SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE

FAKULTA CHEMICKEJ A POTRAVINÁRSKEJ TECHNOLÓGIE

ÚSTAV INFORMATIZÁCIE, AUTOMATIZÁCIE A MATEMATIKY

Robustné riadenie prietokového chemického reaktora

DIPLOMOVÁ PRÁCA

FCHPT-5414-16678

2010

Bc. Pavel Mištec

SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE

FAKULTA CHEMICKEJ A POTRAVINÁRSKEJ TECHNOLÓGIE

ÚSTAV INFORMATIZÁCIE, AUTOMATIZÁCIE A MATEMATIKY

Robustné riadenie prietokového chemického reaktora

Bc. Pavel Mištec

Vedúca diplomovej práce: doc. Ing. Monika Bakošová, CSc.

Bratislava 2010

Touto cestou sa chcem poďakovať všetkým, ktorý ma podporili pri vzniku tejto práce. Predovšetkým sa chcem úprimne poďakovať doc. Ing. Monike Bakošovej, CSc. za odborné vedenie, cenné rady a pripomienky, ako aj za trpezlivosť a porozumenie pri písaní diplomovej práci.

Pavel Mištec

Bratislava 2010

Abstrakt

V diplomovej práci sa zaoberám robustným riadením prietokového chemického reaktora, ktorý je z pohľadu návrhu riadenia dosť náročný z dôvodu výskytu neurčitostí. Neurčitosti vznikajú v dôsledku premenlivosti fyzikálnych parametrov, ktoré sú známe v určitom intervale za daných podmienok.

Pre návrh riadenia je potrebné poznať dynamické vlastnosti systému. Pre prípad, že nemáme prístup k reálnemu zariadeniu, je nutné získať tieto informácie z matematického modelu. Z toho dôvodu sa v práci zaoberám odvodením matematického modelu.

Na riadenie som zvolil metódu pre syntézu robustného regulátora pre systém s intervalovou neurčitosťou v kombinácii s metódou umiestnenia pólov. Táto metóda je výhodná v tom, že dokážeme nájsť regulátor pre riadený proces, ktorého parametre sa menia v určitom rozsahu.

Kľúčové slová: prietokový chemický reaktor, PI regulátor, robustné riadenie, neurčitosť

Abstrakt

The diploma theses deals with robust control of a continuous stirred tank reactor, which is complicated process from the control point of view, because its operation is influenced by the presence of uncertainties. These uncertainties arise from varying physical parameters, that are known in a certain intervals under given conditions.

For control design, it is needed to know dynamics of the controlled system. For the case that we do not have access to experimental data gathered on a real plant, it is necessary to obtain the information from mathematical model of the real plant. For that reason, the diploma thesis deals with deriving of dynamic mathematical model of the reactor.

I used method for controller design for systems with parametric uncertainty which was combined with the pole-placement method. The advantage of this method is that we can find a controller for the process with parameters lying in certain intervals.

Keywords: chemical continuous stirred tank reactor, PI controller, robust control, uncertainty

Obsah

1 Úvod

Pre analytické metódy syntézy regulátorov môže mať inžinier k dispozícii pre danú aplikáciu matematický model riadeného systému. Na dostupnosť matematického modelu sa nemôžeme vždy spoľahnúť. Dôvodom je, že daný matematický model nie je nikdy dokonalým opisom reality, je len reprezentáciou fyzikálnej reality na papieri. Avšak analytické metódy nie sú schopné dostatočne zohľadňovať neurčitosti a chyby, ktoré vznikli v samotnom procese alebo počas samotnej tvorby matematického modelu. Pri tvorbe matematického modelu je potrebné použiť jeho zjednodušenú formu, a preto je potrebné linearizovať a znižovať rád modelu. Takto zjednodušený model nesúhlasí s realitou a navrhnutý regulátor sa nemusí chovať dobre po zapojení do reálneho systému.

Systémy s neurčitosťami sa stali stredobodom pozornosti z pohľadu aplikácii teoretických výsledkov pri riešení problémov v technologických procesoch. Pri riešení problémov riadenia procesov s neurčitosťami sa môže vyčleniť robustné riadenie. Keď vezmeme nesúlad medzi matematickým modelom a fyzikálnou realitou do úvahy pri samotnom návrhu regulátora chceme popísať neurčitosti matematického modelu systému kvalitatívne a kvantitatívne a navrhnúť regulátor, ktorý bude pracovať pre celú skupinu systémov, vtedy ide o robustné riadenie.

Priblížením matematického modelu k reálnemu systému spočíva vtom, že dané neurčitosti zohľadníme pri odvodzovaní matematického modelu a návrhu robustného regulátora. Potom sa môžeme dopracovať k tomu, že niektoré parametre budú v určitom intervale v okolí parametrov nominálneho prenosu. Chemický rektor môže mať takéto vlastnosti a v tejto práce sa venujem práve týmto problémom. Navrhnutý regulátor bude robustný vtedy ak dokáže zabezpečiť riadenie prenosu pre celú oblasť prípustných neurčitostí.

Z množstva prístupov pre návrh regulátora, som zvolil metódu pre syntézu robustného regulátora pre systém s intervalovou neurčitosťou v kombinácii s metódou umiestnenia pólov. Pre správne prevádzkovanie reaktora, regulátor musí byť dostatočné rýchly aby nevznikali vedľajšie produkty či nežiaduca kvalita produktov reakcie. Musíme zohľadniť aj bezpečnosť prevádzkovania keď ide o exotermické reakcie a riadenie teploty reakčnej zmesi.[4,7]

2 Klasifikácia neurčitostí

Priemyselné procesy sa väčšinou modelujú ako matematické modely v tvare stavového opisu, v ktorom vystupujú fyzikálne parametre daného systému. Rôzne zmeny vo fyzikálnych veličinách spôsobujú neurčitosti v modeli daného systému. Taktiež pri tvorbe matematického modelu sa snažíme zjednodušiť opísaný model linearizáciou a znížiť rád modelu, pričom sa vytvorený matematický model líši od reality. Neurčitosti v modeli spôsobuje aj výskyt nelinearít v modeli, ktoré vznikajú v dôsledku nelineárnej závislosti jednotlivých parametrov od stavových veličín. Model môže opisovať proces správne, ale zmena vnútorných podmienok môže viesť k zmene hodnôt jednotlivých parametrov linearizovaného modelu. Pri analýze neurčitostí je dôležité správne určiť ich štruktúru. V mnohých prípadoch sú štruktúry neurčitostí známe a týkajú sa parametrov riadeného procesu, a vtedy hovoríme o štruktúrovaných neurčitostiach alebo aj parametrických neurčitostiach. Avšak ak ide o neurčitosti súvisiace napr. s neúplnou znalosťou dynamiky, so zanedbaním dynamiky vyššieho rádu, so zanedbaním nelineárneho správania sa systému, vtedy sa hovorí o neštruktúrovaných neurčitostiach alebo aj o neparametrických neurčitostiach. [6,7]

2.1 Systémy so štruktúrovanými neurčitosťami

Zadefinujme $\delta = (\delta_1,.... \delta_n)$ ako vektor, ktorý bude vyjadrovať všetky neurčitosti v danom systéme. Potom na základe časovej premenlivosti zadaného vektora rozlišujeme dva základné typy parametrických neurčitostí:

- časovo nemenná parametrická neurčitosť: vektor δ je nemenný, ale neznámy element triedy neurčitosti $\Delta \subseteq R^n$
- časovo premenná parametrická neurčitosť: vektor δ je neznáma časovo premenná funkcia, ktorej hodnoty ležia v $\Delta \subseteq R^n$

V prvom prípade parametre sú konštantné, ale ich hodnota je približne známa s určitým stupňom presnosti. V druhom prípade parametre sú časovo premenné.

Poznáme niekoľko typov štruktúrovaných neurčitosti a to nasledovné:

- systém s jedným neurčitým parametrom
- intervalové systémy
- afinné parametricky závislé systémy
- polytopické parametricky závislé systémy [7].

2.2 Systémy s neštruktúrovanými neurčitosťami

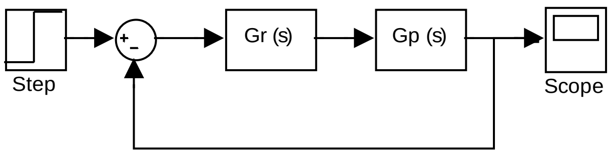
Pre neštruktúrované neurčitosti máme jeden neznámy parameter v ktorom sú združené viaceré zdroje neurčitostí. Túto poruchu môžeme zapísať v tvare matice ktorá bude mať rovnaký rozmer ako matica systému. Tak ako pri štruktúrovaných neurčitostiach aj tu poznáme viacej typov neštruktúrovaných neurčitostí:

- aditívna neurčitosť
- multiplikatívna neurčitosť
- neurčitosť so stabilným faktorom [7].

3 Metódy syntézy regulátora

3.1 Naslinova metóda

Majme charakteristickú rovnicu uzavretého regulačného obvodu (CHR URO) v nasledovnom tvare: $1 + G_p(s)G_R(s) = 0$ (3.1)



Obr. 1. Schéme URO

kde $G_p(s)$ je riadený prenos URO a $G_R(s)$ je regulátor URO.

Po úprave CHR URO (3.1) získam $s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0 = 0$ (3.2)

Na základe požiadaviek maximálneho preregulovania navrhneme regulátor. Medzi koeficientmi CHR (3.2) platí vzťah $\alpha_i^2 = \alpha a_{i+1}a_{i-1}$ (3.3)

pričom medzi parametrom α v rovnici (3.3) a maximálnym preregulovaním σ_{max} je vzťah daný tabuľkou (1).

Potom pre CHR n-tého stupňa, ktorá ma *n+1* koeficientov, dostaneme z rovnice (3.3)

n-1 rovníc, lebo rovnice sa nedajú vytvoriť pre *i=1* a *i=0.* Aby sme mali jediné riešenie, štruktúru regulátora volíme tak aby sme dostali toľko rovníc, koľko v nich bude vystupovať neznámych parametrov regulátora.[3]

Tab. 1. Vzťah medzi maximálnym preregulovaním σ_{max} a parametrom α

σ_{max}%	20	12	8	5	3	1
α	1.7	1.8	1.9	2	2.2	2.4

3.2 Metóda umiestnenia pólov

Základom tejto metódy ja vnútiť CHR URO určité póly, čím sa predurčí dynamické správania sa URO, ktoré závisí od zvolených pólov. Pre prípad požiadavky na stabilný aperiodický priebeh výstupnej veličiny URO, musia byť póly CHR URO záporné reálne čísla, ktoré môžeme vhodne zvoliť. Ak umiestnime pól CHR URO viac doľava od imaginárnej osi ako sú póly riadeného procesu, URO bude rýchlejší než riadený proces. Potom CHR URO ktorá má *n*-násobný záporný reálny pól s_1 bude mať nasledovný tvar:

$$(s+s_1)^n = s^n + \tilde{a}_{n-1}s^{n-1} + \cdots + \tilde{a}_1 s + \tilde{a}_0 = 0 \tag{3.4}$$

CHR URO je opísaná rovnicou (3.1) kde je G_R neznáma, a z nej je odvodená rovnica (3.2). CHR URO je opísaná aj rovnicou (3.4), preto musí platiť

$$s^n + \tilde{a}_{n-1}s^{n-1} + \cdots + \tilde{a}_1 s + \tilde{a}_0 = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0 \tag{3.5}$$

Porovnaním koeficientov polynómov na ľavej a pravej strane rovnice (3.5) dostaneme systém *n* rovníc

$$\begin{aligned} a_{n-1} &= \tilde{a}_{n-1} \\ &\vdots \\ a_0 &= \tilde{a}_0 \end{aligned} \tag{3.6}$$

z ktorých vypočítame neznáme parametre regulátora.[3]

3.3 Metóda návrhu PI regulátora založená na vykreslení hranice stability URO

Pri návrhu PI regulátora ktorého prenos je :

$$G_R(s) = Z_r + \frac{Z_r}{T_I s} \tag{3.7}$$

môžeme tento prenos zjednodušiť do nasledovného tvaru:

$$G_R(s) = Z_r + \frac{I}{s} \tag{3.8}$$

a potom v CHR známej v tvare (3.1) a úprave do tvaru (3.2) vykonáme substitúciu $s = j\,\omega$ a získame CHR URO vo frekvenčnej oblasti

$$(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \cdots + a_1(j\omega) + a_0 = 0\,. \tag{3.9}$$

Potom rozdelíme CHR URO (3.9) na párnu a nepárnu časť, kde pre hranicu stability platí podmienka:

$$R_e + jI_m = 0 \tag{3.10}$$

Reálna (R_e) aj Imaginárna (I_m) časť rovnice (3.10) je funkciou Z_R, I, ω. Parametre regulátora, pri ktorých je URO na hranici stability získame tak, že aj reálnu aj imaginárnu časť rovnice (3.10) položíme rovnú 0. Získame tak 2 rovnice o 2 neznámych, z ktorých vypočítame parametre PI regulátora Z_R a I ako funkcie frekvencie ω. Grafické znázornenie závislosti Z_R od I pri zvolenom rozsahu frekvencii ω nám rozdelí rovinu na stabilné a nestabilné časti, t.j. také časti, kde parametre regulátora zabezpečia buď stabilný alebo nestabilný regulačný pochod. Parametre Z_R, I pre stabilizujúci regulátor sa vyberú zo stabilnej časti. [5]

4 Analýza robustnej stability systémov

4.1 Analýza robustnej stability systému s jedným neurčitým parametrom

Návrh riadenia systému s matematickým modelom, v ktorom všetky parametre sú známe s veľkou presnosťou a len pre jeden parameter budeme vedieť interval hodnôt, je možnosť, ktorá sa pri reálnom návrhu nestáva často.

Zadaný je lineárny model fyzikálneho systému a to vo forme prenosovej funkcie, ktorá okrem samotnej komplexnej premennej s závisí práve na tomto neurčitom parametri, kde niektoré koeficienty polynómu v čitateli a menovateli prenosovej funkcie nie sú konštantné ale sú funkciami parametra q_c.

$$G(s,q_c)=\frac{b(s,q_c)}{a(s,q_c)}$$

$$=\frac{b_0(q_c)+b_1(q_c)s+b_2(q_c)s^2+...+b_m(q_c)s^m}{a_0(q_c)+a_1(q_c)s+a_2(q_c)s^2+...+a_n(q_c)s^n} \tag{4.1}$$

Nominálny model je model získaný pre bežne známu hodnotu parametra q_c. Vhodnou metódou navrhneme regulátor pre nominálny model

$$G_R(s)=Z_R+\frac{I}{s}=\frac{y(s)}{x(s)}\,. \tag{4.2}$$

Pre získanie parametrov charakteristickej rovnice URO vytvoríme CHR URO:

$$1+G(s,q_c)G_R=0. \tag{4.3}$$

Po roznásobení získame charakteristický polynóm, ktorý bude mať nasledovný tvar

$$p(s,q_c)=p_0(s)+q_c p_1(s) \tag{4.4}$$

kde $p_0(s)$ je stabilný polynóm, kde platí $\deg p_0(s)>\deg p_1(s)$. K danému polynómu treba určiť maximálny interval stability $\Omega=<q^+_{c\max};q^-_{c\min}>$, kde musí platiť že polynóm $p_0(s,q_c)$, je stabilný pre všetky $q_c\in\Omega$.

Potom maximálny interval pre robustnú stabilitu je opísaný (Bialasova veta):

$$q_{c\max}^{+} = \frac{1}{\lambda_{\max}^{+}(-H^{-1}(p_0)H(p_1))} \text{ [7]} \tag{4.5}$$

$$q_{c\min}^{-} = \frac{1}{\lambda_{\min}^{-}(-H^{-1}(p_0)H(p_1))} \text{ [7]} \tag{4.6}$$

kde $\lambda_{\max}^{+}$ je maximálne kladné reálne vlastné číslo, $\lambda_{\min}^{-}$ je minimálne záporné reálne vlastné číslo, *H(p₀)* je Hurwitzova matica vytvorená pre polynóm p_0 , ktorá pre prípad, že polynóm $p_0(s) = a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0$ ak $a_n > 0$ má tvar:

$$H(p_0) = \begin{pmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \cdots & \cdots \\ 0 & a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & \ddots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a_0 \end{pmatrix} \tag{4.7}$$

a $H(p_1)$ je Hurwitzova matica vytvorená pre polynóm p_1 , kde rozmery oboch matíc sú rovnaké. Potom už zostáva iba vypočítať neznámy parameter q_{c}.

Po dokončení návrhu, je otázne, či výsledný spätnoväzbový systém riadenia bude fungovať pre akékoľvek q_c , zo zadaného intervalu, prípadne aké sú prípustné medze pre hodnoty tohto parametra. Či je výsledný spätnoväzbový systém funkčný alebo nie, môžeme posúdiť pomocou URO, kde regulátor navrhneme niektorou zo známych metód, napr. metódou umiestnenia pólov. Samozrejme, že poloha pólov nevyjadruje úplne dokonalé splnenie našich podmienok na riadenie, ale aspoň získame nejaký nástroj. Ďalej, nás bude zaujímať, ako sa so zmenou parametra q_c menia korene charakteristickej rovnice uzavretého regulačného obvodu.

$$p(s, q_c) = a(s, q_c)x(s) + b(s, q_c)y(s) = 0 \, , \tag{4.8}$$

kde *y* a *x* sú čitateľ a menovateľ regulátora ktorým chceme riadiť daný systém.

