

**SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE**  
**Fakulta chemickej a potravinárskej technológie**



**Modelovanie hybridných systémov**

**BAKALÁRSKA PRÁCA**

FCHPT-5415-40535



**SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE**

**Fakulta chemickej a potravinárskej technológie**

**Modelovanie hybridných systémov**

**BAKALÁRSKA PRÁCA**

FCHPT-5415-40535

Automatizácia, informatizácia a manažment v chémii a potravinárstve

5.2.14 automatizácia, 5.2.52 priemyselné inžinierstvo

Oddelenie informatizácie a riadenia procesov

Ing. Michal Kvasnica, PhD.

**Bratislava, 2009**

**Ľuboš Mičenec**

## **Zadanie**

Čestné prehlásenie:

Čestne prehlasujem, že som bakalársku prácu písal sám s použitím danej literatúry, ktorú uvádzam v mojej práci.

.....

Luboš Mičenec

Ďakujem vedúcemu bakalárskej práce Ing. Michalovi Kvasnicovi, PhD. za pomoc pri získavaní vedomostí v oblasti modelovania hybridných systémov a celkovo za vedenie, rady a pripomienky, ktoré mi poskytol pri zostavovaní bakalárskej práce.

### Abstrakt

Obsahom tejto práce bolo zoznámiť sa s problematikou modelovania hybridných systémov. Jednalo sa konkrétne o model zásobníka kvapaliny ktorý bolo potrebné navrhnuť, linearizovať a následne vytvoriť hybridný model. Po vytvorení hybridného modelu nám kompilátor HYSDEL preložil kód do matematickej formy. Výstupný model mohol byť spracovaný Matlab-om. Výsledkom bolo porovnanie nelineárneho alebo lineárneho a hybridného modelu zásobníka kvapaliny na simuláciach s rôznymi scenármi s využitím jednoduchého grafického rozhrania umožňujúceho spájať jednotlivé bloky navzájom.

### Abstract

Aim of this work is present problematics of hybrid systems modeling. There was a concrete model of fluid receiver, which must be projected, linearized and then create hybrid mode. After hybrid model creating compiler HYSDEL translate code to math form. Output model can be processed by Matlab. Result was comparison linear or non-linear and hybrid model of fluid receiver on simulations with different usage of simple graphic interface enabling link individual blocks together.

## Obsah

|                                                    |    |
|----------------------------------------------------|----|
| Zoznam obrázkov.....                               | 9  |
| Zoznam tabuliek.....                               | 10 |
| Zoznam použitých symbolov.....                     | 11 |
| Úvod.....                                          | 12 |
| <b>TEORETICKÁ ČASŤ</b>                             |    |
| 1.1 Modelovanie procesov.....                      | 13 |
| 1.1.1 Linearizácia.....                            | 15 |
| 1.1.2 Modelovanie jedného zásobníka kvapaliny..... | 17 |
| 1.2 Zápis v HYSDEL-i.....                          | 21 |
| <b>2 PRAKTICKÁ ČASŤ</b>                            |    |
| 2.1 Analýza nelineárnej funkcie.....               | 23 |
| 2.2 S-funkcia: nelineárna funkcia.....             | 27 |
| 2.3 S-funkcia: lineárna funkcia.....               | 29 |
| 2.4 Zdrojový kód.....                              | 31 |
| 2.5 Schéma simulácie.....                          | 33 |
| 2.6 Grafy simulácii pre rôzne scenáre.....         | 34 |
| Záver.....                                         | 43 |
| Zoznam použitej literatúry.....                    | 44 |
| Prílohy.....                                       | 45 |

**Zoznam obrázkov**

|                                                                   |    |
|-------------------------------------------------------------------|----|
| Obr. 1 Zásobník kvapaliny.....                                    | 14 |
| Obr. 2 Simulácia zásobníka.....                                   | 17 |
| Obr. 3 Nelineárna funkcia.....                                    | 22 |
| Obr. 4 Nelineárna funkcia a dotyková plocha.....                  | 22 |
| Obr. 5 Nelineárna funkcia a dotykové plochy.....                  | 23 |
| Obr. 6 Vykreslenie a určenie regiónov pre štyri linearizácie..... | 25 |
| Obr. 7 Schéma simulácie.....                                      | 33 |
| Obr. 8 Vykreslenie grafu pre scenár 1.....                        | 34 |
| Obr. 9 Vykreslenie grafu pre scenár 2.....                        | 35 |
| Obr. 10 Vykreslenie grafu pre scenár 3.....                       | 36 |
| Obr. 11 Vykreslenie grafu pre scenár 4.....                       | 37 |
| Obr. 12 Vykreslenie grafu pre scenár 5.....                       | 38 |
| Obr. 13 Vykreslenie grafu pre scenár 6.....                       | 39 |
| Obr. 14 Vykreslenie grafu pre scenár 7.....                       | 40 |
| Obr. 15 Vykreslenie grafu pre scenár 8.....                       | 41 |
| Obr. 16 Vykreslenie grafu pre scenár 9.....                       | 42 |
| Obr. 17 Schéma jednej linearizácie.....                           | 47 |

**Zoznam tabuliek**

|                                                                      |    |
|----------------------------------------------------------------------|----|
| Tab. 1 Zoznam operátorov podporovaných na deklaráciu premenných..... | 20 |
| Tab. 2 Zoznam operátorov podporovaných v Boolovskom výraze.....      | 20 |
| Tab. 3 Vypočítané parametre $a$ a $b$ .....                          | 22 |
| Tab. 4 Vypočítané hodnoty priesečníkov.....                          | 23 |

## Zoznam použitých symbolov

| Symbol    | Názov veličiny                         | Jednotka                          |
|-----------|----------------------------------------|-----------------------------------|
| $\dot{m}$ | hmotnostný prietok kapaliny            | $[\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}]$ |
| $h$       | výška hladiny v zásobníku              | $[\text{m}]$                      |
| $q$       | objemový prietok kvapaliny v zásobníka | $[\text{m}^3 \text{s}^{-1}]$      |
| $F$       | prierez zásobníka                      | $[\text{m}^2]$                    |
| $V$       | objem kvapaliny v zásobníku            | $[\text{m}^3]$                    |
| $\rho$    | hustota kvapaliny                      | $[\text{kg} \cdot \text{m}^3]$    |
| $k_1$     | výtokový koeficient                    |                                   |
| $k_{11}$  | konštanty ventilov                     | $[\text{m}^{2,5} \text{s}^{-1}]$  |
| $g$       | gravitačné zrýchlenie                  | $[\text{m} \cdot \text{s}^{-2}]$  |
| $t$       | čas                                    | $[\text{s}]$                      |
| $u$       | vstupná veličina                       |                                   |
| $y$       | výstupná veličina                      |                                   |
| $x$       | stavová veličina                       |                                   |
| $Z$       | statické zosilnenie systému            |                                   |
| $T$       | časová konštanta                       | $[\text{s}]$                      |
| $D$       | dopravné oneskorenie                   | $[\text{s}]$                      |
| $Z_R$     | zosilnenie regulátora                  |                                   |
| $T_I$     | integračná konštanta regulátora        | $[\text{s}^{-1}]$                 |
| $T_D$     | derivačná konštanta regulátora         | $[\text{s}]$                      |
| $s$       | argument Laplaceovej transformácie     |                                   |
| $R$       | pracovné regióny                       |                                   |
| $B$       | hraničné body regiónov                 |                                   |

## Úvod

Modely slúžiace na opis dynamiky sú teoretické, pretože sú zostavené na základe fyzikálnych a chemických zákonov. Matematické modely, ktoré opisujú dynamické správanie sa systému sa získavajú pomocou materiálových a entalpických bilancií.[2] Matematické modely, ktoré opisujú spávanie sa systému v neustálenom stave daného technologického procesu sú buď obyčajné diferenciálne rovnice (ODR) alebo parciálne diferenciálne rovnice (PDR). HYSDEL už nepracuje s diferenciálnymi ale s diferenčnými rovnicami. V diferenciálnych rovniciach derivácia vyjadruje okamžitú zmenu danej veličiny, ktorá je definovaná ako smernica dotyčnice v danom bode, alebo tangens uhla orientovanej priamky s x-ovou osou. Analógiou derivácie je diferenciacia, ktorá vyjadruje prírastok funkcie k zmene argumentu. Kvôli neschopnosti počítača spracúvať spojité resp. analógové premenné (signály) je nevyhnutné nahradiť derivácie s diferenciáciami a tým uskutočniť tvorbu adekvátneho diskretného modelu k spojitému. Ide vlastne o prevod spojitej funkcie na diskretnú. Ďalšou relevantnou podmienkou je voľba periódy vzorkovania. Pri spojitých funkciách funkčná hodnota môže byť vyjadrená v ktoromkoľvek bode, ale pri diskretných len v určitých bodoch, danou už práve spomínanej periódy vzorkovania. Následne hodnota stavu v bode  $k$  sa vyjadří rekurentne pomocou hodnoty stavu v predchádzajúcom bode a na to sa už môže aplikovať ktorákoľvek analytická metóda známa z teórie diferenčných rovníc (metóda variácie konštánt, metóda neurčitých koeficientov), alebo sa to vyrieši vhodným algoritmom pomocou počítača. Algoritmus sa zapisuje v textovom súbore a následne je spracúvaný kompilátorom, ktorý vygeneruje m-súbor. Podobne sa uskutočňuje simulácia, kde pomocou programu sa vypočítajú hodnoty stavov resp. výstupov a vykreslí sa prechodová charakteristika. Tá slúži na porovnanie hybridného modelu s linearizovaným alebo nelineárnym modelom. Zásobník kvapaliny je systém so sústredenými parametrami, teda vzťahy medzi vstupnými a výstupnými veličinami sú opísané obyčajnými diferenciálnymi rovnicami. Väčšina modelov je príliš zložitých, preto je nevyhnutné zavedenie zjednodušujúcich predpokladov, linearizácia MM (matematický model), špecifikácia veličín a voľba parametrov.

# 1 Teoretická časť

## 1.1 Modelovanie procesov

Modelovanie ma za úlohu zvládnuť vytváranie matematických modelov dynamických systémov a ich použitie pre simulácie dynamických vlastností riadených procesov. Matematické modely sa zostavujú na základe materiálových a energetických bilancií.[1] Bilancie v neustálenom stave sa používajú na získanie dynamických matematických modelov, pričom materiálová bilancia môže byť robená viacerými spôsobmi. Materiálovú bilanciu môžeme robiť ako celkovú bilanciu alebo ako bilanciu zložiek, ako bilanciu hmotnosti alebo látkového množstva. Matematické modely dynamiky procesov majú tvar diferenciálnych rovníc. Na získanie modelu procesu, ktorého veličiny sa v čase nemenia (ustálený stav), použijeme materiálovú bilanciu napríklad pre hmotnosti:

$$(\text{súčet hmotností vstupov}) = (\text{súčet hmotností výstupov})$$

alebo energetickú bilanciu:

$$(\text{súčet energií na vstupe}) + (\text{dodané teplo}) = (\text{súčet energií na výstupe}) + (\text{vykonaná práca})$$

Ak sa veličiny v čase menia, t.j. proces je v dynamickom stave, potom dochádza k akumuláciám hmoty alebo energie a to musíme zohľadniť v materiálovej alebo energetickej bilancií.

Na získanie modelu procesu, ktorého veličiny sa v čase menia (dynamický stav), použijeme materiálovú bilanciu napríklad pre hmotnosti:

$$(\text{súčet hmotnostných tokov na vstupe}) =$$

$$(\text{súčet hmotnostných tokov na výstupe}) + (\text{rýchlosť akumulácie hmotnosti v systéme})$$

alebo energetickú bilanciu:

$$(\text{súčet tokov energie na vstupe}) + (\text{teplo dodané za jednotku času}) =$$

$$(\text{súčet tokov energie na výstupe}) + (\text{práca vykonaná za jednotku času}) + (\text{rýchlosť akumulácie energie v systéme})$$

Pri zostavovaní modelu potrebujeme najskôr urobiť materiálovú alebo energetickú (entalpickú) bilanciu. Ďalej treba určiť známe konštanty alebo parametre, ktoré sa nemenia.

