</i> pri konštantnej hodnote váhovej matice Q , zmene váhovej matice R a súčasnej zmene predikčného horizontu N	37
2.5.5 Výsledky simulácie k referenciám bez <i>TRO</i> pri konštantnej hodnote časového horizontu predikcie N a zmene váhovej matice Q	39
2.5.6 Výsledky simulácie k referenciám s <i>TRO</i> pri konštantnej hodnote časového horizontu predikcie N a zmene váhovej matice Q	39
Záver	40

Úvod

Teória prediktívneho riadenia je relatívne mladá metóda riadenia procesov. Táto skutočnosť ma zaujala, čo bolo hlavnou príčinou voľby mojej bakalárskej práce.

Témou práce je zistiť optimálne riešenie systému, respektíve poukázať na to, akým spôsobom sa dá priebeh systému neustále zlepšovať. V mojej práci dbám hlavne na zmenu váhových matíc Q a R , pričom skúmam vplyv týchto meniacich sa matíc na systém. Ide o systém štyroch zásobníkov kvapaliny, ktorý som navrhol tak aby pôsobili na seba bez interakcie. Môj systém by sa dal určite využiť aj v praxi, najmä v priemyselnej výrobe.

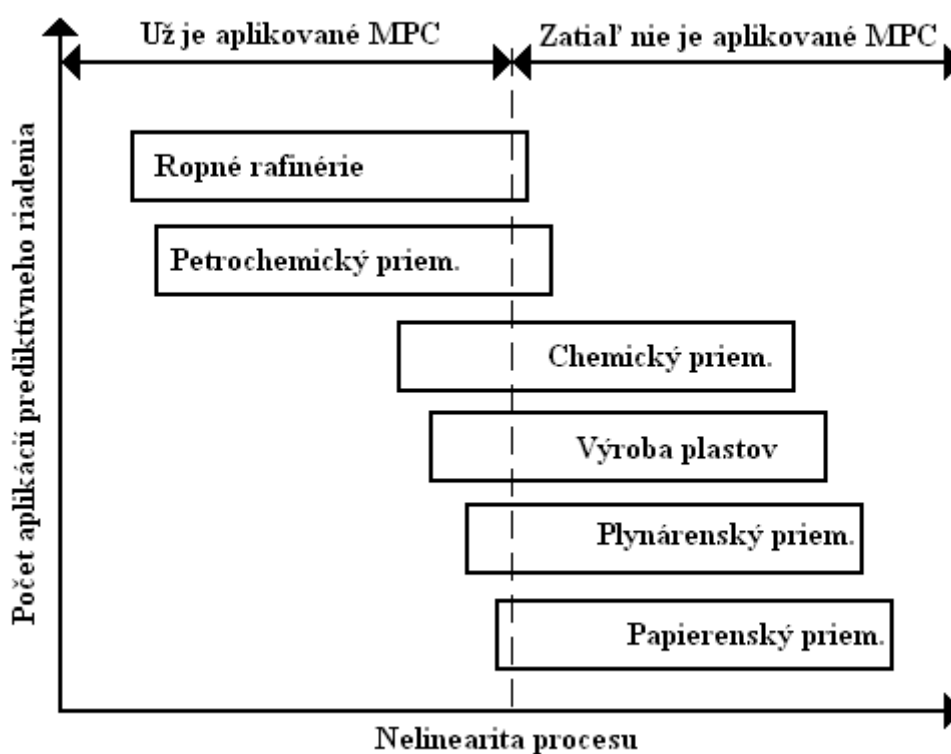
Ako prvé som musel zlinearizovať môj navrhnutý systém. Táto linearizácia sa vykonáva pomocou Taylorovho rozvoja. Následne som si stanovil referenčnú výšku hladiny kvapaliny, do ktorej sa majú zásobníky napúšťať.

Ďalším krokom boli postupné simulácie, ktoré mi generovali jednotlivé výsledky. Na základe týchto výsledkov som analyzoval vplyv výberu váhových matíc a predikčného časového horizontu. Do simulácií som ešte zakomponoval vplyv s trvalou regulačnou odchýlkou ale aj bez nej. Jednotlivé výsledky som zapísal do prehľadnej tabuľky a znázornil graficky. Z grafického znázornenia sú lepšie viditeľné zmeny vplyvov voľby váhových matíc a časového horizontu predikcie. Tieto zmeny váhových matíc a časového horizontu predikcie vplyvajú na čas regulácie v simulácií. Čas regulácie je tiež veľmi dôležitým prvkom pri riadení procesov v priemyselnej výrobe.

1. Teoretická časť [1]

1.1 Vývoj prediktívneho riadenia

Prediktívne riadenie zaznamenalo v posledných desaťročiach významný prechod od jeho teoretického výskumu k praktickým aplikáciám. Jeho vývoj bol silne ovplyvnený požiadavkami priemyslu. Boli uskutočnené mnohé veľmi úspešné implementácie najmä v oblasti ropných rafinérií a petrochemického priemyslu, avšak pozoruhodné úspechy boli dosiahnuté aj pri riadení zložitých procesov v oblasti chémie, metalurgie, energetiky a robotiky.



Obrázok č.1: Aplikácie prediktívneho riadenia verzus stupeň nelinearity procesu.

Za jednu z najvýznamnejších predností prediktívneho riadenia je možné označiť schopnosť efektívneho zaobchádzania s obmedzeniami vstupných, stavových a výstupných veličín.

Takmer všetky reálne systémy podliehajú takýmto obmedzeniam. Stratégia prediktívneho riadenia takto prekonáva nedostatky existujúcich metód, akými sú LQ (z angl. linear quadratic) resp. LQG (z angl. linear quadratic Gaussian), ktoré pracujú na nekonečnom horizonte bez schopnosti zohľadňovania obmedzení. V praktických problémoch riadenia sú akčné členy prirodzene obmedzené vo svojom rozsahu, vplyve pôsobenia na systém alebo v limitovanej rýchlosti zmeny pôsobenia. Rovnako dôležitú úlohu v riadení tiež zohrávajú aj tzv. bezpečnostné obmedzenia určujúce dovolené pracovné hodnoty niektorých stavových príp. výstupných veličín za účelom zaručenia bezpečnosti prevádzky alebo tzv. technologické obmedzenia stavových príp. výstupných veličín, ktoré sú požadované najmä z dôvodu zabezpečenia výslednej kvality produkcie. Prediktívne riadenie je jednou z mála metodológií riadenia, ktoré sú úspešne nasadzované vo forme softvérových balíkov v priemysle, nakoľko je schopné zohľadňovať rôzne typy obmedzení a často poskytuje lepšie regulačné vlastnosti ako konvenčné metódy riadenia. Vďaka týmto vlastnostiam sa stalo veľmi atraktívnym moderným spôsobom riadenia technologických a výrobných procesov.

V poslednom období sa metódy prediktívneho riadenia čoraz viac uplatňujú i pri riadení systémov s rýchlou dynamikou, hybridných systémov, až po presné mikro-elektromechanické systémy (MEMS). Uplatňujú sa tiež pri vývoji nových pokročilých riadiacich funkcií mechatronických systémov najmä v oblasti automobilového priemyslu [2]. Tieto aplikácie sú umožnené vznikom a vývojom nových numericky efektívnych metód a stratégií prediktívneho riadenia predložených napríklad v článkoch [3], [4], [5] minimalizujúcich pri praktickom riadení numerickú výpočtovú záťaž najmä v režimoch reálneho času na úkor vyššieho objemu pomocných výpočtov vykonávaných mimo režim reálneho času. V tomto smere sa rýchlo rozvíjajú najmä metódy zamerané na explicitné riešenie úlohy prediktívneho riadenia využívajúce multi-parametrické programovanie [6], [7].

1.2 Základné myšlienky

Prediktívne riadenie označuje triedu metód riadenia, v ktorých je model riadeného systému použitý na určenie riadiaceho vstupu na základe predikcií účinkov riadenia na riadený výstup. Teda nie je jedinečným presne vymedzeným prístupom riadenia, ale skôr pomerne rozsiahlou skupinou metód riadenia založených na niekoľkých spoločných myšlienkach, ktorých prepojenie vedie na algoritmy s navzájom pomerne blízkou štruktúrou. Prediktívne riadenie sa

dá použiť na procesy s dopravným oneskorením, nestabilné, mnohorozmerné procesy a na neminimálne fázové procesy. Kvalita riadenia je lepšia ako pri PID regulátoroch. Všetky metódy prediktívneho riadenia obsahujú v určitej miere nasledovné základné prvky:

Matematický model riadeného systému je použitý na predikciu budúceho riadeného výstupu systému, na základe aktuálne dostupných informácií a zvolenej trajektórie riadenia. Forma reprezentácie riadeného systému sa v rôznych prístupoch líši. Vhodný model musí vystihovať dynamickosť procesu.

Postupnosť projektovaných riadiacich vstupov je určená minimalizáciou určitého kritéria riadenia na zvolenom časovom intervale tzv. horizonte predikcie. V záujme zabezpečenia stability riadenia sa často uvažuje s limitným predlžovaním horizontu predikcie do nekonečna.

Používa sa tzv. stratégia pohyblivého horizontu, kedy je na riadenie v danom okamihu použitý len prvý člen z určenej postupnosti riadenia a v ďalšom kroku sa opäť určí optimálna postupnosť riadenia z nových dostupných informácií. Takýto prístup umožňuje prediktívnemu riadeniu pracovať v zmysle spätnoväzbového regulátora.

Prediktívne riadenie umožňuje jednoduché zaobchádzanie s obmedzeniami vstupných, stavových a výstupných veličín.

Vo všeobecnosti je teda možné povedať, že je to spôsob riadenia, pri ktorom je aktuálny akčný zásah získaný priebežnou optimalizáciou kritéria riadenia na horizonte predikcie vzhľadom na zadané obmedzenia za predpokladu, že model sústavy je známy a stav v danom kroku riadenia je považovaný za počiatočný stav riadenej sústavy. Výsledkom takejto optimalizácie je potom optimálna postupnosť riadenia pre daný horizont, ktorej prvý člen je použitý ako riadiaci vstup v danom kroku. Týmto sa prediktívne riadenie významne odlišuje od konvenčných metód riadenia, ktoré využívajú dopredu určený pevný (uzatvorený) riadiaci zákon.

Zaujímavá analógia vysvetľujúca rozdiel medzi prediktívnym a klasickým riadením je uvedená v knihe [8]: „ak chceme riadiť automobil, pozeráme sa na cestu cez predné okno, čo sa zhoduje so stratégiou prediktívneho riadenia, zatiaľ čo klasické riadenie by nám

umožňovalo len pohľad cez zadné okno“. Samozrejme i keď takéto porovnanie nie je celkom primerané, veľmi jednoduchým spôsobom popisuje myšlienku prediktívneho riadenia, ktoré sa pokúša riadiť systém (v tomto prípade automobil) vytvorením predikcie o jeho budúcnosti (ďalšej polohy na ceste) použitím znalosti modelu riadeného systému (jednotlivé ovládacie prvky automobilu, zrýchlenie, brzdenie atď.), pričom zároveň dbá na dodržiavanie stanovených obmedzení (pravidlá premávky, prevádzkové charakteristiky automobilu, atď.). Použitím predikcií určuje prediktívny regulátor optimálne riadiace vstupy. Napríklad v spomenutom automobile to môže byť riadenie a stanovenie rýchlosti. Určenie optimálnych riadiacich vstupov môže pri niektorých aplikáciách trvať dlhšiu dobu, čomu sa predchádza využívaním kratšieho horizontu predikcie a určovaním nových riadiacich vstupov pre každý ďalší okamih. Rovnako je to aj pri riadení automobilu, kedy vodič neplánuje riadenie pre nasledujúcich napr. sto metrov, ktoré prejde so zatvorenými očami a až potom by určoval nové riadenie pre ďalších sto metrov jazdy. Problémy, ktoré môžu nastať pri použití prediktívneho riadenia sa dajú tiež vysvetliť pomocou uvedenej analógie. V automobile, ak sa vodič pozerá na príliš krátku vzdialenosť dopredu, môže to viesť ku katastrofálnym následkom (príde do kontaktu s pomalším automobilom, zide z cesty a pod.). Pri prediktívnom riadení, príliš krátky horizont predikcie môže viesť na nekvalitný regulačný pochod, prípadne k nestabilite riadenia. Je teda nevyhnutné aby prediktívny regulátor predvídaval neobvyklé skutočnosti, ktoré by mohli nastať za horizontom predikcie a zároveň im predchádzal. Ďalším problémom býva neurčitosť modelu riadeného systému a náhodné poruchy, ktoré naň môžu pôsobiť. Tieto skutočnosti spôsobujú, že predikcie stanovené na základe takéhoto modelu môžu byť nepresné a vedú k určeniu nesprávnych riadiacich vstupov.

