

SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA CHEMICKÉJ A POTRAVINÁRSKEJ TECHNOLOGIE
ÚSTAV INFORMATIZÁCIE, AUTOMATIZÁCIE A MATEMATIKY

**Modelovanie a analýza stability systémov s parametrickými
neurčitost'ami**

BAKALÁRSKA PRÁCA

Katarína Peterková

Vedúca bakalárskej práce:

doc. Ing. Monika Bakošová, CSc.

Bratislava 2010

ČESTNÉ VYHLÁSENIE

Čestne vyhlasujem, že celú bakalársku prácu na tému „Modelovanie a analýza stability systémov s parametrickými neurčitost'ami“, vrátane všetkých jej príloh a obrázkov, som vypracovala samostatne, a to s použitím literatúry uvedenej v priloženom zozname.

V Bratislave, 21.5. 2010

Abstrakt

Bakalárska práca sa zaoberá modelovaním štruktúr neurčitostí v systémoch so zameraním sa na parametrické neurčitosti. Ďalej skúma základné metódy analýzy robustnej stability a overuje ich pre konkrétne systémy. Na analýzu robustnej stability systémov s jedným neurčitým parametrom bola použitá Bialasova veta a príkaz `rlocus` v MATLAB-e. Pre systémy s intervalovou neurčitosťou sa používala Charitonovova veta a veta o vylúčení nuly. Afinné lineárne a multilineárne systémy sa prekryvali intervalovou neurčitosťou a na analýzu robustnej stability bola použitá Charitonovova veta.

Abstrakt

This bachelor thesis deals with modelling of uncertainty structures in systems with a focus on parametric uncertainty. It explores the basic methods of robust stability analysis and verifies them on chosen systems. The analysis of robust stability of systems with single uncertain parameter was done by Bialas theorem and using rlocus command in MATLAB. Kharitonov theorem and zero excluding condition were used for systems with interval uncertainty. Robust stability of linear affine and multilinear systems was analyzed using value set concept and zero excluding condition. The other approach for the robust stability analysis of linear affine and multilinear systems was based on overlapping these uncertainties by interval uncertainty and using Kharitonov theorem.

Obsah

ÚVOD	7
1 NEURČITÉ SYSTÉMY	8
1.1 PARAMETRICKÉ NEURČITOSTI (ŠTRUKTUROVANÉ)	8
1.1.1 Klasifikácia parametrických neurčitostí.....	8
1.1.2 Klasifikácia systémov s parametrickými neurčitostami	9
1.2 DYNAMICKÉ NEURČITOSTI (NEŠTRUKTUROVANÉ)	9
1.2.1 Klasifikácia dynamických neurčitostí	9
2 METÓDY ANALÝZY ROBUSTNEJ STABILITY SYSTÉMOV S PARAMETRICKÝMI NEURČITOSŤAMI	10
2.1 STABILITA SYSTÉMOV S JEDNÝM NEURČITÝM PARAMETROM	10
2.1.1 Bialasova veta	10
2.1.2 Príkaz „rlocus“	11
2.2 STABILITA SYSTÉMOV S INTERVALOVÝMI NEURČITOSŤAMI	12
2.2.1 Charitonovova veta.....	12
2.2.2 Veta o vylúčení nuly.....	12
2.3 STABILITA SYSTÉMOV S LINEÁRNymi AFINNÝMI NEURČITOSŤAMI	13
2.4 STABILITA SYSTÉMOV S MULTILINEÁRNymi NEURČITOSŤAMI	14
3 OVERENIE ROBUSTNEJ STABILITY PRE KONKRÉTNE SYSTÉMY	15
3.1 PRÍKLAD 1: STABILITA SYSTÉMU S JEDNÝM NEURČITÝM PARAMETROM.....	15
3.2 PRÍKLAD 2: STABILITA SYSTÉMU S INTERVALOVÝMI NEURČITOSŤAMI	25
3.3 PRÍKLAD 3: STABILITA SYSTÉMU S LINEÁRNOU AFINNOU ŠTRUKTÚROU NEURČITOSTI	32
3.4 STABILITA SYSTÉMU S MULTILINEÁRNOU ŠTRUKTÚROU NEURČITOSTI.....	36
3.4.1 Príklad 1	36
3.4.2 Príklad 2	38
ZÁVER	42
ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY	44

ÚVOD

V praxi nie je možné úplne presne získať matematické modely procesov, pretože každý model opisuje dynamiku systému len približne. V každom systéme vznikajú nejaké neurčitosti, ktoré sú spôsobené rôznymi vplyvmi, ako napríklad premenlivosťou alebo malou znalosťou fyzikálnych parametrov.

Cieľom mojej bakalárskej práce je oboznámenie so základnými typmi neurčitostí. Zameriavať sa budem na parametrické neurčitosti a to konkrétne na neurčitosti s jedným neurčitým parametrom, intervalové neurčitosti, afinné lineárne neurčitosti a multilineárne neurčitosti.

Mojím ďalším cieľom je oboznámenie sa s metódami analýzy robustnej stability a overovanie robustnej stability pre konkrétne prípady vyššie uvedených neurčitostí.

1 NEURČITÉ SYSTÉMY

Neurčitý systém je systém, kde nie sú dané ohraničenia neurčitých parametrov. Neurčitosť je stav s nedostatočnou informovanosťou, situácia keď nemožno presne opísať existujúci stav alebo budúci výstup. Je to vlastne rozdiel medzi modelom a reálnym procesom.

Dôvodom vzniku neurčitostí v systémoch je fakt, že reálne procesy sa ťažko presne identifikujú. Pri analytických modeloch sa zas prijímajú rôzne zjednodušenia, ktoré spôsobujú, že proces je opísaný nepresne, z čoho vyplýva, že dynamika modelu a reálneho procesu sa odlišuje. Ďalšou príčinou vzniku neurčitostí modelu je výskyt nelinearít v modeli. Tieto nelinearity vznikajú buď v dôsledku nelineárnej závislosti jednotlivých parametrov od stavových veličín alebo v dôsledku nelineárnej závislosti veličín. [1]

1.1 PARAMETRICKÉ NEURČITOSTI (ŠTRUKTUROVANÉ)

Pri parametrických neurčitostiach sú známe jednotlivé parametre matematického modelu procesu iba v určitých intervaloch. [2]

1.1.1 Klasifikácia parametrických neurčitostí

Podľa premenlivosti vektora neurčitostí $q = (q_1, \dots, q_k)$ v čase:

- časovo nemenná parametrická neurčitosť – nastáva v matematickom modeli systému, ktorého parametre sú konštantné a ich hodnota je známa približne a je s určitým stupňom presnosti. Vektor q je nemenný.
- časovo premenná parametrická neurčitosť – v tomto prípade sú koeficienty, parametre a fyzikálne konštanty premenné v čase. Vektor q je neznáma časovo premenná funkcia. [1]

Podľa spôsobu ako vstupuje neurčitosť do parametrov systému:

- neurčitosť s jedným parametrom
- intervalová neurčitosť
- afinná lineárna neurčitosť
- multilineárna neurčitosť
- nelineárna neurčitosť [2]

1.1.2 Klasifikácia systémov s parametrickými neurčitost'ami

Systémy so štruktúrovanými neurčitost'ami:

- systémy s jedným neurčitým parametrom
- systémy s intervalovými neurčitost'ami
- lineárne afinné systémy
- multilineárne systémy [2]

1.2 DYNAMICKÉ NEURČITOSTI (NEŠTRUKTUROVANÉ)

Pri dynamických neurčitostiach je neznámy rád aj štruktúra modelu a k nominálnemu systému sa pripočítava tzv. nemodelovaná dynamika, ktorej štruktúra je neznáma. [2]

1.2.1 Klasifikácia dynamických neurčitostí

- aditívna neurčitosť
- multiplikatívna neurčitosť
- neurčitosť sa stabilným faktorom [2]

V mojej ďalšej práci sa budem zoberať už len parametrickými neurčitost'ami, a to neurčitost'ami s jedným neurčitým parametrom, intervalovými neurčitost'ami, afinnými lineárnymi neurčitost'ami a multilineárnymi neurčitost'ami.

2 METÓDY ANALÝZY ROBUSTNEJ STABILITY SYSTÉMOV S PARAMETRICKÝMI NEURČITOSŤAMI

Nominálny systém je idealizovaný systém, ktorý neobsahuje neurčitosti alebo sú v ňom zanedbané. [2]

Podľa Veselého [3] pod pojmom nominálna stabilita sa rozumie to, že nominálny systém bez neurčitostí s regulátorom v uzavretom regulačnom obvode je stabilný a pod pojmom robustná stabilita systému budeme rozumieť prípad, keď v uzavretom regulačnom obvode bude zabezpečená stabilita nominálneho modelu s neurčitosťami. [3]

2.1 STABILITA SYSTÉMOV S JEDNÝM NEURČITÝM PARAMETROM

Robustná stabilita systémov s jedným neurčitým parametrom sa dá zistiť buď pomocou príkazu rlocus alebo Bialasovou vetou. (viď kapitola 3, podkapitola 3.1)

2.1.1 Bialasova veta

Máme daný systém s jedným neurčitým parametrom a jeho charakteristický polynóm má tvar:

$$p(s, q) = p_0(s) + qp_1(s) \quad (1)$$

kde $p_0(s)$ je stabilný polynóm, $p_1(s)$ je ľubovoľný polynóm a q je neurčitý parameter.

Pre polynóm (1) treba určiť maximálny interval stability $(q_{min}^-; q_{max}^+)$, ktorý je daný vzťahmi:

$$q_{max}^+ = \frac{1}{\lambda_{max}^+(-H^{-1}(p_0)H(p_1))} \quad (2)$$
$$q_{min}^- = \frac{1}{\lambda_{min}^-(-H^{-1}(p_0)H(p_1))}$$

kde λ_{max}^+ je maximálne kladné reálne vlastné číslo, λ_{min}^- je minimálne záporné reálne vlastné číslo, $H(p_0)$ je Hurwitzova matica pre polynóm p_0 a $H(p_1)$ je Hurwitzova matica pre polynóm p_1 . Rozmery oboch matíc musia byť rovnaké. [1]

Podľa Hvyiusovej [4] sú Hurwitzove matice definované nasledovne:

$$H_1 = \begin{vmatrix} p_{n-1} \end{vmatrix}$$

$$H_2 = \begin{vmatrix} p_{n-1} & p_{n-3} \\ p_n & p_{n-2} \end{vmatrix}$$

A pokračuje sa, až kým nie je matica rozmeru $n \times n$.

