

Ján Mikleš
Miroslav Fikar

Modelovanie, identifikácia a riadenie procesov I

**Modely a dynamické charakteristiky
spojitých procesov**

STU Bratislava

Publikácia sa zaoberá matematickým modelovaním, dynamickými vlastnosťami a dynamickými charakteristikami procesov. Určená je graduovaným študentom, môže však poslúžiť aj iným záujemcom, ktorí sa zúčimajú o modelovanie, identifikáciu a riadenie procesov.

Pripravené s podporou projektu TEMPUS, S_JEP-11366-96, FLACE – STU Bratislava, TU Košice, UMB Banská Bystrica, ZU Žilina

© Prof. Ing. Ján Mikleš, DrSc., Dr.-Ing. Miroslav Fikar

Lektori: Prof. Ing. M. Alexík, CSc.
Doc. RNDr. A. Lavrin, CSc.

Publikácia neprešla redakčnou úpravou

Vydala Slovenská Technická Univerzita v Bratislave vo Vydavateľstve STU, Bratislava, Vazovova 5, 1999.

ISBN 80-227-1289-2

Predslov

Predkladaná publikácia je prvou časťou knihy, ktorá pojednáva o modelovaní, identifikácii a riadení spojitých procesov. V tejto časti sa zaoberá matematickým modelovaním procesov, dynamickými vlastnosťami procesov a dynamickými charakteristikami procesov. Ďalšie časti sa budú zaoberať identifikáciou, optimálnym a adaptívnym riadením.

Potreba skúmania dynamických charakteristík procesov vychádza z potreby ich použitia pri riadení procesov.

Pokiaľ ide o procesy a systémy, poznáme okrem spojitých systémov aj systémy s diskretnými udalosťami, systémy hromadnej obsluhy, logické systémy, manažerské systémy, dopravné systémy atď. Pre diskretné systémy sa používajú techniky diskrétného modelovania a simulácie. Predkladaná publikácia si však nerobí nároky vysvetľovať problematiku do takejto šírky, a preto sa pod pojmom proces chápe spojitý proces a modelovanie procesov reprezentuje matematické modelovanie spojitého procesu.

Cieľom začiatkových kapitol je ilustrovať prípravu matematických modelov pre návrhy riadenia procesov. Podrobne sa vysvetľujú modely základných typov procesov, ich stavové a vstupno-výstupné reprezentácie.

V časti dynamické charakteristiky procesov sa podrobne skúmajú odozvy procesov na jednotkový impulz, na jednotkový skok, na frekvenčný signál a na náhodný vstup.

Autori ďakujú lektorom prof. Ing. M. Alexíkovi, CSc. a doc. Ing. A. Lavrinovi, CSc. za cenné návrhy a poznámky, ktoré prispeli k zlepšeniu kvality diela. Autori tiež ďakujú Ing. Ľ. Čirkovi, Ing. Š. Kožkovi, Ing. F. Jelenčiakovi a Ing. J. Dzivákovi za pripomienky k rukopisu diela, ktoré pomohli odstrániť niektoré chyby a nedostatky a Ing. D. Lázníčkovej za napísanie rukopisu. Nakoniec vďaka patrí Doc. Ing. M. Hubovi, CSc., ktorý pomohol organizačne zabezpečiť vydanie tejto publikácie.

Bratislava, apríl 1999

J. Mikleš
M. Fikar

O autoroch

J. Mikleš získal titul Ing. na Strojníckej fakulte Slovenskej Technickej Univerzity (STU) v roku 1961. STU mu udelila titul PhD. a DrSc. Od roku 1988 je profesorom na Chemickotechnologickej fakulte STU. V roku 1968 získal štipendium Humboldtovej nadácie. Okrem pôsobenia na STU pôsobil aj na Technische Hochschule Darmstadt, Ruhr Universität Bochum, University of Birmingham a iných.

Prof. Mikleš publikoval v časopisoch a zborníkoch viac ako 200 prác. Je autorom a spoluautorom štyroch kníh. 36 rokov pôsobí na vysokej škole pri výchove inžinierov a doktorandov v oblasti riadenia procesov. Vo vedeckovýskumnej oblasti sa zaoberá riadením procesov, identifikáciou a adaptívnym riadením.

Prof. Mikleš aktívne spolupracuje s priemyslom. Bol predsedom Slovenskej spoločnosti pre kybernetiku a informatiku, ktorá je členom IFAC (International Federation of Automatic Control). Pôsobil ako predseda resp. člen programových výborov medzinárodných konferencií.

M. Fikar získal titul Ing. na Chemickotechnologickej fakulte Slovenskej Technickej Univerzity (STU) v roku 1989 a titul Dr. v roku 1994. Od skončenia univerzity je na Katedre automatizácie CHTF STU ako odborný asistent. Popri tom pôsobil aj na Technical University Lyngby, Technische Universität Dortmund, CRNS-ENSIC Nancy a iných.

Publikačná činnosť Dr. Fikara zahŕňa vyše 60 prác a je spoluautorom jednej knihy. Vo svojej vedeckovýskumnej práci sa zaoberá prediktívnym riadením, prítomnosťou obmedzení v systémoch, identifikáciou, optimalizáciou a riadením chemickotechnologických procesov.

Obsah

1	Úvod	13
1.1	Modelovanie a problematika riadenia procesov	13
1.2	Proces, dynamika procesov a ich riadenie	14
1.2.1	Proces	14
1.2.2	Ustálený stav	15
1.2.3	Riadenie procesu	16
1.2.4	Dynamické vlastnosti procesu	16
1.2.5	Spätnoväzbové riadenie procesu	16
1.2.6	Prechodové javy pri spätnoväzbovom riadení	17
1.2.7	Bloková schéma	19
1.2.8	Dopredné riadenie	20
1.3	Literatúra	20
2	Matematické modelovanie procesov	23
2.1	Všeobecné princípy matematického modelovania	23
2.2	Príklady matematických modelov dynamiky spojitých procesov	25
2.2.1	Prietochné procesy s jednoduchou akumuláciou	26
2.2.2	Procesy prestupu tepla	28
2.2.3	Procesy prestupu látky	35
2.2.4	Chemické a biochemické reaktory	39
2.3	Všeobecný model procesov	41
2.4	Linearizácia	46
2.5	Systém, klasifikácia systémov	51
2.6	Literatúra	52
2.7	Úlohy	54
3	Dynamické vlastnosti procesov	59
3.1	Laplaceova transformácia	59
3.1.1	Definícia Laplaceovej transformácie	59
3.1.2	Laplaceove obrazy elementárnych funkcií	60
3.1.3	Vlastnosti Laplaceovej transformácie	63
3.1.4	Spätná Laplaceova transformácia	68
3.1.5	Riešenie lineárnych diferenciálnych rovníc pomocou Laplaceovej transformácie	70
3.2	Stavové rovnice a ich riešenie	74
3.2.1	Koncept stavu	74
3.2.2	Riešenie stavových rovníc	74
3.2.3	Riešenie stavových rovníc pre mnohorozmerový prípad	76