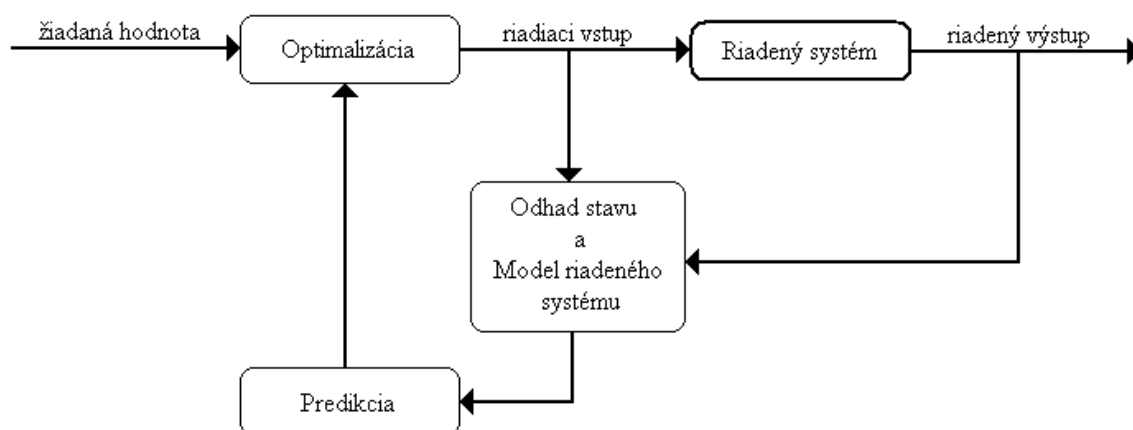
1.3 Oblasti základných problémov

Koncepcia prediktívneho riadenia v sebe zahŕňa niekoľko významných problémov, ktoré treba pri návrhu konkrétnej stratégie vhodne ošetriť. Sú to najmä otázky týkajúce sa obmedzení, zlučiteľnosti a v neposlednom rade aj prístupu riadenia s pohyblivým horizontom. Táto kapitola stručne pojednáva o typoch obmedzení a dôvodoch ich zavádzania do syntézy riadenia. Ďalej sú tu objasnené problémy zlučiteľnosti, ktoré vznikajú za prítomnosti obmedzení. Nezlučiteľné obmedzenia spôsobujú zlyhanie priebežnej optimalizačnej úlohy, a teda aj samotného riadenia. V krátkosti je pojednané aj o základných možnostiach garancie

stability riadenia s pohyblivým horizontom za prítomnosti obmedzení. Vo všeobecnosti je stabilita zaručená, pokiaľ kritérium riadenia na nekonečnom horizonte dosahuje konečné hodnoty. Samozrejme, prítomnosť obmedzení nedovoľuje optimalizovať kritérium riadenia na nekonečnom horizonte, a preto je potrebné určiť postupy aproximácie takéhoto kritéria. V takomto prípade však zaniká vzťah medzi hodnotou kritéria v určitom kroku a hodnotou kritéria na danom horizonte. Všetky tieto aspekty sú stručne popísané v tejto kapitole.

Predkladaná kapitola podrobnejšie popisuje niektoré problémy vyskytujúce sa v prediktívnom riadení lineárnych systémov. Hlavný dôraz je tu kladený na všeobecné objasnenie potreby zavádzania obmedzení do syntézy riadenia, vyplývajúce problémy zlučiteľnosti, garancie stability a stratégie riadenia s pohyblivým horizontom.

Súčasný prístup prediktívneho riadenia sú takmer vždy formulované v stavovej reprezentácii a všeobecná štruktúra je uvedená na obrázku



Obrázok č.2: Všeobecná štruktúra prediktívneho riadenia.

Jednotlivé bloky plnia nasledovné funkcie:

Optimalizácia – blok obsahuje všetky zadané obmedzenia a jeho hlavným znakom je, že pracuje priebežne v reálnom čase. Hlavnou úlohou je určovanie riadiacej postupnosti vstupu tak aby riadený výstup sledoval žiadanú hodnotu.

Odhad stavu – blok poskytuje odhad súčasného stavu pre blok predikcie.

Model riadeného systému – blok obsahuje matematický model riadeného systému.

Predikcia – blok, ktorý je srdcom algoritmov prediktívneho riadenia, poskytuje informáciu o budúcich hodnotách vstupov a stavov. Jej cieľom je predpovedať optimálne riešenie systému.

Uvedené bloky tvoria základnú štruktúru prediktívneho regulátora a pre rozličné algoritmy môžu byť modifikované. Rovnako môže byť základná sada blokov doplnená o ďalšie bloky akými sú napríklad identifikácia, detekcia poruchy na strane merania atď.

1.3.1 Opis systému

Riadený systém býva popísaný nasledovným diskretným lineárnym časovo-nepremenlivým modelom:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k \quad (1.1)$$

kde $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times m}$, $x_k \in R^n$ je vektor stavu a $u_k \in R^m$ je vektor vstupu.

Implementácia pohyblivého horizontu je formulovaná zavedením nasledovného optimalizačného problému:

$$J_{(N, N_u)}(x_0) = \min_u \left[x_N^T P x_N + \sum_{i=0}^{N-1} x_i^T Q x_i + \sum_{i=0}^{N_u-1} u_i^T R u_i \right] \quad (1.2)$$

pre $N \geq N_u$, kde N predstavuje dĺžku horizontu predikcie, N_u dĺžku horizontu riadenia a P , Q , R sú váhajúce matice. Kritérium $J_{(N, N_u)}$ je minimalizované vzhľadom na zadané obmedzenia stavu a vstupov:

$$x_k \in X = \{x \in R^n : Ex \leq e\} \quad a \quad u_k \in U = \{u \in R^m : Fu \leq f\} \quad (1.3)$$

kde $E \in R^{pxn}$, $F \in R^{qxm}$ a e, f sú vektory príslušných rozmerov.

Keď $N \rightarrow \infty$, je takáto úloha označovaná ako problém riadenia na nekonečnom horizonte a keď N je konečná hodnota, jedná sa o problém riadenia na konečnom horizonte. Napríklad predstavme si automobil, ktorý riadime na nekonečnom horizonte, čo znamená, že automobil má určitý smer, ktorý predikcia akceptuje a zahrnula ho do svojich predpovedí. Tento smer môže počas jazdy meniť. Takýto spôsob má jednu veľkú nevýhodu, ktorou je nekonečný čas kým auto dorazí do cieľa. Pretože systém bude každú chvíľu počítať aspekty, ktoré si stanovíme ako dôležité, napr.: priemernú rýchlosť, akceleráciu, riziko havárie, nerovnosť povrchu, množstvo paliva a pod. Avšak takýto systém má aj výhodu a to takú, že vodič vidí na cestu nekonečne ďaleko. Samozrejme v tomto prípade nevýhoda prevyšuje výhodu, pretože našou úlohou je nájsť spôsob dopravy, ktorý bude najrýchlejší za najnižšiu cenu a teda optimálny. Preto je dobré keď má v našom prípade časový horizont predikcie konečnú hodnotu. Na druhej strane, nie je zase prijateľné keď určíme N veľmi malé, čo znamená, že vodič vidí veľmi blízko a môže dôjsť napr. ku kolíziám, alebo nevidí v zákrute jamu, ktorú prejde a tiež znehodnotí automobil. Takéto riadenie by tiež nebolo optimálne a práve preto našou hlavnou úlohou je nájsť najlepší časový horizont predikcie pre daný proces. Aby takáto úloha mala zmysel, je potrebné uvažovať, že počiatok stavového priestoru pre $x = 0$ a $u = 0$ je vo vnútri zlučiteľnej oblasti t.j. oblasti vyhovujúcej (1.3).

Vyššie uvedené rovnice reprezentujú optimalizačnú úlohu kvadratického programovania, pre ktorú existuje množstvo algoritmov. Nech $\tilde{u}_i$ pre $i = 0, \dots, N_u - 1$ je postupnosť riadenia, ktorá minimalizuje kritérium $J_{(N, N_u)}(x_k)$ vzhľadom na dynamiku systému (1.1) a obmedzenia (1.3). Stratégia pohyblivého horizontu využíva len prvý člen $\tilde{u}_0$ postupnosti $\tilde{u}_i$ pre určenie $x_{k+1} = Ax_k + B\tilde{u}_0$. Zvyšok postupnosti $\tilde{u}_i$ je zanedbaný a stav x_{k+1} je použitý ako nová počiatočná informácia pre optimalizačnú úlohu (1.2). Takýto postup je každým kroku opakovaný, kedy je použitý len prvý člen postupnosti pre získanie novej počiatočnej informácie a posunutím kritéria o krok dopredu v čase sa opäť určí nová postupnosť riadenia. Z uvedenej myšlienky vyplýva pre prediktívne riadenie charakteristické označenie riadenia s pohyblivým horizontom.

Je vhodné poznamenať, že ak by bol zvolený nekonečný horizont predikcie a riadenia a zároveň by neboli uvažované žiadne obmedzenia, úloha by viedla na dobre známe LQ riadenie, ktoré bolo skúmané a pomerne dobre zvládnuté už v šesťdesiatych rokoch.

Optimálna postupnosť riadenia je v takomto prípade generovaná pevným stavovým spätnoväzbovým riadiacim zákonom, ktorého matica zosilnenia je získaná riešením algebraickej Riccatiho rovnice *ARE* (z angl. algebraic Riccati equation). Významná prednosť takéhoto riadiaceho zákona spočíva v tom, že pre akúkoľvek pozitívne semi-definitnú maticu Q a akúkoľvek pozitívne definitnú maticu R zaručuje stabilitu riadenia.

Za prítomnosti obmedzení sa však problém riadenia na nekonečnom horizonte stáva neriešiteľným, nakoľko vedie na nekonečno-rozmernú optimalizačnú úlohu. Na druhej strane, voľbou konečných horizontov riadenia a predikcie je optimalizačná úloha konečno-rozmerná a teda relatívne ľahko riešiteľná v každom kroku.

Vzhľadom na vyššie uvedené skutočnosti, pri riešení problémov prediktívneho riadenia je potrebné si odpovedať na nasledovné základné otázky:

Je nevyhnutné zohľadňovať obmedzenia v syntéze riadenia?

Kedy je vyššie formulovaný problém zlučiteľný resp. kedy dáva uvedený algoritmus riadenie, ktoré môže byť v danom kroku použité?

Kedy je možné prehlásiť, že takto získané riadenie je stabilné?

Akú kvalitu riadenia poskytuje stratégia s pohyblivým horizontom?

Stručné odpovede na tieto otázky sú uvedené v nasledujúcich častiach.

1.4 Obmedzenia

V každej úlohe riadenia reálneho technologického procesu alebo technického systému je nevyhnutné splniť celý rad dopredu zadaných obmedzení. Úloha obmedzení pri návrhu riadenia má prinajmenšom tri dôležité aspekty. Prvým je použitie obmedzení pre lepšiu reprezentáciu fyzikálnych systémov, pričom sú brané do úvahy fyzikálne obmedzenia existujúce v praktických aplikáciách. Ich príkladom sú saturácie vstupov, ktoré sa vyskytujú vo všetkých reálnych systémoch. Ak nie je uvažované s takýmito nelinearitami pri výpočte

optimálneho riadenia, potom akčný orgán „orezáva“ vstupný signál. To môže viesť k príliš degradovanému riadeniu, často vedúcemu k problémom nestability. Efektívny riadiaci systém musí byť navrhovaný tak, aby jeho akčné zásahy aplikované pri riadení procesu spĺňali zadané obmedzenia a pracovný bod procesu ležal vždy v ich prieniku (podmienka realizovateľnosti obmedzení). Obmedzenia môžu byť použité aj k ošetrovaniu ďalších nelinearit akčných orgánov. Druhým veľmi dôležitým aspektom je využitie obmedzení pre zaručenie stability riadenia. V tomto prípade vystupujú obmedzenia napríklad vo forme koncových stabilizujúcich obmedzení. Tretia možnosť, je využitie obmedzení ako ďalších ladiacich parametrov regulátora za účelom dosiahnutia lepšej kvality riadenia.

Vo všeobecnosti je návrh riadenia zohľadňujúceho obmedzenia obtiažny a vedie na komplikácie charakteristické pre nelineárne systémy. Výhodou prediktívneho riadenia je, že jeho pôvodný algoritmickejší prístup je obzvlášť vhodný pre zahrnutie fyzikálnych obmedzení do syntézy riadenia. Výsledkom je stratégia riadenia, ktorá zlepšuje prevádzkové podmienky a zároveň umožňuje posunutie pracovného bodu bližšie k limitnej hodnote s minimálnym rizikom jej prekročenia.

1.4.1 Rozdelenie obmedzení

Z hľadiska charakteru je možné obmedzenia rozdeliť nasledovne [9]:

Fyzikálne obmedzenia - Vstupné veličiny procesu sa počas riadenia môžu meniť iba v konečnom, vopred danom rozsahu a s limitovanou rýchlosťou (napr. ventil nie je možné otvoriť viac ako to dovoľuje jeho konštrukcia).

Technologické obmedzenia - Riadené výstupné a stavové veličiny nesmú vybočiť z dopredu zadaných hraníc, v opačnom prípade obvykle hrozí strata kvality produkcie (napr. udržiavanie teploty v určitých hraniciach).

Bezpečnostné obmedzenia - Pomocné veličiny, ktoré nie sú priamo riadené, nesmú prekročiť z bezpečnostných dôvodov svoje stanovené kritické hranice (napr. udržiavanie tlaku v chemikóme reaktore).

Stabilizujúce obmedzenia - Stabilizujúce obmedzenia sú špecifické obmedzenia na stavové veličiny uvažované pri syntéze riadenia, ktoré garantujú stabilitu riadenia procesu.