Prvým krokom je odhadnúť interval hodnôt parametra q_c a otestovať stabilitu charakteristickej rovnice 4.8, či dokonca umiestnenie jej koreňov vo vhodnej oblasti podľa danej požiadavky na tlmenie a rýchlosť. V prípade, keď neurčitý parameter q_c vstupuje do jednotlivých koeficientov prenosu $G(s,q_c)$, a tiež charakteristickej rovnice 4.8, existuje veľmi efektívny postup, ako overiť stabilitu celej skupiny polynómov bez nutnosti výpočtu pólov. Pre prípad, že je závislosť koeficientov charakteristickej rovnice $p(s,q_c)$ pre q_c lineárna, môžeme rovnicu rozdeliť na dve časti :

$$p(s,q_c) = (\gamma_0 + \delta_0 q_c) + (\gamma_1 + \delta_1 q_c)s + (\gamma_2 + \delta_2 q_c)s^2 + ... + (\gamma_k + \delta_k q_c)s^k$$

$$= p_0(s) + p_1(s)q_c \qquad (4.9)$$

Analýzu závislosti polohy koreňov takéhoto polynómu môžeme uskutočniť pomocou metódy geometrického miesta koreňov. Pre túto operáciu potrebujeme pomocný systém

$$P(s) = \frac{p_1(s)}{p_0(s)} \qquad (4.10)$$

Tento systém zapojíme do uzavretého regulačného obvodu s proporcionálnym „regulátorom" . Takto si overíme, že charakteristická rovnica takéhoto uzavretého obvodu je práve naša pôvodná $p(s,q_c)$. Pre praktickú analýzu môžeme použiť príkaz `rlocus` [4].

Teraz uvažujme neurčitý systém,

$$G(s,q_c) = \frac{1}{s(s+4+q_c)} \text{ [4],} \qquad (4.11)$$

s nominálnou hodnotou parametra $q_c=0$. Pre tento systém treba nájsť regulátor, ktorý zabezpečí maximálne preregulovanie do 5% a odstráni trvalú regulačnú odchýlku. Zároveň treba overiť pre aké hodnoty parametra q_c zabezpečí tento regulátor stabilitu spätnoväzbového obvodu riadenia.

Najskôr navrhnem regulátor pre nominálny systém Naslinovou metódou. Riadený systém je 2. rádu, lebo stupeň menovateľa jeho prenosu je 2. Na odstránenie trvalej regulačnej odchýlky treba použiť regulátor s *I* zložkou. Stupeň charakteristickej rovnice uzavretého regulačného obvodu bude v tomto prípade 3.

Zvolím regulátor ktorý bude mať 2 parametre, čiže *PI* regulátor. Použitím metódy opísanej v kapitole (3.1) nájdem PI regulátor, ktorý bude mať tvar:

$$G_R = \frac{8s+8}{s} \qquad (4.12)$$

Teraz sa overí, či tento regulátor zabezpečí stabilitu spätnoväzbového obvodu riadenia aj systému s neurčitou dynamikou .

Na základe charakteristickej rovnice (4.3) vytvorím prenos

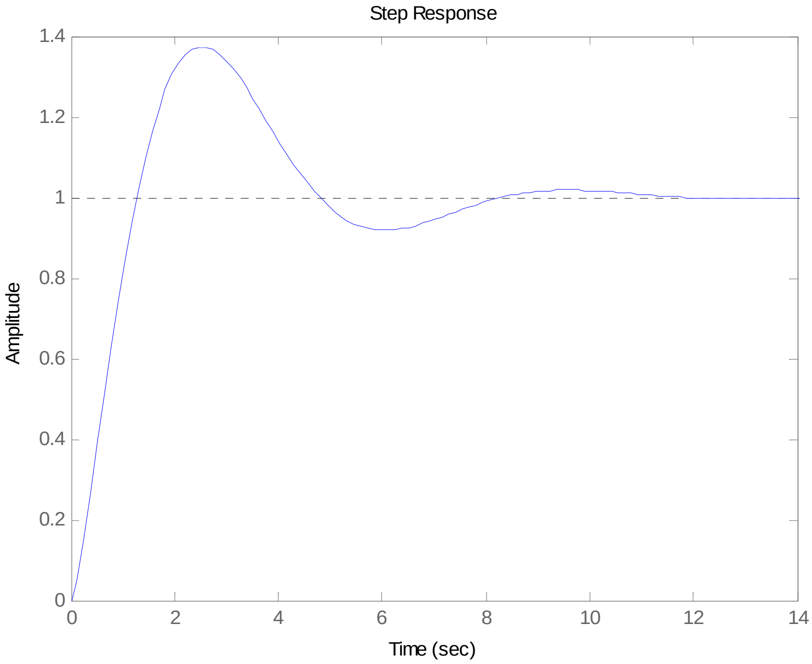
$$\tilde{G}_S = \frac{\tilde{p}_1}{\tilde{p}_0} = \frac{s^2}{s^3 + 4s^2 + 8s + 8}. \qquad (4.13)$$

kde n=3.

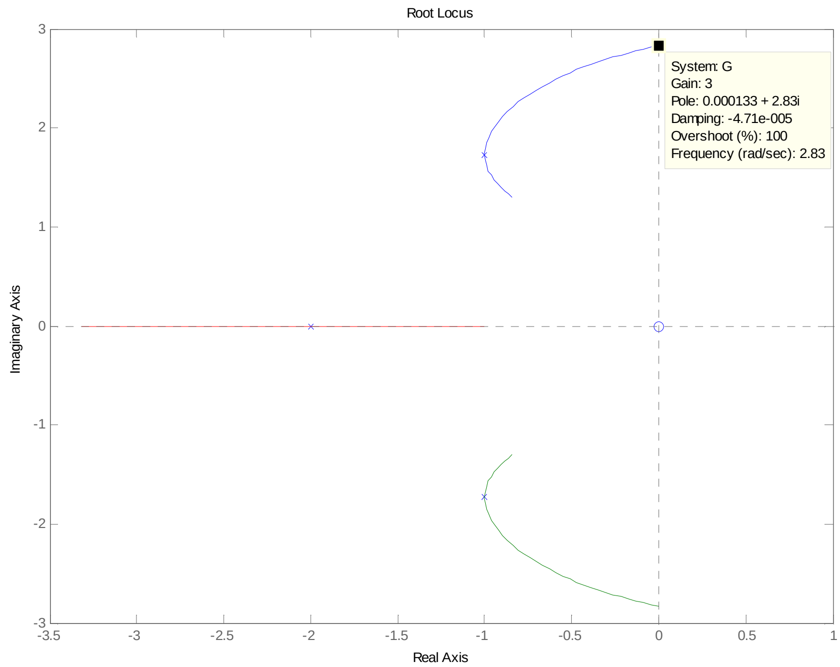
Pomocou Bialasovej vety, ktorá vedie na vzťahy (4.4), (4.5), som určil interval pre

$q_c = (-3,\infty)$.

Overenie správnosti intervalu je na Obr. 2, kde môžeme vidieť hranicu stability pre $q_c = -3$. Na Obr.2 je priebeh riadenia systému (4.11) s $q_c = 5$ a navrhnutým regulátorom. Tento obrázok potvrdzuje, že URO s riadeným systémom so zvoleným neurčitým parametrom z intervalu $(-3,\infty)$ a s navrhnutým regulátorom je stabilný. [8]



Obr. 2. Odozva uzavretého regulačného obvodu na jednotkovú skokovú zmenu žiadanej veličiny pre $q_c = 5$.



Obr. 3. Určenie hranice stability pre neurčitý parameter q_c pomocou príkazu *rlocus.*

4.2 Analýza robustnej stability systémov s intervalovou neurčitosťou (Charitonovova veta)

Okrem jednoparametrických neurčitostí sú popísané aj parametrické neurčitosti ktorých modely sú uvádzané prenosovou funkciou v ktorej je každý koeficient neurčitý, teda sa vie, že daný koeficient môže nadobudnúť hodnotu v nejakom intervale charakterizovanom najmenšou a najväčšou hodnotou. Takúto neurčitosť budeme uvádzať takýmto zápisom:

$$G(s,q_c)=\frac{[b_0^-,b_0^+]+[b_1^-,b_1^+]s+[b_2^-,b_2^+]s^2+\ldots+[b_m^-,b_m^+]s^m}{[a_0^-,a_0^+]+[a_1^-,a_1^+]s+[a_2^-,a_2^+]s^2+\ldots+[a_n^-,a_n^+]s^n}\ [1]. \tag{4.14}$$

V prípade jednoparametrických neurčitostí zmena jediného parametra by ovplyvnila všetky koeficienty prenosovej funkcie, v prípade intervalových neurčitostí môže mať každý koeficient prenosovej funkcie ľubovoľnú hodnotu zo zadaného intervalu, a to nezávisle od hodnôt ostatných koeficientov. Význam metód analýzy robustnej stability a syntézy robustných regulátorov pre systémy s intervalovými neurčitosťami intervalových metód spočíva predovšetkým v tom, že sa pre teoretikov stali východiskovým bodom pre riešenie metód analýzy pre systémy s intervalovými neurčitosťami ďalšieho typu neurčitostí. [6]

Charitonovova veta hovorí, že pri snahe testovať stabilitu intervalového polynómu

$$a(s) = [a_0^-, a_0^+] + [a_1^-, a_1^+]s + [a_2^-, a_2^+]s^2 + ...[a_n^-, a_n^+]s^n \qquad (4.15)$$

postačí keď otestujeme len 4 akési špeciálne polynómy. A to už je jedno ako, či použitím priameho výpočtu koreňov či pomocou Routhovho-Schurovho algoritmu. Ešte pred asi sto rokmi ľudia poriadne nevedeli testovať stabilitu jedného polynómu a teraz je už možné jednoduchým výpočtom otestovať hneď nekonečne veľa polynómov. Je nutné podotknúť, že takýto postup je možný len pri testovaní stability spojitých systémov, kde oblasť stability je ľavá komplexná polrovina.

Charitonovova veta má taktiež veľmi názornú grafickú interpretáciu. Aby bol polynóm *a(s)* stabilný musí komplexná funkcia *a(jω)* komplexnej premennej *ω* prechádzať n kvadrantmi a vyhnúť sa pritom nule, s tým, že pre každú frekvenciu *ω* však namiesto jedinej komplexnej hodnoty dostávame celú množinu hodnôt (Charitonovove obdĺžniky) .

Uvažujme intervalový polynóm

$$\begin{aligned} a(s) &= [0.45, 0.55] + [1.95, 2.05]s + [2.95, 3.05]s^2 + \\ &+ [5.95, 6.05]s^3 + [3.95, 4.05]s^4 + [3.95, 4.05]s^5 + s^6 \; [1] \end{aligned} \qquad (4.16)$$

Treba určiť či je stabilný, vlastne či sú jeho korene v ľavej komplexnej polrovine.

Forma akou zadávame intervalové polynómy sú jednoducho dva pomocné polynómy, jeden s koeficientmi definujúcimi spodnú hranicu, druhý s koeficientmi definujúcimi hornú hranicu

$$am = 0.45 + 1.95s + 2.95s^2 + 5.95s^3 + 3.95s^4 + 3.95s^5 + s^6 \qquad (4.17)$$

$$ap = 0.55 + 2.05s + 3.05s^2 + 6.05s^3 + 4.05s^4 + 4.05s^5 + s^6 \qquad (4.18)$$

Potom zostavíme štyri Charitonovove polynómy podľa nasledovného pravidla:

$$k1 = am\{0\} + am\{1\}s + ap\{2\}s^2 + ap\{3\}s^3 + am\{4\}s^4 + am\{5\}s^5 + ap\{6\}s^6 \qquad (4.19)$$

$$k2 = ap\{0\} + ap\{1\}s + am\{2\}s^2 + am\{3\}s^3 + ap\{4\}s^4 + ap\{5\}s^5 + am\{6\}s^6 \qquad (4.20)$$

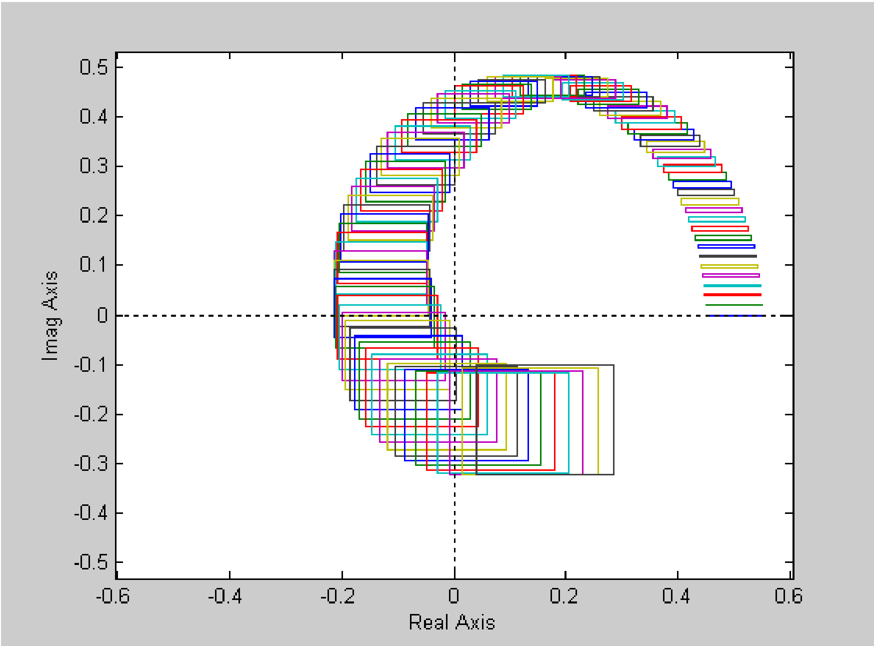
$$k3 = am\{0\} + ap\{1\}s + ap\{2\}s^2 + am\{3\}s^3 + am\{4\}s^4 + ap\{5\}s^5 + ap\{6\}s^6 \qquad (4.21)$$

$$k4 = ap\{0\} + am\{1\}s + am\{2\}s^2 + ap\{3\}s^3 + ap\{4\}s^4 + am\{5\}s^5 + am\{6\}s^6 \qquad (4.22)$$

Otestovanie stability celého intervalového polynómu potom spočíva v testovaní stability týchto štyroch polynómov. Môžeme použiť nasledovný príkaz v MATLABe $[test, k1, k2, k3, k4] = kharit(am, ap)$.

Graficky možno overiť stabilitu polynómu *a(s)* príkazom v MATLABe $khplot(am, ap, 0:0.01:5.5)$

Nasledovnou simuláciou som zistil, že intervalový polynóm *a(s)* je stabilný, lebo ani jeden kvadrant neprechádza nulovým bodom . [6]

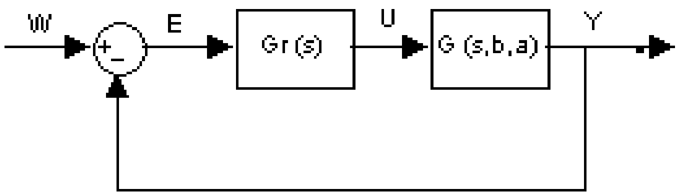


Obr. 4. Testovanie stability intervalového polynómu 4.16.

5 Metóda návrhu robustného PI regulátora

V tejto časti opíšem metódu pre syntézu robustného PI regulátora pre systém s intervalovou neurčitosťou.

Majme blokovú schému URO



Obr. 5. Bloková schéme URO

kde *G(s,b,a)* je prenos v tvare:

$$G(s,b,a) = \frac{N(s,b)}{D(s,a)} = \frac{\sum_{i=0}^{m}[b_i^-, b_i^+]s^i}{\sum_{i=0}^{n}[a_i^-, a_i^+]s^i}, m \le n \tag{5.1}$$

kde m a n predstavujú rád polynómov v čitateli a menovateli a *N(s,b), D(s,a)* sú intervalové polynómy s koeficientmi b_i ,a_i ,

ktoré sa menia v rámci intervalov s dolnými a hornými hranicami.

$G_R(s)$ je PI regulátor v tvare

$$G_R(s) = Z_r + \frac{I}{s} \tag{5.2}$$

Daný regulátor stabilizuje intervalový proces, ak stabilizuje 16 Charitonovových procesov definovaných

$$G_{kl}(s) = \frac{N_k(s)}{D_l(s)} \tag{5.3}$$

kde $k \in \{1,2,3,4\}, l \in \{1,2,3,4\}$ a $N_1(s) - N_4(s)$ sú Charitonovove polynómy čitateľa a $D_1(s) - D_4(s)$ sú Charitonovove polynómy menovateľa intervalového systému.