3.2.4	Kanonická transformácia	77
3.2.5	Stabilita, riaditeľnosť a pozorovateľnosť spojitých systémov	78
3.2.6	Kanonický rozklad	89
3.3	Vstupno-výstupné modely procesov	90
3.3.1	Lineárne spojité systémy s konštantnými koeficientmi s jedným vstupom a s jedným výstupom – prenosové funkcie	90
3.3.2	Prenosové funkcie systémov s dopravným oneskorením	100
3.3.3	Algebra prenosových funkcií jednorozmerových systémov	102
3.3.4	Vstupno-výstupný model mnohorozmerových systémov – matica prenosov	106
3.3.5	BIBO stabilita	109
3.3.6	Transformácia vstupno-výstupného modelu na stavový model . . .	110
3.3.7	Vstupno-výstupný model mnohorozmerových systémov – polynomicke maticové zlomky	113
3.4	Literatúra	118
3.5	Úlohy	119
4	Dynamické charakteristiky procesov	123
4.1	Časové odozvy na jednotkový impulz a skok	123
4.1.1	Odozva systému na jednotkový impulz	123
4.1.2	Odozva systému na jednotkový skok	124
4.2	Simulácie na počítačoch	131
4.2.1	Eulerova metóda	131
4.2.2	Metóda Runge-Kutta	133
4.2.3	Metóda Runge-Kutta pre sústavu diferenciálnych rovníc	134
4.2.4	Časové odozvy prietokových procesov s jednoduchou akumuláciou .	139
4.2.5	Časové odozvy prietokového chemického reaktora s miešaním . . .	141
4.3	Frekvenčné prenosy a charakteristiky	149
4.3.1	Odozva výmenníka tepla na harmonicky premennú vstupnú veličinu	149
4.3.2	Definícia frekvenčných prenosov a charakteristík	153
4.3.3	Frekvenčné charakteristiky systému prvého rádu	157
4.3.4	Frekvenčná charakteristika vlastného systému druhého rádu	159
4.3.5	Frekvenčné charakteristiky integračného člena	161
4.3.6	Frekvenčné charakteristiky v sérii zapojených systémov	162
4.4	Štatistické charakteristiky dynamických systémov	163
4.4.1	Základné pojmy teórie pravdepodobnosti	165
4.4.2	Náhodné veličiny	166
4.4.3	Náhodné procesy	172
4.4.4	Biely šum	177
4.4.5	Odozva lineárneho systému na náhodný vstup	179
4.4.6	Analýza lineárneho systému vo frekvenčnej oblasti	182
4.4.7	Analýza systému prvého rádu s náhodným vstupom	184
4.5	Literatúra	185
4.6	Úlohy	187
	Register	189

Zoznam obrázkov

1.2.1	Jednoduchý výmenník tepla.	15
1.2.2	Odozva procesu prestupu tepla na skokovú zmenu poruchovej veličiny pri spätnoväzbovom riadení proporcionálnym regulátorom.	18
1.2.3	Schéma spätnoväzbového riadenia teploty v jednoduchom výmenníku tepla.	19
1.2.4	Bloková schéma spätnoväzbového riadenia teploty v jednoduchom výmenníku tepla.	20
2.2.1	Zásobník kvapaliny.	26
2.2.2	Zásobníky kvapaliny s interakciou.	27
2.2.3	Schéma plášťového výmenníka ohrievaného parou.	29
2.2.4	Séria výmenníkov tepla.	31
2.2.5	Výmenník tepla rúrka v rúrke s priebehmi teplôt po dĺžke výmenníka v ustálenom stave.	32
2.2.6	Priebeh zmien teploty ϑ v elemente dĺžky $d\sigma$ v čase dt	32
2.2.7	Tyč.	34
2.2.8	Principiálna schéma náplňovej protiprúdovej absorpčnej kolóny.	35
2.2.9	Schéma rektifikačnej kolóny	37
2.2.10	Situácia na i -tej etáži.	38
2.2.11	Prietokový chemický reaktor s miešaním.	40
2.5.1	Klasifikácia dynamických systémov.	53
2.7.1	Zásobník kvapaliny, ktorý má tvar kuželu.	55
2.7.2	Výmenník tepla s dokonalým miešaním.	55
2.7.3	Zásobník s miešaním.	56
2.7.4	Séria dvoch prietokových chemických reaktorov.	57
2.7.5	Zásobník plynu.	57
3.1.1	Skoková funkcia	61
3.1.2	Znázornenie oneskorenej funkcie	66
3.1.3	Pravouhlý impulz	67
3.2.1	Proces miešania	75
3.2.2	U-rúrka	81
3.2.3	Časová odozva U-rúrky na začiatočnú podmienku $\mathbf{x}(0) = (1, 0)^T$	82
3.2.4	Krivky konštantných energií a stavová trajektória vlastného systému druhého rádu (U-rúrky) v stavovej rovine	83
3.2.5	Kanonický rozklad.	90
3.3.1	Bloková schéma systému, ktorého prenos je $G(s)$	91
3.3.2	Dva zásobníky zapojené za sebou.	92
3.3.3	Bloková schéma dvoch zásobníkov kvapaliny zapojených za sebou.	94