1.4.2 Zlučiteľnosť obmedzení

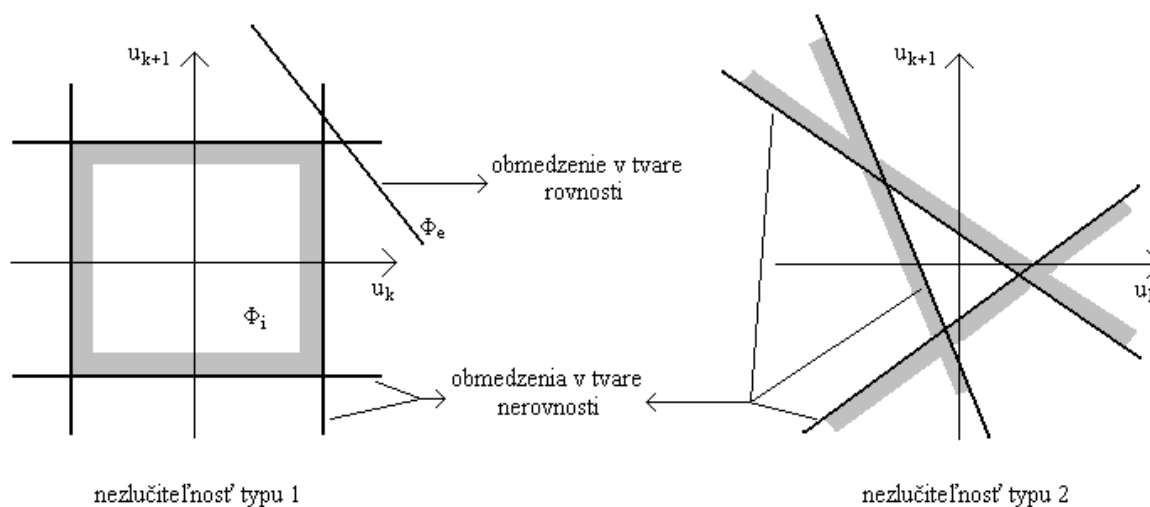
Pomerne jednoduché zavádzanie obmedzujúcich podmienok typu rovností i nerovností do úlohy minimalizácie kritériálnej funkcie v prediktívnom riadení, prináša aj veľmi významné problémy týkajúce sa ich zlučiteľnosti. Uvedené obmedzenia (1.3) môžu spôsobovať, že optimalizačná úloha nemusí byť riešiteľná resp. daný optimalizačný problém je nezlučiteľný. Tieto problémy vznikajú vtedy keď obmedzenia kladené na príslušné veličiny definujú prázdnu oblasť a optimalizačná úloha minimalizácie kritéria neposkytuje adekvátne riešenie. Obmedzenia vstupov nesmú byť prekročené na rozdiel od obmedzení týkajúcich sa výstupov, ktoré môžu byť prekročené i na úkor nie príliš vhodných následkov pre riadený systém. Môže sa stať napríklad následkom poruchy, že optimalizačná úloha sa stane v určitom kroku nezlučiteľnou. Rovnako sa môže stať, že algoritmus minimalizujúci kritérium vedie systém mimo zlučiteľnú oblasť. Problém zlučiteľnosti je často označovaný aj ako problém kompatibility alebo realizovateľnosti daných obmedzení. Všeobecné riešenie problému zlučiteľnosti obmedzení neexistuje a preto je táto otázka veľmi vážna a je nutné sa ňou zaoberať.

V zásade sa rozlišujú dva typy problémov nezlučiteľnosti obmedzení [10]:

typ 1. – nezlučiteľnosť je zapríčinená nekompatibilitou medzi obmedzeniami v tvare rovností a obmedzeniami v tvare nerovností, pričom sa uvažuje, že obmedzenia v tvare nerovností nedefinujú prázdnu oblasť $\Phi_i \neq \emptyset$, $\Phi_i \cap \Phi_e \equiv \emptyset$, kde Φ_i je oblasť, tvorená obmedzeniami v tvare nerovností,

typ 2. – nezlučiteľnosť je zapríčinená nekompatibilitou medzi obmedzeniami v tvare nerovností, pretože tieto definujú prázdnu oblasť $\Phi_i \equiv \emptyset$.

Jednoduchý príklad oboch typov nezlučiteľnosti je možné vidieť na obrázku č.3:



Obrázok č.3: Základné typy problémov nezlučiteľnosti obmedzení.

Prediktívne riadiace zákony, ako sú napr. *CRHPC* (z angl. constrained receding-horizon predictive control) [11] alebo *SIORHC* (z angl. stabilising I/O receding-horizon control) [12], ktoré obsahujú stabilizačnú podmienku obmedzenia v tvare rovnosti na konci horizontu, často vedú, pri súčasnom zavedení procesných obmedzení v tvare nerovnosti na problém nezlučiteľnosti typu 1. Tento problém je pomerne vážny a vhodným riešením môže byť modifikácia obmedzení v tvare rovnosti. Na koľko však tieto obmedzenia garantujú podmienky stability riadiaceho zákona, ich zmena vyžaduje starostlivú úvahu. Medzi základné spôsoby ošetrovania problému nekonzistentnosti obmedzení typu 1. patria napr. upravovanie žiadanej hodnoty (z angl. setpoint conditioning) [13], odstraňovanie obmedzení (z angl. constraint removal) (dočasné ignorovanie niektorých obmedzení) a prispôsobovanie obmedzení (z angl. constraint softening) (rozšírenie predchádzajúceho prístupu pridaním člena, penalizujúceho prekročenie dočasne ignorovaných obmedzení) [10]. Základná myšlienka prístupu upravovania žiadanej hodnoty spočíva v tom, že ak zmena žiadanej hodnoty zapríčini nekompatibilitu obmedzení, môže byť namiesto nej použitá tzv. zlučiteľná zmena žiadanej hodnoty, ktorej hodnota je vybraná čo najbližšie k pôvodnej zmene žiadanej hodnoty.

Nemenej dôležitým a zložitým problémom je výskyt problému nezlučiteľnosti obmedzení typu 2. Charakter a príčiny takýchto nekonzistentností sú pri každej aplikácii iné a preto pre ne neexistuje jednotné riešenie. Obmedzenia v tvare nerovnosti v riadiacom zákone sú dané užívateľom a preto sa vyplývajúcim nezlučiteľnostiam dá predísť najmä premysleným a starostlivým návrhom riadenia. Sú však špeciálne prípady, kedy nie je možné takýmto spôsobom predísť problémom nezlučiteľnosti tohto typu. Zvyčajne je to v prípadoch, kedy požadované reálne obmedzenia v tvare nerovnosti nie sú zlučiteľné. Jediná možnosť vyhnúť sa týmto problémom je sledovať výskyt nezlučiteľnosti počas riadenia a navrhnúť spôsoby, ktorými môžu byť tieto nekompatibility ošetrené. Medzi takéto spôsoby patrí tzv. algoritmus *MWLS* (z angl. mixed weighted least squares) [14], ktorý poskytuje riešenie optimalizácie riadenia bez ohľadu na konzistentnosť obmedzení. V prípade zlučiteľných obmedzení pracuje ako štandardné kvadratické programovanie, ale v prípade problému nezlučiteľných obmedzení poskytuje kompromisné riešenie, prostredníctvom váhovania najviac prekročených obmedzení. Tento prístup sa vyznačuje aj pomerne rýchlou konvergenciou.

Algoritmy riadiace reálne systémy nesmú podliehať problémom zlučiteľnosti a preto u komerčných prediktívnych regulátorov [15] sa uvoľňujú pevné obmedzenia zavádzaním pomocných veličín, ktoré sú udržiavané na malých hodnotách zavedením príslušnej penalizácie v kritériu riadenia [16]. Často však býva spornou otázkou či je kritickou veľkosť alebo doba trvania prekročenia zadaného obmedzenia a či riešenie problému uvoľňovaním obmedzení nevedie k prekročeniu obmedzení i keď v prípade bez tohto postupu by možno existovalo zlučiteľné riešenie [17,18].

2. Praktická časť

2.1 Úvod do praktickej časti

Cieľom praktickej časti bolo analyzovať vplyv parametrov *MPC* problému na simuláciu, konkrétne na čas výpočtu regulátora. Týmito parametrami boli váhové matice Q , R a predikčný časový horizont N . Pre každý z týchto parametrov som si postupne navolil určité hodnoty a pozoroval ich vplyv na priebeh simulácie.

Pri analýze som používal mnou navrhnutý systém štyroch zásobníkov bez interakcie. Tento systém som si opísal matematickým modelom. Je dôležité poznať matematický model, aby bolo možné tvoriť predikcie.

Veličiny v matematickom modeli:

Vstupné: $q_0, q_{\varepsilon 1}, q_{\varepsilon 2}$

Stavové: h_1, h_2, h_3, h_4

Výstupné: h_1, h_2, h_3, h_4

Následne som musel matematický model linearizovať, aby bol *MPC* problém ľahšie riešiteľný.

Aby som mohol linearizovať, musel som si zvoliť odchýlkové veličiny, t.j. odchýlkový model.

Odchýlkové veličiny:

Stavové:

$$x_1(t) = h_1(t) - h_1^s$$

$$x_2(t) = h_2(t) - h_2^s$$

$$x_3(t) = h_3(t) - h_3^s$$

$$x_4(t) = h_4(t) - h_4^s$$

Vstupné:

$$u_1(t) = q_0(t) - q_0^s$$

$$u_2(t) = q_{\varepsilon 1}(t) - q_{\varepsilon 1}^s$$

$$u_3(t) = q_{\varepsilon 2}(t) - q_{\varepsilon 2}^s$$

Výstupné:

$$y_1(t) = x_1(t)$$

$$y_2(t) = x_2(t)$$

$$y_3(t) = x_3(t)$$

$$y_4(t) = x_4(t)$$

Na základe linearizovaného matematického modelu som vytvoril matice systému:

A = matica stavov

B = matica vstupov

C = matica výstupov

D = pozostáva z počtu riadkov matice C a počtu stĺpcov z matice B

Pred simuláciou som si zvolil ohraničenia:

$$u_{\max} = [1; 1; 1]$$

$$u_{\min} = [-1; -1; -1]$$

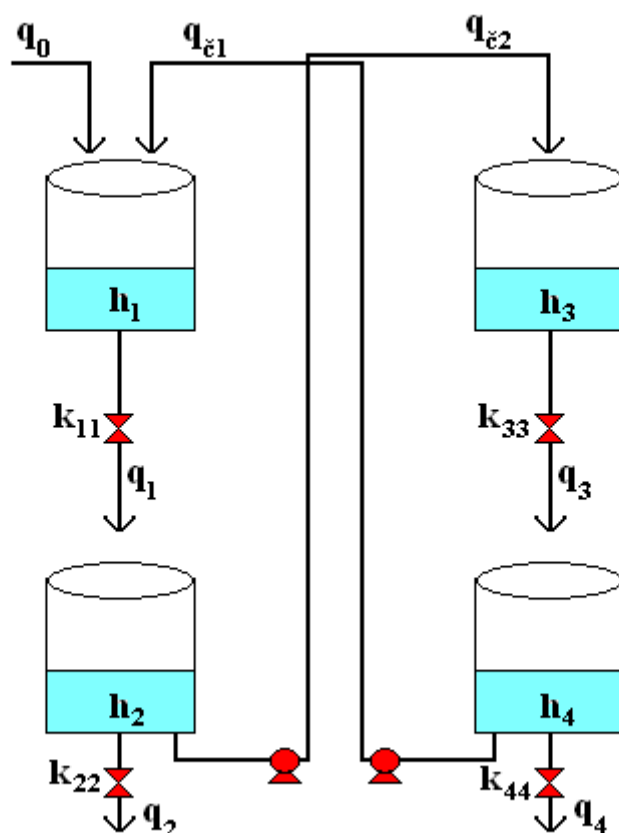
$$x_{\max} = [0,75; 6,4375; 6,4375; 6]$$

$$x_{\min} = [-6,25; -1,5625; -1,5625; -1]$$

$$y_{\max} = C * x_{\max}$$

$$y_{\min} = C * x_{\min}$$

2.2 Systém zásobníků kvapaliny



Obrázok č.4: Navrhnutý systém zásobníkov kvapaliny.