Potom napríklad štyri Charitonovove polynómy menovateľa sú

$$D_1(s) = a_0^- + a_1^- s + a_2^+ s^2 + a_3^+ s^3 + \cdots \tag{5.4}$$

$$D_2(s) = a_0^+ + a_1^+ s + a_2^- s^2 + a_3^- s^3 + \cdots \tag{5.5}$$

$$D_3(s) = a_0^+ + a_1^- s + a_2^- s^2 + a_3^+ s^3 + \cdots \tag{5.6}$$

$$D_4(s) = a_0^- + a_1^+ s + a_2^+ s^2 + a_3^- s^3 + \cdots \tag{5.7}$$

Teraz treba v Charitonovových procesoch vykonať substitúciu $s = j\omega$, a rozdeliť čitateľa a menovateľa na párnu - reálnu a nepárnu - imaginárnu časť.

$$G_{kl}(j\omega) = \frac{N_{ke}(-\omega^2) + j\omega N_{k0}(-\omega^2)}{D_{le}(-\omega^2) + j\omega D_{l0}(-\omega^2)} \tag{5.8}$$

po úprave dostaneme CHR URO do tvaru

$$\begin{aligned} \Delta_{kl}(j\omega) &= [IN_{ke}(-\omega^2) - Z_r \omega^2 N_{k0}(-\omega^2) - \omega^2 D_{l0}(-\omega^2)] \\ &\quad + j[Z_r \omega N_{ke}(-\omega^2) + I\omega N_{k0}(-\omega^2) + \omega D_{le}(-\omega^2)] \\ &= \mathrm{Re}(Z_r, I, \omega) + j\,\mathrm{Im}(Z_r, I, \omega) = 0 \end{aligned} \tag{5.9}$$

Potom z podmienky $\Delta_{kl}(j\omega) = 0$ keď dáme reálnu a imaginárnu časť rovné nule dostaneme dve rovnice

$$Z_r(-\omega^2 N_{k0}(-\omega^2)) + I(N_{ke}(-\omega^2)) = \omega^2 D_{l0}(-\omega^2) \tag{5.10}$$

$$Z_r(N_{ke}(-\omega^2)) + I(N_{k0}(-\omega^2)) = D_{l0}(-\omega^2) \tag{5.11}$$

ďalej si zadefinujeme premenné

$$F_k(\omega) = -\omega^2 N_{k0}(-\omega^2) \tag{5.12}$$

$$G_k(\omega) = N_{ke}(-\omega^2) \tag{5.13}$$

$$H_k(\omega) = N_{ke}(-\omega^2) \tag{5.14}$$

$$I_k(\omega) = N_{k0}(-\omega^2) \tag{5.15}$$

$$J_l(\omega) = \omega^2 D_{l0}(-\omega^2) \tag{5.16}$$

$$K_l(\omega) = -D_{le}(-\omega^2) \tag{5.17}$$

následne dostaneme zjednodušené rovnice v tvare

$$Z_r F_k(\omega) + I G_k(\omega) = J_l(\omega) \tag{5.18}$$

$$Z_r H_k(\omega) + I I_k(\omega) = K_l(\omega) \tag{5.19}$$

nakoniec si vyjadríme Z_r *a* I ako funkciu ω

$$Z_r = \frac{J_l(\omega) I_k(\omega) - K_l(\omega) G_k(\omega)}{F_k(\omega) I_k(\omega) - G_k(\omega) H_k(\omega)} \tag{5.20}$$

$$I = \frac{K_l(\omega) F_k(\omega) - J_l(\omega) H_k(\omega)}{F_k(\omega) I_k(\omega) - G_k(\omega) H_k(\omega)} \tag{5.21}$$

Zvolíme interval pre $\omega \in [\omega_{\min}, \omega_{\max}]$, na základe čoho získame množinu hodnôt pre Z_r *a* I. Vhodná voľba hraníc pre ω sa určí z podmienky $\mathrm{Im}[G_{kl}(j\omega)] = 0$ Vykreslením krivky I v závislosti od Z_r rozdelíme rovinu na stabilnú a nestabilnú oblasť. Daná krivka predstavuje hranicu stability pre URO. Tento postup zopakujeme pre všetky Charitonovove procesy a prienikom stabilných oblastí získame oblasť z ktorej si zvolíme náhodne hodnotu Z_r a prislúchajúce I. Na výber regulátora, zo stabilnej oblasti môžeme použiť metódu umiestnenia pólov. CHR URO pre riadený systém 1. a 2. rádu a PI regulátor :

$$(s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2) = 0 \tag{5.22}$$

$$(s+\alpha)(s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2) = 0 \tag{5.23}$$

Pre riedenie systému vyššieho rádu je CHR URO kombináciou (5.22) a (5.23).

Voľbou ξ alebo α pre interval $[\omega_{0min}, \omega_{0max}]$ sa do grafu (Z_r, I), získajú hodnoty pre vykreslenie krivky, na ktorej ležia regulátory schopné zabezpečiť požadovanú vlastnosť URO.[5]

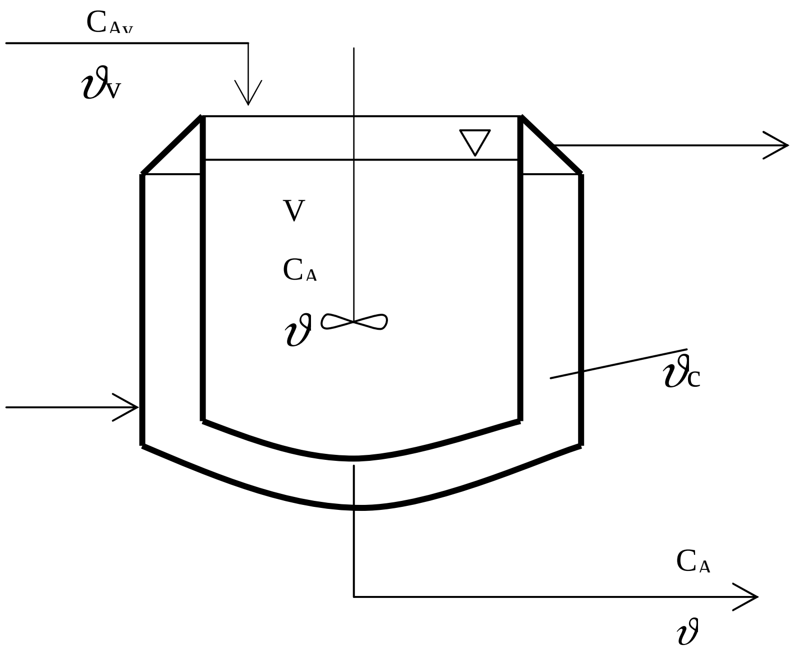
6 Návrh robustného regulátora pre riadenie prietokového chemického reaktora s neurčitosťami

6.1 Opis chemického reaktora

Chemické reaktory s chemickými procesmi sú súčasťou chemických technológii. A preto je dôležité vedieť ich riadiť. Z hľadiska riadenia chemické reaktory sú jedny z najťažšie zvládnuteľných procesov. Toto platí najmä pre rýchle exotermické reaktory.[2]

Budem predpokladať konštantnú hustotu a špecifickú tepelnú kapacitu reakčnej zmesi ako aj konštantný objem reakčnej zmesi či konštantný úhrnný koeficient prechodu tepla.

Predpokladám konštantné objemové prietoky reakčnej zmesi na vstupe do reaktora ako aj na výstupe z reaktora. V reaktore bude prebiehať jednoduchá reakcia 1. poriadku $A \xrightarrow{k_0} B$ s reakčnou objemovou rýchlosťou $\dot{\xi}_{v1} = k_1 c_A$ s rýchlostnou konštantou $k_1 = k_0\, e^{-\frac{E_A/R}{\vartheta}}$. Kde A je reagujúca látka meniaca sa na látku B ktorá je produktom chemickej reakcie.



Obr. 6. Schéma prietokového chemického reaktora s miešaním.

c_A - molárna koncentrácia reakčnej zmesi (mol/m^3) na výstupe z reaktora,

k_0 - predexponenciálny faktor (m^{-1})

E_A / R - redukovaná aktivačná energia (K),

F - súčiniteľ prestupu tepla (J/min K),

c_{Av} -molárna koncentrácia reakčnej zmesi (mol/m^3) na vstupe do reaktora ,

V - objem reakčnej zmesi v reaktore(m^3),

q - objemový prietok reakčnej zmesi(m^3/s),

ρ - hustota reakčnej zmesi(g/l),

ΔH - reakčná entalpia (J/mol),

ϑ_v - teplota reakčnej zmesi na vstupe do reaktora (K),

ϑ - teplota reakčnej zmesi na výstupe z reaktora (K),

ϑ_c - teplota chladiaceho média v reaktore (K),

ϑ^s - ustálená teplota reakčnej zmesi v reaktora (K).

Tab. 2. Tabuľka s číselnými hodnotami parametrov.

q [l min^{-1}]	100	-ΔH [J mol^{-1}]	5e^4
c_{Av} [mol l^{-1}]	1	ρ [g l^{-1}]	1000
ϑ_v [K]	350	C_p [J g^{-1} K^{-1}]	0.239
V [l]	100	ϑ_c [K]	311.1
F [J min^{-1} K^{-1}]	5e^4	ϑ^s [K]	385
k_0 [min^{-1}]	7.2e^{10}	c_A^s $[mol\ l^{-1}]$	9.3413e^{-2}
E_A /R [K]	8750		

V mojom prípade neurčitým parametrom bude reakčná entalpia *ΔH* a predexponenciálny faktor k_0. Ich hodnoty sa budú meniť v rozsahu, ktorý je uvedený v tabuľke 3.

Tab. 3. Tabuľka rozsahu hodnôt pre reakčnú entalpiu a predexponenciálny faktor.

k_0 [min^{-1}]	k_0^+ [min^{-1}]	k_0^- [min^{-1}]
7.2×10	7.5×10	6.5×10
-ΔH [J mol^{-1}]	-ΔH$^+$ [J mol^{-1}]	-ΔH$^-$ [J mol^{-1}]
5×4	5.5×4	4.6×4

Kde k_0^+ a k_0^- sú horná a dolná hranica intervalu predexponenciálneho faktora, -ΔH$^+$ a -ΔH$^-$ sú horná a dolná hranica intervalu reakčnej entalpie.

6.1.1 Analýza ustálených stavov chemického reaktora

Túto analýzu robíme z modelu ustáleného stavu reaktora a to konkrétne z tepelnej bilancie v ustálenom stave. Táto analýza bola urobená pre nominálny model a všetky štyri modely ktoré sme dostali kombináciou dvoch neurčitých parametrov.

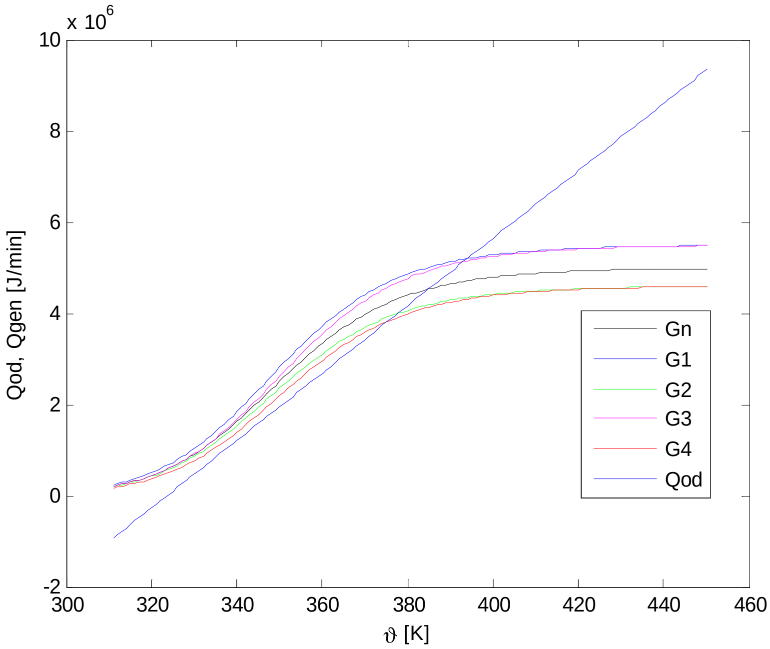
$$q\rho\, c_P \vartheta_v^s - k_1^s c_a^s V(\Delta rH) - (q\rho\, c_P + F\alpha)\vartheta^s + F\alpha\vartheta_c^s = 0 \tag{6.1}$$

$$-\dot{Q}_{od} + \dot{Q}_{gen} = 0 \Rightarrow \dot{Q}_{od} = \dot{Q}_{gen} \tag{6.2}$$

$$\dot{Q}_{gen} = -k_1^s c_a^s V(\Delta rH) \tag{6.3}$$

$$\dot{Q}_{od} = q\rho\, c_P(\vartheta^s - \vartheta_v^s) + F\alpha(\vartheta^s - \vartheta_c^s) \tag{6.4}$$

Rýchlosť tvorby tepla v systéme predstavuje $\dot{Q}_{gen}$ a rýchlosť odovzdania tepla zo systému predstavuje $\dot{Q}_{od}$. Grafické znázornenie závislosti $\dot{Q}_{gen}$ a $\dot{Q}_{od}$ od teploty reakčnej zmesi je na Obr. 7. V obrázku vidieť že reaktor má iba jeden ustálený stav pre všetky kombinácie intervalových parametrov ktoré sú predexponenciálny faktor a reakčná entalpia. V Obr. 7. G_n predstavuje rýchlosť tvorby tepla v systéme pre nominálny prenos, a $G_1 - G_4$ je rýchlosť tvorby tepla v systéme pre kombinácie intervalových parametrov ktoré sú uvedené v Tab.4. kapitoly 6.2.



Obr. 7. Ustálené stavy prietokového chemického reaktora.

Linearizácia pre nominálny model je vykonaná v okolí ustáleného stavu 385.03 K. Pre ostatné kombinácie modelov sú teploty ustálených stavov v Tab.4. kapitoly 6.2.

6.2 Nelineárny a linearizovaný model chemického reaktora

Dynamický matematický model tvoria materiálová bilancia reagujúcej zložky, entalpická bilancia reakčnej zmesi a entalpická bilancia chladiaceho média.

Z materiálovej bilancie zložky A vyplýva nasledovné :

$$qc_{AV} + (-1)k_1 c_A V = qc_A + V\frac{dc_A}{dt} \tag{6.5}$$

$$\frac{dc_A}{dt} = \frac{q}{V}c_{AV} - (\frac{q}{V} + k_1)c_A \tag{6.6}$$

Entalpická bilancia bude vyzerať :

$$q\rho\, c_P \vartheta_V + k_1 c_A V(-\Delta rH) = q\rho\, c_P \vartheta + F\alpha(\vartheta - \vartheta_C) + V\rho\, c_P \frac{d\vartheta}{dt} \tag{6.7}$$

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{q}{V}\vartheta_V - \frac{k_1(\Delta rH)}{\rho\, c_P}c_A - (\frac{q}{V} + \frac{F\alpha}{V\rho\, c_P})\,\vartheta + \frac{F\alpha}{V\rho\, c_P}\vartheta_C \tag{6.8}$$

V odvodenom modeli bude riadená veličina teplota reakčnej zmesi ϑ a riadiaca veličina bude teplota chladiaceho média ϑ_c .

A model rovnovážneho stavu (RS) je nasledovný :

$$qc_{AV}^S - k_1^S c_A^S V = qc_A^S \tag{6.9}$$

$$q\rho\, c_P \vartheta_V^S + k_1 c_A^S V(-\Delta rH) = q\rho\, c_P \vartheta^S + F\alpha(\vartheta^S - \vartheta_C^S) \tag{6.10}$$

$$c_A^S = \frac{q}{k_1^S V + q}c_{AV}^S \tag{6.11}$$

$$\vartheta^S = \frac{q\rho\, c_P \vartheta_V^S + k_1^s c_A^S V(-\Delta rH) + F\alpha\vartheta_C^S}{q\rho\, c_P + F\alpha} \tag{6.12}$$

Linearizovaný model potrebujeme pre syntézu regulátora a preto robím linearizáciu pre nominálny model ako aj pre všetky nelineárne modely, ktoré som dostal kombináciou horných a dolných hraníc neurčitých parametrov.

Linearizácia :

1) Odčítanie rovníc RS od rovníc dynamického modelu:

$$q(c_{AV}-c_{AV}^S)-k_1c_AV+k_1^Sc_A^SV=q(c_A-c_A^S)+V\frac{d(c_A-c_A^S)}{dt} \tag{6.13}$$

$$\begin{gathered}q\rho c_P(\vartheta_V-\vartheta_V^S)-k_1c_AV\Delta rH+k_1^Sc_A^SV\Delta rH=q\rho c_P(\vartheta-\vartheta^S)+\\+F\alpha(\vartheta-\vartheta^S)-F\alpha(\vartheta_C-\vartheta_C^S)+V\rho c_P\frac{d(\vartheta-\vartheta^S)}{dt}\end{gathered} \tag{6.14}$$

2) Zavedenie odchýlkových veličín:

$$x_1=c_A-c_A^S \qquad u=\vartheta_C-\vartheta_C^S \qquad r_1=c_{AV}-c_{AV}^S=0 \tag{6.15}$$

$$x_2=\vartheta-\vartheta^S \qquad r_2=\vartheta_V-\vartheta_V^S=0 \tag{6.16}$$

Kde stavové odchýlkové veličiny predstavujú x_1, x_2 , vstupná riadiaca odchýlková veličina je u , a vstupné poruchové odchýlkové veličiny sú r_1, r_2 .