Pre párne n má H_n tvar:

$$H_n = \begin{vmatrix} p_{n-1} & p_{n-3} & p_{n-5} & \dots & p_1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ p_{n-1} & p_{n-2} & p_{n-4} & \dots & p_2 & p_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_{n-1} & p_{n-3} & \dots & p_3 & p_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_n & p_{n-2} & \dots & p_4 & p_2 & p_0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & & & & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & p_{n-1} & p_{n-3} & p_{n-5} & \dots & p_3 & p_1 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & p_n & p_{n-2} & p_{n-4} & \dots & p_4 & p_2 & p_0 \end{vmatrix}$$

a pre nepárne n :

$$H_n = \begin{vmatrix} p_{n-1} & p_{n-3} & p_{n-5} & \dots & p_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ p_n & p_{n-2} & p_{n-4} & \dots & p_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_{n-1} & p_{n-3} & \dots & p_2 & p_0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_n & p_{n-2} & \dots & p_3 & p_1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & & & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & p_{n-1} & p_{n-3} & p_{n-5} & \dots & p_1 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & p_n & p_{n-2} & \dots & p_2 & p_0 \end{vmatrix}$$

2.1.2 Príkaz „rlocus“

Pomocou príkazu rlocus sa dá zistiť robustná stabilita graficky. Tento príkaz bude vysvetlený ďalej na príklade v kapitole 3. (viď 3.1)

2.2 STABILITA SYSTÉMOV S INTERVALOVÝMI NEURČITOSTĚMI

Podľa Punu [1] má systém s intervalovou neurčitostí tvar:

$$G(s) = \frac{[b_0^-, b_0^+] + [b_1^-, b_1^+]s + \dots + [b_m^-, b_m^+]s^m}{[a_0^-, a_0^+] + [a_1^-, a_1^+]s + \dots + [a_n^-, a_n^+]s^n} \quad (3)$$

Zjednodušený zápis intervalového polynómu:

$$p(s, q) = \sum_{i=1}^n [q_i^-, q_i^+] s^i \quad (4)$$

[2]

Stabilitu systémov s intervalovými neurčitostami možno určiť dvoma spôsobmi, a to Charitonovovou vetou alebo vetou o vylúčení nuly.

2.2.1 Charitonovova veta

Pre polynóm (4) sa dajú vytvoriť štyri Charitonovove polynómy, ktoré majú tvar:

$$\begin{aligned} K_1(s) &= q_0^- + q_1^- s + q_2^+ s + q_3^+ s + q_4^- s + q_5^- s + q_6^+ s + \dots \\ K_2(s) &= q_0^+ + q_1^+ s + q_2^- s + q_3^- s + q_4^+ s + q_5^+ s + q_6^- s + \dots \\ K_3(s) &= q_0^+ + q_1^- s + q_2^- s + q_3^+ s + q_4^+ s + q_5^- s + q_6^- s + \dots \\ K_4(s) &= q_0^- + q_1^+ s + q_2^+ s + q_3^- s + q_4^- s + q_5^+ s + q_6^+ s + \dots \end{aligned} \quad (5)$$

Intervalový polynóm (4) je robustne stabilný vtedy a len vtedy, keď sú stabilné štyri Charitonovove polynómy (5). Teda nie je nutné testovať, či sú stabilné všetky možné hraničné variácie, ale bez ohľadu na počet neurčitých parametrov vždy len stabilitu štyroch Charitonovových polynómov. [5]

Charitonovove polynómy sú stabilné, ak sú všetky korene týchto polynómov záporné.

2.2.2 Veta o vylúčení nuly

Intervalový polynóm $p(s, q)$ je robustne stabilný práve vtedy, keď pre všetky $\omega \geq 0$ platí, že nula nepatrí do množiny hodnôt daného intervalového polynómu.

Pre intervalový polynóm (4) a jednu pevne zadanú frekvenciu ω_0 je množina hodnôt vždy obdĺžnik, ktorého strany sú rovnobežné s osami a nazýva sa Charitonov obdĺžnik pre frekvenciu ω_0 . Pri zmene ω sa obdĺžnik pohybuje a mení rozmer. [2]

Robustnú stabilitu intervalového polynómu pomocou vety o vylúčení nuly môžeme ľahko testovať graficky pomocou PolynomialTbx a to tak, že najprv nájdeme stabilný člen rodiny a potom vykresľujeme množiny hodnôt pre rastúce ω a kontrolujeme podmienku o vylúčení nuly. [2]

2.3 STABILITA SYSTÉMOV S LINEÁRNymi AFINNými NEURČITOSŤAMI

Rodina polynómov $p(s, q) = \sum_{i=0}^n a_i(q)s^i$ má afinnú lineárnu štruktúru neurčitosti, ak sú koeficienty $a_i(q)$ afinné lineárne funkcie q , to znamená:

$$a_i(q) = \alpha_i^T q + \beta_i; \quad i = 0, \dots, n$$

kde

- $q = [q_1, \dots, q_l]$ je 1 – rozmerný vektor neurčitosti
- $\alpha_i = [\alpha_{i1}, \dots, \alpha_{il}]$ je 1 – rozmerný vektor konštánt
- β_i je konštanta

[2]

Rodinu polynómov s afinnou lineárnou neurčitosťou možno zapísať aj v tvare:

$$p(s, q) = \sum_{i=0}^n a_i(q)s^i = p_0(s) + \sum_{i=1}^l q_i p_i(s) \quad (6)$$

Tento tvar je vhodný na vykreslenie množiny hodnôt. [2]

Polytop v R^k je konvexná obálka konečnej množiny bodov $p^1, p^2, \dots, p^m \in R^k$, ktoré sa nazývajú generátory: $P = \text{conv}\{p^i\}$

Množina generátorov polytopu P je $\{p^1, p^2, \dots, p^m\}$ [2]

Intervalový polynóm (4) je polytop generovaný extrémami:

$$p(s, q^k) = \sum_{i=0}^n q_i^k s^i, \quad k = 1, \dots, m$$

Tento polytop má $m \leq 2^{n+1}$ generátorov. [2]

„Množina hodnôt polytopu nemusí byť práve Charitonovov obdĺžnik, môže to byť konvexný mnohoúhelník – polygón.“ [2]

Systém s afinnou lineárnou neurčitosťou je stabilný vtedy, ak všetky konvexné mnohoúhelníky vykreslenej množiny hodnôt obchádzajú nulu.

2.4 STABILITA SYSTÉMOV S MULTILINEÁRNÝMI NEURČITOSŤAMI

Neurčitý polynóm (6) má multilineárnu štruktúru neurčitosti, keď sú všetky a_i multilineárne funkcie. [2]

Pre multilineárny polynóm druhého stupňa platí výsledok založený na extrémoch. „Multilineárny polynóm $p(s, q) = a_0(q) + a_1(q)s + s^2$ je robustne stabilný práve vtedy, keď všetky jeho extrémny $p(s, q^i)$ sú stabilné polynómy.“ [2]

Pre vykreslenie množiny hodnôt polynómov s multilineárnou neurčitosťou sa používajú funkcie “vset” a “vsetplot”. Systém je stabilný, ak vykreslená množina hodnôt nezahŕňa nulu.

3 OVERENIE ROBUSTNEJ STABILITY PRE KONKRÉTNE SYSTÉMY

V tejto časti sa bude overovať robustná stabilita na konkrétnych príkladoch.

3.1 PRÍKLAD 1: STABILITA SYSTÉMU S JEDNÝM NEURČITÝM PARAMETROM

Riadený systém s jedným neurčitým parametrom je opísaný prenosom:

$$G(s) = \frac{(2+q)}{s^4 + (5+q)s^3 + (9+q)s^2 + (7+q)s + (2+q)} \quad (7)$$

- Posúdenie, či je stabilný nominálny systém, to je systém, keď $q = 0$.

$$G(s) = \frac{2}{s^4 + 5s^3 + 9s^2 + 7s + 2} \quad (8)$$

Charakteristická rovnica má tvar: $s^4 + 5s^3 + 9s^2 + 7s + 2 = 0$

Z tejto charakteristickej rovnice sa určia korene, na základe ktorých sa posúdi stabilita nominálneho systému: `roots([1 5 9 7 2])`

Všetky korene sú záporné, z čoho vyplýva, že nominálny systém je stabilný.

- Zisťovanie intervalu q , pre ktoré je riadený systém robustne stabilný a to príkazom `rlocus` a Bialasovou vetou.

Charakteristický polynóm s neurčitosťou:

$$s^4 + (5 + q)s^3 + (9 + q)s^2 + (7 + q)s + (2 + q)$$

sa upraví podľa rovnice (1):

$$p(s, q) = (s^4 + 5s^3 + 9s^2 + 7s + 2) + q(0s^4 + s^3 + s^2 + s + 1)$$

Korene polynómu $p_0 = s^4 + 5s^3 + 9s^2 + 7s + 2$ sú záporné, takže je to stabilný polynóm.

Bialasova veta:

Najprv sa vygenerujú Hurvitzove matice $H(p_0)$ a $H(p_1)$ z polynómov p_0 a p_1 a potom sa vypočítajú vlastné čísla matice H :

```
p0=[1 5 9 7 2]; p1=[0 1 1 1 1]; p00=mat2pol(p0);
p11=mat2pol(p1);
Hp0=hurwitz(p00) Hp1=hurwitz(p11) H=-inv(Hp0)*Hp1; eig(H)
```

$$H(p_0) = \begin{vmatrix} 5 & 7 & 0 & 0 \\ 1 & 9 & 2 & 0 \\ 0 & 5 & 7 & 0 \\ 0 & 1 & 9 & 2 \end{vmatrix} \quad H(p_1) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

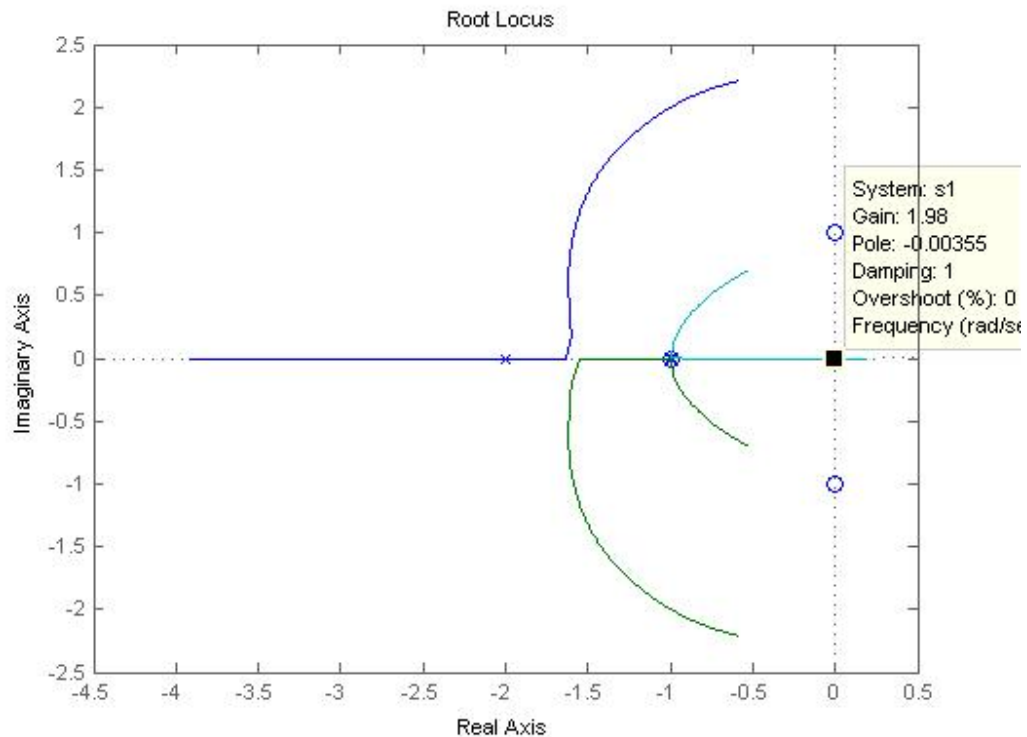
Po vynásobení matic $H(p_0)^{-1}$ a $H(p_1)$ vznikne matica H , ktorej vlastné čísla sú:

$$\lambda(H) = \begin{vmatrix} 0 \\ -0,2222 \\ -0,1667 \\ -0,5 \end{vmatrix}$$

Ďalej sa nájdu hodnoty $\lambda_{max}^+ = 0$ a $\lambda_{min}^- = -0,5$ a po prevrátení ich hodnôt vychádza interval stability $q \in (-2; \infty)$.