3.3.4	Sériové zapojenie n zásobníkov kvapaliny.	96
3.3.5	Bloková schéma sériového zapojenia n zásobníkov kvapaliny.	96
3.3.6	Zjednodušená blokovaná schéma sériového zapojenia n zásobníkov kvapaliny.	97
3.3.7	Bloková schéma plášťového výmenníka tepla.	98
3.3.8	Upravená blokovaná schéma plášťového výmenníka tepla.	98
3.3.9	Bloková schéma výmenníka tepla rúrka v rúrke.	103
3.3.10	Sériové zapojenie.	103
3.3.11	Paralelné zapojenie.	103
3.3.12	Spätnoväzbové zapojenie.	104
3.3.13	Premiestnenie miesta rozvetvenia proti smeru prechádzajúceho signálu.	105
3.3.14	Premiestnenie miesta rozvetvenia v smere prechádzajúceho signálu.	105
3.3.15	Premiestnenie miesta sumácie v smere prechádzajúceho signálu.	106
3.3.16	Premiestnenie miesta sumácie proti smeru prechádzajúceho signálu.	106
3.3.17	Bloková schéma riaditeľného kanonického tvaru systému	111
3.3.18	Bloková schéma riaditeľného kanonického tvaru systému druhého rádu.	112
3.3.19	Bloková schéma pozorovateľného kanonického tvaru systému.	113
4.1.1	Impulzná charakteristika statického systému prvého rádu.	125
4.1.2	Prechodová charakteristika statického systému prvého rádu.	126
4.1.3	Prechodové charakteristiky statického systému prvého rádu s časovými konštantami T_1, T_2, T_3	126
4.1.4	Prechodové charakteristiky vlastného systému druhého rádu pri rôznych hodnotách koeficientu tlmenia.	129
4.1.5	Prechodové charakteristiky n jednorozmerových statických systémov prvého rádu zapojených za sebou pre $n = 1, 2, 3, 4$	130
4.1.6	Bloková schéma statického systému n -tého rádu s dopravným oneskorením.	130
4.1.7	Prechodová charakteristika statického systému prvého rádu s dopravným oneskorením.	130
4.1.8	Prechodová charakteristika systému druhého rádu, ak $B(s) = b_1s + b_0$	131
4.2.1	SIMULINK program riešenia diferenciálnej rovnice z príkladu 4.2.1.	138
4.2.2	Riešenie diferenciálnej rovnice z príkladu 4.2.1.	139
4.2.3	SIMULINK program, ktorý využíva program <code>hs1om.m</code> ako S-funkciu na riešenie diferenciálnej rovnice (4.2.43).	140
4.2.4	Odozva zásobníka kvapaliny na skokovú zmenu prietoku q_0	141
4.2.5	SIMULINK program, ktorý využíva súbor <code>rea7m.m</code> ako S-funkciu na riešenie diferenciálnych rovníc (4.2.67)–(4.2.69)	146
4.2.6	Odozva prietokového chemického reaktora s miešaním (x_1 -bezrozmerová koncentrácia na výstupe z reaktora v odchýlkovom tvare) na skokovú zmenu objemového prietoku chladiacej látky.	149
4.2.7	Odozva prietokového chemického reaktora s miešaním (x_2 -bezrozmerová teplota reakčnej zmesi na výstupe z reaktora v odchýlkovom tvare) na skokovú zmenu objemového prietoku chladiacej látky.	150
4.2.8	Odozva prietokového chemického reaktora s miešaním (x_3 -bezrozmerová teplota chladiacej látky v odchýlkovom tvare) na skokovú zmenu objemového prietoku chladiacej látky.	150
4.3.1	Priebehy veličín $u(t)$ a $y(t)$ podľa rovníc (4.3.3) a (4.3.13).	152
4.3.2	Nyquistov diagram plášťového výmenníka tepla.	156
4.3.3	Bodeho diagram plášťového výmenníka tepla.	157
4.3.4	Asymptoty amplitúdovej logaritmickkej frekvenčnej charakteristiky systému prvého rádu s prenosom (4.3.2).	158

4.3.5	Náhrada fázovej logaritmickkej frekvenčnej charakteristiky systému prvého rádu s prenosom (4.3.2) asymptotami a dotyčnicou v inflexnom bode.	159
4.3.6	Amplitúdová logaritmická frekvenčná charakteristika vlastného systému druhého rádu.	160
4.3.7	Bodeho diagram vlastného systému druhého rádu ($Z_1 = 1, T_k = 1$). . .	161
4.3.8	Nyquistov diagram integračného člena.	162
4.3.9	Bodeho diagram integračného člena.	163
4.3.10	Nyquistov diagram systému z príkladu 4.3.2.	164
4.3.11	Bodeho diagram systému z príkladu 4.3.2.	164
4.4.1	Grafické znázornenie zákona rozdelenia diskkrétnej náhodnej veličiny a zodpovedajúcej distribučnej funkcie	166
4.4.2	Priebeh distribučnej funkcie spojitej náhodnej veličiny a zodpovedajúcej hustoty pravdepodobnosti	168
4.4.3	Realizácie náhodného procesu.	171
4.4.4	Výkonová spektrálna hustota a autokorelačná funkcia bieleho šumu . .	178
4.4.5	Výkonová spektrálna hustota a autokorelačná funkcia	179
4.4.6	Bloková schéma systému, ktorého prenos je $G(s)$	183

Zoznam tabuliek

3.1.1	Slovník časových funkcií a ich Laplaceových obrazov	64
4.2.1	Výsledky riešenia príkladu 4.2.1.	138
4.3.1	Chyby logaritmickej frekvenčnej charakteristiky pri jej náhrade asymptotami.	158

Kapitola 1

Úvod

Táto kapitola je úvodom do modelovania a dynamických vlastností spojitých procesov. Cieľom je ukázať, prečo sa matematické modelovanie procesov robí a zdôrazniť jeho dôležitosť pri riadení procesov a návrhu moderných technológií. Na jednoduchom príklade riadenia procesu sú vysvetlené základné pojmy a problémy riadenia procesov a ich súvislosti s modelovaním.

1.1 Modelovanie a problematika riadenia procesov

Spojité technológie sú zložené z jednotkových procesov, ktoré sú racionálne usporiadané a prepojené tak, aby sa čo najefektívnejšie získal vyžadovaný produkt s určitými vstupmi do technológie.