Potom treba definovať veličiny, ktoré budeme získavať riešením algebraických a diferenciálnych rovníc modelu (stavové prípadne výstupné veličiny). Ako posledné treba definovať veličiny, ktorých časový priebeh je daný okolím procesu (poruchové a riadiace vstupné veličiny). Ak bude počet rovníc zhodný s počtom neznámych veličín ktoré v ňom vystupujú, vtedy je model riešiteľný.

### 1.1.1 Linearizácia

Všeobecne môžeme povedať, že funkcia je lineárna vzhľadom na nejakú premennú, ak derivácia tejto funkcie podľa danej premennej je konštantná. V inom prípade je funkcia nelineárna.

Ak uvažujeme funkciu jednej premennej  $f(x)$ . [1] Napríklad  $f(x) = 7x + 4$  je lineárna vzhľadom na  $x$ , pretože sa pri ňom nachádza iba konštanta 7 a derivácia tejto funkcie podľa  $x$  je rovná 7. Funkcia  $f(x) = 5x^3$  už vzhľadom na  $x$  lineárna nie je, lebo obsahuje kubický člen. Podobne nie sú lineárne ani  $f(x) = 8\sqrt{x}$ ,  $f(x) = 9/x$ .

Ak uvažujeme funkciu dvoch premenných  $f(x,y)$ , potom  $f(x,y) = 3y + 4x^2$  je lineárna vzhľadom na  $y$  a nelineárna vzhľadom na  $x$ ,  $f(x,y) = 3x + 2y + 5b^2$ , kde  $b$  je nejaký parameter, je lineárna vzhľadom na  $x$  aj  $y$ . Ako príklad ďalšej nelineárnej funkcie môžeme uvažovať  $f(x,y) = xy$ , ktorá je nelineárna vzhľadom na  $x$  a aj na  $y$ , pretože ani jedna z premenných nie je násobená iba konštantou.

Linearizácia je založená na tom, že ľubovoľnú nelineárnu funkciu možno v okolí nejakého (pracovného) bodu aproximovať lineárnou závislosťou. V tom spočíva význam linearizácie, pretože na základe nej môžeme prepísať pôvodne zložitý nelineárny model chemickotechnologického procesu na jednoduchší lineárny, ktorý je vhodnejší pre účely riadenia.

Všeobecný postup pri linearizácii procesu opísaného diferenciálnou rovnicou:

1. Napíšeme si nelineárny matematický model procesu v neustálenom stave.
2. Odčítame od neho model procesu v ustálenom stave.
3. Definujeme odchýlkové veličiny. Odchýlková veličina je definovaná ako rozdiel veličiny v neustálenom a ustálenom stave. Odchýlkové vstupné riadiace veličiny budeme označovať ako  $u$ , odchýlkové vstupné poruchové veličiny ako  $r$  a odchýlkové stavové ako  $x$ . Veličiny v ustálenom stave, ktoré sú konštantné, budeme označovať názvom a horným indexom  $s$ , napr.  $x^s, h^s$ .

4. Nelineárne členy aproximujeme Taylorovým rozvojom do prvého rádu (lineárnym), ktorý pre funkciu jednej premennej má tvar

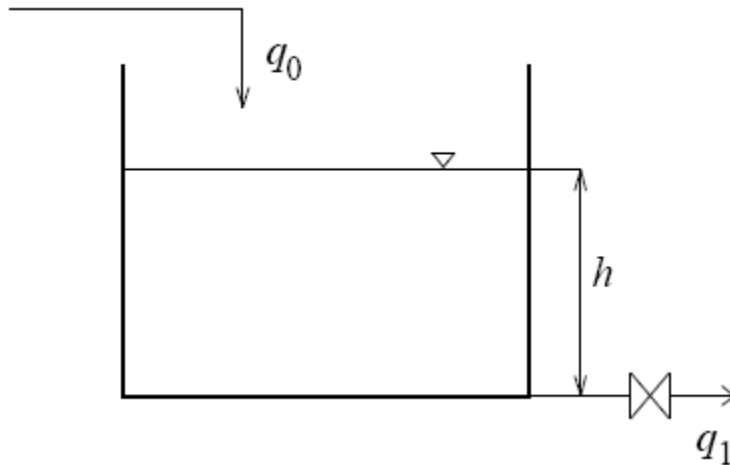
$$f(x) = f(x^s) + \frac{df(x)}{dx} \Big|_{x=x^s} (x - x^s)$$

a pre funkciu dvoch premenných  $f(x,y)$ :

$$f(x) = f(x^s, y^s) + \frac{df(x,y)}{dx} \Big|_{x=x^s, y=y^s} (x - x^s) + \frac{df(x,y)}{dy} \Big|_{x=x^s, y=y^s} (y - y^s)$$

5. Dosadíme odchýlkové veličiny.

### 1.1.2 Modelovanie jedného zásobníka kvapaliny



$$h = [\text{m}]$$

$$q_0 = [\text{m}^3\text{s}^{-1}]$$

$$q_1 = [\text{m}^3\text{s}^{-1}]$$

$$F = [\text{m}^2]$$

$$\rho = [\text{kg}\cdot\text{m}^3]$$

$$k_{11} = [\text{m}^{2,5}\text{s}^{-1}]$$

Obr. 1 Zásobník kvapaliny

(súčet hmotnostných tokov na vstupe) =

(súčet hmotnostných tokov na výstupe) + (rýchlosť akumulácie hmotnosti v systéme)

$$\dot{m}_0(t) = \dot{m}_1(t) + \frac{dm(t)}{dt}$$

$$q_0(t)\rho = q_1(t)\rho + \frac{d(V(t))}{dt}$$

$$q_0(t) = q_1(t) + F \frac{dh(t)}{dt}$$

Kde pre  $q_1$  platí :  $q_1(t) = k_{11}\sqrt{h(t)}$

**Nelineárny dynamický matematický model**

$$q_0(t) = k_{11}\sqrt{h(t)} + F \frac{dh(t)}{dt}, h(0) = h^s$$

$$F \frac{dh(t)}{dt} + k_{11}\sqrt{h(t)} = q_0(t), h(0) = h^s$$

**Materiálová bilancia**

Systém je v rovnovážnom stave, ak  $\frac{d}{dt} = 0$

Veličiny v rovnovážnom stave:  $h^s, q_0^s$

$$F \frac{dh^s}{dt} + k_{11} \sqrt{h^s} = q_0^s$$

$$k_{11} \sqrt{h^s} = q_0^s$$

**Výpočet výšky hladiny v RS**

$$h^s = \left( \frac{q_0^s}{k_{11}} \right)^2$$

**Linearizácia**

DMM-MMRS

$$F \frac{dh(t)}{dt} - F \frac{dh^s}{dt} + k_{11} \sqrt{h(t)} - k_{11} \sqrt{h^s} = q_0(t) - q_0^s$$

$$F \frac{d(h(t) - h^s)}{dt} + k_{11} \sqrt{h(t)} - k_{11} \sqrt{h^s} = q_0(t) - q_0^s$$

Definovanie odchýlkových veličín: stavovej, vstupnej, výstupnej

$$x(t) = h(t) - h^s$$

$$u(t) = q_0(t) - q_0^s$$

$$y(t) = x(t)$$

Linearizácia nelineárneho člena a jeho dosadenie

$$\sqrt{h} = \sqrt{h^s} + \frac{d\sqrt{h}}{dh} \Big|_{h^s} (h - h^s)$$

$$= \sqrt{h^s} + \frac{1}{2\sqrt{h^s}} (h - h^s)$$

$$F \frac{d(h(t) - h^s)}{dt} + k_{11} \sqrt{h^s} + k_{11} \frac{1}{2\sqrt{h^s}} (h(t) - h^s) - k_{11} \sqrt{h^s} = q_0(t) - q_0^s$$

$$F \frac{d(h(t) - h^s)}{dt} + \frac{k_{11}}{2\sqrt{h^s}} (h(t) - h^s) = q_0(t) - q_0^s$$

Dosadenie odchýlkových veličín

$$F \frac{dx(t)}{dt} + \frac{k_{11}}{2\sqrt{h^s}} x(t) = u(t)$$

$$F \frac{dx(t)}{dt} + k_1 x(t) = u(t)$$

Začiatočná podmienka

$$x(0) = h(t) - h^s = h^s - h^s = 0$$

Definovanie T,Z

$$\frac{F}{k_1} \frac{dx(t)}{dt} + x(t) = \frac{1}{k_1} u(t)$$

Stavový model zásobníka

$$T \frac{dx(t)}{dt} + x(t) = Zu(t)$$

$$y(t) = x(t)$$

Laplaceova transformácia stavového modelu

$$TsX(s) + X(s) = ZU(s)$$

$$Y(s) = X(s)$$

Matematické úpravy

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{Z}{Ts + 1}$$

### Výpočet výšky hladiny po skokovej zmene prietoku

Zásobník pred zmenou prietoku:  $q_0^s, h^s$

Zmena prietoku: z hodnoty  $q_0^s$  na hodnotu  $q_0^s + \Delta q_0$

$$u(t) = q_0(t) - q_0^s = q_0^s + \Delta q_0 - q_0^s = \Delta q_0$$

$$U(s) = \frac{\Delta q_0}{s}$$

Výpočet zmeny výšky hladiny

$$Y(s) = G(s)U(s) = \frac{Z}{Ts + 1} \frac{\Delta q_0}{s}$$

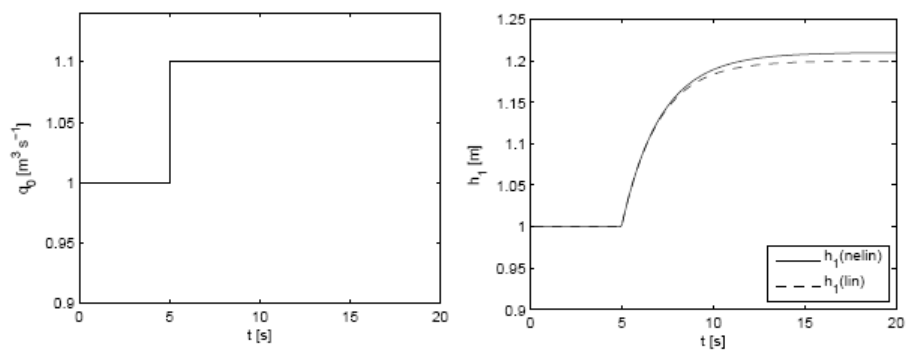
$$y(t) = Z\Delta q_0(1 - e^{-\frac{t}{T}})$$

Výpočet výšky hladiny

$$y(t) = x(t) = h(t) - h^s$$

$$h(t) = y(t) + h^s = Z\Delta q_0(1 - e^{-\frac{t}{T}}) + h^s$$

Simulácia zásobníka: zmena výšky hladiny pri skokovej zmene prietoku



Obr. 2 Simulácia zásobníka

## 1.2 Zápis v HYSDEL-i:

Postup v HYSDEL-i sa dá rozdeliť na dve hlavné časti a to INTERFACE a IMPLEMENTATION. Syntax v HYSDEL-i je založený na vyššom programovacom jazyku C čo nám umožňuje používanie svorkových zátvoriek ( $\{...\}$ ) ako aj písanie poznámok ( $/* ...*/$ ). Všetky sekcie musia začínať slovom SYSTEM písaným veľkými písmenami za ktorým nasleduje názov daného súboru.