2.3 Linearizácia systému zásobníkov kvapaliny bez interakcie

Materiálová bilancia systému:[21]

Hmotnostné toky do systému vstupujúce = hmotnostné toky zo systému vystupujúce + rýchlosť akumulácie hmotnosti v systéme

Za predpokladu, že je hustota konštantná:

$$\begin{aligned}
 q_0(t) + q_{\epsilon 1}(t) &= q_1(t) + \frac{d\dot{V}_1(t)}{dt} & \dot{V}_1(t) &= F_1 \cdot h_1(t) & q_1(t) &= k_{11} \cdot \sqrt{h_1(t)} \\
 q_1(t) &= q_{\epsilon 2}(t) + q_2(t) + \frac{d\dot{V}_2(t)}{dt} & \dot{V}_2(t) &= F_2 \cdot h_2(t) & q_2(t) &= k_{22} \cdot \sqrt{h_2(t)} \\
 q_{\epsilon 2}(t) &= q_3(t) + \frac{d\dot{V}_3(t)}{dt} & \dot{V}_3(t) &= F_3 \cdot h_3(t) & q_3(t) &= k_{33} \cdot \sqrt{h_3(t)} \\
 q_3(t) &= q_{\epsilon 1}(t) + q_4(t) + \frac{d\dot{V}_4(t)}{dt} & \dot{V}_4(t) &= F_4 \cdot h_4(t) & q_4(t) &= k_{44} \cdot \sqrt{h_4(t)}
 \end{aligned}$$

Dynamický matematický model: [19]

Matematický model je abstraktný model používajúci matematický zápis na opísanie správania systému. Dynamický model uvažuje prvok času. Dynamické modely sú zvyčajne reprezenované rekurentnými alebo diferenciálnymi rovnicami.

$$\begin{aligned}q_0(t) + q_{\varepsilon 1}(t) &= k_{11} \sqrt{h_1(t)} + F_1 \frac{dh_1(t)}{dt} \\k_{11} \sqrt{h_1(t)} &= q_{\varepsilon 2}(t) + k_{22} \sqrt{h_2(t)} + F_2 \frac{dh_2(t)}{dt} \\q_{\varepsilon 2}(t) &= k_{33} \sqrt{h_3(t)} + F_3 \frac{dh_3(t)}{dt} \\k_{33} \sqrt{h_3(t)} &= q_{\varepsilon 1}(t) + k_{44} \sqrt{h_4(t)} + F_4 \frac{dh_4(t)}{dt}\end{aligned}$$

Matematický model rovnovážneho stavu: [20]

Rovnovážny stav systému je stav, v ktorom sa už nemenia hodnoty stavových premenných pri konštantnej hodnote vstupov. V tomto stave nedochádza k akumulácií.

Materiálová bilancia systému v rovnovážnom stave: [21]

Hmotnostné toky do systému vstupujúce = hmotnostné toky zo systému vystupujúce

$$\begin{aligned}F_1 \frac{dh_1^s}{dt} &= q_0^s + q_{\varepsilon 1}^s - k_{11} \sqrt{h_1^s} \quad \Rightarrow \quad h_1^s = \left(\frac{q_0^s + q_{\varepsilon 1}^s}{k_{11}} \right)^2 \\F_2 \frac{dh_2^s}{dt} &= k_{11} \sqrt{h_1^s} - q_{\varepsilon 2}^s - k_{22} \sqrt{h_2^s} \quad \Rightarrow \quad h_2^s = \left(\frac{k_{11} \sqrt{h_1^s} - q_{\varepsilon 2}^s}{k_{22}} \right)^2 \\F_3 \frac{dh_3^s}{dt} &= q_{\varepsilon 2}^s - k_{33} \sqrt{h_3^s} \quad \Rightarrow \quad h_3^s = \left(\frac{q_{\varepsilon 2}^s}{k_{33}} \right)^2 \\F_4 \frac{dh_4^s}{dt} &= k_{33} \sqrt{h_3^s} - q_{\varepsilon 1}^s - k_{44} \sqrt{h_4^s} \quad \Rightarrow \quad h_4^s = \left(\frac{k_{33} \sqrt{h_3^s} - q_{\varepsilon 1}^s}{k_{44}} \right)^2\end{aligned}$$

Dynamický matematický model – Matematický model rovnovážneho stavu:

Od dynamického matematického modelu sa odčíta matematický model rovnovážneho stavu.

$$\begin{aligned}F_1 \frac{d(h_1(t) - h_1^s)}{dt} &= (q_0(t) - q_0^s) + (q_{\varepsilon 1}(t) - q_{\varepsilon 1}^s) - k_{11} \sqrt{h_1(t)} + k_{11} \sqrt{h_1^s} \\F_2 \frac{d(h_2(t) - h_2^s)}{dt} &= k_{11} \sqrt{h_1(t)} - k_{11} \sqrt{h_1^s} - (q_{\varepsilon 2}(t) - q_{\varepsilon 2}^s) - k_{22} \sqrt{h_2(t)} + k_{22} \sqrt{h_2^s} \\F_3 \frac{d(h_3(t) - h_3^s)}{dt} &= (q_{\varepsilon 2}(t) - q_{\varepsilon 2}^s) - k_{33} \sqrt{h_3(t)} + k_{33} \sqrt{h_3^s} \\F_4 \frac{d(h_4(t) - h_4^s)}{dt} &= k_{33} \sqrt{h_3(t)} - k_{33} \sqrt{h_3^s} - (q_{\varepsilon 1}(t) - q_{\varepsilon 1}^s) - k_{44} \sqrt{h_4(t)} + k_{44} \sqrt{h_4^s}\end{aligned}$$

Odchýlkový model: Definícia odchýlkových veličín:

$$\begin{aligned}x_1(t) &= h_1(t) - h_1^s & u_1(t) &= q_0(t) - q_0^s \\x_2(t) &= h_2(t) - h_2^s & u_2(t) &= q_{\varepsilon 1}(t) - q_{\varepsilon 1}^s \\x_3(t) &= h_3(t) - h_3^s & u_3(t) &= q_{\varepsilon 2}(t) - q_{\varepsilon 2}^s \\x_4(t) &= h_4(t) - h_4^s\end{aligned}$$

Linearizácia:

Linearizácia sa vykonáva na základe Taylorovho rozvoja. Linearizujú sa nelineárne funkcie. Po linearizácii sa použijú predtým definované odchýlkové veličiny.

$$\begin{aligned}\sqrt{h_1(t)} /_{h_1(t)=h_1^s} &\approx \sqrt{h_1^s} + \frac{1}{\sqrt{h_1(t)}} /_{h_1(t)=h_1^s} (h_1(t) - h_1^s) \\ \sqrt{h_1(t)} &= \sqrt{h_1^s} + \frac{1}{2\sqrt{h_1^s}} (h_1(t) - h_1^s) \\ \sqrt{h_2(t)} &= \sqrt{h_2^s} + \frac{1}{2\sqrt{h_2^s}} (h_2(t) - h_2^s) \\ \sqrt{h_3(t)} &= \sqrt{h_3^s} + \frac{1}{2\sqrt{h_3^s}} (h_3(t) - h_3^s) \\ \sqrt{h_4(t)} &= \sqrt{h_4^s} + \frac{1}{2\sqrt{h_4^s}} (h_4(t) - h_4^s)\end{aligned}$$

Výsledok sa použije v rovniciach, ktoré vznikli odčítaním dynamického matematického modelu a matematického modelu rovnovážneho stavu.

$$\begin{aligned}
 F_1 \frac{dx_1(t)}{dt} &= u_1(t) + u_2(t) - k_{11} \sqrt{h_1^s} - \frac{k_{11}}{2\sqrt{h_1^s}} x_1(t) + k_{11} \sqrt{h_1^s} \\
 F_2 \frac{dx_2(t)}{dt} &= k_{11} \sqrt{h_1^s} + \frac{k_{11}}{2\sqrt{h_1^s}} x_1(t) - k_{11} \sqrt{h_1^s} - u_3(t) - k_{22} \sqrt{h_2^s} - \frac{k_{22}}{2\sqrt{h_2^s}} x_2(t) + k_{22} \sqrt{h_2^s} \\
 F_3 \frac{dx_3(t)}{dt} &= u_3(t) - k_{33} \sqrt{h_3^s} - \frac{k_{33}}{2\sqrt{h_3^s}} x_3(t) + k_{33} \sqrt{h_3^s} \\
 F_4 \frac{dx_4(t)}{dt} &= k_{33} \sqrt{h_3^s} + \frac{k_{33}}{2\sqrt{h_3^s}} x_3(t) - k_{33} \sqrt{h_3^s} - u_2(t) - k_{44} \sqrt{h_4^s} - \frac{k_{44}}{2\sqrt{h_4^s}} x_4(t) + k_{44} \sqrt{h_4^s}
 \end{aligned}$$

Definovanie pomocných konštánt:

$$k_1 = \frac{k_{11}}{2\sqrt{h_1^s}} \quad k_2 = \frac{k_{22}}{2\sqrt{h_2^s}} \quad k_3 = \frac{k_{33}}{2\sqrt{h_3^s}} \quad k_4 = \frac{k_{44}}{2\sqrt{h_4^s}}$$

Použitie pomocných konštánt:

$$\begin{aligned}
 F_1 \frac{dx_1(t)}{dt} &= u_1(t) + u_2(t) - k_1 x_1(t) \\
 F_2 \frac{dx_2(t)}{dt} &= k_1 x_1(t) - u_3(t) - k_2 x_2(t) \\
 F_3 \frac{dx_3(t)}{dt} &= u_3(t) - k_3 x_3(t) \\
 F_4 \frac{dx_4(t)}{dt} &= k_3 x_3(t) - u_2(t) - k_4 x_4(t)
 \end{aligned}$$

Zvolené veličiny, vypočítané výšky hladín a jednotlivé konštanty k_i :

Výšky hladín boli vyjadrené a následné počítané z matematického modelu rovnovážneho stavu.

$$q_0 = 1; \quad q_{\varepsilon 1} = 1; \quad q_{\varepsilon 2} = 1; \quad k_{11} = 0.8; \quad k_{22} = 0.8; \quad k_{33} = 4; \quad k_{44} = 4; \quad F_1 = 2; \quad F_2 = 2; \\ F_3 = 2; \quad F_4 = 2$$

$$h_1^s = \left(\frac{1+1}{0.8} \right)^2 = 6.25$$

$$k_1 = \frac{0.8}{2\sqrt{6.25}} = 0.16$$

$$h_2^s = \left(\frac{0.8\sqrt{6.25} - 1}{0.8} \right)^2 = 1.5625$$

$$k_2 = \frac{0.8}{2\sqrt{1.5625}} = 0.32$$

$$h_3^s = \left(\frac{1}{0.8} \right)^2 = 1.5625$$

$$k_3 = \frac{4}{2\sqrt{1.5625}} = 1.6$$

$$h_4^s = \left(\frac{4\sqrt{1.5625} - 1}{4} \right)^2 = 1$$

$$k_4 = \frac{4}{2\sqrt{1}} = 2$$

Linearizovaný matematický model s doplnenými hodnotami konštánt:

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = 0.5u_1(t) + 0.5u_2(t) - 0.08x_1(t)$$

$$\frac{dx_2(t)}{dt} = 0.08x_1(t) - 0.5u_3(t) - 0.16x_2(t)$$

$$\frac{dx_3(t)}{dt} = 0.5u_3(t) - 0.8x_3(t)$$

$$\frac{dx_4(t)}{dt} = 0.8x_3(t) - 0.5u_2(t) - x_4(t)$$

Matice systému: Matice systému boli odvodené z linearizovaného matematického modelu s doplnenými hodnotami konštánt.

$$A = \begin{pmatrix} -0.08 & 0 & 0 & 0 \\ 0.08 & -0.16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.8 & 0 \\ 0 & 0 & 0.8 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & -0.5 \\ 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & -0.5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

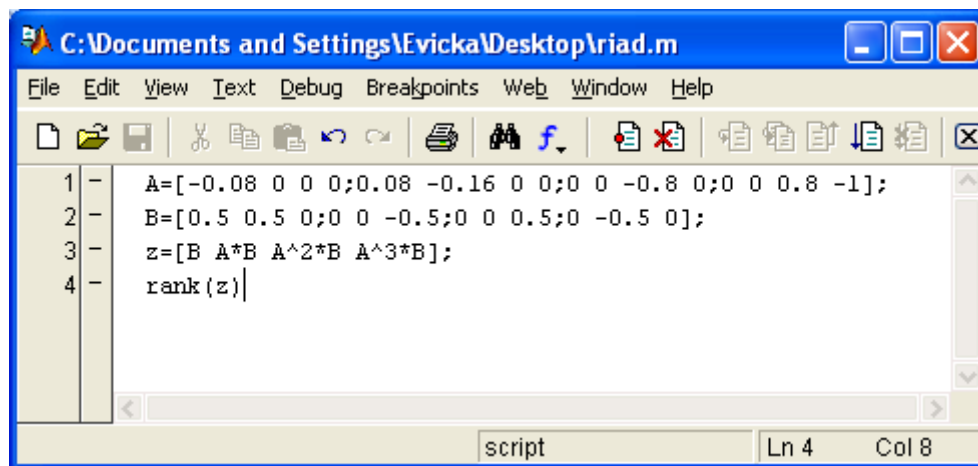
$$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2.4 Analýza riaditeľnosti systému

Systém nazývame riaditeľný, ak ľubovoľný počiatočný čas t_0 a ľubovoľný počiatočný stav $x(t_0)=x_0$ a konečný stav x_f existuje konečný čas a riadenie $u(t)$ také, že $x(t_1)=x_f$.

M-file:

V M-file sa nachádzajú matice systému A a B a matica riaditeľnosti z . Príkaz $rank(z)$ slúži na výpočet, či je systém riaditeľný.



Obrázok č.5: M-file použitý na výpočet.

V mojom prípade $rank(z) = 4 \Rightarrow$ môj systém je riaditeľný.

2.5 Vyhodnotenie simulácií

Účelová funkcia obsahuje váhové matice Q a R :

$$J = \sum_{k=0}^{N-1} (y_k - y_{ref})^T Q_y (y_k - y_{ref}) + \Delta u_k^T R \Delta u_k$$

Cieľom mojich simulácií je zistiť vplyv zvolenia váhových matic Q, R a predikčného časového horizontu N na čas simulácie. Simulácie sú vykonávané pomocou *MPT Toolboxu*.