Prvoradou požiadavkou prevádzky technológie je požiadavka bezpečnej prevádzky. Prevádzka technológie musí zohľadňovať vyžadované množstvo a kvalitu finálneho produktu, požiadavky životného prostredia, rôzne technické a prevádzkové obmedzenia, podmienky trhu atď. Prevádzkové podmienky určuje požiadavka minimálnej prevádzkovej ceny resp. maximálneho zisku.

Riadiaci systém je súčasťou technológie a v rámci celej technológie je akýmsi garantom splnenia vyššie uvedených požiadaviek. Riadiaci systém ako celok tvoria technické zariadenia a ľudský faktor. Od riadenia systému sa vyžaduje

- potláčanie vplyvu porúch,
- zaistenie stability procesov,
- optimálna prevádzka procesov.

Riadenie vo všeobecnosti je cieľavedomé pôsobenie na riadený objekt (proces), ktoré zabezpečí dosiahnutie požadovaného cieľa. Aby sme zabezpečili bezpečnú a ekonomickú prevádzku technológie pri zohľadnení špecifikácie produktu a technických a iných obmedzení, je treba úlohy a problémy riadenia rozdeliť do podúloh a podproblémov až na stupeň riadenia jednotkových procesov.

Na najnižšom stupni riadenia sa môže realizovať časovo *spojité riadenie* niektorej meranej veličiny napr. teploty na *konštantnú hodnotu*. Na druhom stupni riadenia sa môže robiť *optimalizácia* procesu v statickom zmysle a to tak, že v určitých časových intervaloch sa hľadajú optimálne hodnoty niektorých veličín (prietokov, teplôt, atď.). Tieto sa prestavia a do nasledovného hľadania optimálnych hodnôt ostávajú konštantné.

Optimalizácia sa tiež môže na základe nejakého kritéria robiť v čase kontinuálne. Keďže jednotkové procesy sú navzájom rôznym spôsobom spojené, na treťom stupni sa ich činnosť *koordinuje*. Na najvyššom stupni riadenia, v našom prípade štvrtom, sa zohľadňuje *trh, surovinové možnosti* atď.

Fundamentálny spôsob riadenia procesov na najnižšej úrovni riadenia je *spätnoväzbové riadenie*. Pri tomto sa využíva informácia o výsledku realizovaných vstupných akčných zásahov na výpočet akčného signálu, t.j. informácia z výstupu procesu ide späť na vstup procesu.

V teórii a praxi sa stretávame s rôznymi ďalšími spôsobmi riadenia, napr. ovládaním. *Ovládanie* je riadenie, pri ktorom účinok riadenia neporovnávame s očakávaným výsledkom. Ak pri riadení neexistuje spätná väzba hovoríme o *otvorenom riadiacom obvode*. V prípade existencie spätnej väzby pri riadení hovoríme o *uzavretom riadiacom obvode*.

Návrh procesov pre „moderné“ technológie je rozhodujúci pre úspešnosť riadenia. Návrh musí byť taký, aby existovali „dostatočne veľké možnosti zmien“ za účelom riadenia. Riadiaci systém musí mať ponechanú možnosť prevádzkovať celú technológiu, alebo jednotkový proces vo vyžadovanom technologickom režime. Procesy musia byť „dobré“ riaditeľné a riadiaci systém musí mať o procese „dobré“ informácie, čo znamená, že pri návrhu procesu treba zohľadniť problematiku vhodného *merania* veličín. Využitie počítačov pri riadení procesov umožňuje v súčasnosti navrhnúť optimálnu štruktúru technológie na základe dopredu formulovaných požiadaviek. Projektanti „moderných“ technológií musia už pri návrhu technológií procesov zohľadniť aspekty riadenia.

Skúsenosti z praxe riadenia moderných technológií potvrdzujú, že je dôležité brať do úvahy dynamiku v správaní sa procesov a stále viac komplexných a zložitých riadiacich systémov. Riadiace centrum každej „modernej“ technológie je miesto, kde sa zhromažďujú informácie o prevádzke technológie, kde je možné byť v kontakte s technológiou (prostredníctvom klávesnice a obrazovky riadiaceho počítača) a z ktorého môžeme zasiahnuť do prevádzky technológie. Dobrá znalosť technológie a základov riadenia procesov je predpokladom kvalifikovaných ľudských zásahov do technológií prostredníctvom riadiaceho počítača za účelom optimálnej prevádzky.

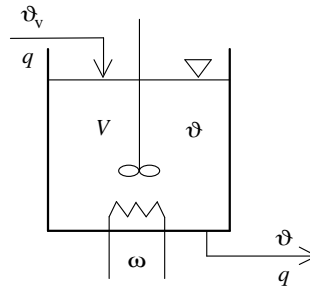
V tejto knihe, všetky úvahy o riadení procesov vychádzajú z *matematických modelov procesov*. Tieto modely môžu byť určené z fyzikálno-chemickej podstaty procesov, alebo môžu byť abstraktné. Skúmanie dynamických vlastností procesov ako aj celých systémov riadenia vyvoláva potrebu hľadať efektívne spôsoby riešenia diferenciálnych a diferenciálnych rovníc. Budú sa podrobne skúmať dynamické vlastnosti otvorených a uzavretých systémov.

1.2 Proces, dynamika procesov a ich riadenie

Problematiku dynamiky procesov a ich riadenia ukážeme na jednoduchom príklade. Cieľom je ukázať niekoľko základných princípov a problémov súvisiacich s riadením procesov.

1.2.1 Proces

Uvažujme výmenník tepla, ktorý je na obr. 1.2.1. Do výmenníka prúdi kvapalina s prítokom q a teplotou ϑ_v . Úlohou je ohriať kvapalinu na vyššiu teplotu ϑ_w . Predpokladáme, že tepelný tok z tepelného zdroja do ohrievanej kvapaliny je nezávislý od teploty kvapaliny a je závislý len od príkonu ohrevu ω . Predpokladáme dokonalé miešanie ohrievanej kvapaliny a nulové straty tepla do okolia. Zanedbáme akumulačnú schopnosť stien výmenníka. Zádrž vo výmenníku, prítok na vstupe a výstupe, hustota kvapaliny, špecifická



Obr. 1.2.1: Jednoduchý výmenník tepla.

tepelná kapacita kvapaliny sú konštantné. Teplota na výstupe z výmenníka tepla ϑ je rovnaká ako vo výmenníku. Dobre navrhnutý výmenník tepla je taký, ak teplota ϑ sa rovná teplote ϑ_w .