### Sekcia INTERFACE

V časti INTERFACE sú zadefinované tvrdenia ktoré sú rozdelené do podskupín a to: STATE, INPUT, OUTPUT a PARAMETER. Sekcie STATE, INPUT a OUTPUT sú určené na deklaráciu premenných a sekcia PARAMETER na zadefinovanie parametrov. Reálne premenné majú podobu REAL názov  $[min, max]_{opt}$  pričom hodnoty min a max sú voliteľné hranice premennej. Táto premenná môže byť nahradená premennou BOOL ktorá má hodnoty 0 a 1. Dve alebo viac deklarácií premenných môže byť písaných spolu s použitím „,” pri definovaní : BOLL názov1, názov2. Definovanie premennej typu BOOL môžeme uskutočniť viacerými spôsobmi. Boolovské premenené: BOOL názov parametra = hodnota; kde hodnota môže byť pravdivá alebo nepravdivá. Reálne číselné premenné: REAL názov parametra = číslo; kde každá ďalšia zmena parametra nahradí pôvodnú hodnotu. Reálny symbolický parameter: REAL názov parametra; kde parameter je považovaný za symbolický.

| Operátor        | Prezentácia v HYSDEL-i | Operátor          | Prezentácia v HYSDEL-i |
|-----------------|------------------------|-------------------|------------------------|
| .               | *                      | $\wedge$          | & or &&                |
| /               | /                      | $\vee$            | or                     |
| -               | -                      | $\Rightarrow$     | ->                     |
| $a^b$           | $a^b$                  | $\leq$            | <=                     |
| $e^b = \exp(b)$ | $\exp(b)$              | $\Leftrightarrow$ | <=>                    |
| $\sqrt{a}$      | $\text{sqrt}(a)$       | '                 | ~ or !                 |
| $\log a$        | $\log(a)$              |                   |                        |
| $\cos(a)$       | $\cos(a)$              |                   |                        |
| $\sin(a)$       | $\sin(a)$              |                   |                        |

Tab. 1 Zoznam podporovaných operátorov na deklaráciu premenných.

Tab. 2 Zoznam podporovaných operátorov v Boolovskom výraze.

### Sekcia IMPLEMENTATION

V časti IMPLEMENTATION sú popísané vzťahy medzi premennými veličinami ktoré sa skladajú zo špecializovaných sekcií. Táto časť obsahuje tri podskupiny a to AUX, AD a DA. Ako prvá je definovaná subsekcia AUX ktorá je voliteľná. V nej sú definované reálne a binárne premenné. V sekcii AD je definovaná podmienka prepínania medzi jednotlivými dynamikami pričom v DA sekcii ide o presný opak. Všeobecný tvar pre danú sekciu je:  $\text{premenná} = \text{výraz} \leq \text{číslo}$ . Pomocou IF-THEN-ELSE cyklu sa deklaruje spojená premenná na binárnych premenných. Všeobecný tvar výrazu pre danú sekciu je:  $\text{premenná} = \{\text{IF binárna premenná THEN výraz1 ELSE výraz2}\}$ ;

### Sekcia CONTINUOUS

V časti CONTINUOUS sa vo forme diferenčnej rovnice opisuje lineárny dynamický systém. Všeobecný tvar výrazu pre danú sekciu je:  $\text{premenná} = \text{rovnica}$ .

### Sekcia OUTPUT

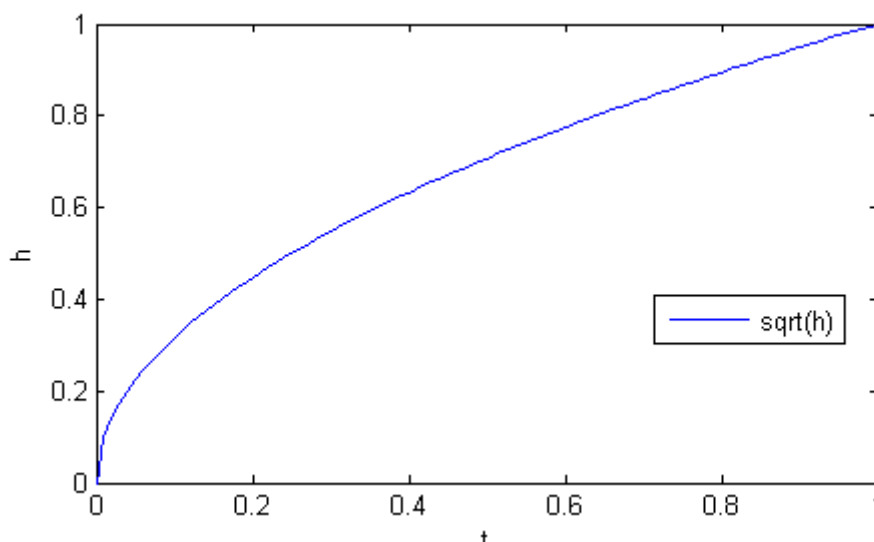
V časti OUTPUT sa definuje ktoré zo stavových veličín sú pre nás dôležité.[3] Všeobecný tvar výrazu pre danú sekciu je:  $\text{premenná} = \text{rovnica}$ .

## 2 Praktická časť

### 2.1 Analýza nelineárnej funkcie

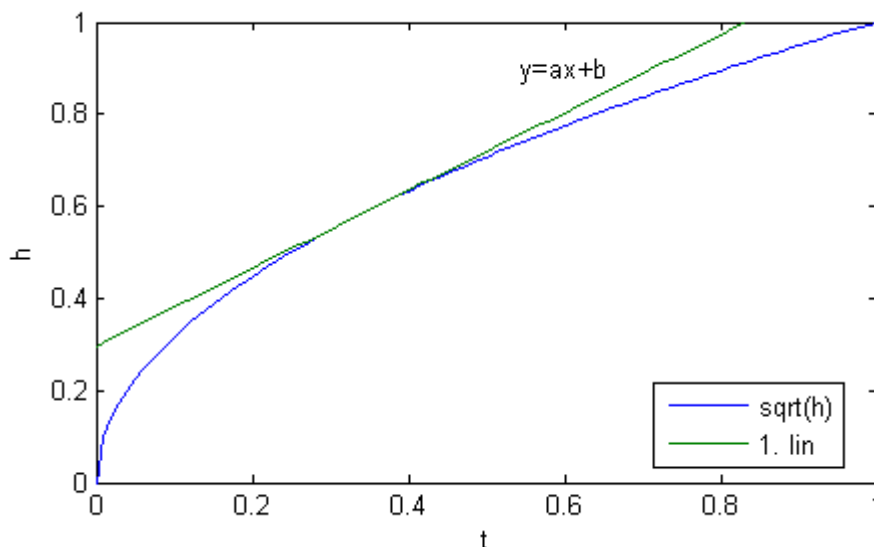
Pri analýze nelineárnej funkcie a získavaní parametrov  $a$  a  $b$  som postupoval nasledovne:

- vykreslil som graf nelineárnej funkcie, graf  $\sqrt{h}$  (obr. 3)



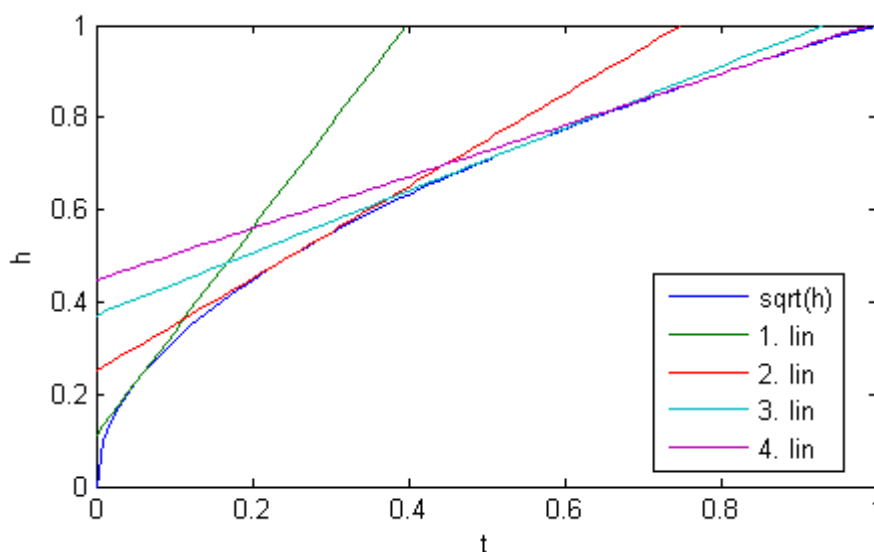
Obr. 3 Nelineárna funkcia

- k nelineárnej funkcii som ďalej vykreslil dotykovú rovinu v pracovnom bode k pôvodnej ploche. Následne som z grafu určil, že pokiaľ sa operuje mimo oblasti rovnovážneho bodu tak výstupná veličina vypočítaná zo stavového resp. linearizovaného modelu sa nezhoduje s výstupom vypočítaným z nelineárneho modelu. (obr. 4)



Obr. 4 Nelineárna funkcia a dotyková plocha

- jednotlivé súradnice pracovných bodov som určil na základe tvaru funkcie
- ďalej som vydedukoval, že výška hladiny, ktorá sa časom mení spôsobí hlavnú nelinearitu, preto som si zvolil rovnovážne hodnoty výšky hladín. V ďalšom budeme uvažovať ako príklad štyri rovnovážne hodnoty výšky hladiny:  $x_1^s = 0,05$  m,  $x_2^s = 0,25$  m,  $x_3^s = 0,55$  m,  $x_4^s = 0,80$  m. V týchto bodoch, ktoré majú x-ovú súradnicu spoločnú som zostrojil dotykové roviny. (Obr. 5)



Obr. 5 Nelineárna funkcia a dotykové plochy

- pre zvolené rovnovážne stavy som si na základe linearizácie nelineárneho člena vypočítal hodnoty parametrov  $a_{1-4}$  a  $b_{1-4}$  (tab. 3)

$$\sqrt{x} \approx \sqrt{x^s} + \frac{1}{2\sqrt{x^s}}(x - x^s)$$

$$a_i = \frac{1}{2\sqrt{x_i^s}} \quad i=1,2,3,4;$$

$$b_i = \sqrt{x_i^s} - \frac{x_i^s}{2\sqrt{x_i^s}}$$

|   | 1      | 2      | 3      | 4      |
|---|--------|--------|--------|--------|
| a | 2,2361 | 1      | 0,6742 | 0,5590 |
| b | 0,1118 | 0,2500 | 0,3708 | 0,4472 |

Tab. 3 Vypočítané parametre  $a$  a  $b$

- priesečníky dotykových plôch nám vymedzujú pracovné oblasti (regióny) (obr. regióny) Priesečníky týchto plôch vypočítame nasledovne:

$$x_i = \frac{b_{i+1} - b_i}{a_i - a_{i+1}} \quad i=1,2,3,4;$$

$$y_i = a_i x_i + b_i$$

|   | 1      | 2      | 3      |
|---|--------|--------|--------|
| x | 0.1118 | 0.3708 | 0.6633 |
| y | 0.3618 | 0.6208 | 0.8180 |