Diskretizácia spojitého systému:

$$J = \min \sum_{k=0}^{N-1} (y_k - y_{ref})^T Q_y (y_k - y_{ref}) + \Delta u_k^T R \Delta u_k$$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}\mathbf{u}_k$$

$$\underline{x} \leq x_k \leq \bar{x}$$

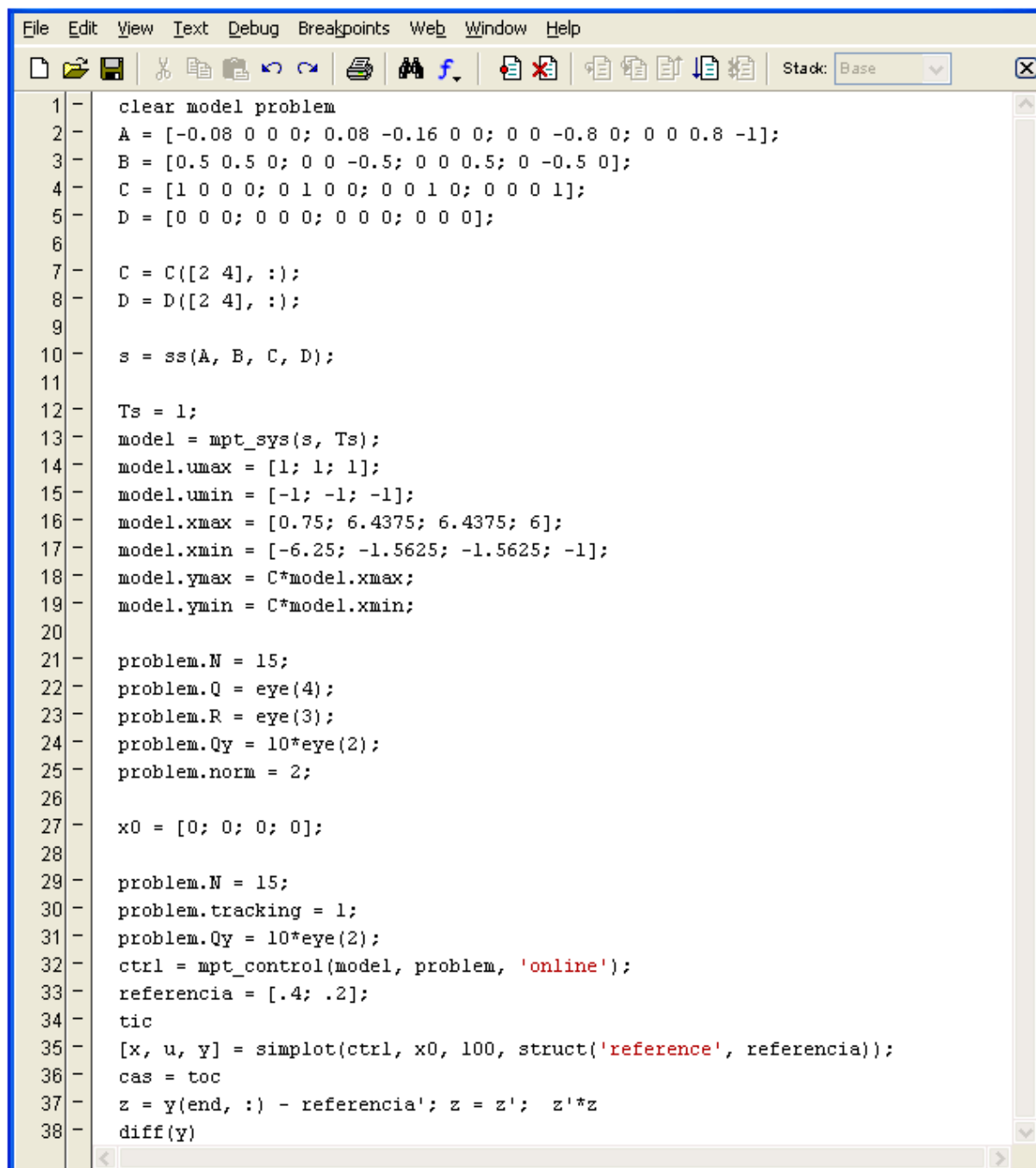
$$y_k = \mathbf{c}_k \mathbf{x}_k$$

$$\underline{y} \leq y_k \leq \bar{y}$$

$$\underline{u} \leq u_k \leq \bar{u}$$

M-file:

V tomto M-file sú zhrnuté všetky algoritmy, pomocou ktorých môžeme spustiť simuláciu, na základe ktorej získame výsledky zoradené do tabuliek. V M-file si môžeme všimnúť 4 základné veličiny, s ktorými som manipuloval, respektíve menil ich hodnoty. Ide o váhové matice R a Q , časový horizont predikcie N a o tracking. Problém tracking predstavuje trvalú regulačnú odchýlku TRO . Ak bol tracking nastavený na číslo 1 išlo o simuláciu bez TRO a ak bol tracking nastavený na číslo 2 tak matlab počítal s TRO .



```
1 - clear model problem
2 - A = [-0.08 0 0 0; 0.08 -0.16 0 0; 0 0 -0.8 0; 0 0 0.8 -1];
3 - B = [0.5 0.5 0; 0 0 -0.5; 0 0 0.5; 0 -0.5 0];
4 - C = [1 0 0 0; 0 1 0 0; 0 0 1 0; 0 0 0 1];
5 - D = [0 0 0; 0 0 0; 0 0 0; 0 0 0];
6
7 - C = C([2 4], :);
8 - D = D([2 4], :);
9
10 - s = ss(A, B, C, D);
11
12 - Ts = 1;
13 - model = mpt_sys(s, Ts);
14 - model.umax = [1; 1; 1];
15 - model.umin = [-1; -1; -1];
16 - model.xmax = [0.75; 6.4375; 6.4375; 6];
17 - model.xmin = [-6.25; -1.5625; -1.5625; -1];
18 - model.ymax = C*model.xmax;
19 - model.ymin = C*model.xmin;
20
21 - problem.N = 15;
22 - problem.Q = eye(4);
23 - problem.R = eye(3);
24 - problem.Qy = 10*eye(2);
25 - problem.norm = 2;
26
27 - x0 = [0; 0; 0; 0];
28
29 - problem.N = 15;
30 - problem.tracking = 1;
31 - problem.Qy = 10*eye(2);
32 - ctrl = mpt_control(model, problem, 'online');
33 - referencia = [.4; .2];
34 - tic
35 - [x, u, y] = simplot(ctrl, x0, 100, struct('reference', referencia));
36 - cas = toc
37 - z = y(end, :) - referencia'; z = z'; z'*z
38 - diff(y)
```

Obrázok č.6: M-file používaný pri simuláciách.

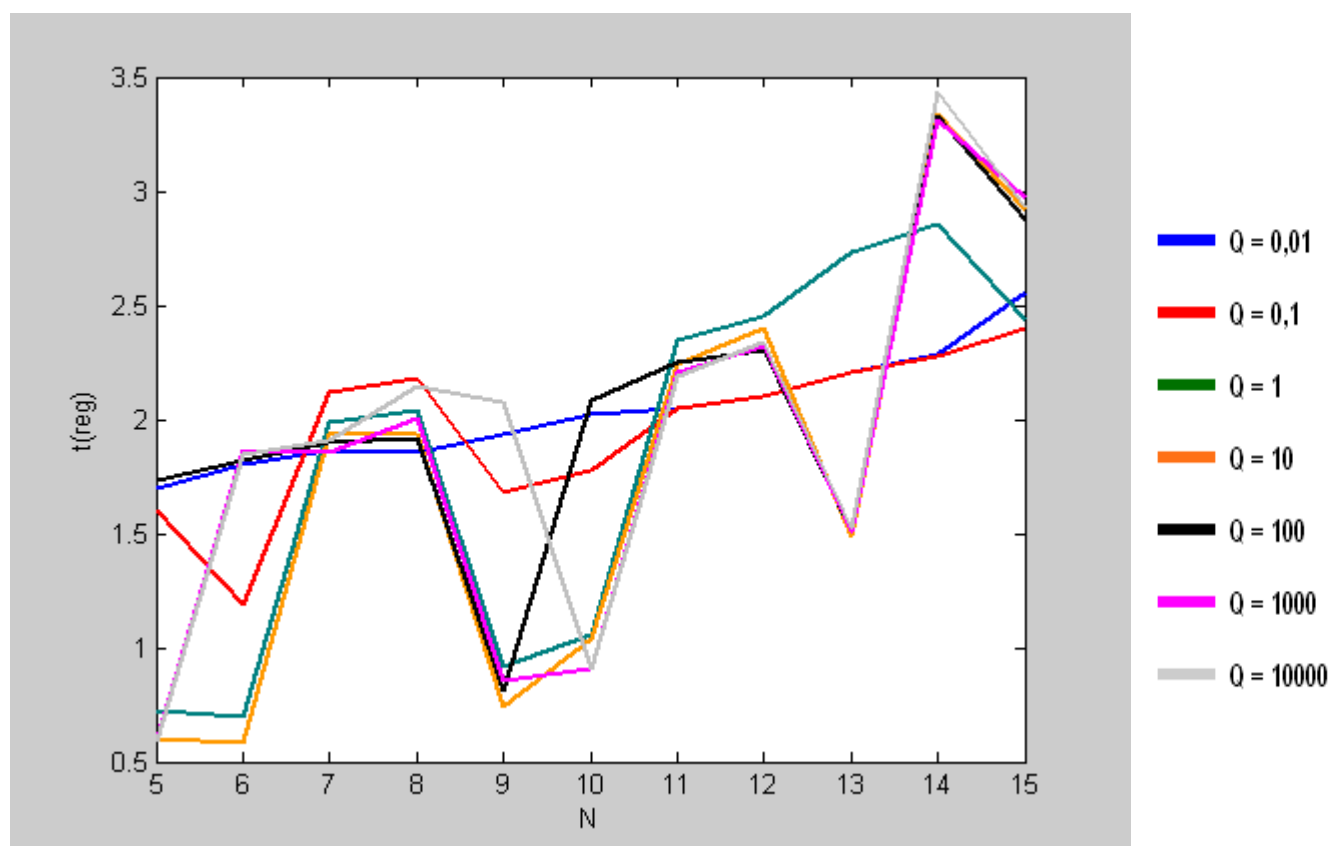
2.5.1 Výsledky simulácie bez *TRO* pri konštantnej hodnote váhovej matice *R*, zmene váhovej matice *Q* a súčasnej zmene predikčného horizontu *N*

N	t_{reg}						
	Q = 0,01	Q = 0,1	Q = 1	Q = 10	Q = 100	Q = 1000	Q = 10000
	R = 1	R = 1	R = 1	R = 1	R = 1	R = 1	R = 1
5	1,6988	1,6048	0,7247	0,6002	1,7325	0,5973	0,5894
6	1,8020	1,1923	0,6975	0,5818	1,8208	1,8653	1,8497
7	1,8626	2,1159	1,9877	1,9379	1,9018	1,8582	1,9062
8	1,8696	2,1832	2,0416	1,9355	1,9193	2,0003	2,1433
9	1,9307	1,6835	0,9140	0,7450	0,8103	0,8528	2,0757
10	2,0241	1,7757	1,0613	1,0354	2,0811	0,9117	0,9118
11	2,0446	2,0507	2,3453	2,2369	2,2474	2,2097	2,1921
12	2,0966	2,1038	2,4498	2,3996	2,2987	2,3216	2,3351
13	2,2062	2,2077	2,7283	1,4883	1,5039	1,5049	1,5226
14	2,2813	2,2780	2,8535	3,3384	3,3250	3,3116	3,4359
15	2,5539	2,3990	2,4384	2,9209	2,8736	2,9734	2,9248