Príkaz *rlocus*:

```
p0=[1 5 9 7 2]; p1=[1 1 1 1]; s1=tf(p1,p0); q=-3:0.01:1;  
rlocus(s1,q)
```



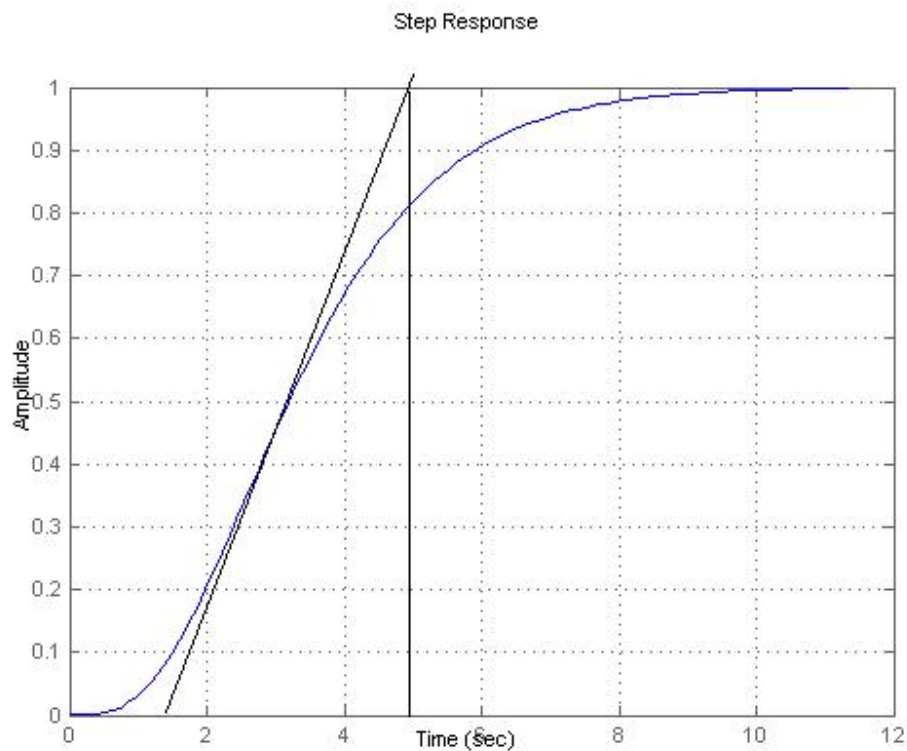
Obr.1 Graf intervalu $q \in (-2; \infty)$

Z grafického testu pomocou príkazu *rlocus* je vidieť, že interval stability je od 2 do nekonečna. Lenže test neukazuje, či sú tieto hranice kladné alebo záporné, preto je tento test považovaný za pomerne nepresný a už sa ďalej nebude používať. Stabilita sa bude posudzovať už len pomocou Bialasovej vety.

- Navrhnutie PI regulátora Strejcovou a Zieglerovou-Nicholsovou metódou pre nominálny systém.

Najprv sa musí vykresliť prechodová charakteristiku nominálneho systému:

```
step([2],[1 5 9 7 2]), grid, [t1,t2]=ginput(2)
```



Obr.2 Prechodová charakteristika

Po identifikovaní prechodovej charakteristiky vyšiel výsledný prenos:

$$G(s) = \frac{Z}{(Ts + 1)^n} \cdot e^{-Ds} = \frac{1}{(0,802s + 1)^4} e^{-0,208s}$$

Návrh PI regulátora *Strejcovou metódou*:

$$Z_R = \frac{1}{Z} \frac{(n + 2)}{4(n - 1)} = 0,5$$

$$T_i = T \frac{n + 2}{3} = 1,604$$

Potom výsledný prenos regulátora navrhnutého Strejcovou metódou je:

$$G_R(s) = \frac{Z_R s + \frac{Z_R}{T_i}}{s} = \frac{0,5s + 0,312}{s} \quad (9)$$

Návrh PI regulátora *Zieglerovou-Nicholsovou metódou*:

$$Z_R = \frac{0,9}{Z} \frac{t_n}{t_u} = 2,387$$

$$T_i = 3,33 t_u = 4,496$$

Potom výsledný prenos regulátora navrhnutého Zieglerovou-Nicholsovou metódou je:

$$G_R(s) = \frac{Z_R s + \frac{Z_R}{T_i}}{s} = \frac{2,387s + 0,531}{s} \quad (10)$$

- Overenie stability URO s nominálnym systémom a PI regulátorom navrhnutým Zieglerovou-Nicholsovou metódou.

Prenos nominálneho systému (8) a výsledný prenos regulátora navrhnutého Zieglerovou-Nicholsovou metódou (10) sa dosadí do vzorca:

$$1 + G(s) \cdot G_R(s) \quad (11)$$

Po dosadení do vzorca (11) má charakteristická rovnica pre tento systém tvar:

$$s^5 + 5s^4 + 9s^3 + 7s^2 + 6,774s + 1,062 = 0$$

Po vypočítaní koreňov sa zistilo, že URO s nominálnym systémom a PI regulátorom navrhnutým Zieglerovou-Nicholsovou metódou je stabilný.

`roots([1 5 9 7 6.774 1.062])`

- Zisťovanie, pre aké q je URO robustne stabilný, keď na riadenie použijem PI regulátor navrhnutý Zieglerovou-Nicholsovou metódou.

Prenos riadeného systému (7) a prenos regulátora navrhnutého Zieglerovou-Nicholsovou metódou (10) sa dosadí do vzorca (11) a získa sa charakteristická rovnica v tvare:

$$s^5 + (5 + q)s^4 + (9 + q)s^3 + (7 + q)s^2 + (6,774 + 3,387q)s + (1,062 + 0,531q) = 0$$

Ktorá sa podľa rovnice (1) upraví na tvar:

$$p(s, q) = (s^5 + 5s^4 + 9s^3 + 7s^2 + 6,774s + 1,062) + q(s^4 + s^3 + s^2 + 3,387 + 0,531)$$

Korene polynómu p_0 sú záporné, z čoho vyplýva, že polynóm je stabilný.

Bialasova veta:

Vygenerujú sa Hurwitzove matice $H(p_0)$ a $H(p_1)$ z polynómov p_0 a p_1 a potom sa vypočítajú vlastné čísla matice H :

```
p0=[1 5 9 7 6.774 1.062]; p1=[0 1 1 1 3.387 0.531];
p00=mat2pol(p0); p11=mat2pol(p1); Hp0=hurwitz(p00)
Hp1=hurwitz(p11) H=-inv(Hp0)*Hp1; eig(H)
```

$$H(p_0) = \begin{vmatrix} 5 & 7 & 1,062 & 0 & 0 \\ 1 & 9 & 6,774 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 7 & 1,062 & 0 \\ 0 & 1 & 9 & 6,774 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 7 & 1,062 \end{vmatrix} \quad H(p_1) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0,531 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3,387 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0,531 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3,387 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0,531 \end{vmatrix}$$

Po vynásobení matic $H(p_0)^{-1}$ a $H(p_1)$ dostávame maticu H , ktorej vlastné čísla sú:

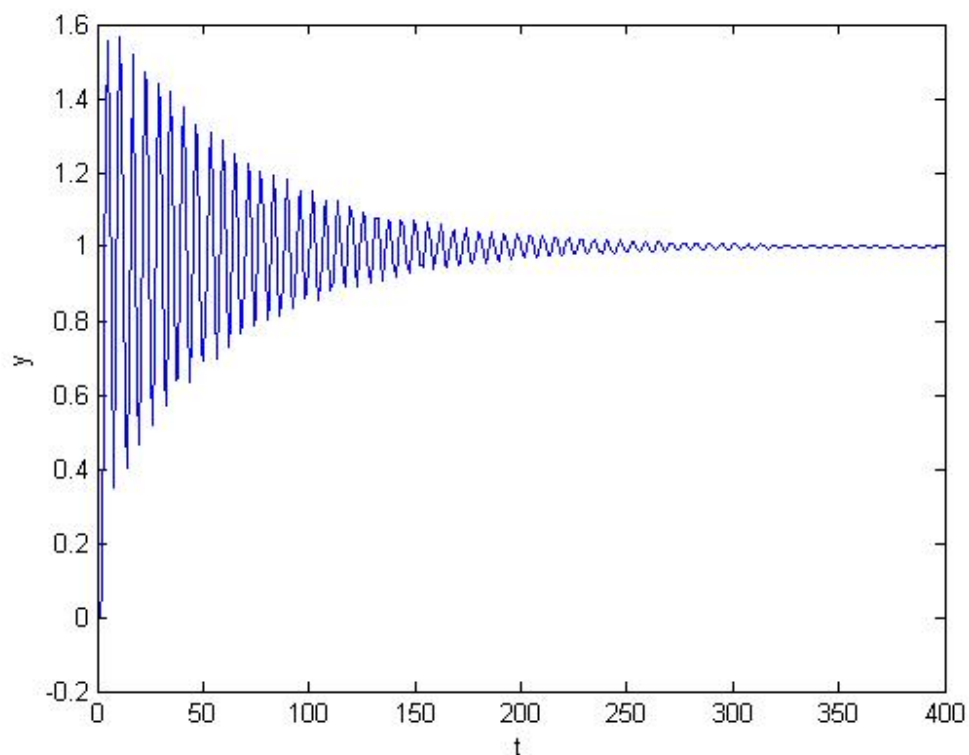
$$\lambda(H) = \begin{vmatrix} 1,1609 \\ -0,22 \\ -0,1863 \\ -0,5 \\ -0,5 \end{vmatrix}$$

Ďalej sa nájdu hodnoty $\lambda_{max}^+ = 1,1609$ a $\lambda_{min}^- = -0,5$ a po prevrátení ich hodnôt vychádza interval stability $q \in (-2; 0,8614)$, ktorý sa v porovnaní s riadeným systémom bez regulátora zmenšil.