3) Taylorov rozvoj nelineárneho člena v modeli so zanedbaním nelineárnych členov rozvoja:

$$\begin{gathered}k_1c_A=k_{10}\,e^{-\frac{E_A/R}{\vartheta}}\,c_A\Big|\vartheta^S\approx k_{10}\,e^{-\frac{E_A/R}{\vartheta}}\,c_A^S+k_{10}\,e^{-\frac{E_A/R}{\vartheta}}\,(c_A-c_A^S)+\\+k_{10}\,e^{-\frac{E_A/R}{\vartheta}}\,c_A^S\frac{E_A/R}{(\vartheta^S)^2}(\vartheta-\vartheta^S)=k_1^Sc_A^S+k_1^Sx_1+k_1^S\frac{E_A/R}{(\vartheta^S)^2}c_A^Sx_2=\\=k_1^Sc_A^S+k_1^Sx_1+K_1^Sx_2\end{gathered} \tag{6.17}$$

4) Dosadenie výsledku rozvoja a odchýlkových veličín:

$$q0-k_1^Sc_A^SV-k_1^Sx_1V-K_1^Sx_2V+k_1^Sc_A^SV=qx_1+V\frac{dx_1}{dt} \tag{6.18}$$

$$\begin{gathered}q\rho c_P0-k_1^Sc_A^SV\Delta rH-k_1^Sx_1V\Delta rH-K_1^Sx_2V\Delta rH+k_1^Sc_A^SV\Delta rH=\\=q\rho c_Px_2+F\alpha x_2-F\alpha x_2-F\alpha U+V\rho c_P\frac{dx_2}{dt}\end{gathered} \tag{6.19}$$

$$-(k_1^SV+q)x_1-K_1^SVx_2=V\frac{dx_1}{dt} \tag{6.20}$$

$$-k_1^SV\Delta rHx_1-(K_1^SV\Delta rH+q\rho c_P+F\alpha)x_2+F\alpha U=V\rho c_P\frac{dx_2}{dt} \tag{6.21}$$

$$\frac{dx_1}{dt}=-(k_1^S+\frac{q}{V})x_1-K_1^Sx_2 \tag{6.22}$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -\frac{k_1^S \Delta rH}{\rho c_P} x_1 - \left(\frac{K_1^S \Delta rH}{\rho c_P} + \frac{q}{V} + \frac{F\alpha}{V\rho c_P} \right) x_2 + \frac{F\alpha}{V\rho c_P} U \tag{6.23}$$

Lineárny stavový opis je v tvare

$$\frac{dx_1}{dt} = a_{11} x_1 + a_{12} x_2 \tag{6.24}$$

$$\frac{dx_2}{dt} = a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + b_{21} U \tag{6.25}$$

Rovnice 6.24 a 6.25 majú nulové začiatočné podmienky.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 \\ b_{21} \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{6.26}$$

Transformáciou lineárnych stavových opisov jednotlivých systémov získam prenosy, pričom prenos s nominálneho systému má tvar :

$$G(s) = \frac{2.0921s + 22.4310}{s^2 + 2.6178s + 21.9567} \tag{6.27}$$

Na základe intervalových hodnôt pre reakčnú entalpiu a predexponenciálny faktor získame štyri prenosy pre všetky kombinácie horných a dolných hraníc neurčitých parametrov, z ktorých pre opis chemického reaktora s uvedenými neurčitosťami získame intervalový prenos v tvare:

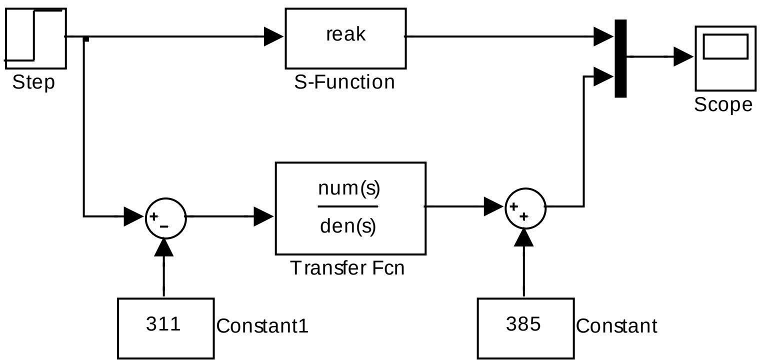
$$G(s) = \frac{2.0921s + [12.3094,\ 37.5555]}{s^2 + [-0.9461,\ 8.7924]s + [8.2712,\ 43.2559]} \tag{6.28}$$

Štyri prenosy získané pre všetky kombinácie horných a dolných hraníc neurčitých parametrov sú uvedené v Tab.4. ϑ^s reprezentuje teplotu reakčnej zmesi v ustálenom stave reaktora, ktorá má iné hodnoty pre dané kombinácie neurčitých parametrov.

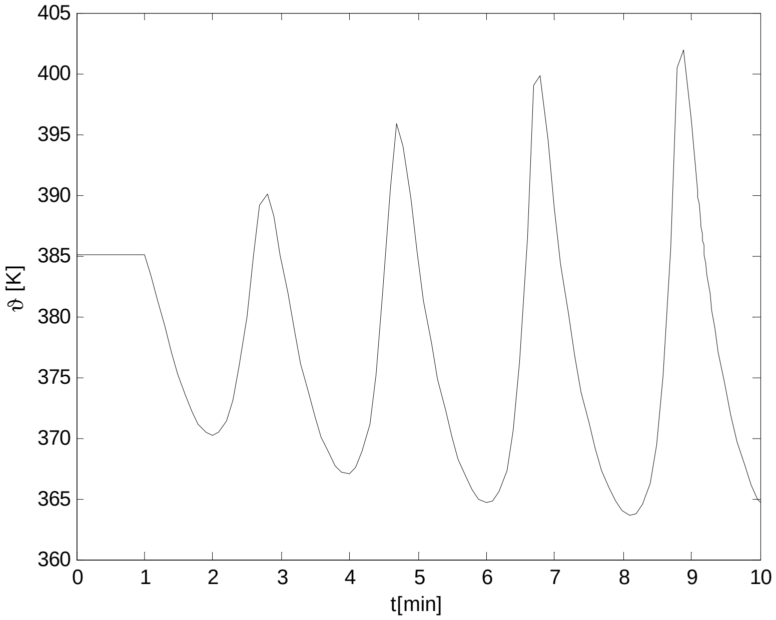
Tab. 4. Tabuľka prenosov pre rôzne hodnoty k_0 a ΔH.

k_0^+ ΔH^+ $\vartheta^s = 393.96$ K	k_0^+ ΔH^- $\vartheta^s = 377.60$K
$G_1(s) = \dfrac{2.0921s + 37.5555}{s^2 + 8.7924s + 43.2559}$	$G_2(s) = \dfrac{2.0921s + 15.6409}{s^2 + 0.3368s + 12.8857}$
k_0^- ΔH^+ $\vartheta^s = 393.16$ K	k_0^- ΔH^- $\vartheta^s = 375.35$ K
$G_3(s) = \dfrac{2.0921s + 31.4647}{s^2 + 5.9714s + 34.3441}$	$G_4(s) = \dfrac{2.0921s + 12.3094}{s^2 - 0.9461s + 8.2712}$

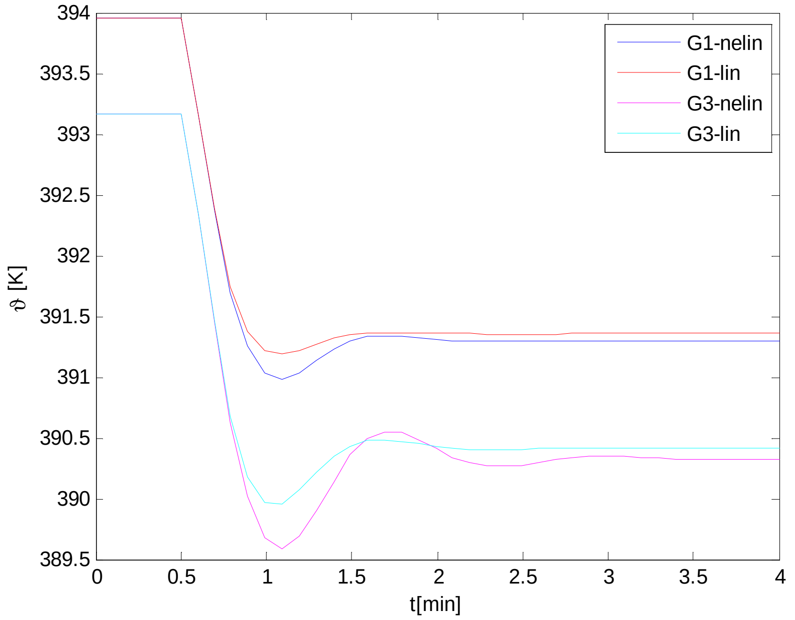
6.3 Analýza statických a dynamických vlastností chemického reaktora



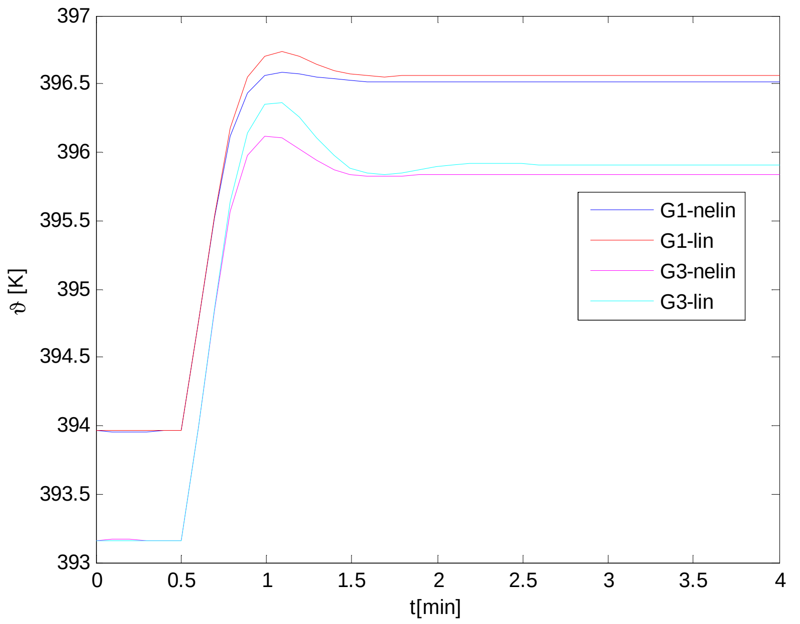
Obr. 8. Schéma pre porovnanie nelineárneho a linearizovaného modelu.



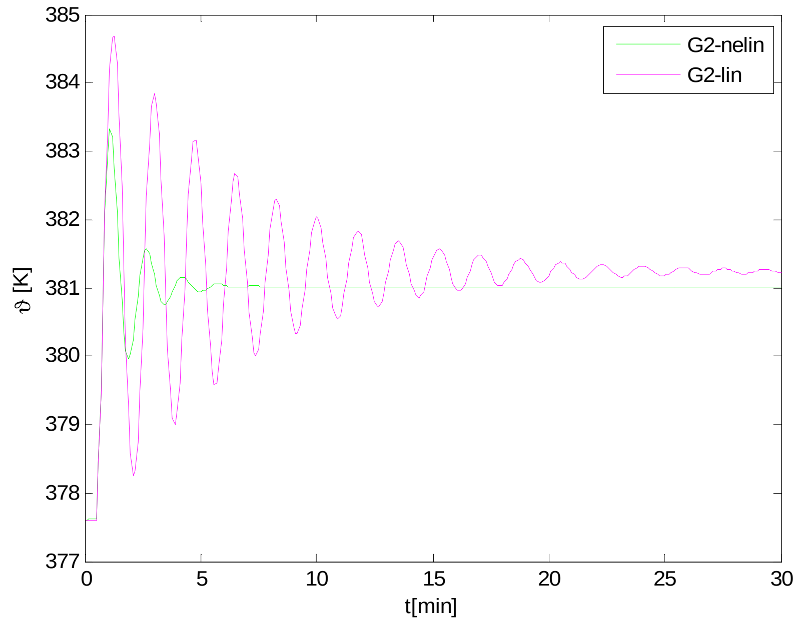
Obr. 9. Výstupná veličina z nominálneho modelu reaktora pri zmene vstupnej veličiny o -6K.



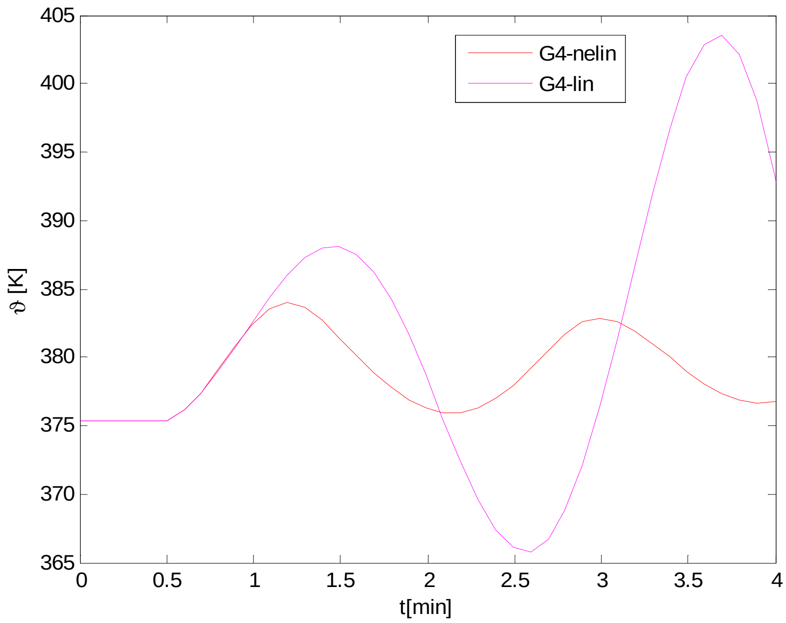
Obr. 10. Porovnanie výstupov z prvého a tretieho prenosu s výstupmi nelineárnych modelov pri skokovej zmene vstupnej veličiny v čase 0.5 min. o -3K.



Obr. 11. Porovnanie výstupov z prvého a tretieho prenosu s výstupmi nelineárnych modelov pri skokovej zmene vstupnej veličiny v čase 0.5 min. o 3K.



Obr. 12. Porovnanie výstupu z druhého prenosu s výstupu z nelineárneho modelu pri skokovej zmene vstupnej veličiny v čase 0.5 min. o 3K.



Obr. 13. Porovnanie výstupu zo štvrtého prenosu s výstupu z nelineárneho modelu pri skokovej zmene vstupnej veličiny v čase 0.5 min. o 3K.

Ustálený stav štvrtého modelu nie je stabilný a s toho dôvodu po skokovej zmene sa tento model neustálil a ide do nekonečna.

6.4 Návrh klasického PI regulátora

Pre nominálny systém navrhnem regulátor metódou umiestnenia pólov, ktorá je opísaná v kapitole 3.2. Dva póly uzavretého regulačného obvodu zvolím do $s_1 = -1.5 + 5i$ $s_2 = -1.5 - 5i$ a ďalší pól s_3 dopočítam. Výsledný regulátor bude v tvare

$$G_R(s) = Z_r + \frac{I}{s} = 0.2384 + \frac{0.1415}{s} \tag{6.29}$$

Dopočítaný pól bude mať hodnotu $s_3 = -0.1165$.

6.5 Návrh robustného regulátora

Pre tento regulátor použijem metódu opísanú v kapitole 5.