Proces prestupu tepla, ktorý sa realizuje vo výmenníku tepla bude pre nás objekt riadenia.

1.2.2 Ustálený stav

Teplota ϑ_v a tepelný príkon ω sú *vstupné veličiny* procesu. Teplota ϑ je *výstupná veličina* procesu. Je zrejmé, že každá zmena vstupných veličín ϑ_v a ω spôsobí zmenu výstupnej veličiny ϑ . Touto skutočnosťou je daný *směr prenosu informácií* procesu. Proces je v *ustálenom stave* ak sa vstupné a výstupné veličiny v čase t nemenia.

V ustálenom stave bilancia tepla procesu je v tvare

$$q\rho c_p(\vartheta^s - \vartheta_v^s) = \omega^s \quad (1.2.1)$$

kde ϑ^s je teplota kvapaliny na výstupe z výmenníka v ustálenom stave,

ϑ_v^s -teplota kvapaliny na vstupe na výmenníka v ustálenom stave,

ω^s -tepelný príkon v ustálenom stave,

q -objemový prietok kvapaliny,

ρ -hustota kvapaliny,

c_p -špecifická tepelná kapacita kvapaliny.

ϑ_v^s je očakávaná teplota na vstupe do výmenníka tepla. Pre vyhovujúci návrh teplota na výstupe z výmenníka tepla v ustálenom stave ϑ^s musí byť rovná žiadanej teplote ϑ_w . Teda môžeme písať

$$q\rho c_p(\vartheta_w - \vartheta_v^s) = \omega^s \quad (1.2.2)$$

Je zrejmé, že ak vstupná veličina procesu ω^s je konštantná a ak sa menia prevádzkové podmienky procesu, teplota ϑ sa zrejme odchyli od žiadanej teploty ϑ_w . V našom prípade zmena podmienok znamená zmenu vstupnej teploty ϑ_v . Vstupnú teplotu ϑ_v potom nazývame *poruchová veličina*. ϑ_w je *žiadaná veličina*.

Výmenník tepla musí byť navrhnutý tak, aby bolo možné meniť teplo potrebné na ohrievanie kvapaliny v rozsahu potrebnom na udržanie teploty ϑ na hodnote ϑ_w , alebo v okolí ϑ_w pre všetky možné prevádzkové podmienky procesu.

1.2.3 Riadenie procesu

Riadenie procesu prestupu tepla v našom prípade je cieľavedomé pôsobenie na proces tak, aby sme teplotu ϑ udržali pri zmene prevádzkových podmienok procesu na hodnote ϑ_w , alebo v okolí ϑ_w . Pôsobenie na proces sa realizuje prostredníctvom zmeny tepelného príkonu ω . Vstupnej veličine ω hovoríme *akčná veličina*. Ak vznikne odchýlka ϑ od ϑ_w , treba prostredníctvom akčnej veličiny ω zaistiť jej zmenšenie, alebo odstránenie. Túto činnosť môže realizovať človek na základe pozorovania teploty ϑ . Za týmto účelom musí byť vo výstupnom prúde z výmenníka umiestnený teplomer. Človek nie je schopný robiť vyššie uvedenú činnosť kvalitne. Úloha zmeny akčnej veličiny ω na základe vyhodnotenia odchýlky ϑ a ϑ_w môže byť realizovaná prostredníctvom strojového zariadenia automaticky. Tomuto spôsobu riadenia sa hovorí *automatické riadenie procesu*.

1.2.4 Dynamické vlastnosti procesu

Ak sa riadenie procesu realizuje automaticky, potom je potrebné dopredu určiť aké zmeny ω by sa mali urobiť v každej situácii, ktorá by mohla vzniknúť. Aby sme mohli dopredu určiť akčné rozhodnutie, je nevyhnutné mať znalosti o tom, ako sa mení teplota ϑ vo výmenníku pri zmenách ω a ϑ_v . Požiadavka znalosti *odozvy procesu* na zmenu akčnej a poruchovej veličiny je požiadavkou na znalosť *dynamických vlastností procesu*, teda na znalosť procesu v *neustálenom stave*. Bilanciu tepla procesu prestupu tepla za veľmi krátky čas Δt blížiaci sa k nule vyjadruje rovnica

$$(q\rho c_p \vartheta_v dt + \omega dt) - (q\rho c_p \vartheta dt) = (V \rho c_p d\vartheta) \quad (1.2.3)$$

kde V je objem kvapaliny vo výmenníku. Rovnicu (1.2.3) môžeme slovne vyjadriť

$$(\text{privedené teplo}) - (\text{odvedené teplo}) = (\text{akumulácia tepla})$$

Dynamické vlastnosti procesu prestupu tepla, ktorý sa realizuje vo výmenníku tepla podľa obr. 1.2.1 sú určené *diferenciálnou rovnicou*

$$V \rho c_p \frac{d\vartheta}{dt} + q\rho c_p \vartheta = q\rho c_p \vartheta_v + \omega \quad (1.2.4)$$

Rovnicu bilancie tepla v ustálenom stave (1.2.1) môžeme dostať z rovnice (1.2.4) tak, že v nej dosadíme $d\vartheta/dt = 0$. Použitie rovnice (1.2.4) ukážeme v ďalšom.

1.2.5 Spätnoväzbové riadenie procesu

Ako sme uvideli vyššie, riadenie procesu môže realizovať človek, alebo môže byť realizované automaticky pomocou *riadiaceho člena*. Riadiaci člen robí pri riadení v podstate to isté, ako by to robil človek až na to, že *riadiaci člen* robí riadenie exaktne, podľa určeného *zákona riadenia*. Riadiaci člen pri riadení (procesu prestupu tepla) využíva informáciu o teplote ϑ a o žiadanej teplote ϑ_w na nastavenie tepelného príkonu ω podľa dopredu určeného vzorca. Rozdiel medzi žiadanou teplotou ϑ_w a teplotou ϑ je *odchýlka riadenia*. Je zrejmé, že pri riadení máme záujem, aby odchýlka riadenia bola čo najmenšia. Úlohou je určiť zákon spätnoväzbového riadenia tak, aby sme odstránili, resp. zmenšili odchýlku riadenia podľa určitých kritérií optimálnym spôsobom. Zákon riadenia určuje štruktúru spätnoväzbového riadiaceho člena, ako aj jeho vlastnosti v rámci danej štruktúry.