- Simulačné overenie hraníc neurčitého parametra q pre PI regulátor navrhnutý Zieglerovou-Nicholsovou metódou.

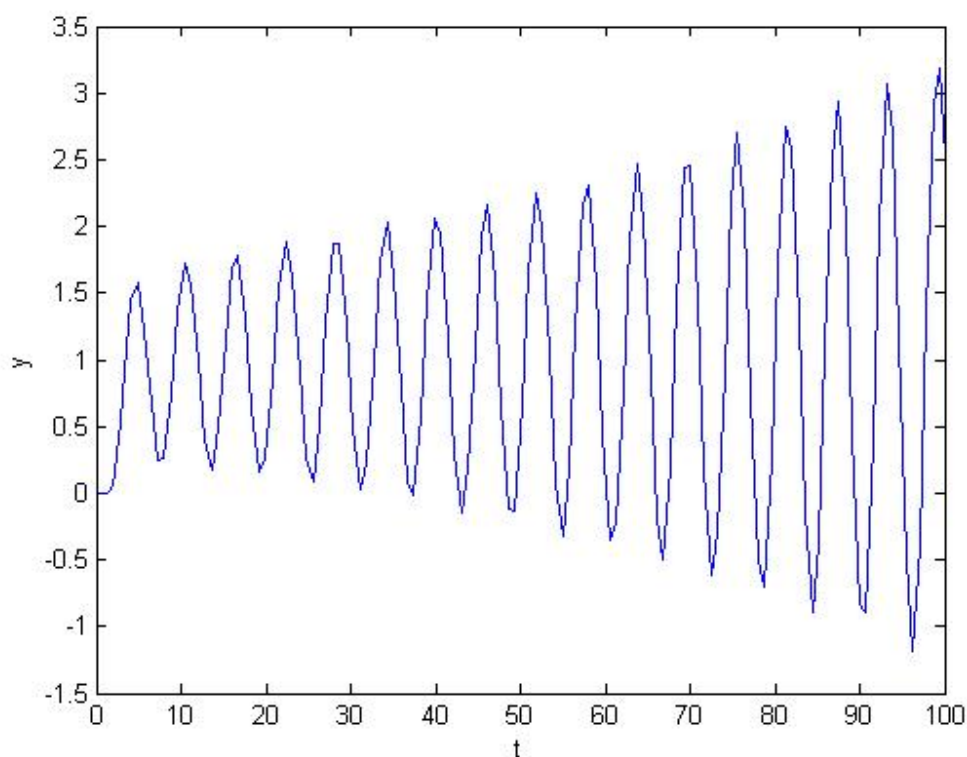
Otestujú sa rôzne q z intervalu robustnej stability aj mimo neho a overí sa, že interval vyšiel naozaj správne.

V nájdenom intervale robustnej stability $(-2; 0,86)$ sa hodnota výstupu riadeného neurčitého systému s hodnotou neurčitého parametra $q = 0,7$ pri riadení navrhnutým Ziegler - Nicholsovým regulátorom postupne ustálila:



Obr.3 Výstup riadeného neurčitého systému s hodnotou neurčitého parametra $q = 0,7$ pri riadení navrhnutým Ziegler - Nicholsovým regulátorom

Mimo intervalu robustnej stability je systém nestabilný:



Obr.4 Výstup riadeného neurčitého systému s hodnotou neurčitého parametra $q = 1$ pri riadení navrhnutým Ziegler - Nicholsovým regulátorom

- Overenie stability URO s nominálnym systémom a PI regulátorom navrhnutým Strejcovou metódou.

Prenos nominálneho systému (8) a výsledný prenos regulátora navrhnutého Strejcovou metódou (9) sa dosadí do vzorca (11) a tým sa získa charakteristická rovnica pre tento systém, ktorá má tvar:

$$s^5 + 5s^4 + 9s^3 + 7s^2 + 3s + 0,624 = 0$$

Po vypočítaní koreňov, ktoré sú záporné, sa zistilo, že URO s nominálnym systémom a PI regulátorom navrhnutým Strejcovou metódou je stabilný.

```
roots([1 5 9 7 3 0.624])
```

- Zisťovanie, pre aké q je URO robustne stabilný, keď na riadenie použijem PI regulátor navrhnutý Strejcovou metódou.

Prenos riadeného systému (7) a prenos regulátora navrhnutého Strejcovou metódou (9) sa dosadí do vzorca (11) a získa sa charakteristická rovnica v tvare:

$$s^5 + (5 + q)s^4 + (9 + q)s^3 + (7 + q)s^2 + (3 + 1,5q)s + (0,624 + 0,312q) = 0$$

ktorá sa podľa rovnice (1) upraví na tvar:

$$p(s, q) = (s^5 + 5s^4 + 9s^3 + 7s^2 + 3s + 0,624) + q(s^4 + s^3 + s^2 + 1,5s + 0,312)$$

Polynóm $p_0 = s^5 + 5s^4 + 9s^3 + 7s^2 + 3s + 0,624$ je stabilný, pretože jeho korene sú záporné.

Bialasova veta:

Znovu sa generujú Hurvitzove matice $H(p_0)$ a $H(p_1)$ z polynómov p_0 a p_1 a potom som vypočítajú vlastné čísla matice H :

```
p0=[1 5 9 7 3 0.624]; p1=[0 1 1 1 1.5 0.312];
p00=mat2pol(p0); p11=mat2pol(p1); Hp0=hurwitz(p00)
Hp1=hurwitz(p11) H=-inv(Hp0)*Hp1; eig(H)
```

$$H(p_0) = \begin{vmatrix} 5 & 7 & 0,624 & 0 & 0 \\ 1 & 9 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 7 & 0,624 & 0 \\ 0 & 1 & 9 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 7 & 0,624 \end{vmatrix} \quad H(p_1) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0,312 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1,5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0,312 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1,5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0,312 \end{vmatrix}$$

Po vynásobení matic $H(p_0)^{-1}$ a $H(p_1)$ vzniká matica H , ktorej vlastné čísla sú:

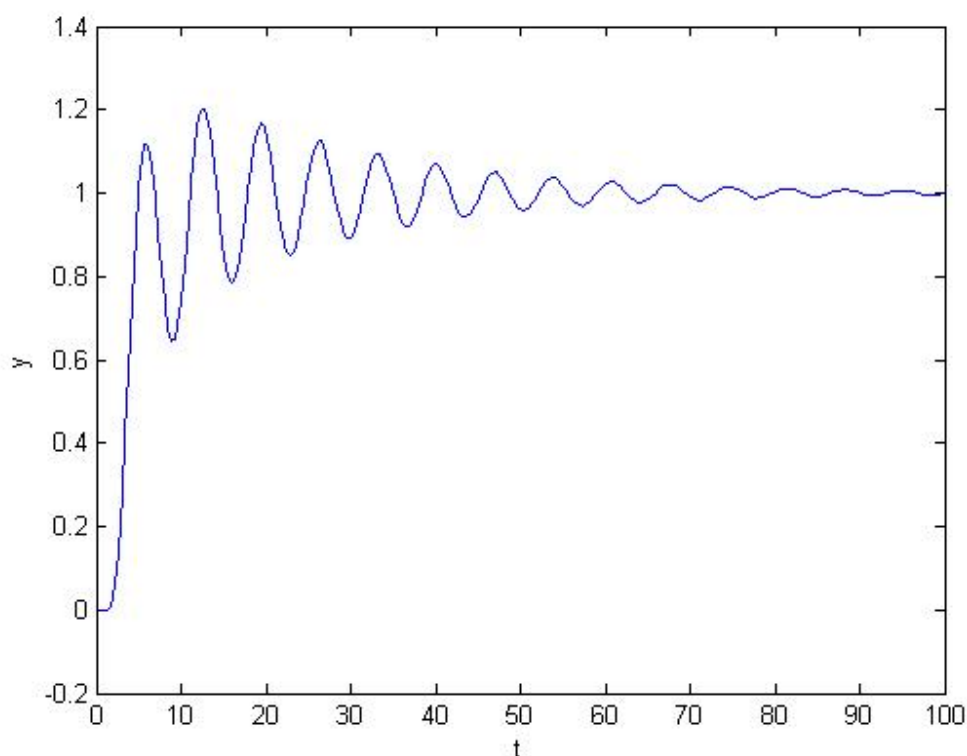
$$\lambda(H) = \begin{vmatrix} -0,5 \\ 0,1385 \\ -0,1823 \\ -0,2227 \\ -0,5 \end{vmatrix}$$

Ďalej sa hľadajú hodnoty $\lambda_{max}^+ = 1,1385$ a $\lambda_{min}^- = -0,5$ a po prevrátení ich hodnôt vychádza interval stability $q \in (-2; 7,22)$, ktorý je síce v porovnaní s riadeným systémom bez regulátora menší, ale v porovnaní s intervalom robustnej stability navrhnutým Ziegler – Nicholsovou metódou väčší.

- Simulačné overenie hraníc neurčitého parametra q pre PI regulátor navrhnutý Strejcovou metódou.

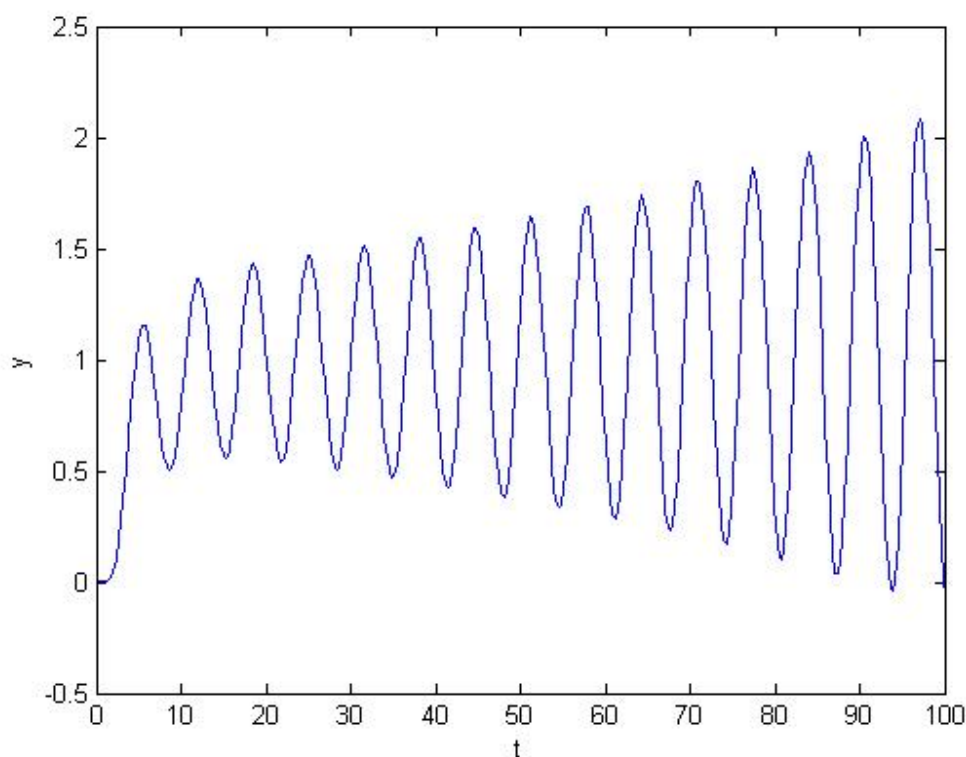
Opäť sa testujú rôzne q z intervalu robustnej stability aj mimo neho a overí sa, že interval vyšiel naozaj správne.