Tab. 4 Vypočítané hodnoty priesečníkov

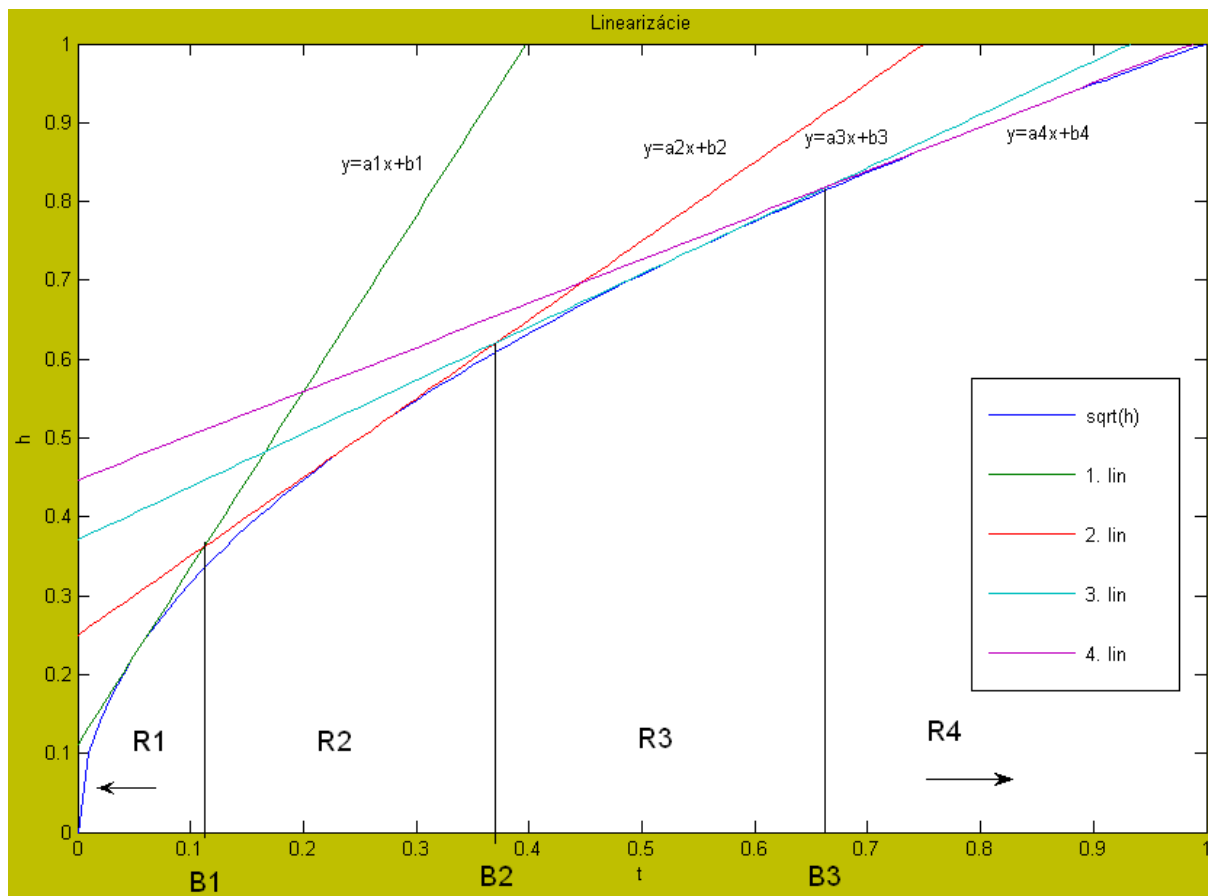
- následne logickými podmienkami určíme ako sa bude systém správať pre nami zvolené začiatkové podmienky (scenáre) a v ktorom regióne (R) sa bude pohybovať a tým aj ktorá linearizácia je pre nami zvolené podmienky najvýhodnejšia. Vypočítané hodnoty  $x$  pre priesečníky sú v našom prípade aj hraničné hodnoty (Obr 6. označované veľkými písmenami B) pre regióny. Určujúce logické podmienky sú nasledovne:

IF  $x \in R1$  THEN  $\sqrt{x} \approx a_1x + b_1$

IF  $x \in R2$  THEN  $\sqrt{x} \approx a_2x + b_2$

IF  $x \in R3$  THEN  $\sqrt{x} \approx a_3x + b_3$

IF  $x \in R4$  THEN  $\sqrt{x} \approx a_4x + b_4$



Obr. 6 Vykreslenie a určenie regiónov pre štyri linearizácie

## 2.2 S funkcia : nelineárna funkcia

```
function [sys,x0,str,ts] = spojs(t,x,u,flag, x0)

switch flag,

case 0

    [sys,x0,str,ts] = mdlInitializeSizes(x0);

case 1

    sys = mdlDerivatives(t,x,u);

case 3

    sys = mdlOutputs(t,x,u);

case {2, 4, 9}

    sys = [];

otherwise

    error(['unhandled flag = ',num2str(flag)]);

end;

function [sys,x0,str,ts] = mdlInitializeSizes(x0) % inicializacia: do tejto funkcie vkladame
vlastne udaje

sizes = simsizes;

sizes.NumContStates = 1; % pocet spojitych stavov

sizes.NumDiscStates = 0; % pocet diskretnych stavov

sizes.NumOutputs = 1; % pocet vystupov

sizes.NumInputs = 1; % pocet vstupov

sizes.DirFeedthrough = 0; % = 0 v prípade, ze v rovniciach vystupu nevystupuje u alebo
nevystupuje matica D. Inak =1.
```

```
sizes.NumSampleTimes = 1; % = 1 pre spojite systemy

sys = simsizes(sizes);

% x0=[1]; % zaciatočne podmienky pre dif. rovnice

str = []; % str je prazdna matica

ts = [0 0]; % velkost perody vzorkovania, pre spojite systemy =[0 0]

function sys = mdlDerivatives(t,x,u) % vypocet derivaci: do tejto funkcie vkladame vlastne
udaje - rovnice dynamiky

h = x(1);

if h < 0

    h = 0;

end

q = u(1);

k=1e-1;

F=1;

sys(1) = q - k*sqrt(h);

function sys = mdlOutputs(t,x,u) % vypocet vystupov: do tejto funkcie vkladame vlastne
udaje - rovnice vystupu

sys(1)=x(1);
```

## 2.3 S funkcia : linearizovaná funkcia

```
function [sys,x0,str,ts] = spojs(t,x,u,flag)
```

```
deltat = 0.1;
```

```
switch flag,
```

```
    case 0
```

```
        [sys,x0,str,ts] = mdlInitializeSizes(deltat);
```

```
    case 2
```

```
        sys = mdlUpdate(t, x, u, deltat);
```

```
    case 3
```

```
        sys = mdlOutputs(t, x, u);
```

```
    case {1, 4, 9}
```

```
        sys = [];
```

```
    otherwise
```

```
        error(['unhandled flag = ',num2str(flag)]);
```

```
end;
```

function [sys,x0,str,ts] = mdlInitializeSizes(deltat) % inicializacia: do tejto funkcie vkladame vlastne udaje

```
sizes = simsizes;
```

```
sizes.NumContStates = 0; % pocet spojitych stavov
```

```
sizes.NumDiscStates = 1; % pocet diskretnych stavov
```

```
sizes.NumOutputs = 1; % pocet vystupov
```

```
sizes.NumInputs = 1; % pocet vstupov
```

sizes.DirFeedthrough = 0; % = 0 v prípade, že v rovniciach výstupu nevystupuje u alebo nevystupuje matica D. Inak =1.

sizes.NumSampleTimes = 1; % = 1 pre spojité systémy

sys = simsizes(sizes);

x0=[ 1 ]; % začiatkové podmienky pre dif. rovnice

str = []; % str je prázdna matica

ts = [deltat 0]; % veľkosť periódy vzorkovania, pre spojité systémy =[0 0]

function sys = mdlUpdate(t,x,u, deltat) % výpočet derivácií: do tejto funkcie vkladáme vlastné údaje - rovnice dynamiky

h = x(1);

q = u(1);

if h < 0

h = 0;

end

B1 = -1.5274;

B2 = -0.4103;

a = [0.118 0.2739 0.4472];

b = [0.218 0.4656 0.5367];

if h<=B1

z=a(1)\*h+b(1);

end

if h>B1 & h<=B2

z=a(2)\*h+b(2);

## 2.4 Zdrojový kód

**HYSDEL : 4 linearizácie**

```
SYSTEM zasobniky {  
  
INTERFACE {  
  
STATE { REAL h [-1,3.0]; }  
  
INPUT { REAL q [0,0.20]; }  
  
OUTPUT { REAL y;  
  
}  
  
PARAMETER {  
  
REAL dT=1;  
  
REAL a1=2.2361;  
  
REAL a2=1;  
  
REAL a3=0.6742;  
  
REAL a4=0.5590;  
  
REAL b1=0.1118;  
  
REAL b2=0.2500;  
  
REAL b3=0.3708;  
  
REAL b4=0.4472;  
  
REAL B1=0.1118;  
  
REAL B2=0.3708;  
  
REAL B3=0.6633;  
  
REAL k=1e-1;
```

```

}

}

IMPLEMENTATION {

AUX { REAL  Z1,Z2,Z3,Z4;

BOOL D1,D2,D3,D4,D5;}

AD { D1=h<=B1;

    D2=h<=B2;

    D3=h<=B3;

}

LOGIC { D4=D2 & ~D1;

D5 = D3 & ~D2; }

DA { Z1={IF D1 THEN a1*h+b1 ELSE 0};

    Z2={IF D4 THEN a2*h+b2 ELSE 0};

    Z3={IF D5 THEN a3*h+b3 ELSE 0 };

    Z4={IF ~D3 THEN a4*h+b4 ELSE 0 };

}

CONTINUOUS { h = h + dT*q - dT*k*(Z1+Z2+Z3+Z4);

}

OUTPUT { y=h;

}

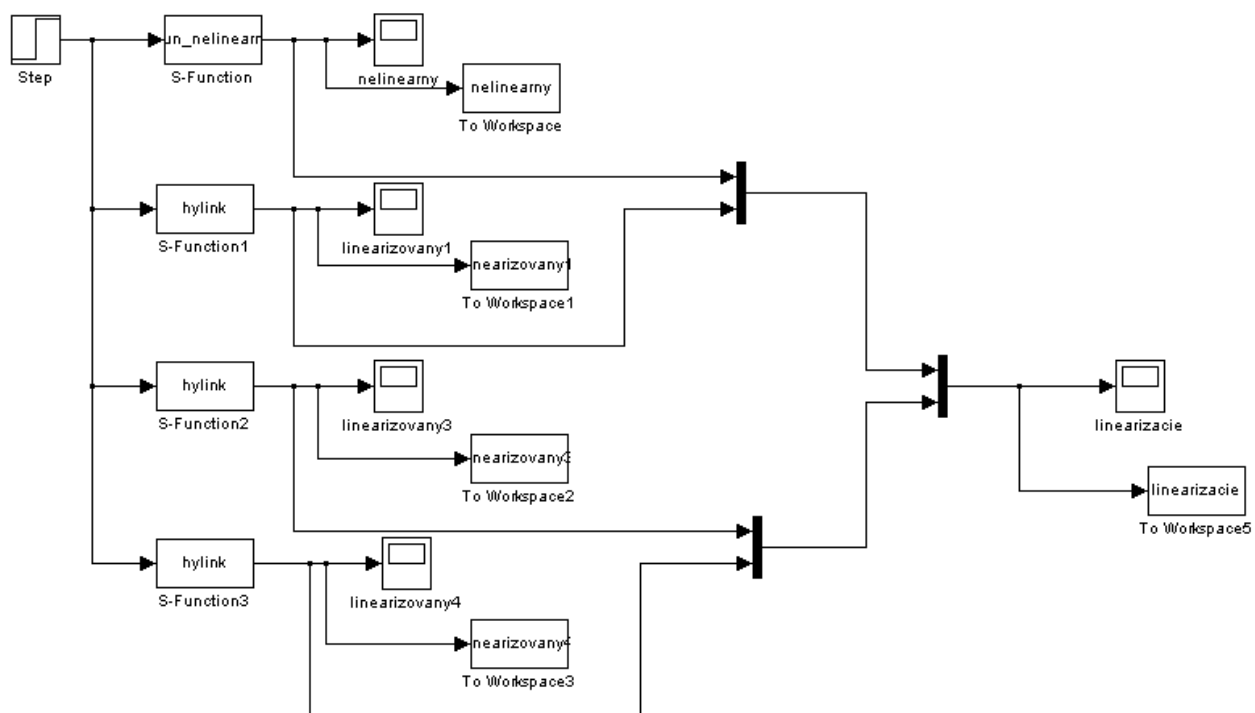
}

}