Vyššie uvedené úvahy nás vedú k návrhu riadiaceho člena, ktorý by menil tepelný príkon priamoúmerne k odchýlke riadenia. Zákon riadenia takéhoto riadiaceho člena môžeme písať v tvare

$$\omega(t) = q\rho c_p (\vartheta_w - \vartheta_v^s) + Z_R (\vartheta_w - \vartheta(t)) \quad (1.2.5)$$

Jedná sa o *proporcionálne riadenie*. Riadiaci člen, ktorý realizuje proporcionálne riadenie, sa nazýva *proporcionálny regulátor*. Z_R je *zosilnenie proporcionálneho regulátora*. Proporcionálny regulátor udrží tepelný príkon zodpovedajúci ustálenému stavu tak dlho, pokiaľ sa teplota ϑ rovná žiadanej teplote ϑ_w . Odchýlenie sa teploty ϑ od žiadanej teploty ϑ_w spôsobí vznik nenulovej odchýlky riadenia a regulátor zmení proporcionálne tepelný príkon vzhľadom k tejto odchýlke. Pri odchýlení sa teploty ϑ od žiadanej teploty ϑ_w tak, že ϑ je väčšia ako ϑ_w proporcionálny regulátor tepelný výkon ω vzhľadom k ω^s zmenší. Pri odchýlení sa teploty ϑ tak, že ϑ je menšia ako ϑ_w tepelný príkon ω sa zväčší. Jedná sa teda o *zápornú spätnú väzbu*. Výstupná veličina procesu ϑ je pre riadiaci člen informáciou o procese. Táto informácia sa prostredníctvom riadiaceho člena dostane spätne na vstup procesu. Opísaný spôsob riadenia je *spätnoväzbové riadenie*. Kvalitu spätnoväzbového riadenia pri danej štruktúre proporcionálneho regulátora môžeme ovplyvniť voľbou zosilnenia Z_R . Ak v rovnici (1.2.5) zohľadníme rovnicu (1.2.2) potom táto bude mať tvar

$$\omega(t) = \omega^s + Z_R(\vartheta_w - \vartheta(t)) \quad (1.2.6)$$

1.2.6 Prechodové javy pri spätnoväzbovom riadení

Dosadením rovnice (1.2.6) do rovnice (1.2.4) dostaneme

$$V \rho c_p \frac{d\vartheta}{dt} + (q\rho c_p + Z_R)\vartheta = q\rho c_p \vartheta_v + Z_R \vartheta_w + \omega^s \quad (1.2.7)$$

Túto rovnicu môžeme upraviť do tvaru

$$\frac{V}{q} \frac{d\vartheta}{dt} + \frac{q\rho c_p + Z_R}{q\rho c_p} \vartheta = \vartheta_v + \frac{Z_R}{q\rho c_p} \vartheta_w + \frac{1}{q\rho c_p} \omega^s \quad (1.2.8)$$

$V/q = T_1$ má rozmer času a je to *časová konštanta* výmenníka. Jedná sa o čas, za ktorý sa výmenník naplní kvapalinou, ktorej prietok je q . O vstupnej teplote ϑ_v sme predpokladali, že je funkciou času t . V ustálenom stave vstupná teplota je ϑ_v^s a tepelný príkon v ustálenom stave ω^s , čo vyplýva práve z tejto vstupnej teploty. Z rovnice (1.2.8) vieme určiť, ako sa bude meniť teplota ϑ v čase t pri zmenách ϑ_v a ϑ_w . Predpokladajme, že proces je pomocou spätnej väzby riadený tak, že sa nachádza dlhý čas v ustálenom stave, ktorý je určený hodnotami ϑ_v^s , ω^s a ϑ^s . V nejakom čase, ktorý označíme nulou, zmeníme náhle vstupnú teplotu o $\Delta\vartheta_v$. Matematicky môžeme idealizovanú zmenu tejto teploty napísať nasledovne

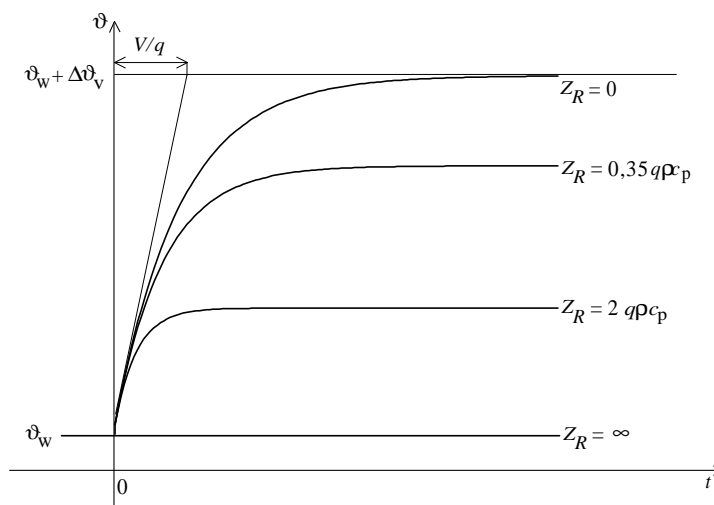
$$\vartheta_v(t) = \begin{cases} \vartheta_v^s + \Delta\vartheta_v & t \geq 0 \\ \vartheta_v^s & t < 0 \end{cases} \quad (1.2.9)$$

Poznať odozvu procesu prestupu tepla pri spätnoväzbovom riadení proporcionálnym regulátorom pre skokovú zmenu vstupnej teploty ϑ_v podľa rovnice (1.2.9) znamená poznať pre túto zmenu riešenie diferenciálnej rovnice (1.2.8). Proces je v čase nula v ustálenom stave a teda začiatočná podmienka je

$$\vartheta(0) = \vartheta_w \quad (1.2.10)$$

V kapitole 3 si ukážeme, že riešenie rovnice (1.2.8) pri platnosti (1.2.9) a (1.2.10) je

$$\vartheta(t) = \vartheta_w + \Delta\vartheta_v \frac{q\rho c_p}{q\rho c_p + Z_R} \left(1 - e^{-\frac{q\rho c_p + Z_R}{q\rho c_p} \frac{q}{V} t} \right) \quad (1.2.11)$$



Obr. 1.2.2: Odozva procesu prestupu tepla na skokovú zmenu poruchovej veličiny pri spätnoväzbovom riadení proporcionálnym regulátorom.