V intervale robustnej stability $(-2; 7,22)$ sa hodnota výstupu riadeného neurčitého systému s hodnotou neurčitého parametra $q = 5$ pri riadení navrhnutým Strejcovým regulátorom postupne ustálila:



Obr.5 Výstup riadeného neurčitého systému s hodnotou neurčitého parametra $q = 5$ pri riadení navrhnutým Strejcovým regulátorom

Mimo intervalu robustnej stability je systém nestabilný:



Obr.6 Výstup riadeného neurčitého systému s hodnotou neurčitého parametra $q = 8$ pri riadení navrhnutým Strejcovým regulátorom

Použité vzorce v podkapitole 3.1 sú v knihe Riadenie procesov, str. 122 a 150-152 [6]

3.2 PRÍKLAD 2: STABILITA SYSTÉMU S INTERVALOVÝMI NEURČITOSŤAMI

Systém s intervalovou neurčitost'ou je opísaný prenosom:

$$G(s,a,b) = \frac{[1,3] + [2,4]s + [3,5]s^2 + [2,4]s^3}{[1,3] + [3,5]s + [4,6]s^2 + s^3} \quad (12)$$

- Posúdenie, či je stabilný nominálny systém. To je systém s parametrami, ktoré sa rovnajú stredným hodnotám intervalov.

Charakteristický polynóm nominálneho systému má tvar:

$$p(s, q) = (2 + q_0) + (4 + q_1)s + (5 + q_2)s^2 + s^3 = (2 + 4s + 5s^2 + s^3) + q_0 + q_1 + q_2 \quad (13)$$

kde $q_{0,1,2} = (-1; 1)$

Polynóm $p_0 = 2 + 4s + 5s^2 + s^3$ má všetky korene záporné, z čoho vyplýva, že nominálny systém tohto systému je stabilný.

- Posúdenie robustnej stability pomocou Charitonovovej vety a pomocou vety o vylúčení nuly.

Charitonovova veta:

Pomocou príkazov som sa vygenerujú 4 Charitonovove polynómy:

```
pmi=1+3*s+4*s^2+s^3;pma=3+5*s+6*s^2+s^3;
```

```
[sta,K1,K2,K3,K4]=kharit(pmi,pma)
```

$$K_1(s) = 1 + 3s + 6s^2 + s^3$$

$$K_3(s) = 3 + 3s + 4s^2 + s^3$$

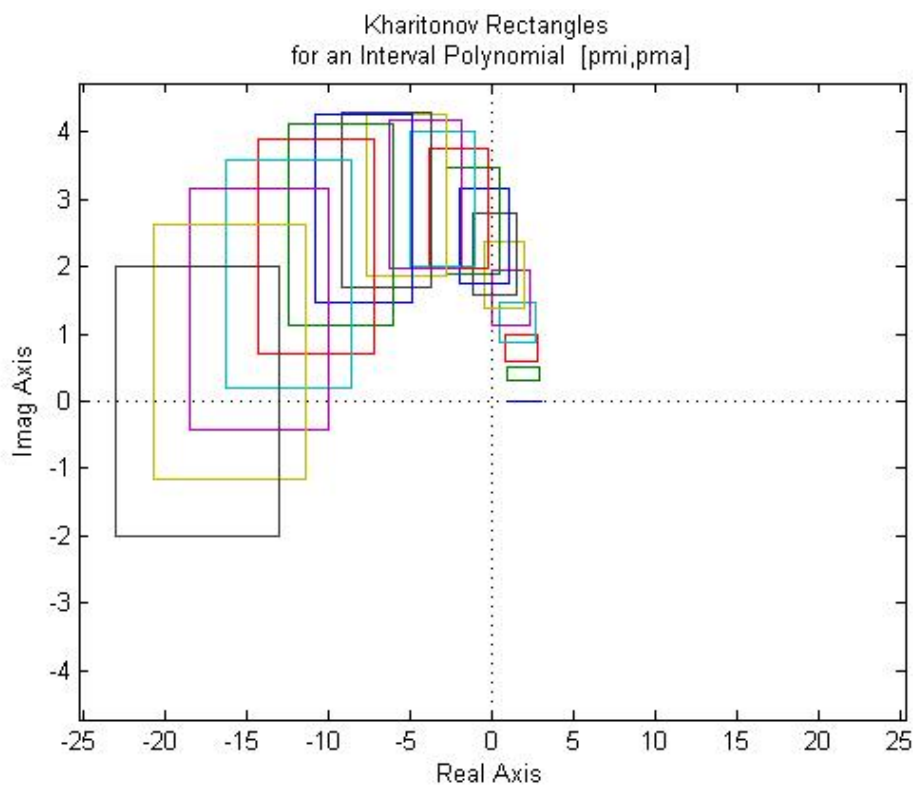
$$K_2(s) = 3 + 5s + 4s^2 + s^3$$

$$K_4(s) = 1 + 5s + 6s^2 + s^3$$

Následne sa zistí, že korene všetkých štyroch polynómov sú záporné, teda daný intervalový systém je robustne stabilný.

Veta o vylúčení nuly:

```
pmi=pol([1 3 4 1],3); pma=pol([3 5 6 1],3);  
khplot(pmi,pma,0:0.1:2)
```



Obr. 7 Charitonovove obdĺžniky

Charitonovove obdĺžniky obchádzajú nulu, z čoho vyplýva, že podľa testu o vylúčení nuly je daný intervalový systém tiež stabilný.

- Posúdenie stability URO pre nominálny systém a regulátor $G_R = Z_R = 2$.

Do rovnice (1) sa dosadí prenos nominálneho systému (13) a regulátora, z čoho vychádza charakteristická rovnica v tvare:

$$(7 + 2q_6)s^3 + (13 + q_2 + 2q_5)s^2 + (10 + q_1 + 2q_4)s + (6 + q_0 + 2q_3) = 0 \quad (14)$$

$$q_{0,1,2,3,4,5,6} = (-1; 1)$$

Po dosadení dolnej a hornej hranice neurčitých parametrov sú všetky korene charakteristickej rovnice záporné, čiže nominálny systém s regulátorom je stabilný.

- Posúdenie robustnej stability URO.

Do rovnice (14) sa dosadí dolnú a hornú hranicu neurčitých parametrov q a upraví sa na tvar: $[3,9] + [7,13]s + [10,16]s^2 + [5,9]s^3 = 0$

Charitonovova veta:

Vygenerujú sa 4 Charitonovove polynómy:

$p_{mi}=3+7*s+10*s^2+5*s^3$; $p_{ma}=9+13*s+16*s^2+9*s^3$;

$[sta, K1, K2, K3, K4]=kharit(pmi, pma)$

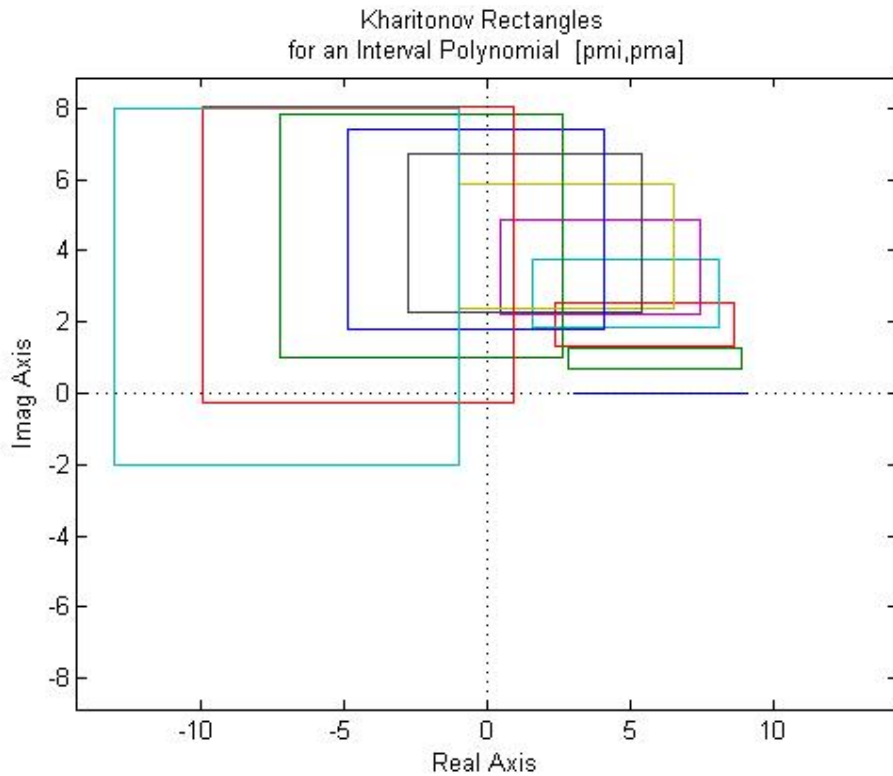
$$K_1(s) = 3 + 7s + 16s^2 + 9s^3 \quad K_3(s) = 9 + 7s + 10s^2 + 9s^3$$

$$K_2(s) = 9 + 13s + 10s^2 + 5s^3 \quad K_4(s) = 3 + 13s + 16s^2 + 5s^3$$

Všetky korene Charitonovových polynómov nie sú záporné, teda intervalový systém nie je robustne stabilný.

Veta o vylúčení nuly:

```
pmi=pol([3 7 10 5],3);pma=pol([9 13 16 9],3);  
khplot(pmi,pma,0:0.1:1)
```



Obr. 8 Charitonovove obdĺžniky

Charitonovove obdĺžniky zahŕňajú aj nulu, takže aj týmto testom vyšiel intervalový systém nestabilný.

Keďže systém s intervalovou neurčitosťou a regulátorom, ktorého zosilnenie je $Z_R = 2$, nie je robustne stabilný, skúsime použiť pre ten istý intervalový systém regulátor so zosilnením $Z_R = 1$.

- Posúdenie stability URO pre nominálny systém a regulátor $G_R = Z_R = 1$.