```

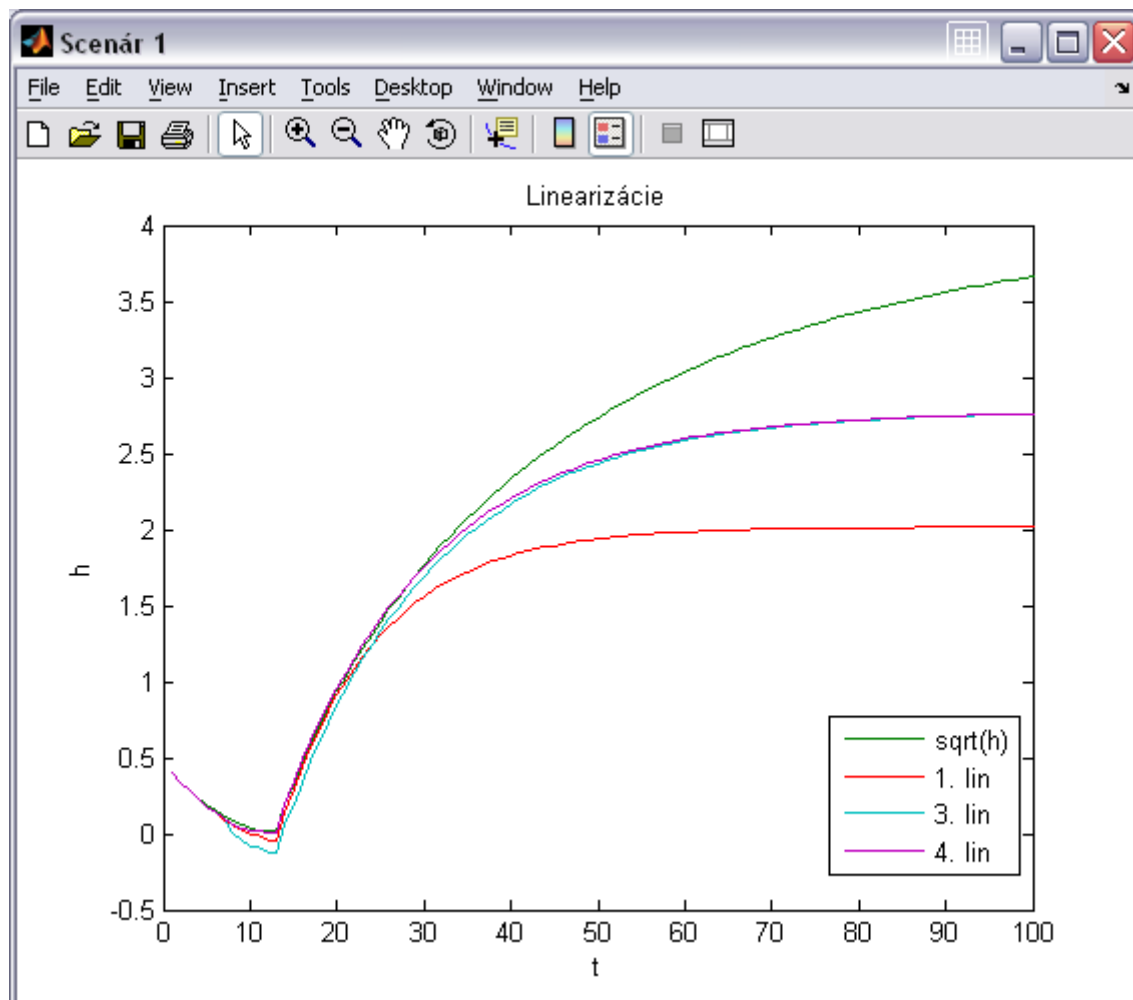
## 2.5 Schéma simulácie

Matlab: *fulllinearizacie.mdl*



Obr. 7 Schéma simulácie

## 2.6 Grafy simulácií pre rôzne scenáre



Obr. 8 Vykreslenie grafu pre scenár 1

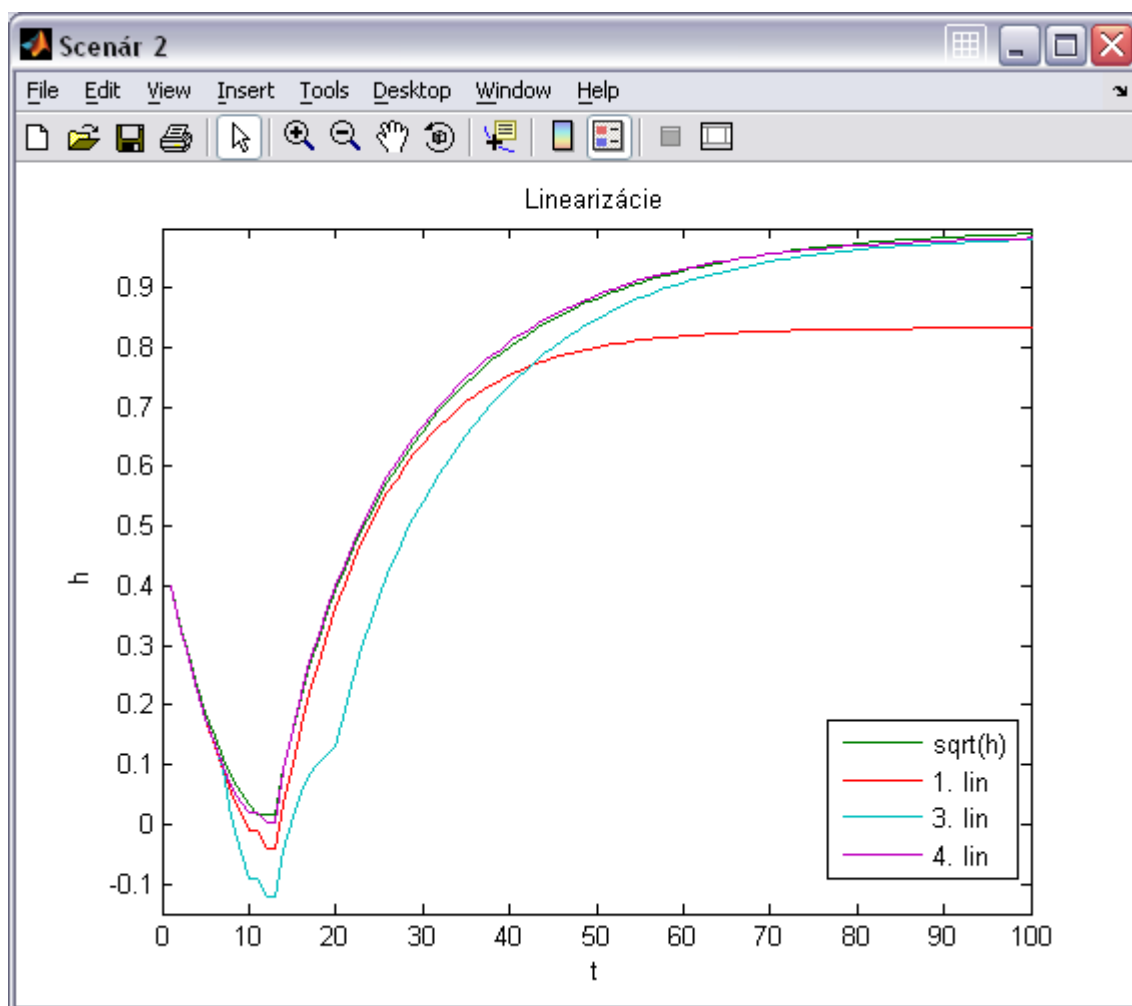
Scenár 1:

$$h_0 = 0.4 \text{ m};$$

$$q_0 = 0 \text{ m}^3\text{s}^{-1};$$

$$q_1 = 0.2 \text{ m}^3\text{s}^{-1};$$

Graf znázorňuje priebeh nelineárnej funkcie ( $\sqrt{h}$ ), lineárnej funkcie s dvoma pracovnými regiónmi, lineárnej funkcie so štyrmi pracovnými regiónmi a lineárnej funkcie s piatimi pracovnými regiónmi a ich priebeh ktorý sa s časom mení. Počiatočná výška hladiny v zásobníku je 0,4 m. V čase desať sekúnd nastane skoková zmena v prietoku z hodnoty  $0 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  na hodnotu  $0,2 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .



Obr. 9 Vykreslenie grafu pre scenár 2

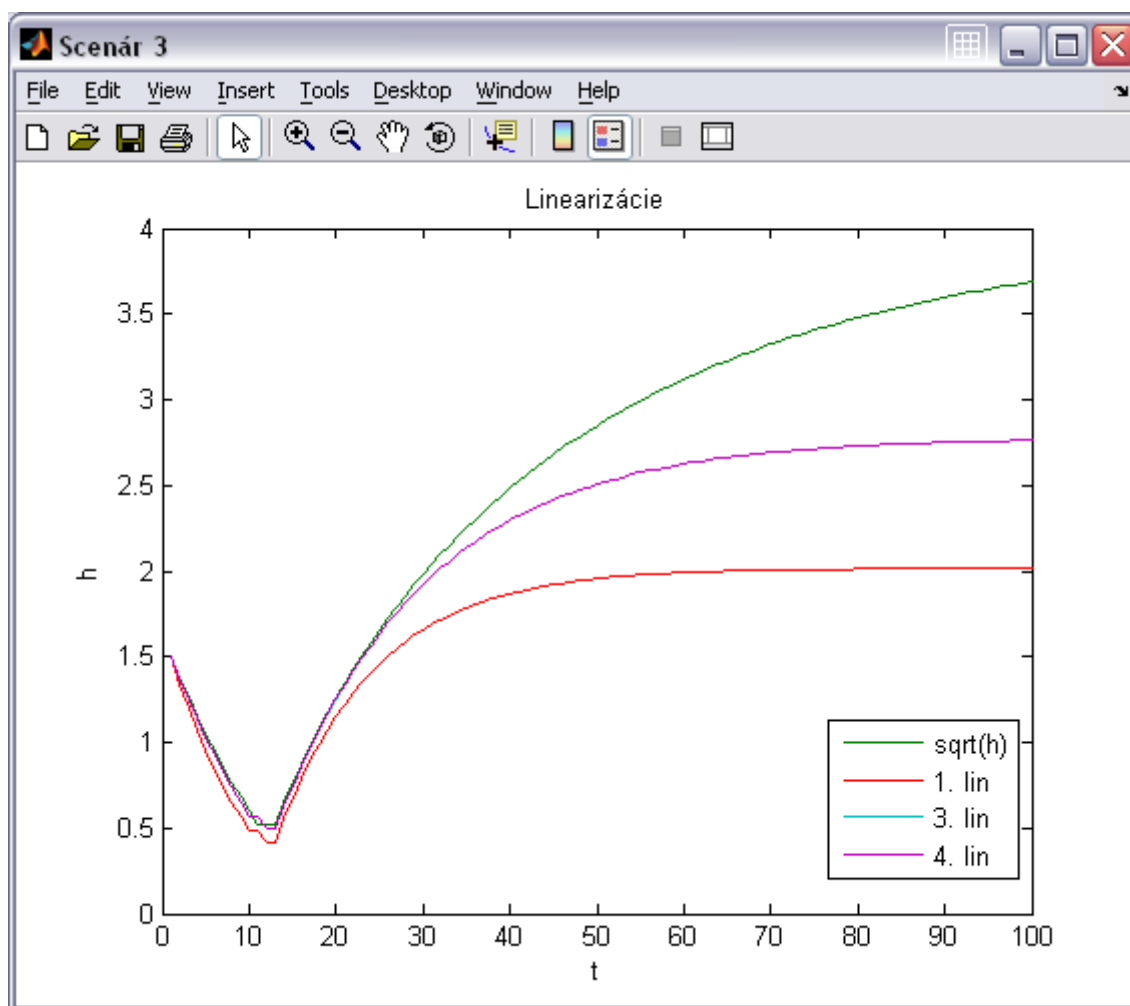
Scenár 2:

$h_0 = 0.4 \text{ m};$

$q_0 = 0 \text{ m}^3\text{s}^{-1};$

$q_1 = 0.1 \text{ m}^3\text{s}^{-1};$

Graf znázorňuje priebeh nelineárnej funkcie ( $\sqrt{h}$ ), lineárnej funkcie s dvoma pracovnými regiónmi, lineárnej funkcie so štyrmi pracovnými regiónmi a lineárnej funkcie s piatimi pracovnými regiónmi a ich priebeh ktorý sa s časom mení. Počiatočná výška hladiny v zásobníku je 0,4 m. V čase desať sekúnd nastane skoková zmena v prietoku z hodnoty  $0 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  na hodnotu  $0,1 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .



Obr. 10 Vykreslenie grafu pre scenár 3

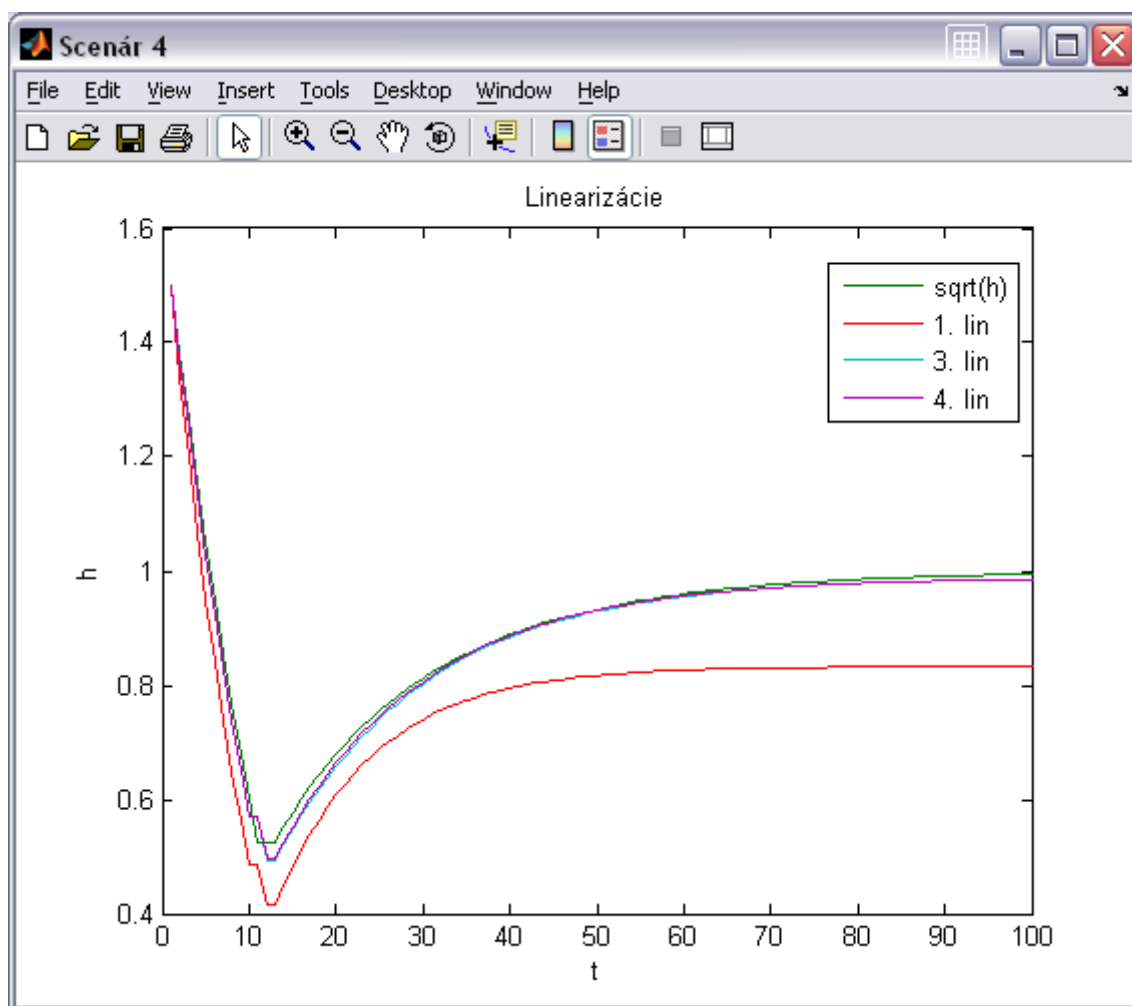
Scenár 3:

$$h_0 = 1.5 \text{ m};$$

$$q_0 = 0 \text{ m}^3\text{s}^{-1};$$

$$q_1 = 0.2 \text{ m}^3\text{s}^{-1};$$

Graf znázorňuje priebeh nelineárnej funkcie ( $\sqrt{h}$ ), lineárnej funkcie s dvoma pracovnými regiónmi, lineárnej funkcie so štyrmi pracovnými regiónmi a lineárnej funkcie s piatimi pracovnými regiónmi a ich priebeh ktorý sa s časom mení. Počiatočná výška hladiny v zásobníku je 1,5 m. V čase desať sekúnd nastane skoková zmena v prietoku z hodnoty  $0 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  na hodnotu  $0,2 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .



Obr. 11 Vykreslenie grafu pre scenár 4

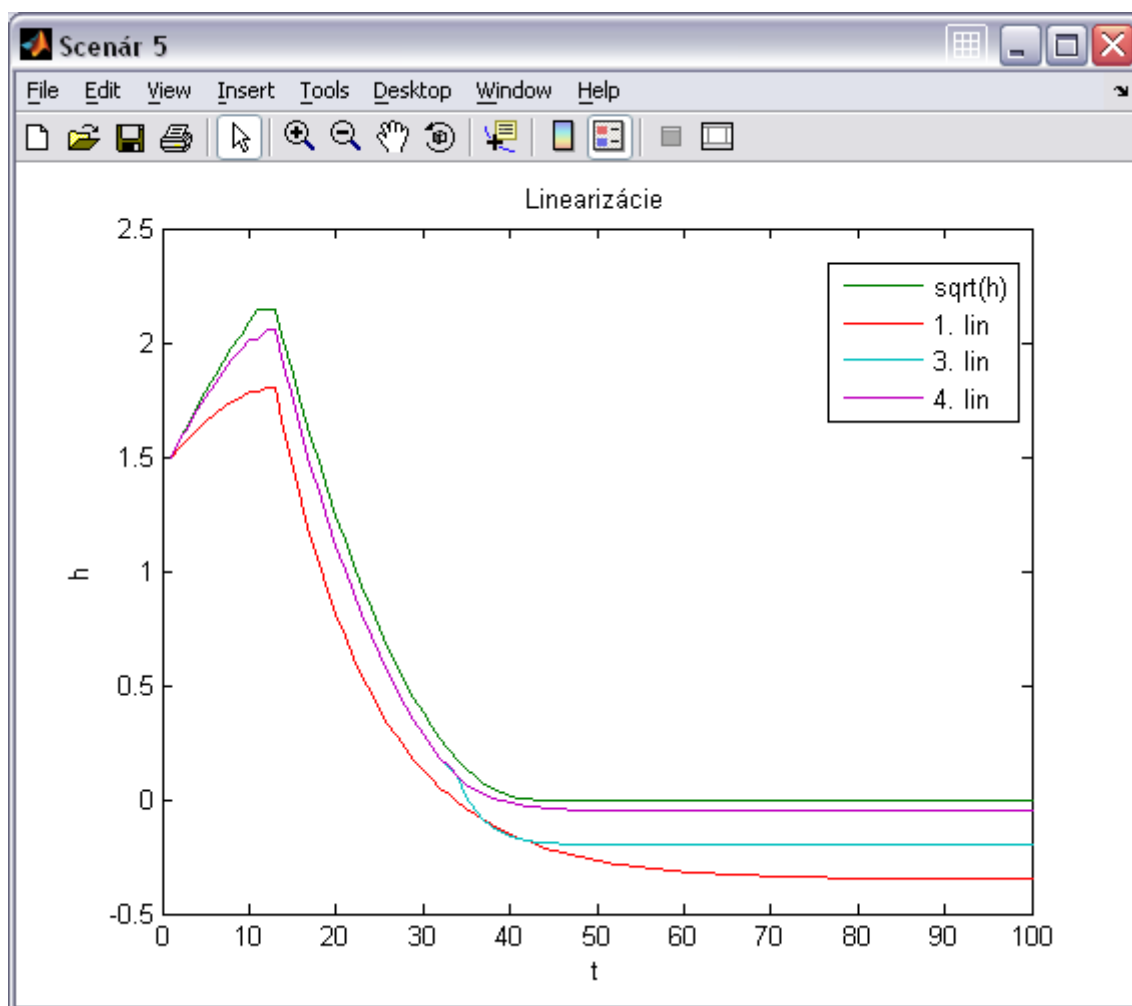
Scenár 4:

$$h_0 = 1.5 \text{ m};$$

$$q_0 = 0 \text{ m}^3\text{s}^{-1};$$

$$q_1 = 0.1 \text{ m}^3\text{s}^{-1};$$

Graf znázorňuje priebeh nelineárnej funkcie ( $\sqrt{h}$ ), lineárnej funkcie s dvoma pracovnými regiónmi, lineárnej funkcie so štyrmi pracovnými regiónmi a lineárnej funkcie s piatimi pracovnými regiónmi a ich priebeh ktorý sa s časom mení. Počiatočná výška hladiny v zásobníku je 1,5 m. V čase desať sekúnd nastane skoková zmena v prietoku z hodnoty  $0 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  na hodnotu  $0,1 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .



Obr. 12 Vykreslenie grafu pre scenár 5

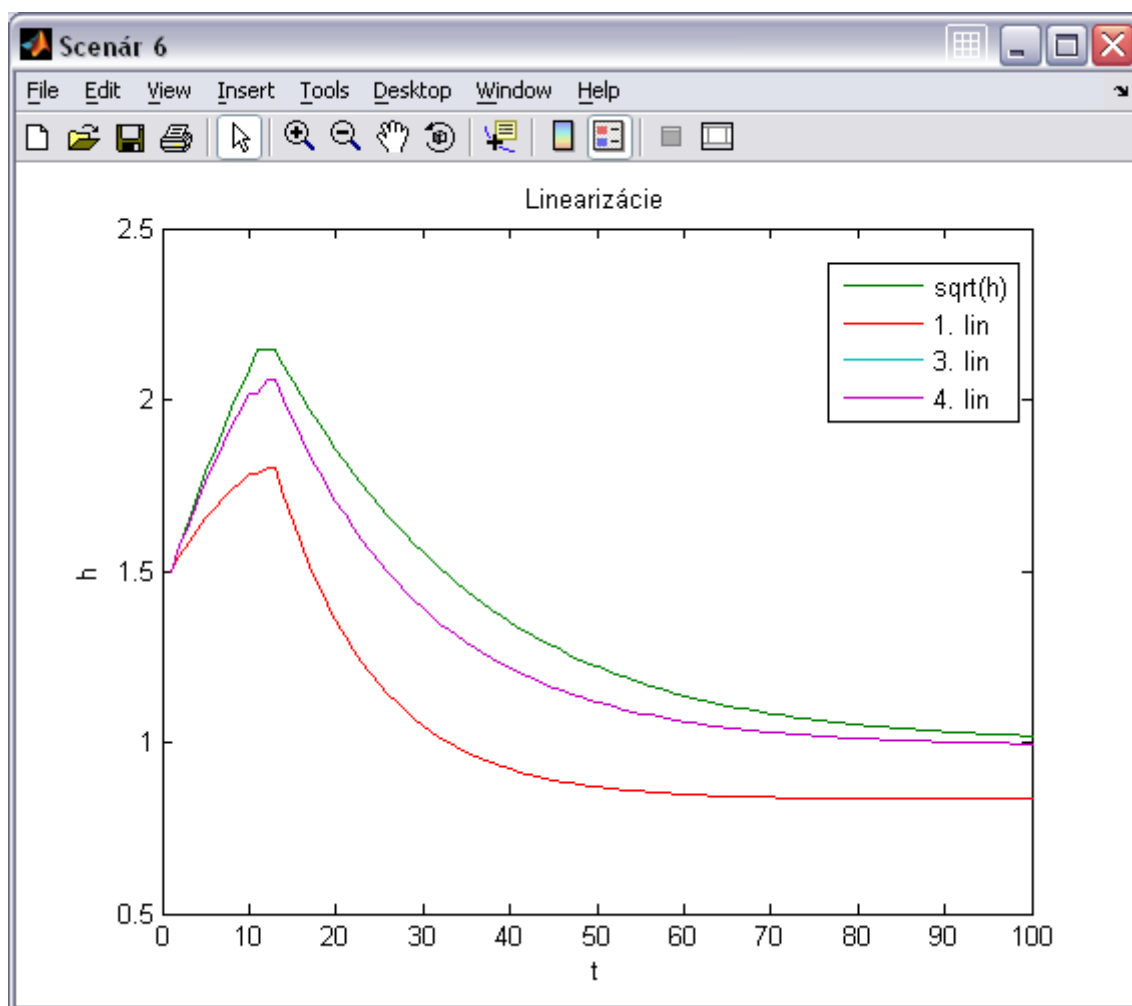
Scenár 5:

$h_0 = 1.5 \text{ m};$

$q_0 = 0.2 \text{ m}^3\text{s}^{-1};$

$q_1 = 0 \text{ m}^3\text{s}^{-1};$

Graf znázorňuje priebeh nelineárnej funkcie ( $\sqrt{h}$ ), lineárnej funkcie s dvoma pracovnými regiónmi, lineárnej funkcie so štyrmi pracovnými regiónmi a lineárnej funkcie s piatimi pracovnými regiónmi a ich priebeh ktorý sa s časom mení. Počiatočná výška hladiny v zásobníku je 1,5 m. V čase desať sekúnd nastane skoková zmena v prietoku z hodnoty  $0.2 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  na hodnotu  $0 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .



Obr. 13 Vykreslenie grafu pre scenár 6

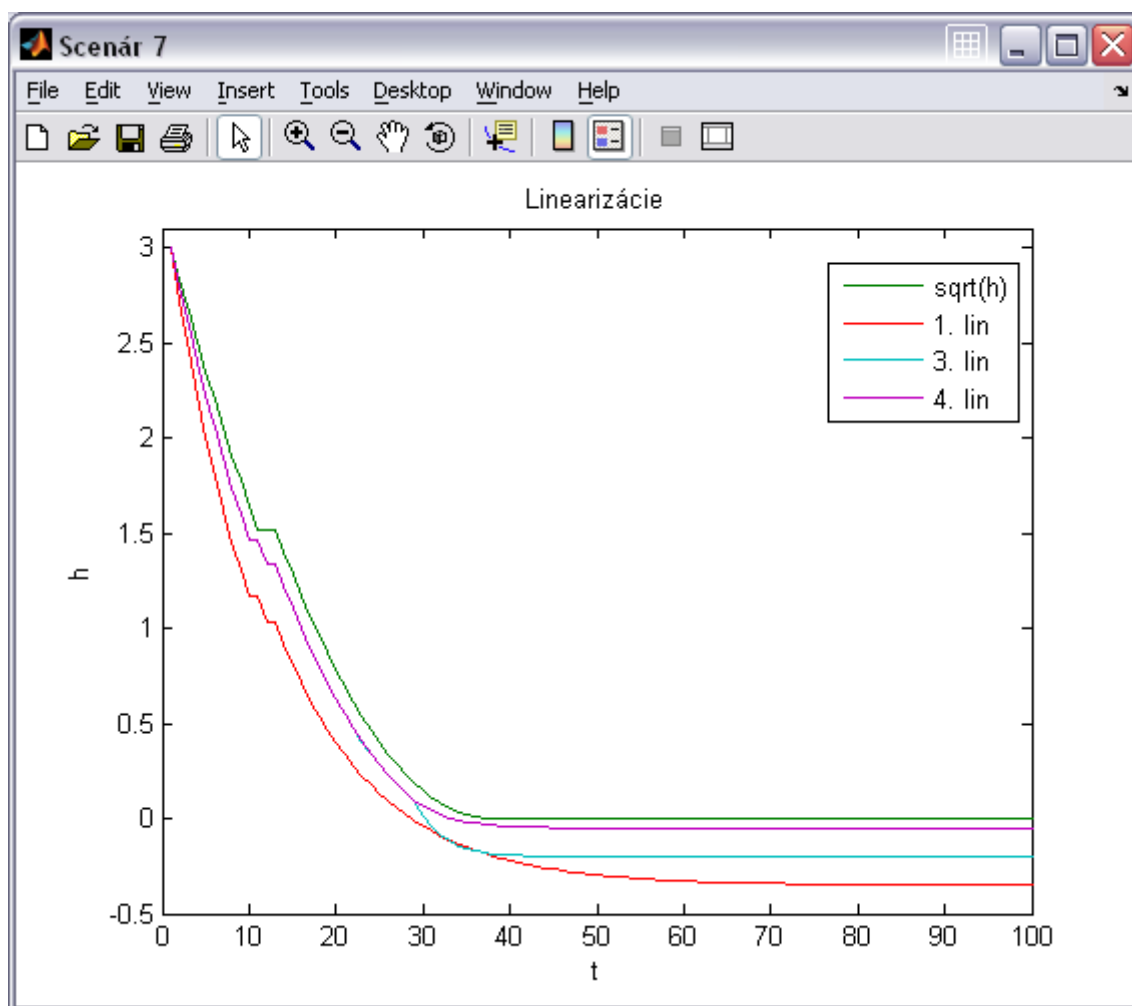
Scenár 6:

$h_0 = 1.5 \text{ m};$

$q_0 = 0.2 \text{ m}^3\text{s}^{-1};$

$q_1 = 0.1 \text{ m}^3\text{s}^{-1};$

Graf znázorňuje priebeh nelineárnej funkcie ( $\sqrt{h}$ ), lineárnej funkcie s dvoma pracovnými regiónmi, lineárnej funkcie so štyrmi pracovnými regiónmi a lineárnej funkcie s piatimi pracovnými regiónmi a ich priebeh ktorý sa s časom mení. Počiatočná výška hladiny v zásobníku je 1,5 m. V čase desať sekúnd nastane skoková zmena v prietoku z hodnoty  $0,2 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  na hodnotu  $0,1 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .



Obr. 14 Vykreslenie grafu pre scenár 7

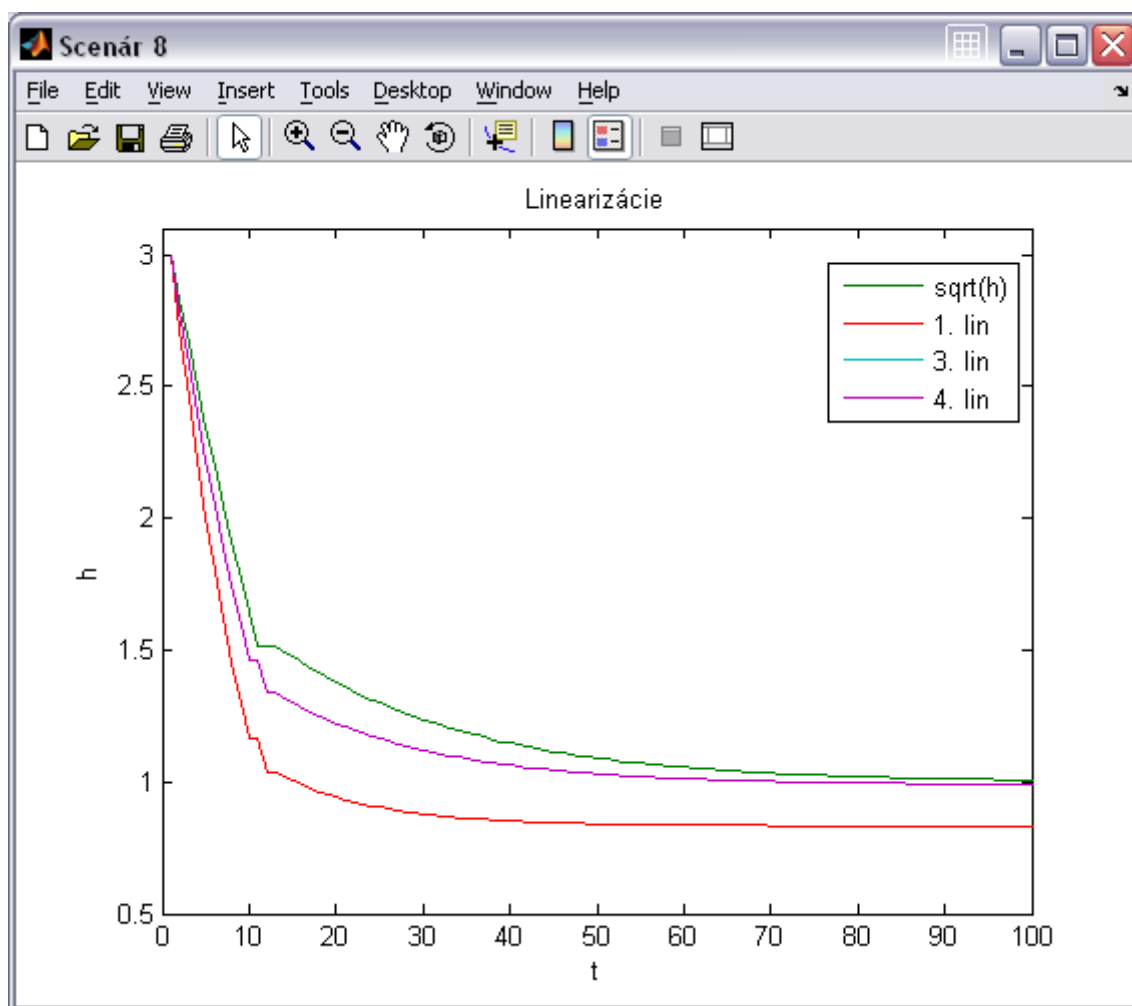
Scenár 7:

$$h_0 = 3 \text{ m};$$

$$q_0 = 0 \text{ m}^3\text{s}^{-1};$$

$$q_1 = 0 \text{ m}^3\text{s}^{-1};$$

Graf znázorňuje priebeh nelineárnej funkcie ( $\sqrt{h}$ ), lineárnej funkcie s dvoma pracovnými regiónmi, lineárnej funkcie so štyrmi pracovnými regiónmi a lineárnej funkcie s piatimi pracovnými regiónmi a ich priebeh ktorý sa s časom mení. Počiatočná výška hladiny v zásobníku je 3 m. V čase desať sekúnd nastane skoková zmena v priedoku z hodnoty  $0 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  na hodnotu  $0 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .



Obr. 15 Vykreslenie grafu pre scenár 8

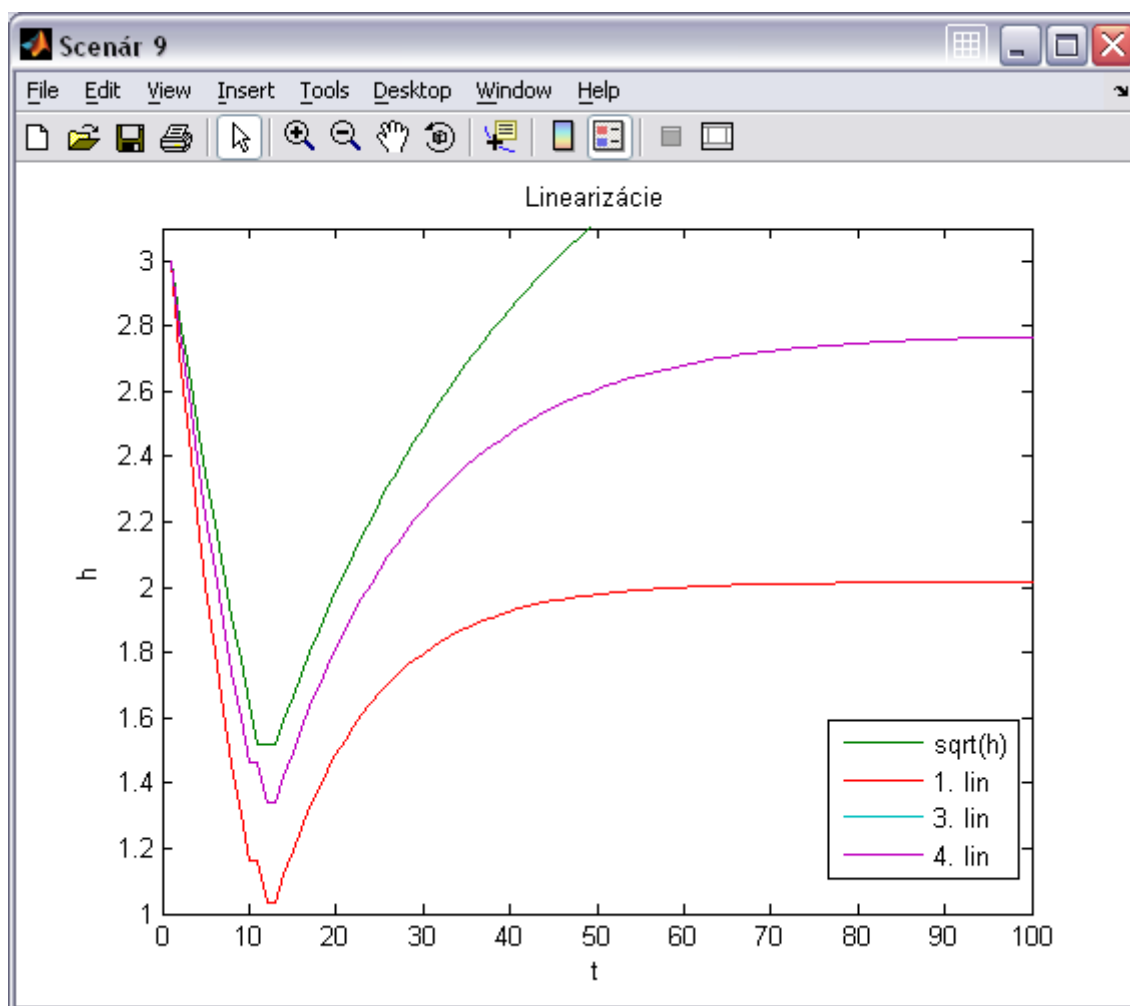
Scenár 8:

$h_0 = 3 \text{ m};$

$q_0 = 0 \text{ m}^3\text{s}^{-1};$

$q_1 = 0.1 \text{ m}^3\text{s}^{-1};$

Graf znázorňuje priebeh nelineárnej funkcie ( $\sqrt{h}$ ), lineárnej funkcie s dvoma pracovnými regiónmi, lineárnej funkcie so štyrmi pracovnými regiónmi a lineárnej funkcie s piatimi pracovnými regiónmi a ich priebeh ktorý sa s časom mení. Počiatočná výška hladiny v zásobníku je 3 m. V čase desať sekúnd nastane skoková zmena v prietoku z hodnoty  $0 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  na hodnotu  $0.1 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .



Obr. 16 Vykreslenie grafu pre scenár 9

Scenár 9:

$h_0 = 3 \text{ m};$

$q_0 = 0 \text{ m}^3\text{s}^{-1};$

$q_1 = 0.2 \text{ m}^3\text{s}^{-1};$

Graf znázorňuje priebeh nelineárnej funkcie ( $\sqrt{h}$ ), lineárnej funkcie s dvoma pracovnými regiónmi, lineárnej funkcie so štyrmi pracovnými regiónmi a lineárnej funkcie s piatimi pracovnými regiónmi a ich priebeh ktorý sa s časom mení. Počiatočná výška hladiny v zásobníku je 3 m. V čase desať sekúnd nastane skoková zmena v prietoku z hodnoty  $0 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  na hodnotu  $0.2 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .

**Záver**

Náplňou tejto práce bolo priblíženie si problematiky modelovania hybridných systémov. Vytvorenie vhodného hybridného modelu zásobníka kvapaliny sa uskutočnilo v prostredí HYSDEL, ktoré nám umožňuje spájať spojité premenné s diskretnou logikou. Nevyhnutnou podmienkou pri návrhu riadiaceho systému je analýza danej problematiky. Týmto spôsobom sme dospeli k adekvátnemu modelu zásobníka kvapaliny. Po zavedení zjednodušujúcich predpokladov a špecifikácií veličín sa odvodil dynamický matematický model zásobníka v tvare nelineárnej diferenciálnej rovnice. Následne sme museli previesť diferenciálnu rovnicu na diferenčnú tým že sme nahradili derivácie diferenciami. Zavedenie tejto zmeny bolo nevyhnutné pretože zariadenia priemyselnej automatizácie sú schopné spracovať len diskretné signály. Pri syntéze bolo hlavnou náplňou hľadanie čo najpresnejších pracovných bodov slúžiacich na vytvorenie exaktného matematického modelu. Presnosť spočíva v nájdení takých trajektórii hybridného modelu ktorých odchýlka od trajektórii získaných riešením nelineárnej diferenciálnej rovnice bola minimálna. Takéto modely odstránili nedostatok stavovej diferenciálnej rovnice, kde so zväčšujúcou sa vzdialenosťou od pracovného bodu sa zvyšuje aj jej nepresnosť. Tento problém nám vyriešilo zavedenie viacerých operačných bodov a so zavedením každého ďalšieho operačného bodu sa nám presnosť modelu zvyšovala.

**Zoznam použitej literatúry**

[1] Bakošová, M. – Fikar, M.: Riadenie procesov, Vydavateľstvo STU, Bratislava, 2008.

[2] Bc. Alexander Szőcs: Semestrálna práca, Modelovanie hybridných systémov, Bratislava, 2009

[3] HYSDEL 2.0.5 User Manual, 2002

## Prílohy

### Matlab: 1 linearizácia

#### vykreslenie: m-file

```

xs = 0.35;
a = 1/(2*sqrt(xs))
b = sqrt(xs) - xs/2/sqrt(xs)
plot(h, sqrt(h), h, a*h+b)
legend('sqrt(h)', '1. lin', 'Location', 'Best')
axis([0 1 0 1]);

```

#### HYSDEL

```

SYSTEM zasobniky {
INTERFACE {
STATE { REAL h [-1,3.0]; }
INPUT { REAL q [0,0.20]; }
OUTPUT { REAL y;
}
PARAMETER {
REAL dT=1;
REAL a=0.8452;
REAL b=0.2958;
REAL B=0.35;
REAL k=1e-1;
}
}
IMPLEMENTATION {
AUX { REAL Z1,Z2;
BOOL D1;}

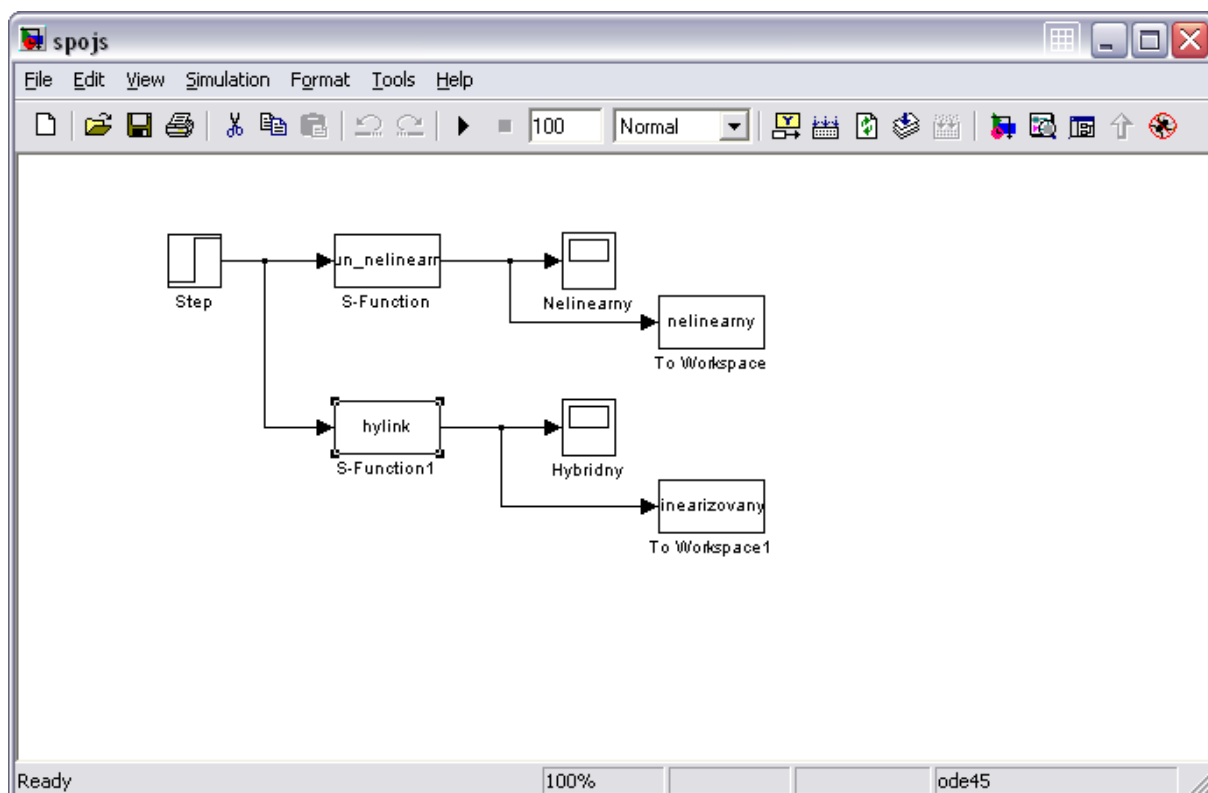
```

```

AD { D1=h<=B;
    }
LOGIC {
}
DA { Z1={IF D1 THEN a*h+b ELSE 0};
    Z2={IF ~D1 THEN a*h+b ELSE 0 };
    }
CONTINUOUS { h = h + dT*q - dT*k*(Z1+Z2);
    }
OUTPUT { y=h;
    }
}
}

```

Prevedenie hybridného modelu do matematického vhodného pre Matlab použitím HYSDEL-u



Obr. 17 Schéma jednej linearizácie

**Matlab: 3 linearizácie****vykreslenie: m-file**

```

xs = 0.05;

a1 = 1/(2*sqrt(xs))

b1 = sqrt(xs) - xs/2/sqrt(xs)

xs = 0.3;

a2 = 1/(2*sqrt(xs))

b2 = sqrt(xs) - xs/2/sqrt(xs)

xs = 0.8;

a3 = 1/(2*sqrt(xs))

b3 = sqrt(xs) - xs/2/sqrt(xs)

B1 = (b2-b1)/(a1-a2)

B2 = (b3-b2)/(a2-a3)

plot(h, sqrt(h), h, a1*h+b1, h, a2*h+b2, h, a3*h+b3)

legend('sqrt(h)', '1. lin', '2. lin', '3. lin', 'Location', 'Best')

axis([0 1 0 1]);

```

**HYSDEL**

```

SYSTEM zasobniky {

INTERFACE {

STATE { REAL h [-1,3.0]; }

INPUT { REAL q [0,0.20]; }

OUTPUT { REAL y;

}

PARAMETER {

REAL dT=1;

REAL a1=2.2361;

REAL a2=0.9129;

```

```

REAL a3=0.5590;

REAL b1=0.1118;

REAL b2=0.2739;

REAL b3=0.4472;

REAL B1=0.1225;

REAL B2=0.4899;

REAL k=1e-1;

}

}

IMPLEMENTATION {

AUX { REAL  Z1,Z2,Z3;

BOOL D1,D2,D3;}

AD { D1=h<=B1;

    D2=h<=B2;

    }

LOGIC { D3=D2 & ~D1;

}

DA { Z1={IF D1 THEN a1*h+b1 ELSE 0};

    Z2={IF D3 THEN a2*h+b2 ELSE 0};

    Z3={IF ~D3 THEN a3*h+b3 ELSE 0 };

    }

CONTINUOUS { h = h + dT*q - dT*k*(Z1+Z2+Z3);

    }

OUTPUT { y=h;

    }

}

}

```