Nech je prenos reaktora zapísaný v tvare

$$G_s = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} \tag{6.30}$$

a regulátor bude v tvar

$$G_R(s) = Z_r + \frac{I}{s} \tag{6.31}$$

Po vykonaní substitúcie s=jω charakteristickej rovnice (CHR) bude mať nasledovný tvar:

$$b_0 I - \omega^2 a_1 - b_1 Z_r \omega^2 + j(-\omega^3 + a_0\omega + b_0 Z_r \omega + bI\omega) = 0 \tag{6.32}$$

Keď rozdelíme CHR na reálnu a imaginárnu časť a dáme ich rovné nule, dostaneme dve rovnice :

$$b_1 Z_r \omega^2 - b_0 I = -\omega^2 a_1 \tag{6.33}$$

$$b_0 Z_r \omega + bI\omega = \omega^3 - a_0 \omega \tag{6.34}$$

Potom si zadefinujem premenné :

$$F_k = b_1 \omega^2 \tag{6.35}$$

$$G_k = -b_0 \tag{6.36}$$

$$J_l = -\omega^2 a_1 \tag{6.37}$$

$$H_k = b_0 \omega \tag{6.38}$$

$$I_k = b_1 \omega \tag{6.39}$$

$$K_l = \omega^3 - a_0 \omega \tag{6.40}$$

Následne som získal zjednodušené rovnice

$$Z_r F_k - G_k I = J_l \tag{6.41}$$

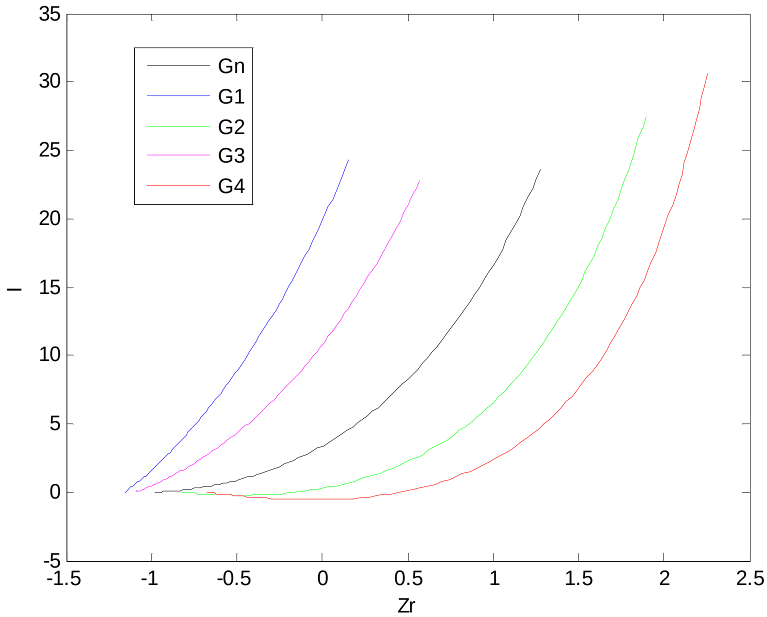
$$Z_r H_k + II_k = K_l \tag{6.42}$$

z ktorých vyjadrím zosilnenie Z_r a integračnú zložku regulátora I v závislosti od ω:

$$Z_r = \frac{J_l I_k - K_l G_k}{F_k I_k - G_k H_k} = \frac{-a_1 b_1 \omega^3 + b_0 \omega^3 - b_0 a_0 \omega}{b_1^2 \omega^3 + b_0^2 \omega} \qquad (6.43)$$

$$I = \frac{K_l F_k - J_l H_k}{F_k I_k - G_k H_k} = \frac{b_1 \omega^5 - a_0 b_1 \omega^3 + b_0 a_1 \omega^3}{b_1^2 \omega^3 + b_0^2 \omega} \qquad (6.44)$$

Pre interval hodnôt ω získam množinu hodnôt Z_r a I, z ktorých zostrojím graf znázornený na Obr.11., ktorým získam rozdelenie plochy grafu na stabilnú a nestabilnú časť pre URO.



Obr. 14. Závislosť I od Z_r pre rôzne ω.

Na výber robustného PI regulátora zo stabilnej oblasti metódu umiestnenia pólov. Prvá CHR URO pre riadený systém a PI regulátor bude mať tvar:

$$s^3 + (a_1 + b_1 Z_r)s^2 + (a_0 + b_0 Z_r + I b_1)s + b_0 I = 0 \qquad (6.45)$$

Druhá CHR URO pre rovnaký systém bude mať nasledovný tvar:

$$(s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2)(s + \alpha) = 0 \qquad (6.46)$$

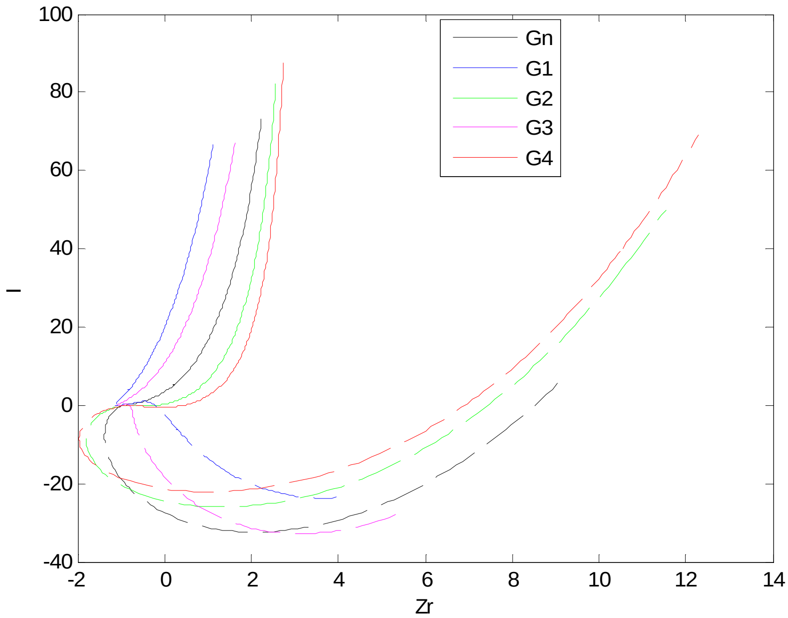
Po úprave a porovnaní koeficientov prvej a druhej CHR URO dostaneme nasledovné vzťahy:

$$a_1 + b_1 Z_r = 2\xi\omega_0 + \alpha \tag{6.47}$$

$$a_0 + b_0 Z_r + I b_1 = \omega_0^2 + 2\xi\omega_0\alpha \tag{6.48}$$

$$b_0 I = \omega_0^2 \alpha \tag{6.49}$$

V rovniciach 6.47-6.49 je 5 neznámych $Z_r, I, \xi, \omega_0, \alpha$. Budem voliť ω_0 v určitom intervale a ξ pre tri rôzne hodnoty ξ=0.7;0.5;0.3. Potom mi zostanú tri rovnice o troch neznámych, ktoré sú Z_r, I, α . Aby uzavretý regulačný obvod bol stabilný parameter α musí mať kladnú reálnu hodnotu. Výsledky výberu regulátora sú na Obr.13 -15, kde čiarkované čiary predstavujú hodnoty PI regulátorov nájdených metódou umiestnenia pólov pre jednotlivé systémy.

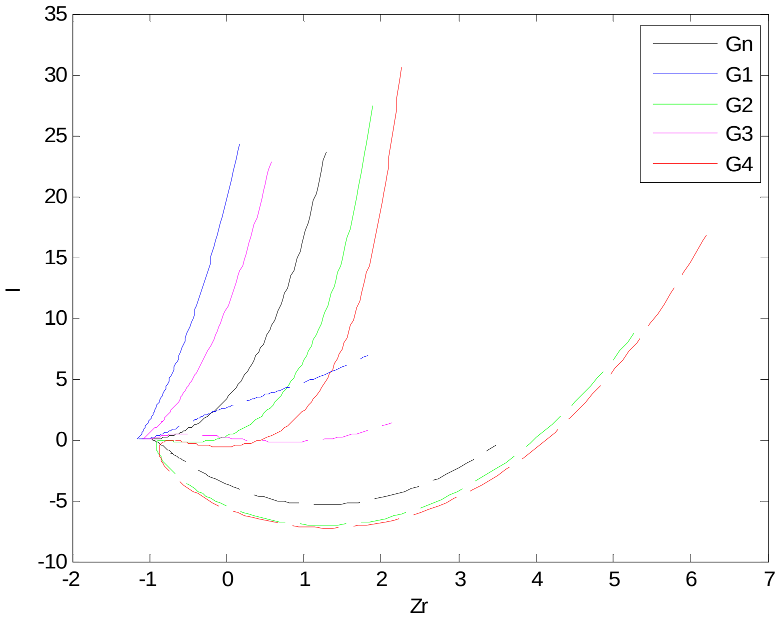


Obr. 15. Poloha čiar (čiarkované čiary), na ktorých ležia parametre PI regulátorov získaných pre všetky systémy pri voľbe ξ=0.7 a ω_0 v intervale [0, 15].

Keďže systém G_4 je nestabilný volil som hodnoty zo stabilnej oblasti pre tento systém a získal som regulátor s hodnotami:

$$G_R(s) = Z_r + \frac{I}{s} = 7.09 + \frac{1.36}{s} \tag{6.50}$$

Zopakoval som návrh regulátora pre ξ=0.5.

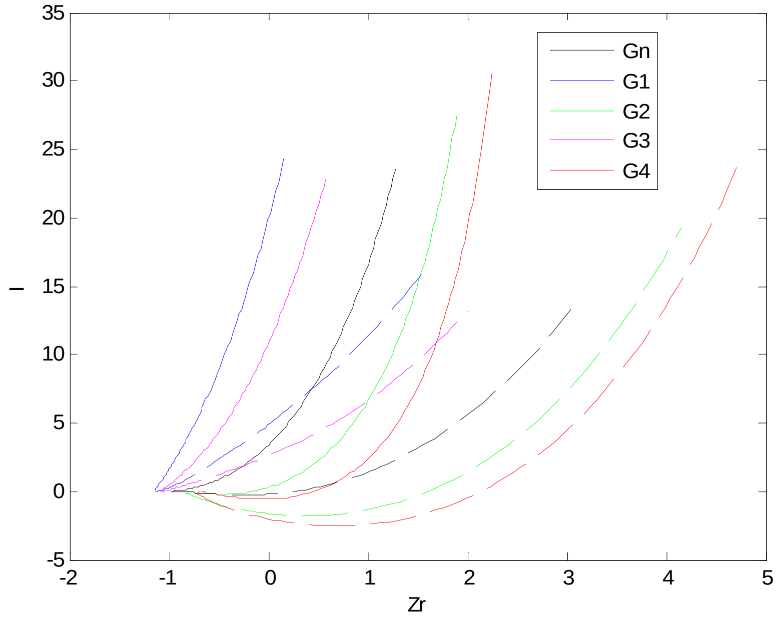


Obr. 16. Poloha čiar (čiarkované čiary), na ktorých ležia parametre PI regulátorov získaných pre všetky systémy pri voľbe $\xi=0.5$ a ω_0 v intervale [0, 10].

Pre systém G_4 a $\xi=0.5$, bude môj regulátor mať nasledovné hodnoty:

$$G_R(s) = Z_r + \frac{I}{s} = 4.35 + \frac{1.23}{s} \tag{6.51}$$

Taktiež som zopakoval návrh regulátora pre ξ=0.3.



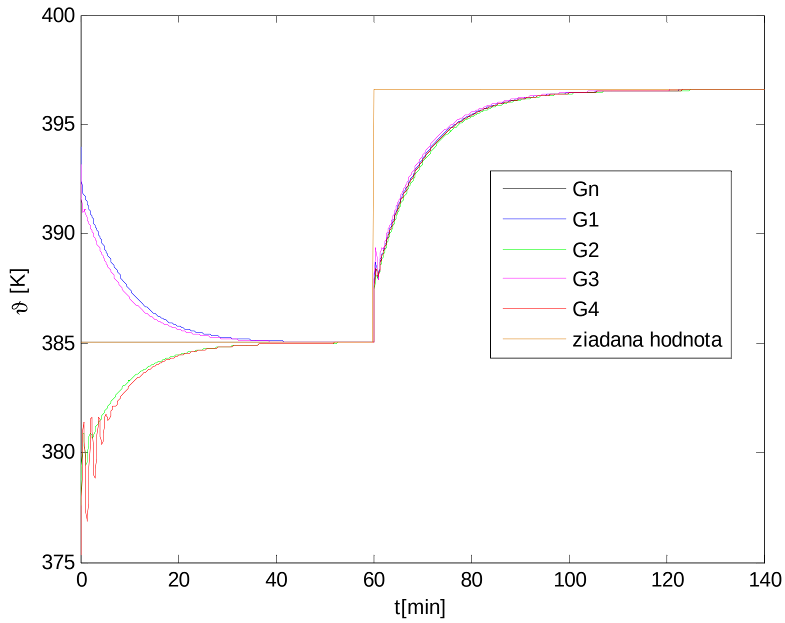
Obr. 17. Poloha čiar (čiarkované čiary), na ktorých ležia parametre PI regulátorov získaných pre všetky systémy pri voľbe ξ=0.3 a ω_0 v intervale [0, 10].

Pre systém G_4 a $\xi=0.3$, regulátor bude mať nasledovné hodnoty:

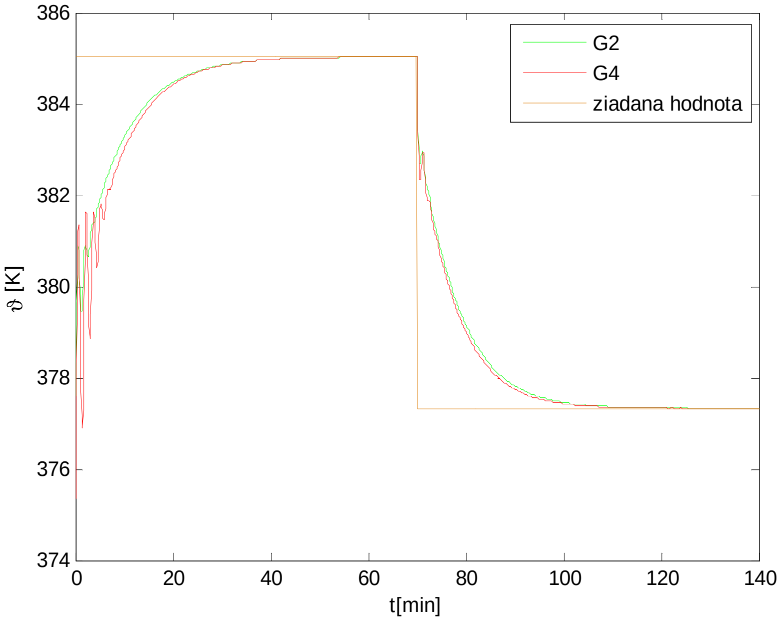
$$G_R(s) = Z_r + \frac{I}{s} = 2.45 + \frac{1.32}{s} \tag{6.52}$$

6.6 Simulácia riadenia klasickým PI regulátorom

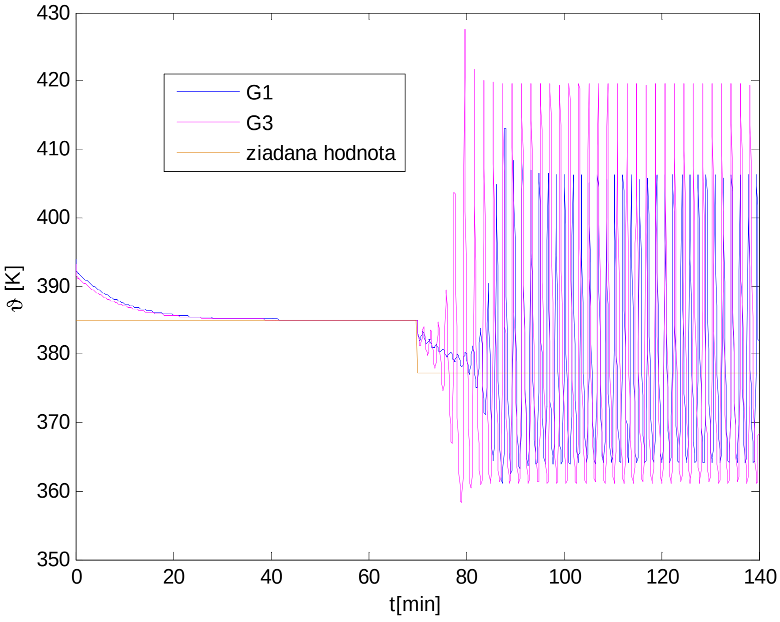
Simuláciou som overil možnosti riadenia reaktora pomocou klasického PI regulátora. Navrhnutým regulátorom som riadil pôvodné nelineárne modely reaktora. Žiadanú veličinu som menil zväčšením alebo zmenšením pôvodnej ustálenej hodnoty teploty reakčnej zmesi o 3% alebo -2%.



Obr. 18. Riadenie všetkých modelov klasickým PI regulátorom pri skokovej zmene žiadanej veličiny v čase 60 min o 3%.

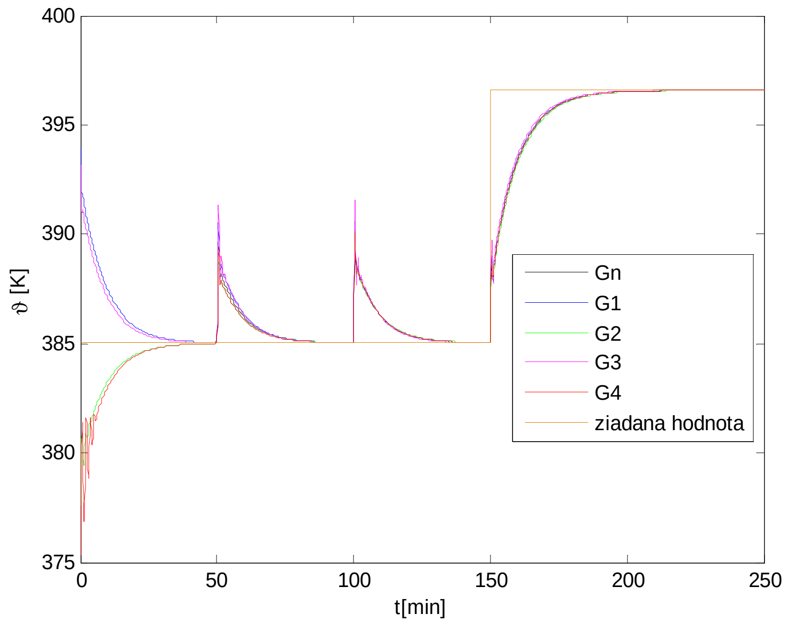


Obr. 19. Riadenie druhého a štvrtého modelu klasickým PI regulátorom pri skokovej zmene žiadanej veličiny v čase 70 min o-2%.