Po dosadení prenosu nominálneho systému (13) a regulátora do rovnice (1), má charakteristická rovnica tvar:

$$(4 + q_6)s^3 + (9 + q_2 + q_5)s^2 + (7 + q_1 + q_4)s + (4 + q_0 + q_3) = 0 \quad (15)$$

$$q_{0,1,2,3,4,5,6} = (-1; 1)$$

Po dosadení dolnej a hornej hranice neurčitých parametrov vyšli všetky korene charakteristickej rovnice záporné, čiže nominálny systém s regulátorom je stabilný.

- Posúdenie robustnej stability URO.

Do rovnice (15) sa dosadí dolná a horná hranica neurčitých parametrov q a upraví sa na tvar: $[2,6] + [5,9]s + [7,11]s^2 + [3,5]s^3 = 0$

Charitonovova veta:

Vygenerujú sa 4 Charitonovove polynómy:

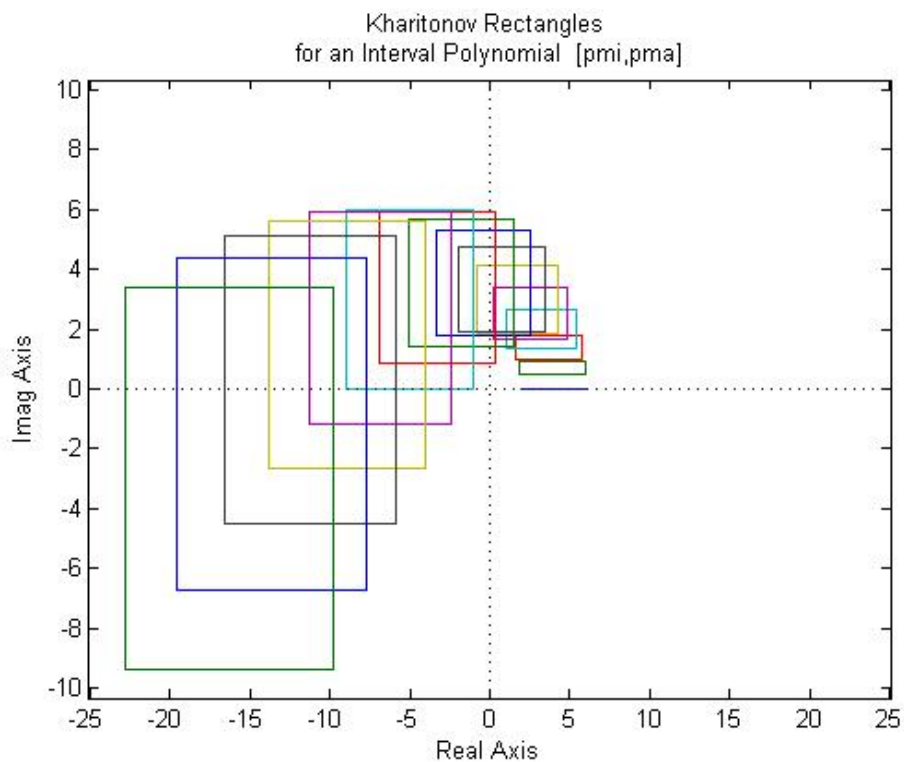
```
pmi=2+5*s+7*s^2+3*s^3; pma=6+9*s+11*s^2+5*s^3;
[sta,K1,K2,K3,K4]=kharit(pmi,pma)
```

$$\begin{aligned} K_1(s) &= 2 + 5s + 11s^2 + 5s^3 & K_3(s) &= 6 + 5s + 7s^2 + 5s^3 \\ K_2(s) &= 6 + 9s + 7s^2 + 3s^3 & K_4(s) &= 2 + 9s + 11s^2 + 3s^3 \end{aligned}$$

Všetky korene Charitonovových polynómov sú záporné, teda intervalový systém je robustne stabilný.

Veta o vylúčení nuly:

```
pmi=pol([2 5 7 3],3);pma=pol([6 9 11 5],3);  
khplot(pmi,pma,0:0.1:1.5)
```



Obr. 9 Charitonovove obdĺžniky

Z tohto grafického testu vidieť, že Charitonovove obdĺžniky obchádzajú nulu, teda aj takto vychádza daný intervalový systém s regulátorom so zosilnením $Z_R = 1$ robustne stabilný.

3.3 PRÍKLAD 3: STABILITA SYSTÉMU S LINEÁRNOU AFINNOU ŠTRUKTÚROU NEURČITOSTI

Je daný polynóm s afinnou lineárnou štruktúrou neurčitosti:

$$p(s, q) = (q_1 + 2q_2 + 3q_3 + 1) + (q_1 + 5q_3 + 2)s + (5q_1 + 2q_2 + 3q_3)s^2 \quad (16)$$

$$q_{1,2,3} = (-1; 1)$$

- Analýza robustnej stability polynómu.

Polynóm (16) sa prekryje s intervalovou neurčitosťou a to tak, že sa do neho dosadí dolná a horná hranica z intervalu parametrov q a získa sa polynóm v tvare:

$$p(s, q) = [-5, 7] + [-4, 8]s + [-10, 10]s^2$$

Ďalej sa analyzuje robustná stabilita pomocou Charitonovovej vety.

Charitonovova veta:

$$p_{mi} = -5 - 4s - 10s^2; p_{ma} = 7 + 8s + 10s^2;$$

$$[sta, K1, K2, K3, K4] = kharit(p_{mi}, p_{ma})$$

$$K_1(s) = -5 - 4s + 10s^2$$

$$K_3(s) = 7 - 4s - 10s^2$$

$$K_2(s) = 7 + 8s - 10s^2$$

$$K_4(s) = -5 + 8s + 10s^2$$

Niektoré korene Charitonovových polynómov vyšli kladné, z čoho vyplýva, že systém s afinnou lineárnou štruktúrou je nestabilný.

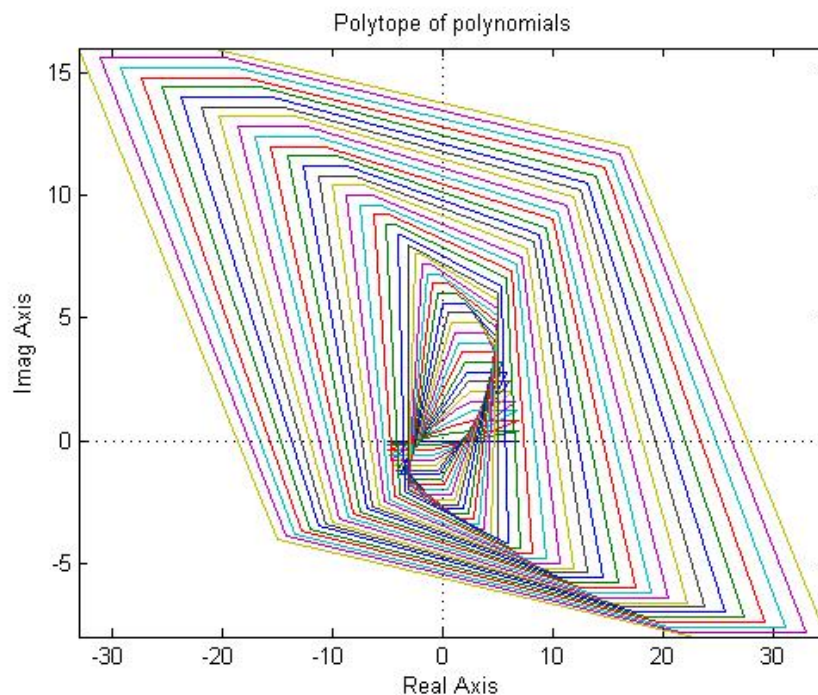
- Vytvorenie polytopu polynómov.

Polytop polynómov sa vytvorí tak, že najprv sa nájdu vrcholy konvexnej množiny neurčitých parametrov a potom sa pre ne vytvorí generátory.

$q^1 = (-1, -1, -1)$	$p(s, q^1) = -5 - 4s - 10s^2$
$q^2 = (-1, -1, 1)$	$p(s, q^2) = 1 - 6s - 4s^2$
$q^3 = (-1, 1, 1)$	$p(s, q^3) = 5 - 6s$
$q^4 = (-1, 1, -1)$	$p(s, q^4) = -1 - 4s - 6s^2$
$q^5 = (1, -1, -1)$	$p(s, q^5) = -3 - 2s$
$q^6 = (1, -1, 1)$	$p(s, q^6) = 3 + 8s + 6s^2$
$q^7 = (1, 1, -1)$	$p(s, q^7) = 1 - 2s + 4s^2$
$q^8 = (1, 1, 1)$	$p(s, q^8) = 7 + 8s + 10s^2$

- Vygenerovanie množiny hodnôt polytopu polynómov a analýza jeho stability.

```
p0=pol([1 2],1); p1=pol([1 1 5],2); p2=pol([2 0 2],2);
p3=pol([3 5 3],2); q=[-1 1;-1 1;-1 1];
ptopplot(p0,p1,p2,p3,q,j*(0:0.05:2))
```



Obr. 10 Množina hodnôt polytopu polynómov

Z tohto grafického testu je vidieť, že afinný lineárny systém je nestabilný, pretože polytop polynómov zahŕňa aj nulu.

Keďže daný systém s afinnou lineárnou neurčitou a neurčitým parametrom

$q_{1,2,3} = (-1; 1)$ je nestabilný, zvolíme iný interval parametra q , a to $q_{1,2,3} = (1; 2)$.

- Analýza robustnej stability polynómu.

Polynóm (16) sa prekryje novou intervalovou neurčitou a dostane sa polynóm v tvare:

$$p(s, q) = [7, 13] + [8, 14]s + [10, 20]s^2$$

Ďalej sa analyzuje robustná stabilita pomocou Charitonovovej vety.

Charitonovova veta:

$$p_{mi} = 7 + 8s + 10s^2; p_{ma} = 13 + 14s + 20s^2;$$

$$[sta, K1, K2, K3, K4] = kharit(p_{mi}, p_{ma})$$

$$K_1(s) = 7 + 8s + 20s^2$$

$$K_3(s) = 13 + 8s + 10s^2$$

$$K_2(s) = 13 + 14s + 10s^2$$

$$K_4(s) = 7 + 14s + 20s^2$$

Všetky korene Charitonovových polynómov sú záporné, z čoho vyplýva, že afinný lineárny systém s neurčitou $q_{1,2,3} = (1; 2)$ je stabilný.