Odozva procesu prestupu tepla pri spätnoväzbovom riadení proporcionálnym regulátorom na skokovú zmenu vstupnej teploty ϑ_v podľa rovnice (1.2.9), ak pred časom nula bol proces v ustálenom stave, je pre rôzne hodnoty zosilnenia regulátora Z_R znázornená na obr. 1.2.2. Skúmanie priebehov na obr. 1.2.2 nám ponúka vidieť niekoľko skutočností. Pri skokovej zmene poruchovej veličiny, ak v spätnej väzbe riadime proces proporcionálnym regulátorom, výstupná teplota ϑ sa v čase $t \rightarrow \infty$ dostane na novú ustálenú hodnotu. Pri spätnoväzbovom riadení proporcionálnym regulátorom vzniká *trvalá odchýlka riadenia*. Pod trvalou odchýlkou riadenia sa myslí rozdiel medzi žiadanou teplotou ϑ_w a teplotou ϑ v čase $t = \infty$. Trvalá odchýlka riadenia je najväčšia pre prípad zosilnenia proporcionálneho regulátora $Z_R = 0$. So zväčšovaním sa zosilnenia sa trvalá odchýlka riadenia znižuje. Ak $Z_R = \infty$ potom je odchýlka riadenia nulová. Na prvý pohľad sa zdá, že voľba veľkého Z_R pri spätnoväzbovom riadení bude vyhovovať našim požiadavkám. Skutočnosť však vôbec nie je taká jednoduchá, ako sa na prvý pohľad zdá.

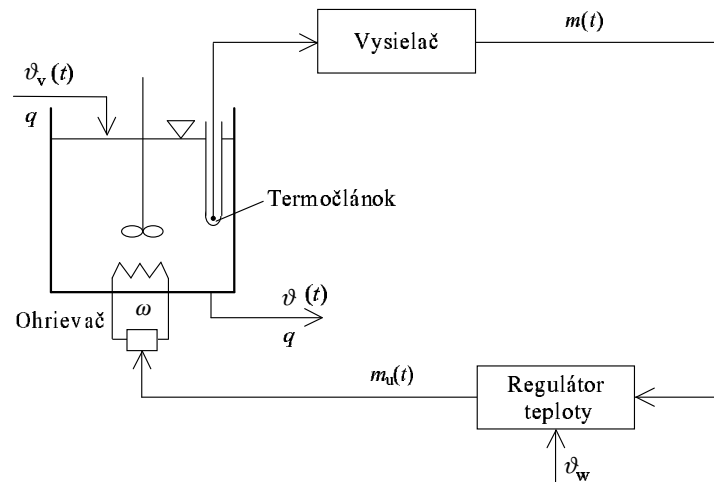
Ak sa poruchová veličina ϑ_v v čase mení okolo ustálenej hodnoty potom voľba veľkého zosilnenia Z_R v spätnej väzbe môže spôsobiť veľké odchýlky akčnej veličiny v čase. Naš záujem je, aby aj pre typ poruchy meniacej sa okolo ustálenej hodnoty, bola odchýlka riadenia malá. Teda pre tento typ poruchy sa skôr vyžaduje menšie zosilnenie Z_R v spätnej väzbe.

Naznačili sme dve protichodné požiadavky na voľbu zosilnenia spätnoväzbového proporcionálneho regulátora Z_R . Voľba Z_R musí byť vhodným kompromisom.

Situáciu môžeme zlepšiť, ak k proporcionálnemu pôsobeniu regulátora pridáme integračné pôsobenie. Takýto regulátor dokáže odstrániť trvalú odchýlku riadenia a pritom jeho zosilnenie nemusí byť nekonečne veľké.

Z riešenia (1.2.11) je vidieť, že ϑ v čase nemôže rásť do nekonečna. Treba si však uvedomiť, že model riadeného objektu bol v tvare obyčajnej diferenciálnej rovnice prvého rádu a v spätnej väzbe bol proporcionálny regulátor.

Realite sa môžeme priblížiť napr. tým, že v modeli procesu prestupu tepla zohľadníme akumuláciu schopnosť stien výmenníka, dynamické vlastnosti teplomera atď. Model procesu prestupu tepla bude zrejme v tvare obyčajnej diferenciálnej rovnice vyššieho rádu.



Obr. 1.2.3: Schéma spätnoväzbového riadenia teploty v jednoduchom výmenníku tepla.

Spätnoväzbový riadiaci obvod bude teda tiež opísaný nejakou obyčajnou diferenciálnou rovnicou vyššieho rádu. Riešenie tejto rovnice pre podobné podmienky ako pre (1.2.11) môže byť aj také, že ϑ bude rásť nad všetky medze. V tomto prípade ide o *nestabilnú odozvu* uzavretého obvodu. Naznačený problém *stability* sa zahŕňa do všeobecného problému *kvality riadenia*.