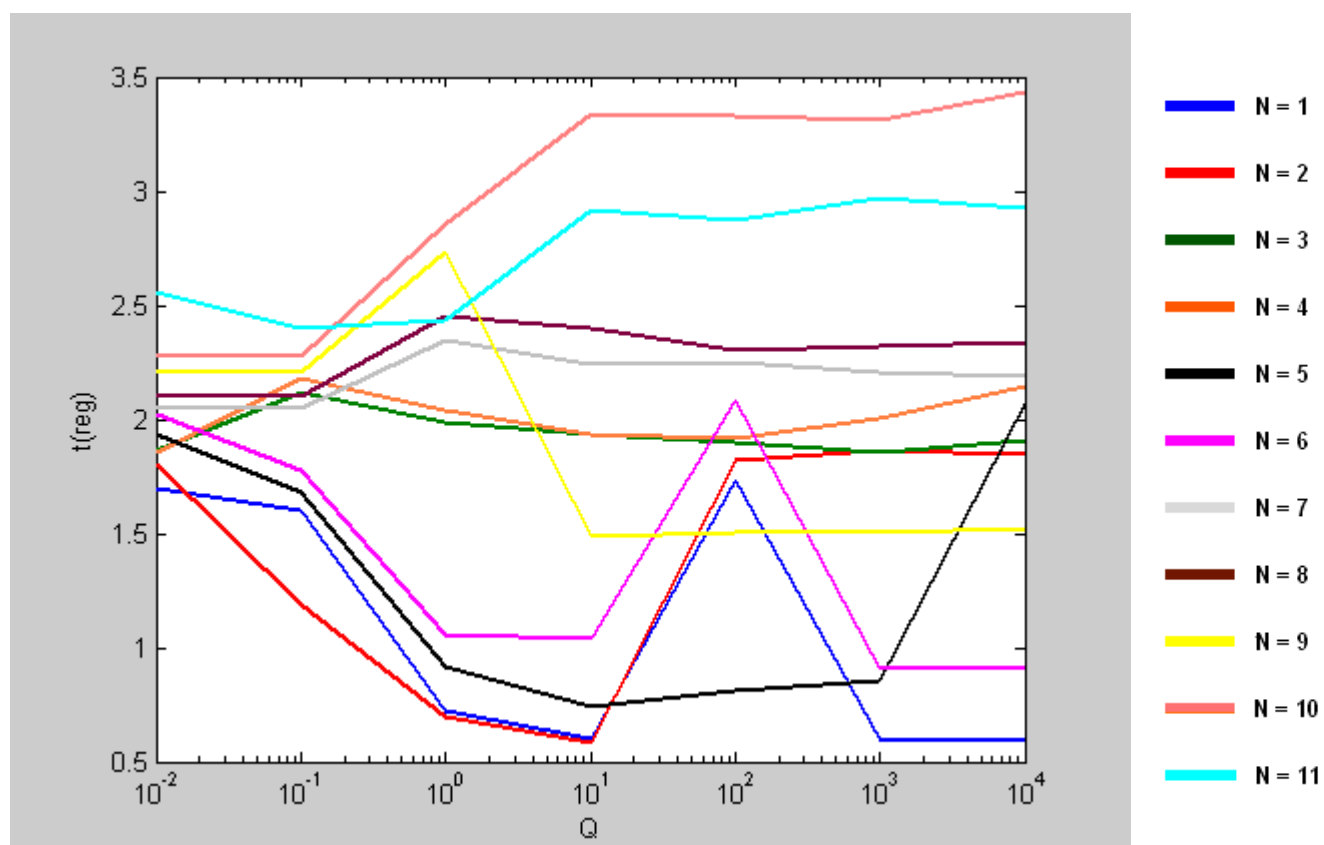
Tabuľka č.1: Vyhodnotenie výsledkov simulácie bez *TRO* pri zmene váhovej matice *Q* a súčasnej zmene predikčného horizontu *N*.

Q – váhová matica, *N* – predikčný časový horizont, t_{reg} – celkový čas regulácie (potrebný na celú simuláciu)

Z výsledkov, ktoré som zhrnul v tabuľke č.1 vyplýva, že pri simulácii bez *TRO* a pri hodnote $Q = 0,01$ sa zvyšovaním *N* približne lineárne zvyšuje aj čas regulácie. Pri ostatných hodnotách váhovej matice *Q* mi zvyšovaní *N* čas regulácie kmitá a teda nemôžem povedať, že zvyšovaním časového horizontu predikcie sa mi zvyšuje aj čas regulácie.



Obrázok č.7: Závislosť: $t = f(N)$, simulácie bez *TRO*.



Obrázok č.8: Závislosť: $t = f(Q)$, simulácie bez *TRO*.

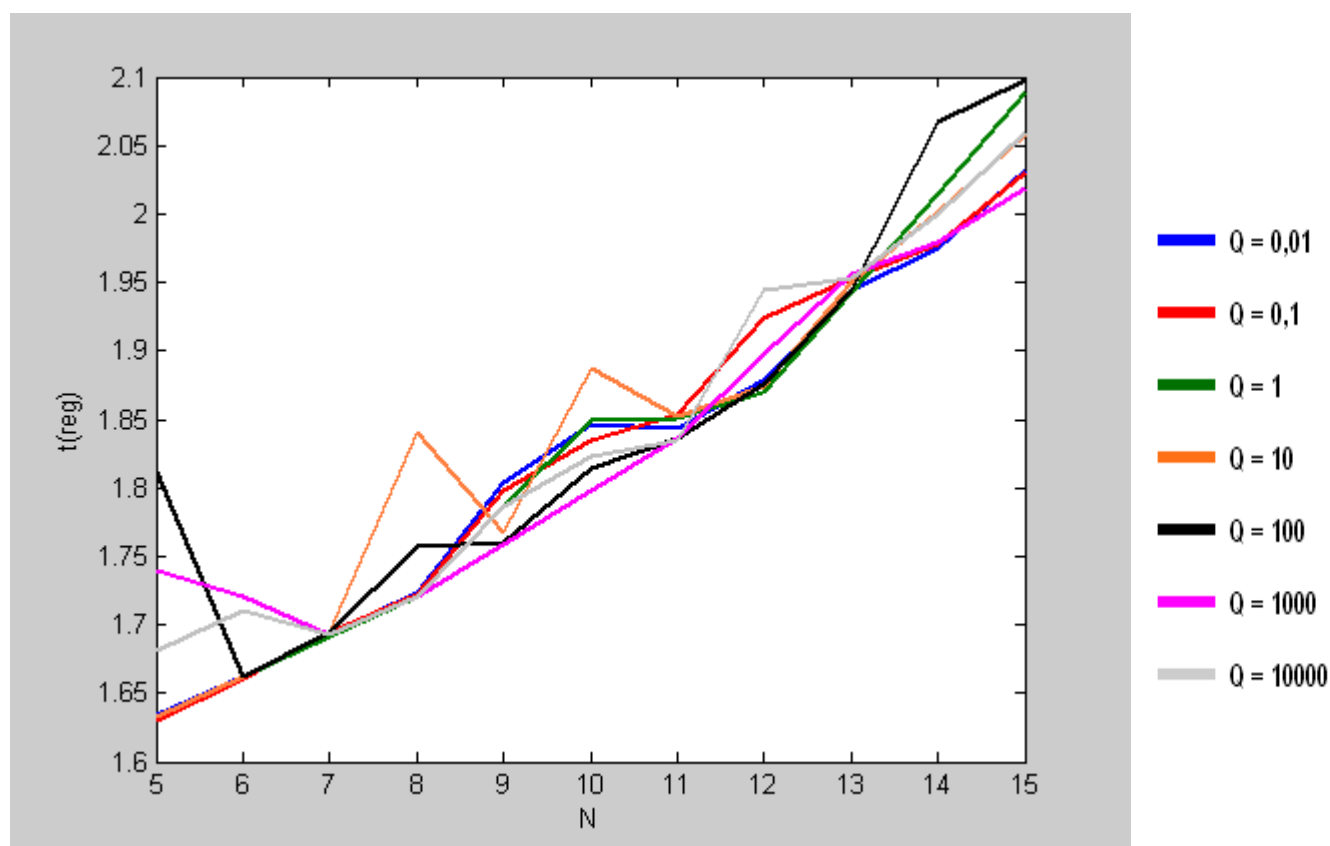
2.5.2 Výsledky simulácie s *TRO* pri konštantnej hodnote váhovej matice *R*, zmene váhovej matice *Q* a súčasnej zmene predikčného horizontu *N*

N	t_{reg}						
	Q = 0,01	Q = 0,1	Q = 1	Q = 10	Q = 100	Q = 1000	Q = 10000
	R = 1	R = 1	R = 1	R = 1	R = 1	R = 1	R = 1
5	1,6347	1,6293	1,6331	1,6324	1,8113	1,7397	1,6808
6	1,6627	1,6609	1,6626	1,6617	1,6616	1,7204	1,7099
7	1,6926	1,6940	1,6921	1,6950	1,6948	1,6934	1,6930
8	1,7234	1,7227	1,7209	1,8412	1,7572	1,7199	1,7210
9	1,8039	1,7986	1,7868	1,7675	1,7606	1,7580	1,7862
10	1,8464	1,8340	1,8492	1,8880	1,8146	1,7982	1,8223
11	1,8439	1,8535	1,8510	1,8516	1,8357	1,8365	1,8353
12	1,8779	1,9235	1,8700	1,8747	1,8758	1,8975	1,9439
13	1,9438	1,9533	1,9433	1,9508	1,9442	1,9561	1,9530
14	1,9746	1,9773	2,0139	2,0018	2,0674	1,9801	2,0001
15	2,0321	2,0311	2,0892	2,0582	2,0976	2,0189	2,0598

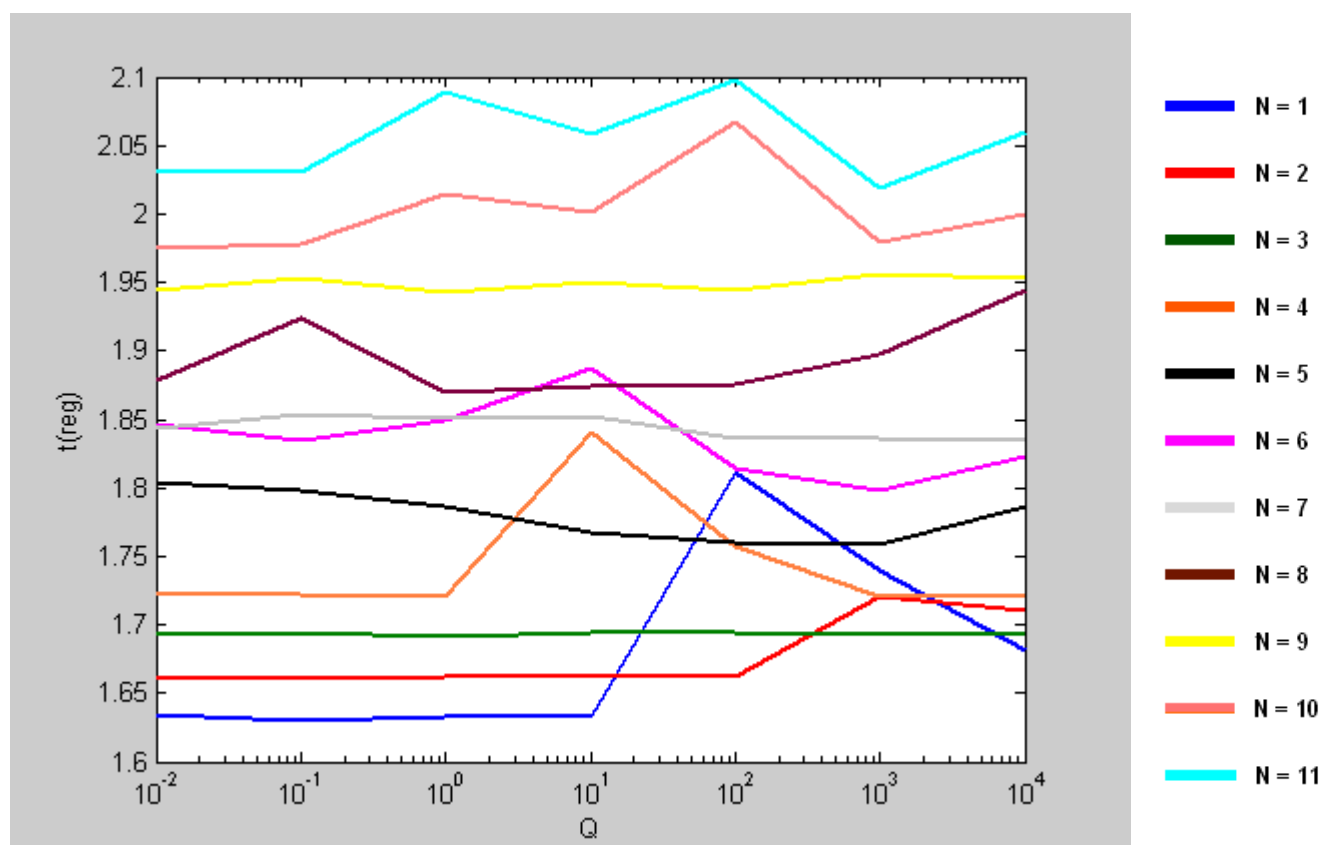
Tabuľka č.2: Vyhodnotenie výsledkov simulácie s *TRO* pri zmene váhovej matice *Q* a súčasnej zmene časového horizontu predikcie *N*.

Q – váhová matica, *N* – predikčný časový horizont, t_{reg} - celkový čas regulácie (potrebný na celú simuláciu)

Z výsledkov, ktoré som zhrnul v tabuľke č.2 vyplýva, že pri simulácií s *TRO* a pri hodnotách od $Q = 0,01$ po $Q = 1$ sa zvyšovaním *N* približne lineárne zvyšuje aj čas regulácie. Pri hodnote $Q = 10$ je tiež približne lineárny priebeh, len pri zvolenom $N = 10$ dochádza k menšiemu skoku t.j. k zníženiu času regulácie. Podobný priebeh je aj pri $Q = 100$, kde skok nastáva pri $N = 5$, $Q = 1000$, kde je to pri hodnote $N = 7$ a $Q = 10\,000$ je tak isto pri hodnote $N = 7$.



Obrázok č.9: Závislosť: $t = f(N)$, simulácie s *TRO*.



Obrázok č.10: Závislosť: $t = f(Q)$, simulácie s *TRO*.