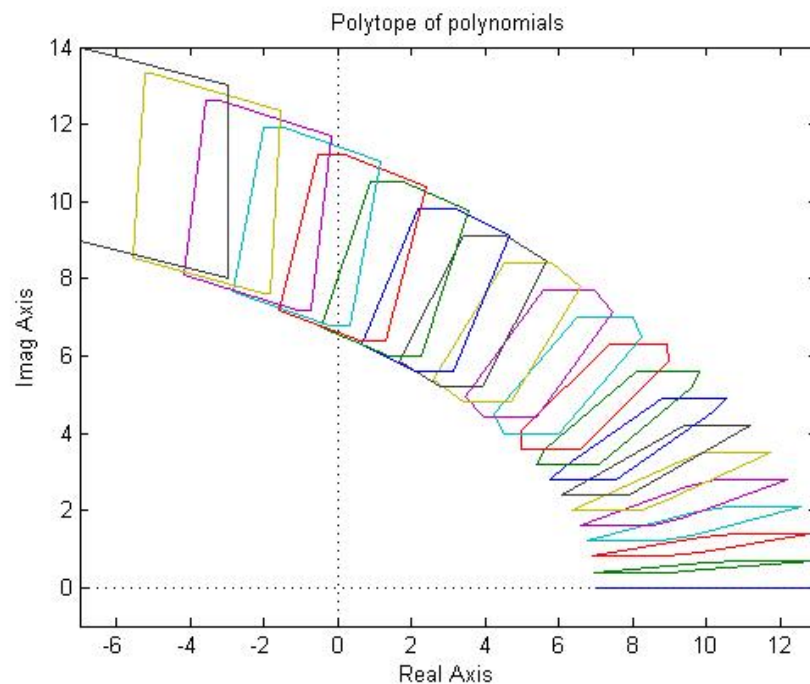
- Vytvorenie polytopu polynómov.

Znovu sa hľadajú vrcholy konvexnej množiny neurčitých parametrov a potom sa pre ne vytvoria generátory.

$q^1 = (1,1,1)$	$p(s, q^1) = 7 + 8s + 10s^2$
$q^2 = (1,1,2)$	$p(s, q^2) = 10 + 13s + 13s^2$
$q^3 = (1,2,2)$	$p(s, q^3) = 12 + 13s + 15s^2$
$q^4 = (1,2,1)$	$p(s, q^4) = 9 + 8s + 12s^2$
$q^5 = (2,1,1)$	$p(s, q^5) = 8 + 9s + 15s^2$
$q^6 = (2,1,2)$	$p(s, q^6) = 10 + 14s + 18s^2$
$q^7 = (2,2,1)$	$p(s, q^7) = 10 + 9s + 17s^2$
$q^8 = (2,2,2)$	$p(s, q^8) = 13 + 14s + 20s^2$

- Vygenerovanie množiny hodnôt polytopu polynómov a analýza jeho stability.

```
p0=pol([1 2],1); p1=pol([1 1 5],2); p2=pol([2 0 2],2);
p3=pol([3 5 3],2); q=[1 2;1 2;1 2];
ptopplot(p0,p1,p2,p3,q,j*(0:0.05:1))
```



Obr. 11 Množina hodnôt polytopu polynómov

Všetky polytopy na obrázku 11 obchádzajú nulu, čiže daný lineárne afinný systém s neurčitým parametrom $q_{1,2,3} = (1; 2)$ je stabilný.

3.4 STABILITA SYSTÉMU S MULTILINEÁRNOU ŠTRUKTÚROU NEURČITOSTI

3.4.1 Príklad 1

Je daný polynóm s multilineárnou štruktúrou neurčitosti:

$$p(s, q) = s^3 + (6 + 3q_1q_2 - 4q_2)s^2 + (6 + 6q_1 - 8q_2)s + (0,5 - 3q_1q_2) \quad (17)$$

$$q_{1,2,3} = (-0,25; 0,25)$$

- Prekrytie polynómu intervalovou neurčitost'ou a určenie stability systému.

Prekrytím polynómu (17) intervalovou neurčitost'ou sa získa polynóm v tvare:

$$p(s, q) = s^3 + [4,8125; 7,1875]s^2 + [2,5; 9,5]s + [0,3125; 0,6875]$$

Bialasova veta:

Ďalej sa generujú 4 Charitonovove polynómy a určí sa stabilita systému:

```
pmi=0.3125+2.5*s+4.8125*s^2+s^3;
pma=0.6875+9.5*s+7.1875*s^2+s^3;
[sta,K1,K2,K3,K4]=kharit(pmi,pma)
```

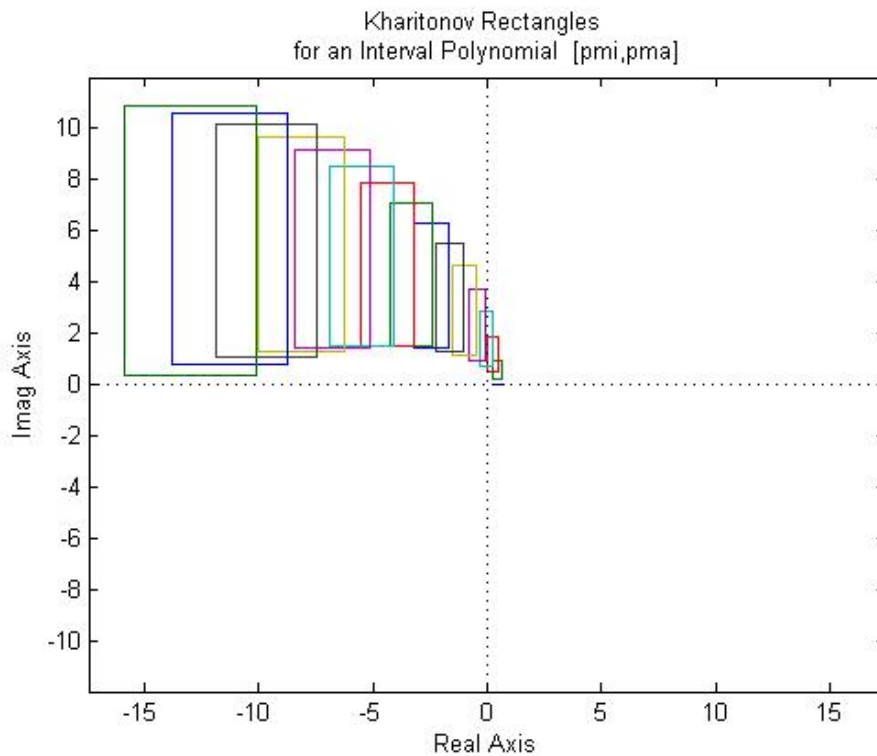
$$K_1(s) = 0,31 + 2,5s + 7,2s^2 + s^3 \quad K_3(s) = 0,69 + 2,5s + 4,8s^2 + s^3$$

$$K_2(s) = 0,69 + 9,5s + 4,8s^2 + s^3 \quad K_4(s) = 0,31 + 9,5s + 7,2s^2 + s^3$$

Všetky korene Charitonovových polynómov sú záporné, z čoho vyplýva, že systém s multilineárnou neurčitost'ou je stabilný.

Veta o vylúčení nuly:

```
pmi=0.3125+2.5*s+4.8125*s^2+s^3;
pma=0.6875+9.5*s+7.1875*s^2+s^3;
[sta,K1,K2,K3,K4]=kharit(pmi,pma)
w=0:0.1:1.5; khplot(pmi,pma,w)
```



Obr. 12 Charitonovove obdĺžniky

Z testu je vidieť, že obdĺžniky obchádzajú nulu, z čoho vyplýva, že multilineárny systém je stabilný.

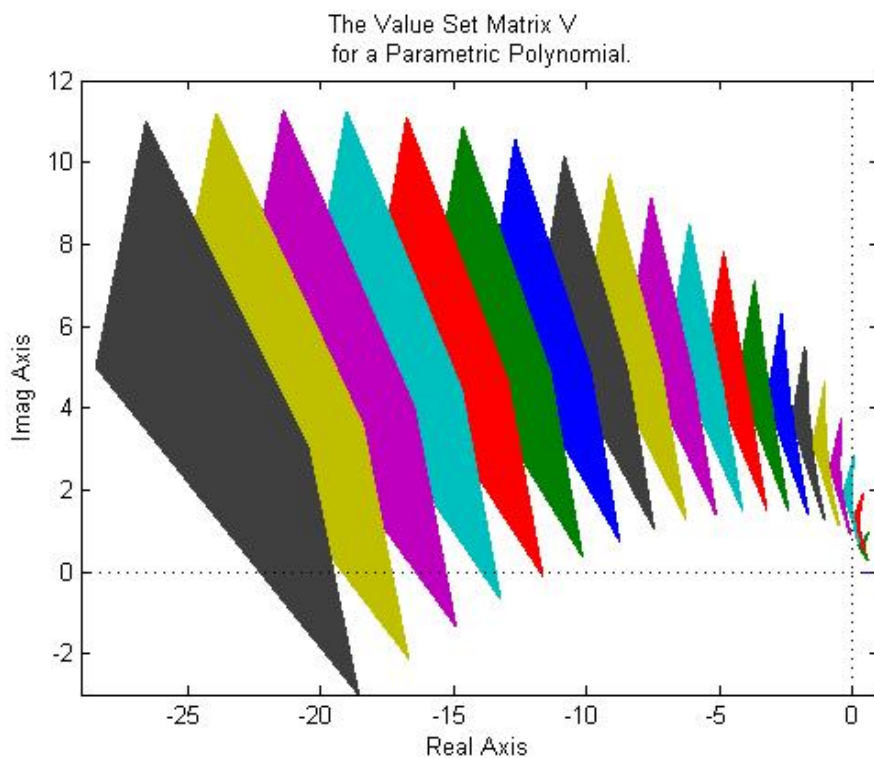
- Vykreslenie množiny hodnôt polynómu.

Polynóm (17) sa upraví na tvar:

$$p(s, q) = (0,5 + 6s + 6s^2 + s^3) + q_1 q_2 (-3 + 3s^2) + q_1 (6s) + q_2 (-8s - 4s^2)$$

a pomocou príkazu vsetplot sa vykreslí množina hodnôt tohto polynómu:

```
q1=-0.25:0.001:0.25; q2=q1; p0=0.5+6*s+6*s^2+s^3;
p1=-3+3*s^2;p2=6*s;p3=-8*s-4*s^2;
expr='p0+q1*q2*p1+q1*p2+q2*p3'; w=0:0.1:2;
V=vset(q1,q2,expr,p0,p1,p2,p3,j*w); vsetplot(V)
```



Obr. 13 Množina hodnôt polynómu

Z grafu je vidieť, že útvary nezahŕňajú nulu, takže aj podľa tohto testu je multilineárny systém stabilný.

3.4.2 Príklad 2

Je daný polynóm s multilineárnou štruktúrou neurčitosti:

$$p(s, q) = s^3 + (q_1 q_2 + 2)s^2 + (q_1^3 - q_2^3 - q_1 q_2 + q_2 + 10)s + (q_1^3 + q_2^3 + q_1 q_2 + q_2 + 5) \quad (18)$$

$$q_{1,2,3} = (1; 2)$$

- Prekrytie polynómu intervalovou neurčitosťou a určenie stability systému.