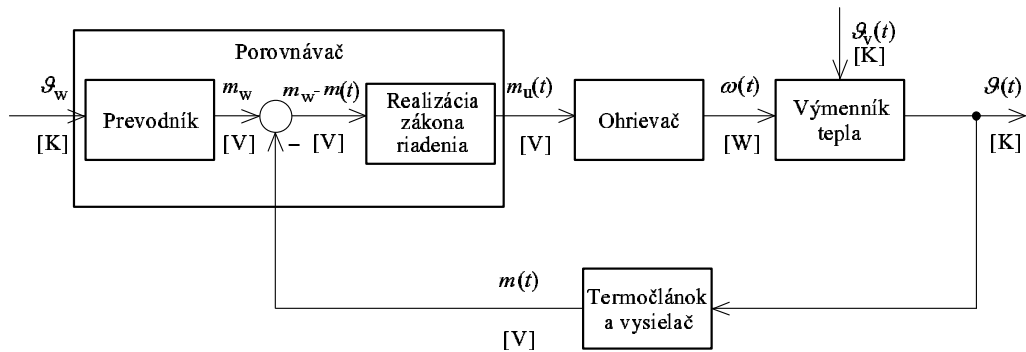
1.2.7 Bloková schéma

V predchádzajúcej časti sme diskutovali o spätnoväzbovom riadení procesu prestupu tepla. Nezaoberali sme sa ešte otázkami technického zabezpečenia implementácie spätnoväzbového riadenia.

Uvažujme opäť výmenník tepla podľa obr. 1.2.1 a jeho spätnoväzbové riadenie. Predpokladom realizácie spätnoväzbového riadenia tohoto výmenníka je, aby výstupná teplota ϑ bola meraná a aby bolo možné meniť tepelný príkon ω . Budeme predpokladať, že tepelný príkon a jeho zmeny zabezpečíme prostredníctvom elektrického ohrievača.

Ak máme určený zákon spätnoväzbového riadenia, potom spätnoväzbové riadenie jednoduchého výmenníka tepla sa dá realizovať tak, ako je to znázornené na obr. 1.2.3. Schému na obr. 1.2.3 môžeme pre potreby analýzy problémov riadenia procesov zjednodušiť. Jednotlivé časti schémy budeme znázorňovať pomocou *blokov*. Bloková schéma spätnoväzbového riadenia teploty v jednoduchom výmenníku tepla je na obr. 1.2.4. Schéma spätnoväzbového riadenia ukazuje fyzikálne spojenia medzi časťami uzavretého riadiaceho obvodu. Bloková schéma ukazuje tok informácií v obvode. Signály v blokovej schéme predstavujú fyzikálne veličiny, ako napr. teplotu ϑ , alebo pomocné signály, ako napr. m . Každý blok v blokovej schéme má vstupný a výstupný signál.

Teplota vo výmenníku tepla je meraná termočlánkom. Termočlánok s príslušným vysielačom generuje napätový signál vo voltoch, ktorý zodpovedá meranej teplote. Bloky prevodníka a realizácie zákona riadenia spolu s porovnávačom tvoria regulátor teploty. $m(t)$ je vstupom do tohoto regulátora. V regulátore sa realizujú tri činnosti. Po prvé žiadaná teplota ϑ_w , ktorá je vstupnou veličinou celého uzavretého riadiaceho obvodu, sa



Obr. 1.2.4: Bloková schéma spätnoväzbového riadenia teploty v jednoduchom výmenníku tepla.

transformuje na napätový signál vo voltoch m_w tak, aby bol porovnateľný so signálom $m(t)$. Po druhé sa v regulátore vypočítava odchýlka riadenia $m_w - m(t)$ a po tretie na základe odchýlky riadenia sa vypočítava podľa zákona riadenia $m_u(t)$, od ktorého závisí priebeh veličiny $\omega(t)$. Treba zdôrazniť, že všetky uvedené tri činnosti sa fyzikálne realizujú v regulátore. Výstup regulátora je signál $m_u(t)$ vo voltoch. Tento signál je vstupom do elektrického ohrievača, ktorý produkuje zodpovedajúci tepelný príkon $\omega(t)$. Vlastnosti každého z blokov na obr. 1.2.4 sa dajú opísať pomocou diferenciálnych, alebo algebraických rovníc.

Za účelom zjednodušenia skúmania riadiacich obvodov sa bloková schéma obyčajne zjednodušuje. V *zjednodušenej blokovej schéme* sú v podstate dva bloky. Prvý blok predstavuje riadiaci člen a druhý blok riadený objekt. Každý blok podrobnej blokovej schémy musí byť zahrnutý do niektorého z týchto dvoch blokov. Najčastejšie sa v zjednodušenej blokovej schéme pod riadiacim členom myslí len tá časť spätnoväzbového obvodu, ktorá realizuje zákon riadenia.

1.2.8 Dopredné riadenie

Veľmi dobre si vieme predstaviť riadenie procesu prestupu tepla tak, že poruchová veličina ϑ_v bude meraná a použitá na generovanie tepelného príkonu ω , pričom úlohou je ohriať kvapalinu vo výmenníku na teplotu ϑ_w . Takémuto spôsobu riadenia hovoríme *dopredné riadenie*. Pri doprednom riadení neporovnáme účinok riadenia s očakávaným výsledkom. V niektorých prípadoch riadenia procesu je potrebné resp. vhodné použiť kombináciu dopredného a spätnoväzbového riadenia.

1.3 Literatúra

Dynamikou procesov a ich riadením sa zaoberajú diela:

W. H. Ray. *Advanced Process Control*. McGraw-Hill, New York, 1981.

D. Chmúrny, J. Mikleš, P. Dostál a J. Dvoran. *Modelovanie a riadenie chemickotechnologických procesov a systémov*. Alfa, Bratislava, 1985.

- D. R. Coughanowr a L. B. Koppel. *Process System Analysis and Control*. McGraw-Hill, New York, 1965.
- G. Stephanopoulos. *Chemical Process Control, An Introduction to Theory and Practice*. Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1984.
- W. L. Luyben. *Process Modelling, Simulation and Control for Chemical Engineers*. McGraw Hill, Singapore, 2 edition, 1990.
- C. J. Friedly. *Dynamic Behavior of Processes*. Prentice Hall, Inc., New Jersey, 1972.
- J. M. Douglas. *Process Dynamics and Control*. Prentice Hall, Inc., New Jersey, 1972.
- J. Mikleš. *Základy technickej kybernetiky*. ES SVŠT, Bratislava, 1973.
- W. Oppelt. *Kleines Handbuch technischer Regelvorgänge*. Verlag Chemie, Weinheim, 1972.
- T. W. Weber. *An Introduction to Process Dynamics and Control*. Wiley, New York, 1973.
- F. G. Shinskey. *Process Control Systems*. McGraw-Hill, New York, 1979.