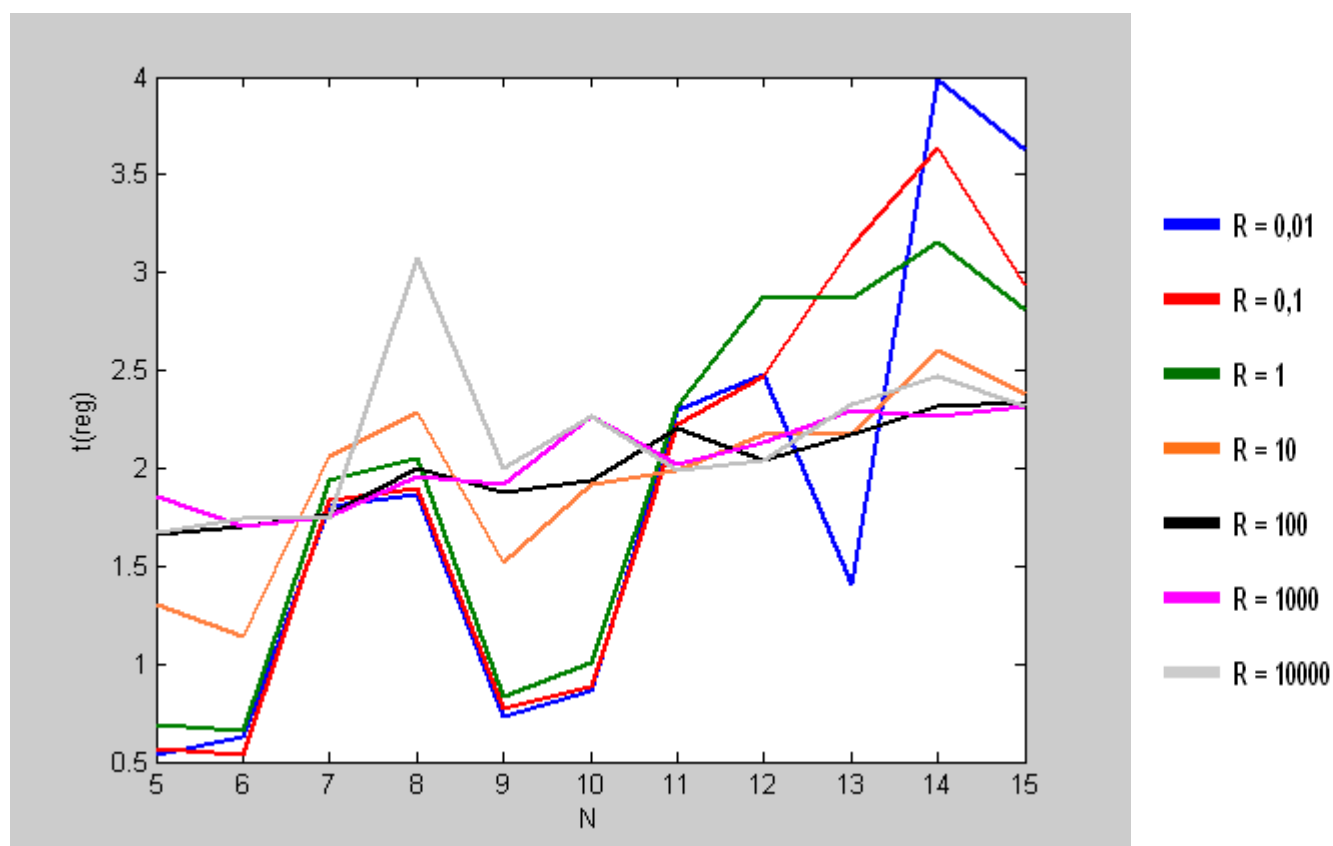
2.5.3 Výsledky simulácie bez *TRO* pri konštantnej hodnote váhovej matice *Q*, zmene váhovej matice *R* a súčasnej zmene predikčného horizontu *N*

N	t_{reg}						
	R = 0,01	R = 0,1	R = 1	R = 10	R = 100	R = 1000	R = 10000
	Q = 1	Q = 1	Q = 1	Q = 1	Q = 1	Q = 1	Q = 1
5	0,5360	0,5716	0,6871	1,3037	1,6649	1,8581	1,6687
6	0,6240	0,5332	0,6557	1,1389	1,7020	1,7036	1,7453
7	1,8071	1,8379	1,9422	2,0557	1,759	1,7564	1,7459
8	1,8700	1,8945	2,0529	2,2853	2,0003	1,9571	3,0693
9	0,7347	0,7680	0,8324	1,5189	1,8793	1,9221	1,9993
10	0,8623	0,8859	1,0040	1,9174	1,9385	2,2672	2,2616
11	2,2962	2,2281	2,3120	1,9863	2,2012	2,0222	1,9872
12	2,4804	2,4710	2,8760	2,1731	2,0388	2,1347	2,0383
13	1,4039	3,1382	2,8694	2,1749	2,1685	2,2999	2,3265
14	3,9871	3,6042	3,1570	2,6009	2,3178	2,2648	2,4722
15	3,6300	2,9345	2,8084	2,3813	2,3324	2,3120	2,3177

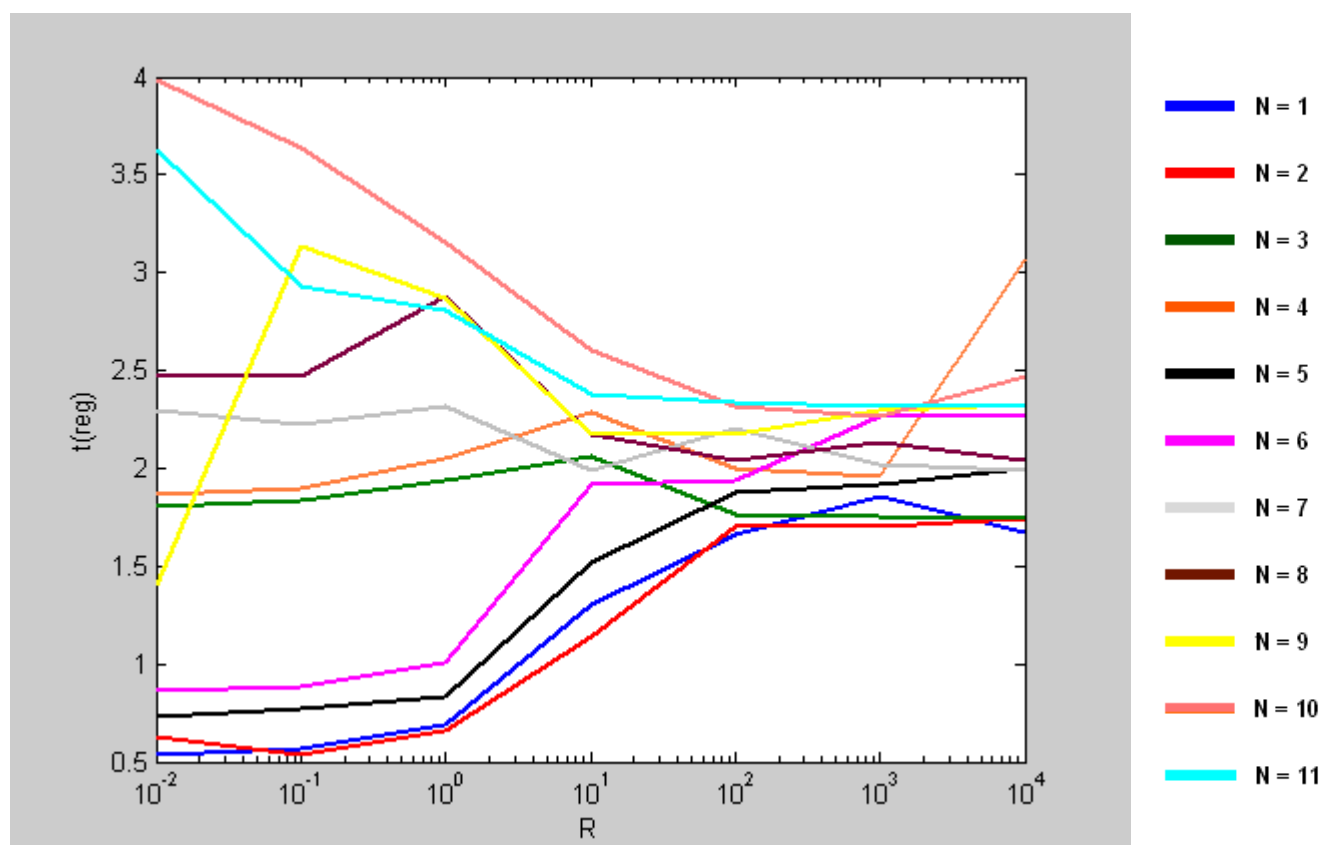
Tabuľka č.3: Vyhodnotenie výsledkov simulácie bez *TRO* pri zmene váhovej matice *R* a súčasnej zmene časového horizontu predikcie *N*.

R – váhová matica, *N* – predikčný časový horizont, t_{reg} - celkový čas regulácie (potrebný na celú simuláciu)

Z výsledkov, ktoré som zhrnul v tabuľke vyplýva, že pri simulácií bez *TRO* zvyšovaním časového horizontu predikcie pre jednotlivé váhové matice *R* nastáva periodický priebeh času regulácie a teda tak ako v tab. 1 nemôžem povedať, že zvyšovaním časového horizontu predikcie sa mi zvyšuje aj čas regulácie.



Obrázok č.11: Závislosť: $t = f(N)$, simulácie bez *TRO*.



Obrázok č.12: Závislosť: $t = f(R)$, simulácie bez *TRO*.

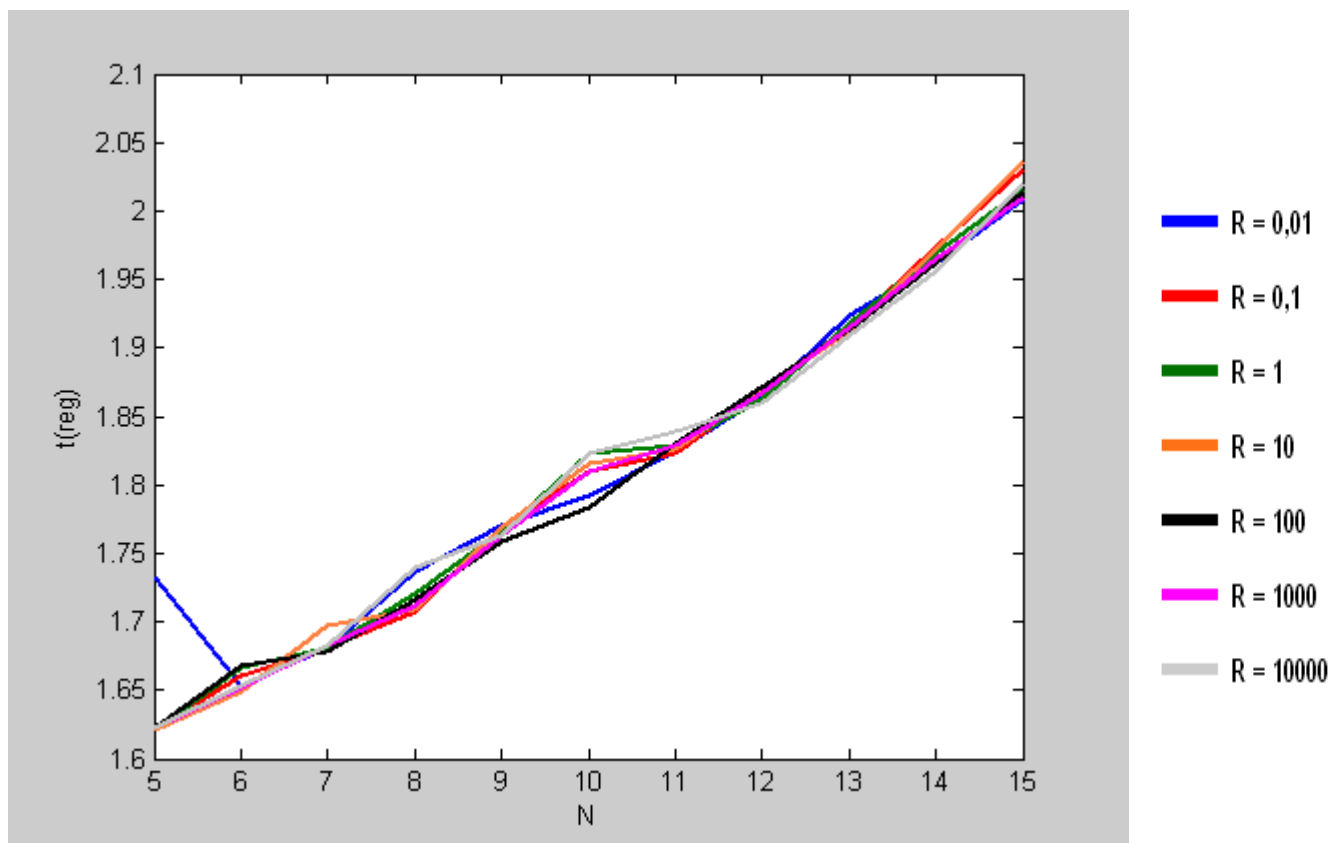
2.5.4 Výsledky simulácie s *TRO* pri konštantnej hodnote váhovej matice Q , zmene váhovej matice R a súčasnej zmene predikčného horizontu N