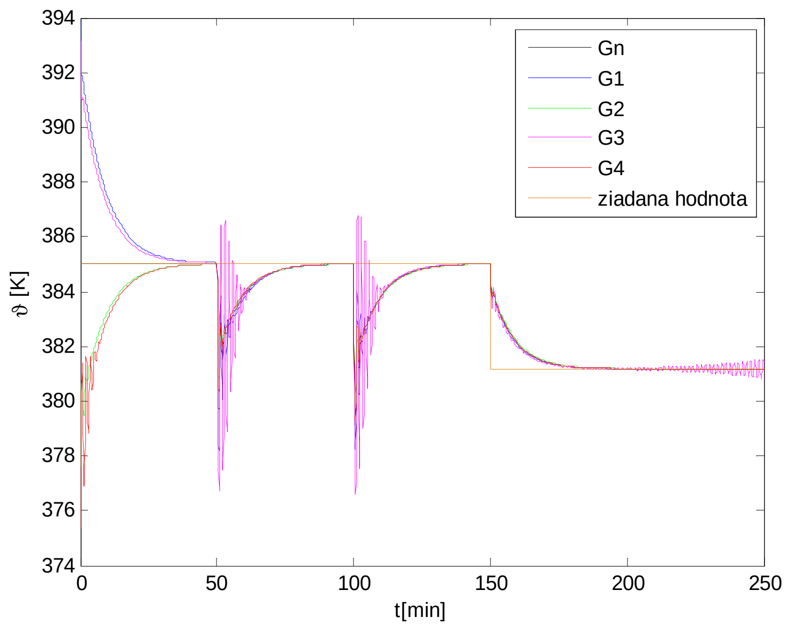


Obr. 20. Riadenie prvého a tretieho modelu klasickým PI regulátorom pri skokovej zmene žiadanej veličiny v čase 70 min o -2%.

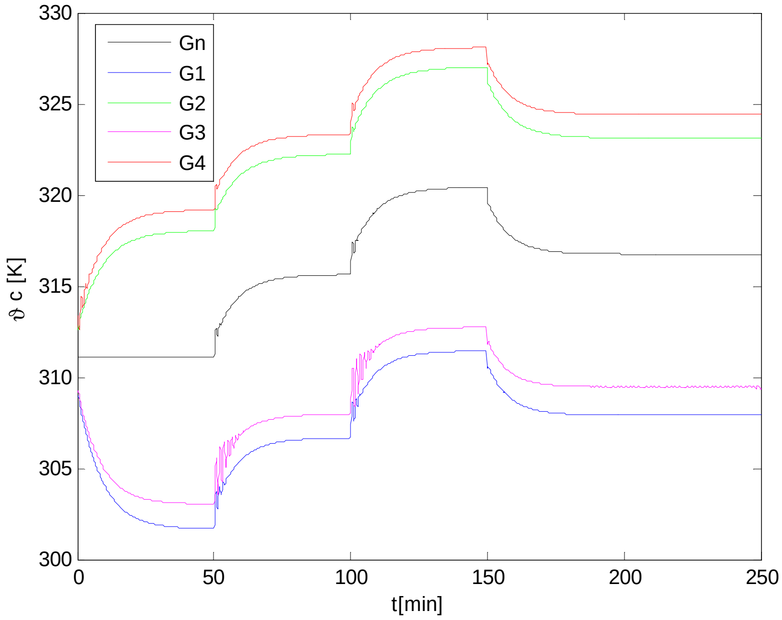
Teraz som testoval klasický PI regulátor, ako sa chová pri skokovej zmene žiadanej veličiny a ako je schopný odstrániť poruchy ktoré predstavujú zmenu ϑ_v a c_{Av}. Kde na začiatku ϑ_v a c_{Av} mali hodnoty $\vartheta_v = 350\ K$ a $c_{Av} = 1\ mol\ l^{-1}$.



Obr. 21. Riadenie všetkých modelov klasickým PI regulátorom pri skokovej zmene žiadanej veličiny v čase 150min o 3% a porucha bola zmena ϑ_v **a** c_{Av} v čase 50 min c_{Av} z hodnoty 1 na 1.05 *mol l*$^{-1}$ v čase 100 min ϑ_v z hodnoty 350 na 360 K.



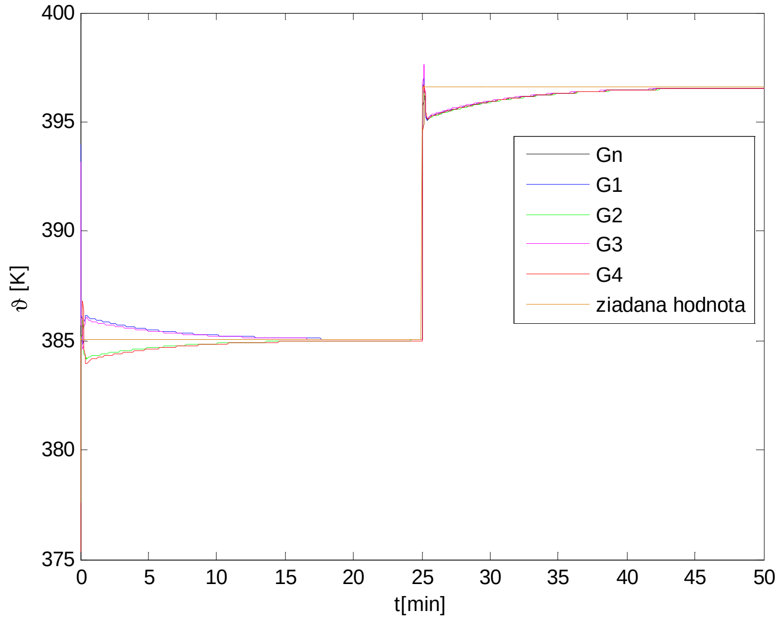
Obr. 22. Riadenie všetkých modelov klasickým PI regulátorom pri skokovej zmene žiadanej veličiny v čase 150min o -1% a porucha bola zmena ϑ_v **a** c_{Av} v čase 50 min c_{Av} z hodnoty 1 na 0.95 *mol l*$^{-1}$ v čase 100 min ϑ_v z hodnoty 350 na 340 K.



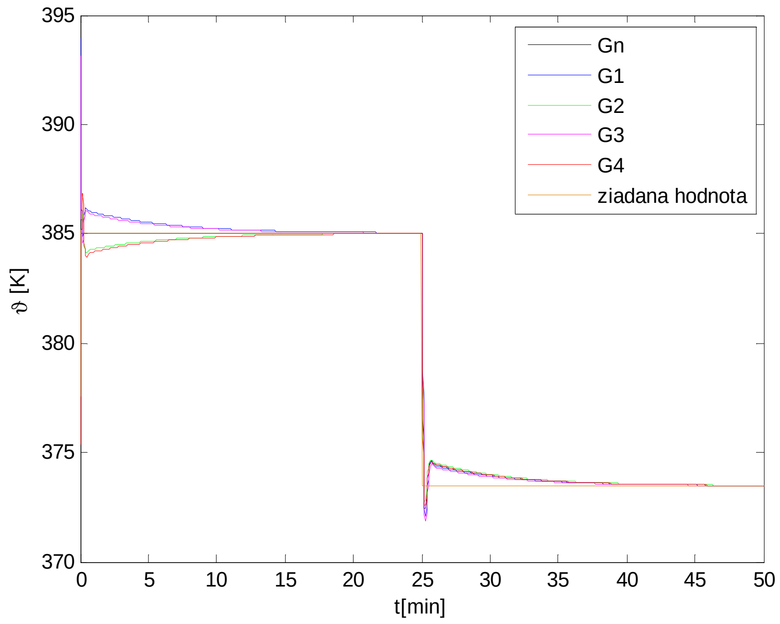
Obr. 23. Priebeh riadiacej veličiny pre všetky modeli pri skokovej zmene žiadanej veličiny v čase 150 min o -1% a porucha bola zmena ϑ_v **a** c_{Av} v čase 50 min c_{Av} z hodnoty 1 na 0.95 *mol l*$^{-1}$ v čase 100 min ϑ_v z hodnoty 350 na 340 K.

6.7 Simulácia riadenia robustným PI regulátorom

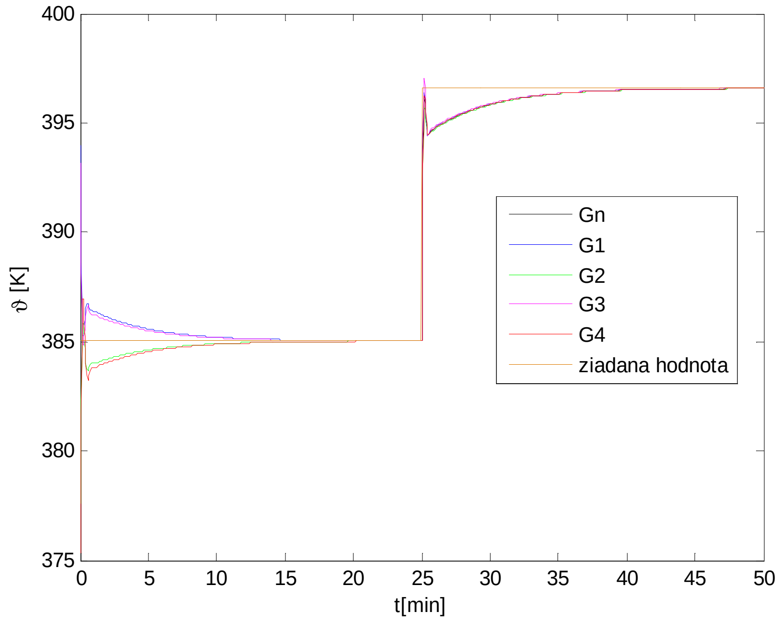
Simuláciou som overil možnosti riadenia reaktora pomocou navrhnutých robustných PI regulátorov. Navrhnutými regulátormi som riadil pôvodné nelineárne modely reaktora. Žiadanú veličinu som menil zväčšením alebo zmenšením pôvodnej ustálenej hodnoty teploty reakčnej zmesi o 3% alebo o -3%.



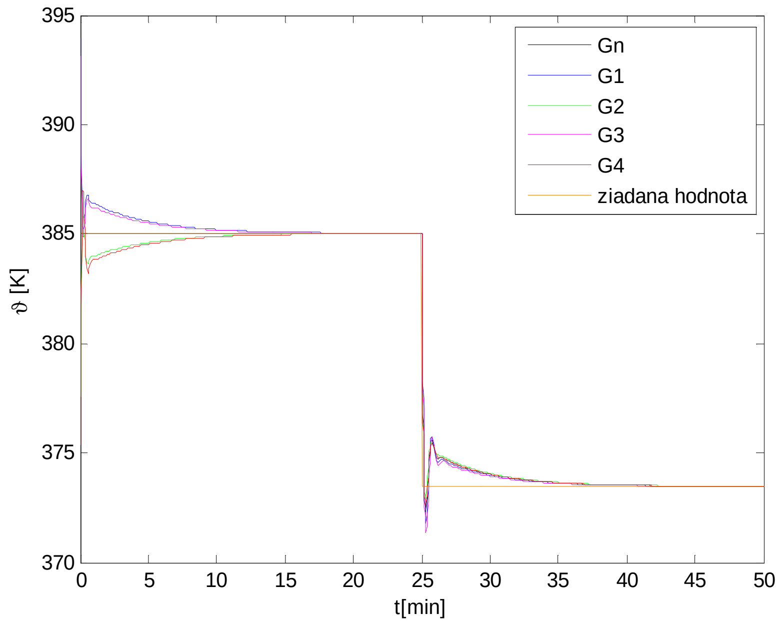
Obr. 24. Riadenie všetkých modelov regulátorom pre ξ=0.7 pri skokovej zmene žiadanej veličiny v čase 25 min o 3%.



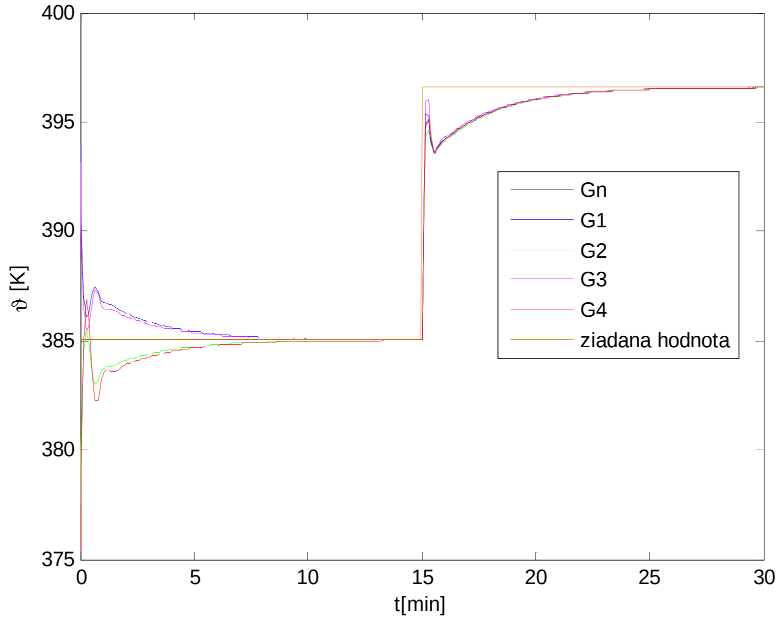
Obr. 25. Riadenie všetkých modelov regulátorom pre ξ=0.7 pri skokovej zmene žiadanej veličiny v čase 25 min o -3%.



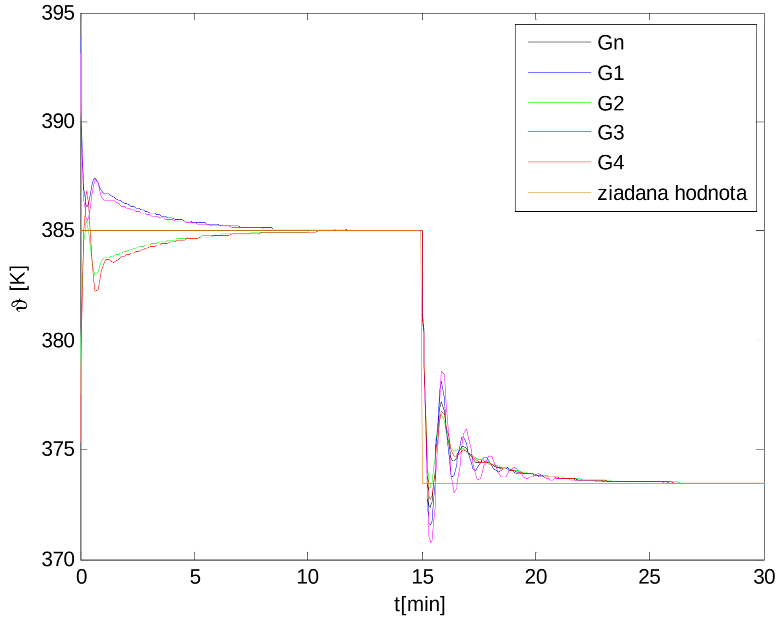
Obr. 26. Riadenie všetkých modelov regulátorom pre ξ=0.5 pri skokovej zmene žiadanej veličiny v čase 25 min o 3%.



Obr. 27. Riadenie všetkých modelov regulátorom pre ξ =0.5 pri skokovej zmene žiadanej veličiny v čase 25 min o -3%.

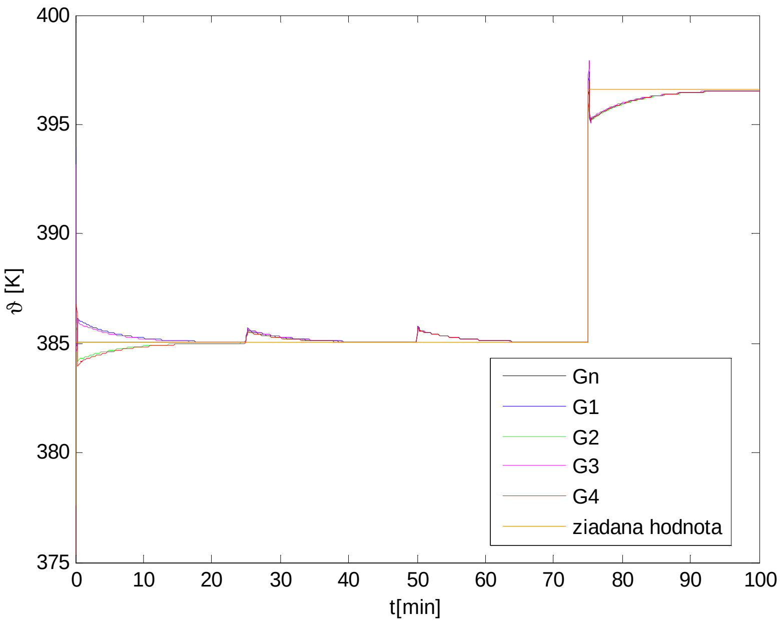


Obr. 28. Riadenie všetkých modelov regulátorom pre ξ=0.3 pri skokovej zmene žiadanej veličiny v čase 25 min o 3%.