Prekrytím polynómu (18) intervalovou neurčitosťou sa dostáva polynóm v tvare:

$$p(s, q) = s^3 + [3; 6]s^2 + [10; 8]s + [9; 27]$$

Bialasova veta:

Ďalej sa vygenerujú 4 Charitonovove polynómy a určí sa stabilita systému:

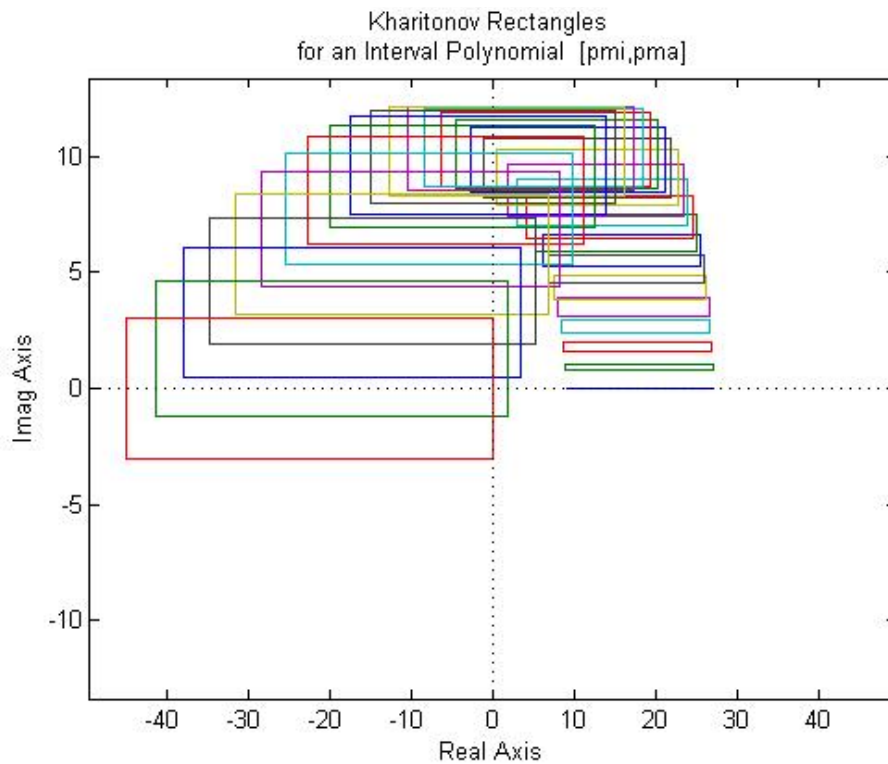
```
pmi=9+10*s+3*s^2+s^3; pma=27+8*s+6*s^2+s^3;
[sta,K1,K2,K3,K4]=kharit(pmi,pma)
```

$$\begin{aligned} K_1(s) &= 9 + 10s + 6s^2 + s^3 & K_3(s) &= 27 + 10s + 3s^2 + s^3 \\ K_2(s) &= 27 + 8s + 3s^2 + s^3 & K_4(s) &= 9 + 8s + 6s^2 + s^3 \end{aligned}$$

Všetky korene Charitonovových polynómov nie sú záporné, z čoho vyplýva, že systém s multilineárnou neurčitosťou je nestabilný.

Veta o vylúčení nuly:

```
pmi=9+10*s+3*s^2+s^3;pma=27+8*s+6*s^2+s^3;
[sta,K1,K2,K3,K4]=kharit(pmi,pma)w=0:0.1:3; khplot(pmi,pma,w)
```



Obr. 14 Charitonovove obdĺžniky

Z tohto grafického testu je vidieť, že obdĺžniky zahŕňajú aj nulu, čiže multilineárny systém je nestabilný.

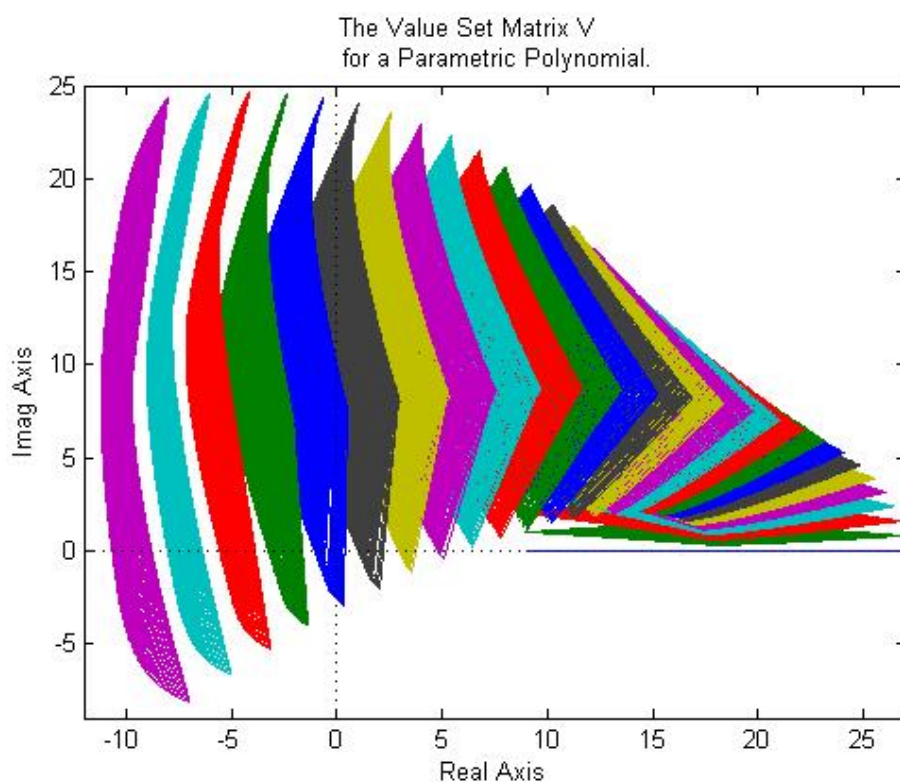
- Vykreslenie množiny hodnôt polynómu.

Polynóm (18) sa upraví na tvar:

$$p(s, q) = (5 + 10s + 2s^2 + s^3) + q_1^3(1 + s) + q_2^3(1 - s) + q_2(1 + s) + q_1q_2(1 - s + s^2)$$

a pomocou príkazu `vsetplot` sa vykreslí množina hodnôt tohto polynómu:

```
q1=1:0.005:2; q2=q1; p0=5+10*s+2*s^2+s^3; p1=1-s; p2=1+s;
p3=p2; p4=1-s+s^2; expr='p0+q1^3*p2+q2^3*p1+q2*p3+q1*q2*p4';
w=0:0.1:2.5; V=vset(q1,q2,expr,p0,p1,p2,p3,p4,j*w); vsetplot(V)
```



Obr. 15 Množina hodnôt polynómu

Z grafu je vidieť, že útvary zahŕňajú aj nulu, takže aj podľa tohto testu je multilineárny systém nestabilný.

Záver

V prvej časti práce sú sprehľadnené štruktúry neurčitostí, ktoré vznikajú v systémoch a tak môžu spôsobovať nestabilitu systémov. Bližšie sú objasnené parametrické neurčitosti, a to neurčitosti s jedným neurčitým parametrom, intervalové neurčitosti, afinné lineárne neurčitosti a multilineárne neurčitosti.

V ďalšej časti práce sú popísané metódy analýzy robustnej stability systémov s parametrickými neurčitosťami, kde sú rozobrané spôsoby ako zistiť robustnú stabilitu systémov s uvedenými typmi neurčítostí.

V poslednej časti je overovaná robustná stabilita pre konkrétne prípady uvedených parametrických neurčítostí.

V prvom príklade sa overovala stabilita systému s jedným neurčitým parametrom, kde na analýzu robustnej stability bola použitá Bialasova veta, ktorej princíp spočíva v tom, že sa najskôr overí stabilita nominálneho systému a potom sa vygenerujú Hurwitzove matice, pomocou ktorých sa zistí interval q , pre ktorý je riadený systém robustne stabilný. Ďalej bol na analýzu robustnej stability použitý grafický test pomocou príkazu `rlocus` (viď obr.1), ktorý je uvedený iba v jednom príklade, pretože oproti Bialasovej vete je pomerne nepresný.

Ďalej sa pre nominálny systém navrhoval PI regulátor Ziegler – Nicholcovou a Strejcovou metódou a zisťoval sa interval q , pre ktorý je URO s navrhnutým PI regulátorom robustne stabilný opäť Bialasovou vetou. Zistilo sa, že regulátor navrhnutý Ziegler – Nicholsovou metódou je lepší, pretože najviac zúžil interval parametra q .

V druhom príklade je overovaná robustná stabilita systému s intervalovými neurčitosťami, na analýzu ktorej bola použitá Charitonovova veta, ktorej princíp spočíva v tom, že sa najskôr posúdi stabilita nominálneho systému a potom sa vygenerujú štyri Charitonovove polynómy, na základe ktorých sa posúdi robustná stabilita intervalového systému. Ďalej bola na analýzu robustnej stability použitá veta o vylúčení nuly, ktorá bola testovaná graficky pomocou `PolynomialTbx`. Systém bol stabilný, ak vykreslené Charitonovove obdĺžniky obchádzali nulu. Týmto metódami bola tiež posudzovaná stabilita URO s určenými regulátormi.

V posledných troch príkladoch je overovaná robustná stabilita systému s afinnou lineárnou neurčitosťou a multilineárnou neurčitosťou, na analýzu ktorých bola po prekrytí týchto systémov intervalovou neurčitosťou opäť použitá Charitonovova veta.

Zistila som, že parametrické neurčitosti vplývajú na systémy rôzne, ale vždy sa dá stabilita ovplyvniť zmenou niektorých parametrov.

Zoznam použitej literatúry

- [1] Puna, Dalibor.: *Robustné riadenie chemických reaktorov*, Bratislava : Slovenská technická univerzita v Bratislave, 2009. Dizertačná práca.
- [2] Bakošová, Monika.: *Robustné riadenie*, Bratislava, 2010. prednášky.
<http://www.kirp.chtf.stuba.sk/moodle/>
- [3] Veselý, Vojtech - Harsányi, Ladislav.: *Robustné riadenie dynamických systémov*, Bratislava : Slovenská technická univerzita v Bratislave, 2007, ISBN 978-80-227- 2801-0.
- [4] Hypiusová, Mária.: *Robustné riadenie lineárnych systémov s využitím LMI prístupov*, Bratislava : Slovenská technická univerzita v Bratislave, 2003. Dizertačná práca.
- [5] Barmish, B. Ross.: *New Tools for Robustness of Linear Systems*, New York: Macmillan Publishing Company, 1994, ISBN 0-02-306055-7
- [6] Bakošová, M. - Fikar, M.: *Riadenie precesov*, STU v Bratislave, 2008, ISBN 978-80-227-2841-6.