N	t_{reg}						
	R = 0,01	R = 0,1	R = 1	R = 10	R = 100	R = 1000	R = 10000
	Q = 1	Q = 1	Q = 1	Q = 1	Q = 1	Q = 1	Q = 1
5	1,7326	1,6219	1,6210	1,6218	1,6223	1,6233	1,6226
6	1,6530	1,6607	1,6659	1,6497	1,6679	1,6519	1,6531
7	1,6810	1,6818	1,6816	1,6974	1,6782	1,6822	1,6827
8	1,7364	1,7077	1,7205	1,7095	1,7164	1,7114	1,7398
9	1,7669	1,7695	1,7661	1,7685	1,7588	1,7633	1,7627
10	1,7929	1,8095	1,8229	1,8158	1,7829	1,8097	1,8228
11	1,8248	1,8232	1,8284	1,8254	1,8302	1,8293	1,8385
12	1,8635	1,8690	1,8631	1,8691	1,8711	1,8661	1,8590
13	1,9236	1,9145	1,9187	1,9118	1,9141	1,9153	1,9087
14	1,9619	1,9730	1,9689	1,9719	1,9625	1,9649	1,9554
15	2,0083	2,0304	2,0165	2,0359	2,0141	2,0105	2,0209

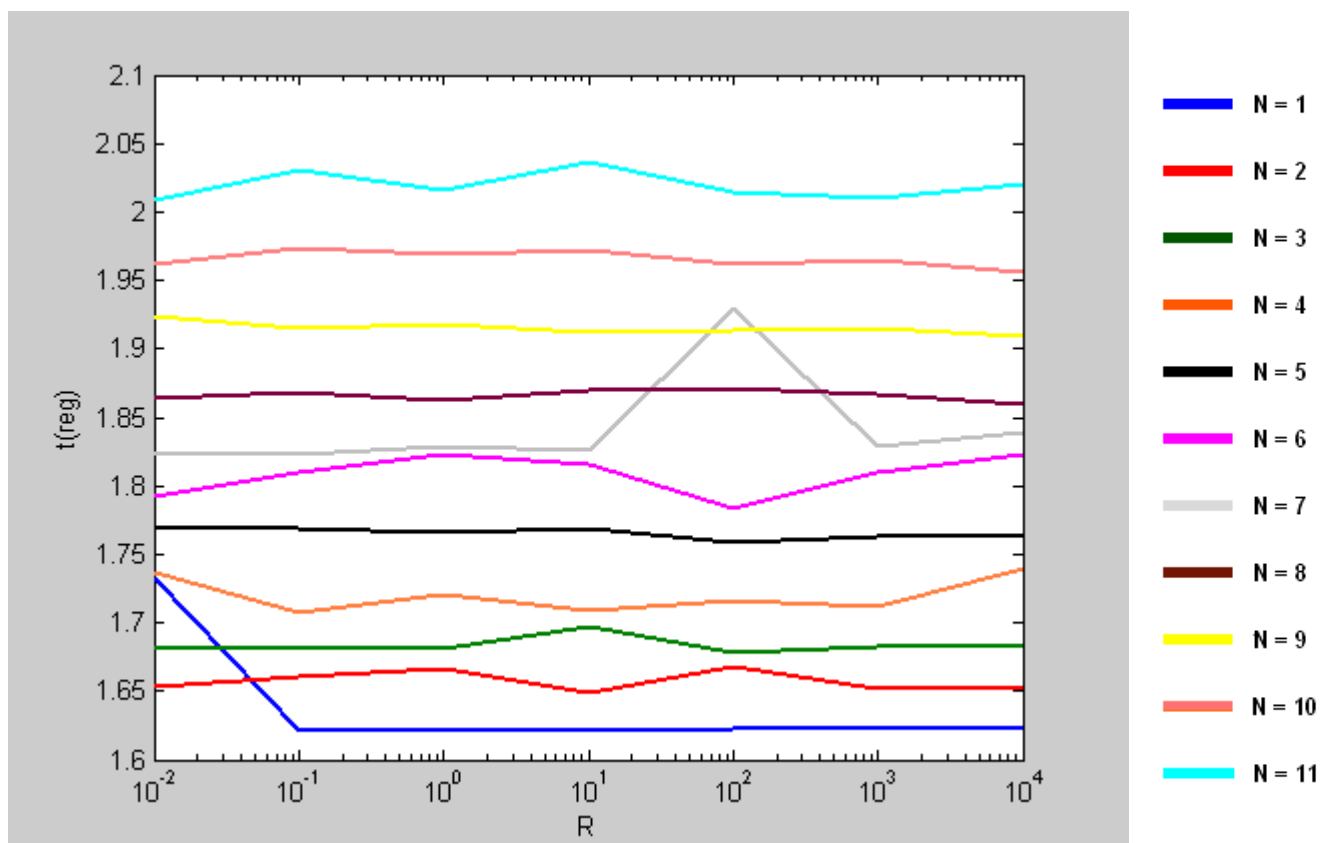
Tabuľka č.4: Vyhodnotenie výsledkov simulácie s *TRO* pri zmene váhovej matice R a súčasnej zmene časového horizontu predikcie N .

R – váhová matica, N – predikčný časový horizont, t_{reg} - celkový čas regulácie (potrebný na celú simuláciu)

Z výsledkov, ktoré som zhrnul v tabuľke vyplýva, že pri simulácii s *TRO* postupným zvyšovaním časového horizontu predikcie pre jednotlivé váhové matice R dochádza aj k postupnému zvyšovaniu času regulácie. Menšia odchýlka nastáva pri hodnote $R = 0,01$ a $N = 5$, kde sa čas regulácie o niečo vychýli približnej linearite.



Obrázok č.13: Závislosť: $t = f(N)$, simulácie s *TRO*.



Obrázok č.14: Závislosť: $t = f(R)$, simulácie s *TRO*.

2.5.5 Výsledky simulácie k referencií bez *TRO* pri konštantnej hodnote časového horizontu predikcie *N* a zmene váhovej matice *Q*

Q	N	Z	D
0,01	7	0,0356	1117
0,1	7	0,0044	283
1	7	$5,6583 \cdot 10^{-8}$	59
10	7	$2,8687 \cdot 10^{-11}$	31
100	7	$1,2572 \cdot 10^{-14}$	25
1000	7	$1,5148 \cdot 10^{-17}$	24
10000	7	$6,2566 \cdot 10^{-20}$	4

Tabuľka č.5

Z – je rozdiel poslednej hodnoty výstupu *y* a referencie (čím *Z* je bližšie k nule, tým som bližšie k referencii)

D – je počet krokov, za ktoré sa výstup ustáli na referencií

N – časový horizont predikcie

2.5.6 Výsledky simulácie k referencií s *TRO* pri konštantnej hodnote časového horizontu predikcie *N* a zmene váhovej matice *Q*

Q	N	Z	D
0,01	10	0,1723	47
0,1	10	0,0894	49
1	10	0,0512	35
10	10	0,0144	26
100	10	$4,7488 \cdot 10^{-4}$	8
1000	10	$5,6478 \cdot 10^{-6}$	5
10000	10	$5,7518 \cdot 10^{-8}$	3

Tabuľka č.6

Z – je rozdiel poslednej hodnoty výstupu *y* a referencie (čím *Z* je bližšie k nule, tým som bližšie k referencii)

D – je počet krokov, za ktoré sa výstup ustáli na referencií

N – časový horizont predikcie

Záver

Cieľom mojej bakalárskej práce bolo zistiť vplyv horizontu predikcie a váhových matíc Q a R na systém. Keďže som si systém navrhol sám, môžem sa opierať iba o vlastné výsledky zo simulácií. Dalo by sa predpokladať, že zvyšovaním časového horizontu predikcie sa zvyšuje aj čas regulácie. Avšak v prípade môjho zvoleného systému tomu tak vo väčšine výsledkov, ktoré mi vygenerovala simulácia, nebolo.

Najprv som si zvolil hodnoty váhovej matice $Q = [0.01 \ 0.1 \ 1 \ 10 \ 100 \ 1000 \ 10000]$ a k nim hodnoty predikčného horizontu $N = [5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10 \ 11 \ 12 \ 13 \ 14 \ 15]$.

Pri simulácií bez *TRO*, pri hodnote $Q = 0,01$ sa pri postupnom zvyšovaní N zvyšoval aj čas regulácie. Pri $Q = 0,1$ až $Q = 10\ 000$ nastávali nerovnomerné kmity. Pri simulácií s *TRO*, pri hodnotách $Q = 0,01$ až $Q = 1$ postupným zvyšovaním N sa zvyšoval aj čas regulácie. Od $Q = 10$ až $Q = 10\ 000$ dochádzalo opäťovne k nerovnomerným kmitom.

Neskôr som si zvolil hodnoty váhovej matice $R = [0.01 \ 0.1 \ 1 \ 10 \ 100 \ 1000 \ 10000]$ a k nim hodnoty predikčného horizontu $N = [5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10 \ 11 \ 12 \ 13 \ 14 \ 15]$.

Pri simulácií bez *TRO* dochádzalo pri všetkých hodnotách N a hodnotách váhových matíc R ku kmitom. Pri simulácií s *TRO* ma veľmi prekvapilo, že pri zvyšovaní N k hodnotám R dochádzalo k postupnému zvyšovaniu času regulácie. Počas tejto simulácií nastala len jedna odchýlka v čase regulácie a to pri $R = 0,01$ a $N = 5$. Čas regulácie sa zvyšuje z dôvodu zložitejších výpočtov pre regulátor. Čím vyššie zvolené N , tým zložitejšie výpočty musí regulátor prevádzať. Táto skutočnosť platila pri mojom navrhnutom systéme zásobníkov kvapaliny len v poslednom prípade, pri simulácií s *TRO* a voľbe váhovej matice R a časového horizontu predikcie.

Použitá literatúra

- [1] Adrián Karas a kol. (2007). Praktické aspekty prediktívneho riadenia. STU Bratislava. Strany 15-27.
- [2] Polóni a kol. (2007). Multiple arx model-based air-fuel ratio predictive control for si engines. In: IFAC Workshop on advanced fuzzy and neural control. Valenciennes, France. Conference paper.
- [3] Kouvaritakis a kol. (2002a). Who needs QP for linear mpc anyway. *Automatica* 38(5), 879-884.
- [4] Grieder a kol. (2005). Stabilizing low complexity feedback control of constrained piecewise affine systems. *Automatica* 41(10), 1638 – 1694.
- [5] Ferreau a kol. (2006). An online active set strategy for fast parametric quadratic programming in MPC applications. In: Proceedings of the NMPC-FS06 IFAC Workshop on Nonlinear Model Predictive Control of Fast Systems. Grenoble, France.
- [6] Bemporad a kol. (2000). The explicit solution of model predictive control via multiparametric quadratic programming. In: Proceedings of the American control conference. Chicago. Pp 872 – 876.
- [7] Tondel a kol. (2003). An algorithm for multi-parametric quadratic programming and explicit MPC solutions. *Automatica* 39, 489 – 497.
- [8] Camacho a Bordos (1998). Model Predictive Control. Springer.
- [9] Kuznetsov (1996), Constrained predictive control: a brief survey. *Journal A* 37(2), 3-8.
- [10] Scokaert (1994). Constrained predictive control. Technical Report OUEL 2023/94. Department of Engineering Science, Oxford University. Parks Road, Oxford, Great Britain.
- [11] Clarke a Scattolini (1991). Constrained receding-horizon predictive control. *IEE Proceedings Part D* 138(4), 347-354.

[12] Mosca a kol. (1990). Stabilizing I/O receding-horizon control. In: Proceedings of 29th IEEE Conference on Decision and Control. Honolulu, USA.

[13] Scokaert (1993). Stability questions in predictive control. Part ii: Incorporation of hard inequality constraints. Technical Report OUEL 1983/93. Department of Engineering Science, Oxford University. Parks Road, Oxford, Great Britain.

[14] Rossiter a Kouvaritakis (1993). Constrained stable generalized predictive control. IEE Proceedings Part D 140(4), 243-254.

[15] Qin a Badgwell (1996). An overview of industrial model predictive control technology. In: Proceedings of Chemical Process Control – V. Vol. 93 of AIChE Symposium Series. CACHE & AIChE. Tahoe City, CA, USA. Pp. 232-256.

[16] Zheng a Morari (1995). Stability of model predictive control with mixed constraints. IEEE Transaction on Automatic Control 40(10), 1818-1823.

[17] Scokaert a Rawlings (1996a). Infinite horizon linear quadratic control with constraints. In: IFAC'96 World Congress. San Francisco, United States of America. Pp. 109-114.

[18] Scokaert a Rawlings (1996b). On unfeasibilities in model predictive control. In: Proceedings of the 5th International Conference on Chemical Process Control (J. C. Kantor, C. E. Garcia and B. Carnahan, Eds.). Vol. 93 of AIChE Symposium Series. Tahoe City, CA, United States of America. Pp. 331-334.

Internet:

[19] http://sk.wikipedia.org/wiki/Matematick%C3%BD_model

[20] http://www.kaar.sebsoft.com/jomla/prednasky/_Modelovanie_a_identifikacia_systemov/Prednaska02_Identifikaciauvod/prednaska2_uvod.doc

[21] <https://www.kirp.chtf.stuba.sk/~bakosova/wwwDP/p3.pdf>