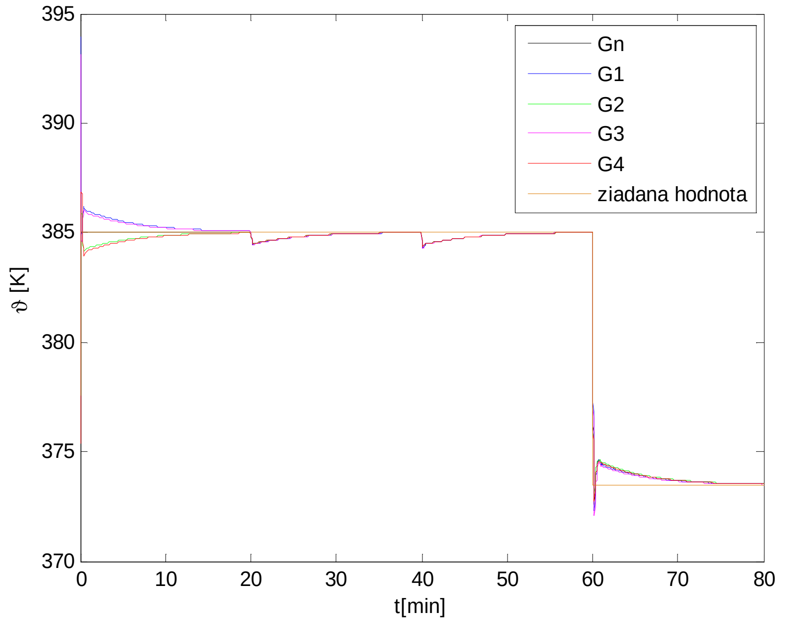


Obr. 29. Riadenie všetkých modelov regulátorom pre ξ=0.3 pri skokovej zmene žiadanej veličiny v čase 25 min o -3%.

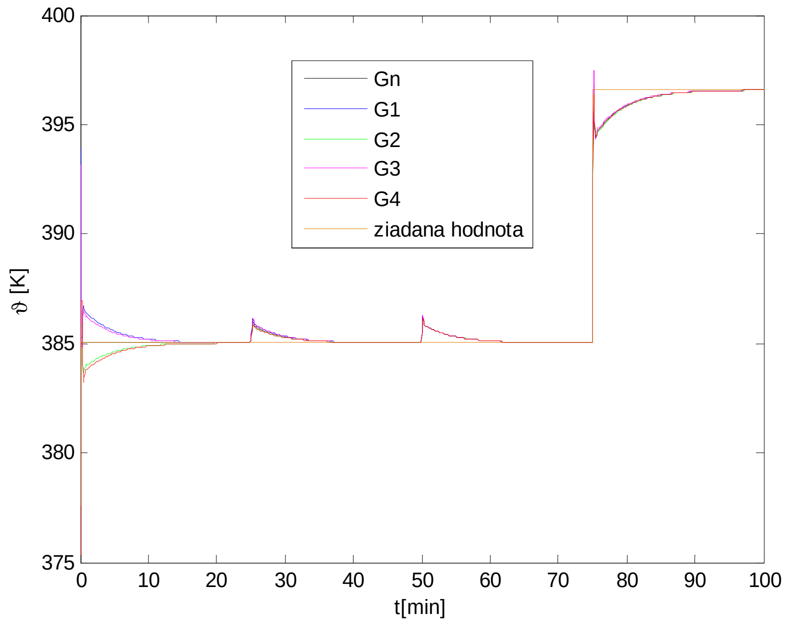
Teraz som testoval navrhnuté robustné PI regulátory, ako sa chovajú pri skokovej zmene žiadanej veličiny a ako sú schopné odstrániť poruchy ktoré predstavujú zmenu ϑ_v a c_{Av}. Kde na začiatku ϑ_v a c_{Av} mali hodnoty $\vartheta_v = 350\ K$ a $c_{Av} = 1\ mol\ l^{-1}$. Hodnoty ϑ_v a c_{Av} som menil v určitých časoch smerom na hore $\vartheta_v = 360\ K$ a $c_{Av} = 1.05\ mol\ l^{-1}$ alebo smerom na dole $\vartheta_v = 340\ K$ a $c_{Av} = 0.95\ mol\ l^{-1}$.



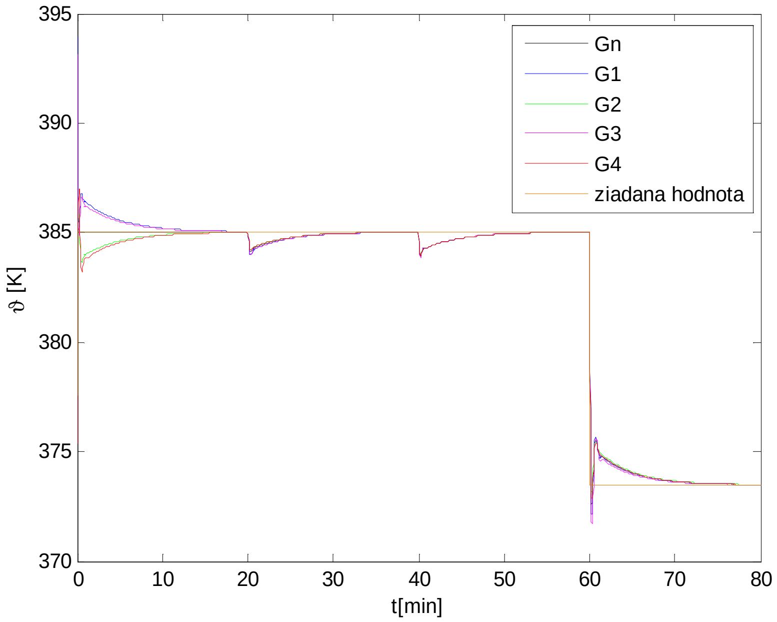
Obr. 30. Riadenie všetkých modelov regulátorom pre ξ=0.7 pri skokovej zmene žiadanej veličiny v čase 75 min o 3% a porucha bola zmena ϑ_v **a** c_{Av} v čase 25 min c_{Av} z hodnoty 1 na 1.05 $mol\ l^{-1}$ v čase 50 min ϑ_v z hodnoty 350 na 360 K.



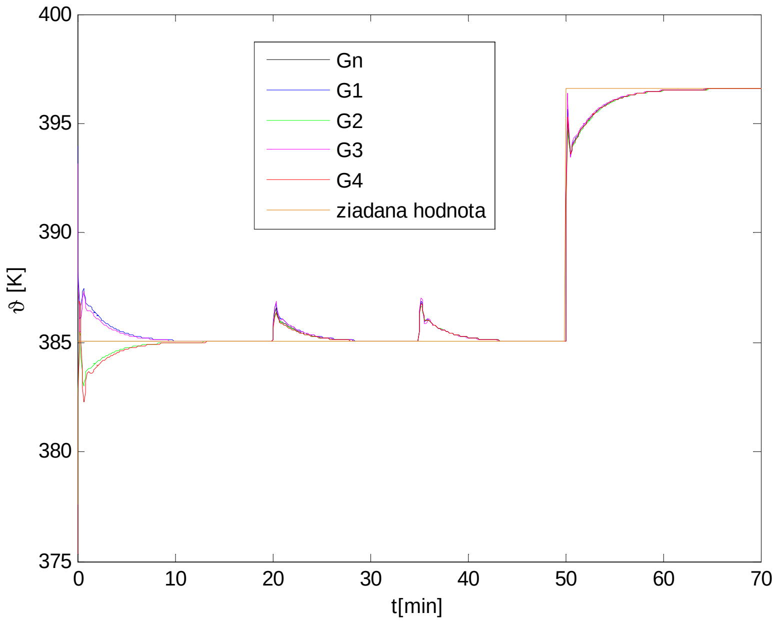
Obr. 31. Riadenie všetkých modelov regulátorom pre ξ=0.7 pri skokovej zmene žiadanej veličiny v čase 60 min o -3% a porucha bola zmena ϑ_v **a** c_{Av} v čase 20 min c_{Av} z hodnoty 1 na 0.95 $mol\ l^{-1}$ v čase 40 min ϑ_v z hodnoty 350 na 340 K.



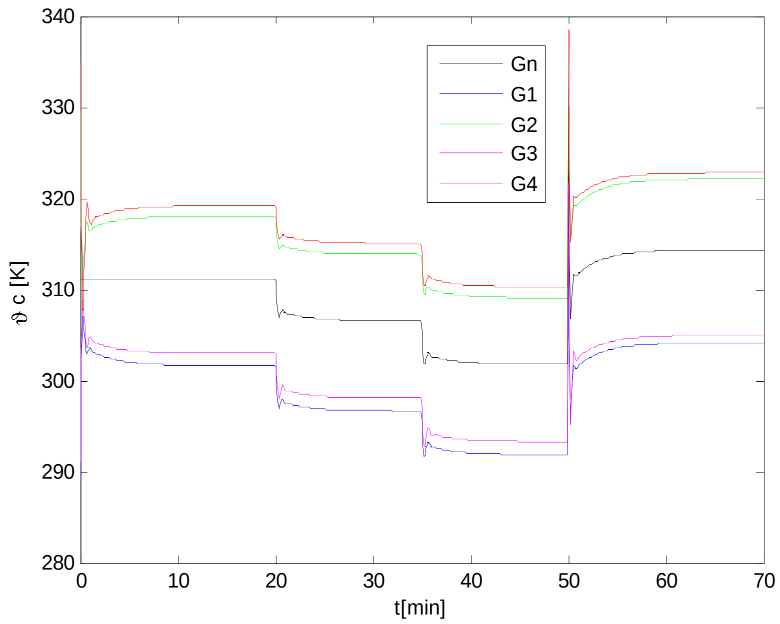
Obr. 32. . Riadenie všetkých modelov regulátorom pre ξ=0.5 pri skokovej zmene žiadanej veličiny v čase 75 min o 3% a porucha bola zmena ϑ_v **a** c_{Av} v čase 25 min c_{Av} z hodnoty 1 na 1.05 $mol\ l^{-1}$ v čase 50 min ϑ_v z hodnoty 350 na 360 K.



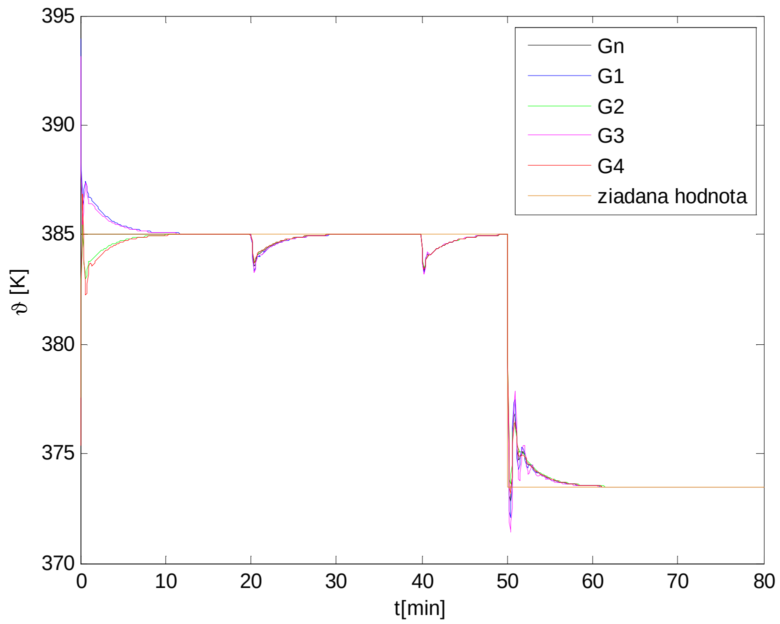
Obr. 33. Riadenie všetkých modelov regulátorom pre ξ=0.5 pri skokovej zmene žiadanej veličiny v čase 60 min o -3% a porucha bola zmena ϑ_v **a** c_{Av} v čase 20 min c_{Av} z hodnoty 1 na 0.95 $mol\ l^{-1}$ v čase 40 min ϑ_v z hodnoty 350 na 340 K.



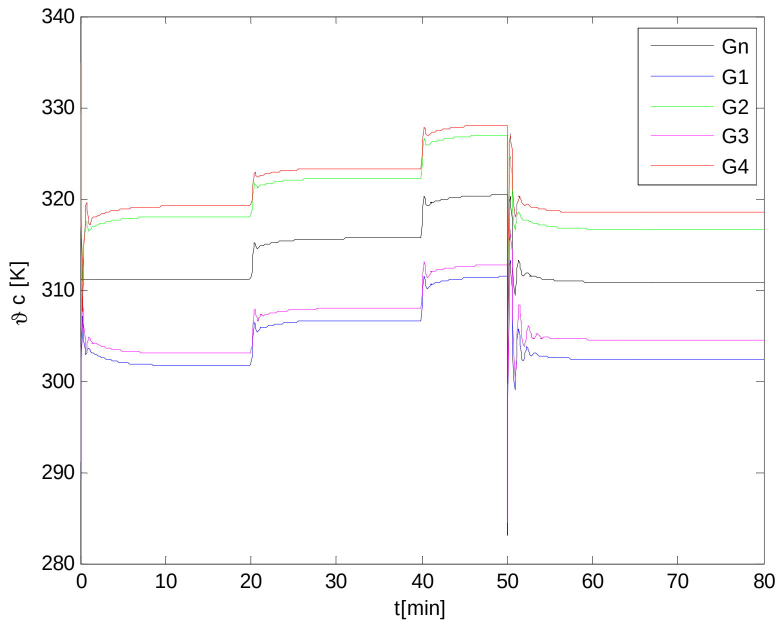
Obr. 34. Riadenie všetkých modelov regulátorom pre ξ=0.3 pri skokovej zmene žiadanej veličiny v čase 50 min o 3% a porucha bola zmena ϑ_v **a** c_{Av} v čase 20 min c_{Av} z hodnoty 1 na 1.05 $mol\ l^{-1}$ v čase 35 min ϑ_v z hodnoty 350 na 360 K.



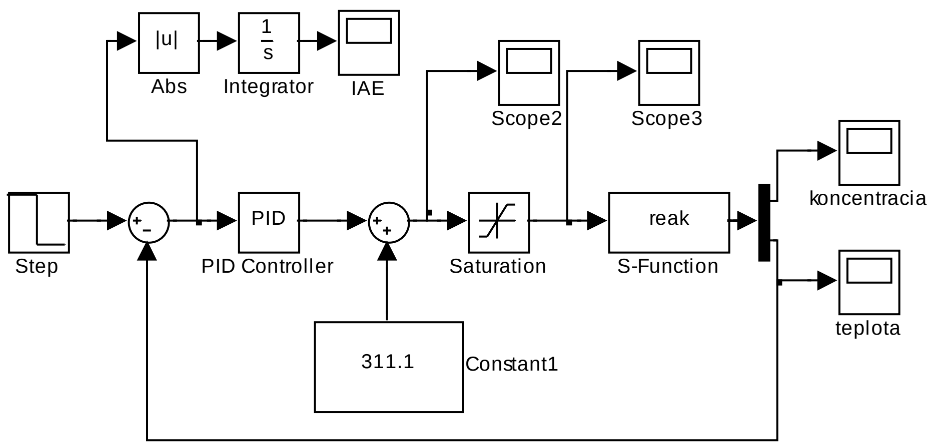
Obr. 35. Priebeh riadiacej veličiny pre všetky modeli pri skokovej zmene žiadanej veličiny v čase 50 min o 3% a porucha bola zmena ϑ_v a c_{Av} v čase 20 min c_{Av} z hodnoty 1 na 1.05 $mol\ l^{-1}$ v čase 35 min ϑ_v z hodnoty 350 na 360 K.



Obr. 36. Riadenie všetkých modelov regulátorom pre ξ=0.3 pri skokovej zmene žiadanej veličiny v čase 50 min o -3% a porucha bola zmena ϑ_v **a** c_{Av} v čase 20 min c_{Av} z hodnoty 1 na 0.95 $mol\ l^{-1}$ v čase 40 min ϑ_v z hodnoty 350 na 340 K.



Obr. 37. Priebeh riadiacej veličiny pre všetky modeli pri skokovej zmene žiadanej veličiny v čase 50 min o -3% a porucha bola zmena ϑ_v **a** c_{Av} v čase 20 min c_{Av} z hodnoty 1 na 0.95 $mol\ l^{-1}$ v čase 40 min ϑ_v z hodnoty 350 na 340 K.



Obr. 38. Simulačná schéma použitá na riadenie chemického prietokového reaktora.

6.8 Vyhodnotenie získaných výsledkov

Na vyhodnotenie kvality riadenia pre navrhnuté PI regulátory použijem integrálne kritérium, kedy sa minimalizuje odchýlka medzi žiadanou a regulovanou veličinou a to funkciou $f_k = |e(t)|$ (IAE = integral absolute value of error)

$$IAE = \int_0^\infty |e(t)|\, dt \tag{6.53}$$

Porovnanie priebehov regulácie reaktora pri zmene žiadanej hodnoty a výskyte porúch zo všetkými kombináciami neurčitých parametrov som robil pomocou ukazovateľa kvality IAE v Tab. 5-8 sú hodnoty IAE získané pre regulačný pochod z najmenším IAE a z najväčším IAE.

Pri zmene žiadanej veličiny o 3% som získal hodnoty IAE všetkých navrhnutých regulátorov a zapísal ich do Tab.5.

Tab. 5. Hodnoty IAE pre všetky štyri PI regulátory pri kladnom skoku žiadanej veličiny.

IAE	klasický PI	$\xi = 0.7$	$\xi = 0.5$	$\xi = 0.3$
min. IAE	90.32	9.26	10.35	9.65
max. IAE	155.00	15.88	17.70	16.55

Pri zmene žiadanej veličiny o -3% som získal hodnoty IAE všetkých navrhnutých regulátorov a zapísal ich do Tab.6. Pre klasický PI regulátor som musel robiť zmenu žiadanej veličiny o -2%, inak nie je schopný dosiahnuť stabilitu systémov.

Tab. 6. Hodnoty IAE pre všetky štyri regulátory pri zápornom skoku žiadanej veličiny.

IAE	klasický PI	$\xi = 0.7$	$\xi = 0.5$	$\xi = 0.3$
min. IAE	99.65	7.01	7.86	7.35
max. IAE	104.30	13.70	15.35	14.57

Pri zmene vstupnej koncentrácie na 1.05 a zmene teploty reakčnej zmesi na 360 a zmene žiadanej veličiny o 3% som získal hodnoty IAE všetkých navrhnutých regulátorov a zapísal ich do Tab. 7.

Tab. 7. Hodnoty IAE pre všetky štyri regulátory pri kladnej zmene žiadanej veličiny a porúch.

IAE	klasický PI	$\xi = 0.7$	$\xi = 0.5$	$\xi = 0.3$
min. IAE	154.40	15.85	17.75	16.20
max. IAE	222.60	23.03	25.62	23.85

Pri zmene vstupnej koncentrácie na 0.95 a zmene teploty reakčnej zmesi na 340 a zmene žiadanej veličiny o -3% som získal hodnoty IAE všetkých navrhnutých regulátorov a zapísal ich do Tab.8. Pre klasický PI regulátor som musel robiť zmenu žiadanej veličiny o -1%, inak nie je schopný dosiahnuť stabilitu systémov.

Tab. 8. Hodnoty IAE pre všetky štyri regulátory pri zápornej zmene žiadanej veličiny a porúch.

IAE	klasický PI	$\xi = 0.7$	$\xi = 0.5$	$\xi = 0.3$
min. IAE	91.52	13.90	15.54	14.32
max. IAE	160.30	20.52	23.28	21.82

Ako vidieť najvhodnejší regulátor je robustný regulátor kde $\xi = 0.7$ a má najnižšie hodnoty IAE, a najmenej vhodný regulátor je klasický PI regulátor navrhnutý metódou umiestnenia pólov.

7 Záver

V súlade so zadanými cieľmi diplomovej práce som odvodil nelineárny matematický model, ktorý bol po linearizácii prevedený na stavový opis, potrebný na získanie nominálneho a ďalších prenosov. V dôsledku že sa vyskytli dva neurčité parametre získal som 4 ďalšie modely, spolu 5. Výskytom neurčitostí jeden matematický model je nestabilný. Pre návrh robustného regulátora som použil metódu pre syntézu robustného regulátora pre systém s intervalovou neurčitosťou v kombinácii s metódou umiestnenia pólov. Kde som volil rôzny koeficient tlmenia ξ. Tiež som použil aj klasickú metódou umiestnenia pólov. Sledoval som ako sú schopné navrhnuté regulátory odstrániť vplyv poruchy, a zabezpečiť dosiahnutie meniacej sa žiadanej veličiny. Všetky robustné regulátory zabezpečili dosiahnutie požadovanej veličiny, ktorú predstavuje zvolená teplota reakčnej zmesi v reaktore. Regulátor navrhnutý metódou umiestnenia pólov nebol schopný uriadiť reaktor pri všetky hodnotách neurčitých koeficientov. Na zlepšenie takéhoto regulátora môžeme voliť iné póly, alebo inú metódu pri návrhu.

Zoznam obrázkov

Zoznam tabuliek

Zoznam symbolov a skratiek

δ	vektor parametrických neurčitostí
Δ	neurčitosť
R^n	n - rozmerná množina reálnych čísel
G_p	prenos daného systému
G_R	prenos regulátora
σ_{max}	maximálne preregulovanie
$a_n...a_0$	koeficienty charakteristickej rovnice
Z_r	zosilnenie regulátora (proporcionálna zložka regulátora)
I	integračná zložka regulátora
T_I	integračná časová konštanta regulátora
$G(s,q_c)$	prenos s neurčitým parametrom q_c
$b(s,q_c)$	čitateľ intervalového prenosu
$a(s,q_c)$	menovateľ intervalového prenosu
$p(s,q_c)$	charakteristický polynóm s neurčitým parametrom q
$p_o(s)$	stabilný polynóm (časť charakteristického polynómu)
q_c	meniaci sa parameter neurčitosti v nejakom rozsahu
Ω	interval stability
$\lambda^+_{\max}$	maximálne kladné reálne vlastné číslo
$\lambda^-_{\min}$	minimálne záporné reálne vlastné číslo
$H(p_o)$	Hurwitzova matica polynómu p_o
a(s)	intervalový polynóm
a_n^-	dolná hodnota pre koeficient n- tého stupňa intervalového polynómu
a_0^+	horná hodnota pre koeficient n- tého stupňa intervalového polynómu
a_m	polynóm s koeficientmi definujúcimi spodnú hranicu intervalového polynómu
a_p	polynóm s koeficientmi definujúcimi hornú hranicu intervalového polynómu
$k_1...k_4$	Charitonovove polynómy
y(s)	čitateľ prenosu regulátora

x(s) menovateľ prenosu regulátora

$N(s,b)$ intervalový polynóm skladajúci sa s koeficientov b_i

$D(s,a)$ intervalový polynóm skladajúci sa s koeficientov a_i

F_k zadefinovaná premenná pre jednoduchší výpočet ako aj ďalšie premenné (I_k ,H_k ,G_k ,J_l ,K_l)

A reaktant v chemickej reakcii

B produkt chemickej reakcii

$\dot{\xi}_{v1}$ reakčná objemová rýchlosť

k_1 rýchlostná konštanta

c_A molárna koncentrácia na výstupe z reaktora

c_{Av} molárna koncentrácia na vstupe do reaktora

V objem reakčnej zmesi v reaktore

q objemový prietok reakčnej zmesi

ϑ teplota reakčnej zmesi na výstupe z reaktora

ϑ_v teplota reakčnej zmesi na vstupe do reaktora

F súčiniteľ prestupu tepla

k_0 predexponenciálny faktor

E/R redukovaná aktivačná energia

ΔH reakčná entalpia

ρ hustota reakčnej zmesi

C_p tepelná kapacita reakčnej zmesi

ϑ_c teplota chladiaceho média

ϑ^s ustálená teplota reakčnej zmesi v reaktora

k_0^+ horná hodnota predexponenciálneho faktora

k_0^- dolná hodnota predexponenciálneho faktora

ΔH^+ horná hodnota reakčnej entalpie

ΔH^- horná hodnota reakčnej entalpie

$\dot{Q}_{gen}$ teplo generované chemickou reakciou

$\dot{Q}_{od}$ teplo odvedené chemickou reakciou

G(s) nominálny prenos chemického reaktora

$G_1(s)$... $G_4(s)$ prenosy chemického reaktora pre všetky kombinácie neurčitých parametrov

$s_1 ... s_3$ póly volené a dopočítané pre výpočet regulátora

ω frekvencia

ξ koeficient tlmenia

t *čas*

dt časová zmena

f_k funkcia pre integrálne kritérium kvality riadenia

e(t) odchýlka medzi žiadanou a regulovanou veličinou v čase t

Zoznam použitej literatúry

[1] Barmish, B. R.: New tools for Robustness of Linear Systems. New York: Macmillan Publishing Company, 1994, 394 s.

[2] Mikleš, J., Fikar, M.: Modelovanie, identifikácia a riadenie procesov I. STU,Bratislava 1999, 192 s.

[3] Bakošová, M., Fikar, M., Čirka, Ľ.: Základy automatizácie. STU, Bratislava 2003, 153 s.

[4] Hurák, Z., Hrončík, M.: Učebné texty. ČVUT, Praha 2004, 1-28 s.

[5] Bakošová M.,Vaneková K., Závacká J.: Robust PI controller design for time delay systems. Department of Information Engineering and Process Control, Institute of Information Engineering, Automation and Mathematics, Faculty of Chemical and Food Technology, Slovak University of Technology in Bratislava, 6s, 2009.

[6] Mištec P.: Robustné riadenie prietokového chemického reaktora, Bakalárska práca, FCHPT Bratislava 2005,35 s.

[7] Puna D.: Robustné riadenie chemických reaktorov, Dizertačná práca, Bratislava 2009, 132 s.

[8] Matušu R., Prokop R.: Robust Control of Systems with Parametric Uncertainty: An Algebraic Approach, Zlín,Czech Republic 2007, 170 s.

Prílohy

Príloha 1.

S-Funkcia s názvom reakpor :

```
function [sys,x0,str,ts] = spojs(t,x,u,flag)
q=100;%l.min-1
caf=1;%mol.l-1
tf=350;%K
v=100;%l
ua=5e4;%J.min-1.K-1
k0=7.2e10;%min-1
elr=8750;%K
dh=-5e4;%J.mol-1
ro=1000;%g.l-1
cp=0.239;%J.g-1.K-1
%tc=311.1;%K
%ca=9.3413e-2;%mol.l-1
%t=385;%K
cas=9.3413e-2;ts=385;
switch flag,
case 0
  [sys,x0,str,ts] = mdlInitializeSizes(cas,ts); % inicializacia
case 1
  sys = mdlDerivatives(t,x,u,q,v,caf,k0,elr,dh,ro,cp,ua,tf); % vypocet derivacii
case 3
  sys = mdlOutputs(t,x,u); % vypocet vystupov
case {2, 4, 9}
  sys = [];
otherwise
  error(['unhandled flag = ',num2str(flag)]);
```

```
end;
function [sys,x0,str,ts] = mdlInitializeSizes(cas,ts)
sizes = simsizes;
sizes.NumContStates  = 2; % pocet spojitych stavov
sizes.NumDiscStates  = 0; % pocet diskretnych stavov
sizes.NumOutputs     = 1; % pocet vystupov
sizes.NumInputs      = 1; % pocet vstupov
sizes.DirFeedthrough = 1; % = 0 v pripade, ze vystupy su definovane len pomocou stavov, inak =1
sizes.NumSampleTimes = 1; % 1 pre spojite systemy
sys = simsizes(sizes);
x0=[cas ts]; % zaciatocne podmienky pre dif. rovnice
str = []; % str je prazdna matica
ts = [0 0]; % velkost periody vzorkovania, pre spojite systemy 0 0
function sys = mdlDerivatives(t,x,u,q,v,caf,k0,elr,dh,ro,cp,ua,tf) % do tejto funkcie vkladame vlastne udaje - rovnice dynamiky
if t<10
  caf=1;
else
  caf=1.1;
end
sys(1) =q/v*(caf-x(1))-k0*exp(-elr/x(2))*x(1);
sys(2) =q/v*(tf-x(2))-dh/(ro*cp)*k0*exp(-elr/x(2))*x(1)+ua/(v*ro*cp)*(u-x(2));
function sys = mdlOutputs(t,x,u) % do tejto funkcie vkladame vlastne udaje - rovnice vystupu
sys=x(2);
```

Príloha 2.

Program na návrh robustného regulátora pre dané parametre prenosov pomocou grafického zobrazenia:

```
w=(0:0.1:15);
a1=8.7924;
a01=43.2559;
b1=2.0921;
b01=37.5555;
a2=0.3368;
a02=12.8857;
b02=15.6409;
a3=5.9714;
a03=34.3441;
b03=31.4647;
a4=-0.9461;
a04=8.2712;
b04=12.3094;
an=2.6178;
a0n=21.9567;
b0n=22.4310;
I1=(b1*w.^5-a01*b1*w.^3+b01*a1*w.^3)./(b1^2*w.^3+b01^2*w);
Z1=(b01*I1-w.^2*a1)./(b1*w.^2);
Ti1=Z1./I1;
Z2=((-a1*b1*w.^3+b01*w.^3-b01*a01*w)./(b1^2*w.^3+b01^2*w));
I2=(b1*w.^5-a01*b1*w.^3+b01*a1*w.^3)./(b1^2*w.^3+b01^2*w);
Ti2=Z2./I2;
Z22=((-a2*b1*w.^3+b02*w.^3-b02*a02*w)./(b1^2*w.^3+b02^2*w));
I22=(b1*w.^5-a02*b1*w.^3+b02*a2*w.^3)./(b1^2*w.^3+b02^2*w);
Ti22=Z22./I22;
Z3=((-a3*b1*w.^3+b03*w.^3-b03*a03*w)./(b1^2*w.^3+b03^2*w));
I3=(b1*w.^5-a03*b1*w.^3+b03*a3*w.^3)./(b1^2*w.^3+b03^2*w);
Ti3=Z3./I3;
Z4=((-a4*b1*w.^3+b04*w.^3-b04*a04*w)./(b1^2*w.^3+b04^2*w));
I4=(b1*w.^5-a04*b1*w.^3+b04*a4*w.^3)./(b1^2*w.^3+b04^2*w);
Ti4=Z4./I4;
Zn=((-an*b1*w.^3+b0n*w.^3-b0n*a0n*w)./(b1^2*w.^3+b0n^2*w));
In=(b1*w.^5-a0n*b1*w.^3+b0n*an*w.^3)./(b1^2*w.^3+b0n^2*w);
Tin=Zn./In;
ksi=0.7;
w0=(0:0.1:15);
bn=2.0921;
b0n=22.4310;
an=2.6178;
a0n=21.9567;
kn=(2*ksi*b0n./w0-bn-b0n^2./(w0.^2*bn));
Inn=a0n./kn+(2*ksi*w0*b0n)./(bn*kn)-(an*b0n)./(bn*kn)-w0.^2./kn;
alfan=(b0n*Inn)./w0.^2;
zrn=(2*ksi*w0+(b0n*Inn)./w0.^2-an)/bn;
b1=2.0921;
b01=37.5555;
a1=8.7924;
a01=43.2559;
k1=(2*ksi*b01./w0-b1-b01^2./(w0.^2*b1));
I11=a01./k1+(2*ksi*w0*b01)./(b1*k1)-(a1*b01)./(b1*k1)-w0.^2./k1;
alfa1=(b01*I11)./w0.^2;
zr1=(2*ksi*w0+(b01*I11)./w0.^2-a1)/b1;
b2=2.0921;
b02=15.6409;
a2=0.3368;
```

```
a02=12.8857;
k2=(2*ksi*b02./w0-b2-b02^2./(w0.^2*b2));
I222=a02./k2+(2*ksi*w0*b02)./(b2*k2)-(a2*b02)./(b2*k2)-w0.^2./k2;
alfa2=(b02*I222)./w0.^2;
zr2=(2*ksi*w0+(b02*I222)./w0.^2-a2)/b2;
b3=2.0921;
b03=31.4647;
a3=5.9714;
a03=34.3441;
k3=(2*ksi*b03./w0-b3-b03^2./(w0.^2*b3));
I33=a03./k3+(2*ksi*w0*b03)./(b3*k3)-(a3*b03)./(b3*k3)-w0.^2./k3;
alfa3=(b03*I33)./w0.^2;
zr3=(2*ksi*w0+(b03*I33)./w0.^2-a3)/b3;
b4=2.0921;
b04=12.3094;
a4=-0.9461;
a04=8.2712;
k4=(2*ksi*b04./w0-b4-b04^2./(w0.^2*b4));
I44=a04./k4+(2*ksi*w0*b04)./(b4*k4)-(a4*b04)./(b4*k4)-w0.^2./k4;
alfa4=(b04*I44)./w0.^2;
zr4=(2*ksi*w0+(b04*I44)./w0.^2-a4)/b4;
figure(1)
plot(Zn,In,'k',Z2,I2,'b',Z22,I22,'g',Z3,I3,'m',Z4,I4,'r')
ylabel('I')
xlabel('Zr')
legend('Gn','G1','G2','G3','G4')
figure(3)
plot(zrn,Inn,'k',zr1,I11,'b',zr2,I222,'g',zr3,I33,'m',zr4,I44,'r',Zn,I
n,'k',Z2,I2,'b',Z22,I22,'g',Z3,I3,'m',Z4,I4,'r')
ylabel('I')
xlabel('Zr')
legend('Gn','G1','G2','G3','G4')
```